

रोल नं.

--	--	--	--	--	--	--

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 12 हैं ।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं ।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।
- Please check that this question paper contains 12 printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains 29 questions.
- **Please write down the Serial Number of the question before attempting it.**
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

(केवल नेत्रहीन परीक्षार्थियों के लिए)

MATHEMATICS

(FOR BLIND CANDIDATES ONLY)

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 100

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 100

सामान्य निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं ।
- (iii) खण्ड अ के प्रश्न सं. 1 – 4 तक अति लघु-उत्तर वाले प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 1 अंक निर्धारित है ।
- (iv) खण्ड ब के प्रश्न सं. 5 – 12 तक लघु-उत्तर वाले प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 2 अंक निर्धारित हैं ।
- (v) खण्ड स के प्रश्न सं. 13 – 23 तक दीर्घ-उत्तर I प्रकार के प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 4 अंक निर्धारित हैं ।
- (vi) खण्ड द के प्रश्न सं. 24 – 29 तक दीर्घ-उत्तर II प्रकार के प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 6 अंक निर्धारित हैं ।

General Instructions :

- (i) *All questions are compulsory.*
- (ii) *This question paper contains 29 questions.*
- (iii) *Questions No. 1 – 4 in Section A are very short-answer type questions carrying 1 mark each.*
- (iv) *Questions No. 5 – 12 in Section B are short-answer type questions carrying 2 marks each.*
- (v) *Questions No. 13 – 23 in Section C are long-answer I type questions carrying 4 marks each.*
- (vi) *Questions No. 24 – 29 in Section D are long-answer II type questions carrying 6 marks each.*

खण्ड अ
SECTION A

प्रश्न संख्या 1 से 4 तक प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है ।
Question numbers 1 to 4 carry 1 mark each.

1. यदि A तथा B प्रत्येक कोटि 2 वाले वर्ग आव्यूह इस प्रकार हैं कि $|A| = 3$ तथा $|B| = -2$ हैं, तो $|3AB|$ का मान लिखिए ।
If A and B are square matrices, each of order 2 such that $|A| = 3$ and $|B| = -2$, then write the value of $|3AB|$.

2. $x = 2$ पर $|x - 5|$ का अवकलज लिखिए ।
Write the derivative of $|x - 5|$ at $x = 2$.

3. ज्ञात कीजिए :

$$\int a^x \cdot e^x dx$$

Find :

$$\int a^x \cdot e^x dx$$

4. सदिश $\sqrt{2} \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, y-अक्ष से जो कोण बनाता है उसका कोसाइन (कोज्या) ज्ञात कीजिए ।

Find the cosine of the angle which the vector $\sqrt{2} \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ makes with y-axis.

खण्ड ब
SECTION B

प्रश्न संख्या 5 से 12 तक प्रत्येक प्रश्न के 2 अंक हैं ।

Question numbers 5 to 12 carry 2 marks each.

5. यदि $\sin^{-1}\left(\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\pi}{2}$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए ।

If $\sin^{-1}\left(\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\pi}{2}$, find the value of x .

6. मान ज्ञात कीजिए :

$$\tan \left[2 \tan^{-1} \frac{1}{5} - \frac{\pi}{4} \right]$$

Evaluate :

$$\tan \left[2 \tan^{-1} \frac{1}{5} - \frac{\pi}{4} \right]$$

7. प्रारंभिक संक्रियाओं के प्रयोग से आव्यूह $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 7 & 20 \end{pmatrix}$ का व्युत्क्रम (A^{-1}) ज्ञात कीजिए ।

Find the inverse (A^{-1}) of the matrix $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 7 & 20 \end{pmatrix}$, using elementary operations.

8. यदि वक्र $y = 2e^x$ तथा $y = ae^{-x}$ परस्पर लंबवत् प्रतिच्छेद करते हैं, तो a का मान ज्ञात कीजिए ।

If the curves $y = 2e^x$ and $y = ae^{-x}$ intersect orthogonally, find the value of a .

9. वक्र $y = 12x - x^3$ पर स्थित वे बिन्दु ज्ञात कीजिए, जहाँ पर खींची गई स्पर्श-रेखा x-अक्ष के समांतर हो ।

Find the points on the curve $y = 12x - x^3$, where the tangent drawn is parallel to x-axis.

10. ज्ञात कीजिए :

$$\int \sqrt{x^2 - 4x + 13} \, dx$$

Find :

$$\int \sqrt{x^2 - 4x + 13} \, dx$$

11. समतल ABC के लंबवत् एक सदिश ज्ञात कीजिए, जहाँ बिन्दु A, B तथा C क्रमशः $(3, -1, 2)$, $(1, -1, -3)$ तथा $(4, -3, 1)$ हैं ।

Find a vector perpendicular to the plane of ABC, where A, B and C are points $(3, -1, 2)$, $(1, -1, -3)$ and $(4, -3, 1)$ respectively.

12. आठ कार्ड, जिन पर 1 से 8 तक की संख्याएँ लिखी हैं (एक कार्ड पर एक संख्या), एक बक्से में डाले गए । इन कार्डों को अच्छी प्रकार से मिला लेने के बाद, उनमें से यादृच्छया एक कार्ड निकाला गया । यदि यह ज्ञात है कि निकाले गए कार्ड पर 2 से बड़ी संख्या है, तो इस संख्या के एक विषम संख्या होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

Eight cards numbered 1 to 8 (one number on one card) are placed in a box, mixed up thoroughly and then a card is drawn randomly. If it is known that the number on the drawn card is more than 2, then find the probability that it is an odd number.

खण्ड स
SECTION C

प्रश्न संख्या 13 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं ।
Question numbers 13 to 23 carry 4 marks each.

13. सारणिकों के गुणधर्मों के प्रयोग से सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} a & b-c & c+b \\ a+c & b & c-a \\ a-b & b+a & c \end{vmatrix} = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2)$$

अथवा

यदि $A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -8 & -9 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ है, तो आव्यूह A ज्ञात कीजिए ।

Using properties of determinants prove that :

$$\begin{vmatrix} a & b-c & c+b \\ a+c & b & c-a \\ a-b & b+a & c \end{vmatrix} = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2)$$

OR

If $A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -8 & -9 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, find the matrix A.

14. k का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए नीचे दिया गया फलन $f(x)$, $x = 0$ पर संतत हो ।

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 - 2 \cos 2x}{x^2} ; x < 0 \\ k ; x = 0 \\ \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4 + \sqrt{x}} - 2} ; x > 0 \end{cases}$$

अथवा

यदि $x^y = e^{x-y}$ है, तो दर्शाइए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$.

Find the value of k for which the given function $f(x)$ is continuous at $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 - 2 \cos 2x}{x^2} ; x < 0 \\ k ; x = 0 \\ \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4 + \sqrt{x}} - 2} ; x > 0 \end{cases}$$

OR

If $x^y = e^{x-y}$, show that $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$.

15. यदि $x = a (\cos t + t \sin t)$ और $y = a (\sin t - t \cos t)$ है, तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए ।

If $x = a (\cos t + t \sin t)$ and $y = a (\sin t - t \cos t)$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$.

16. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx$$

अथवा

ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{(x - 5) e^x}{(x - 3)^3} dx$$

Find :

$$\int \frac{x^2}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx$$

OR

Find :

$$\int \frac{(x - 5) e^x}{(x - 3)^3} dx$$

17. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{4 + \cos^2 x} dx$$

Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{4 + \cos^2 x} dx$$

18. निम्नलिखित अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए :

$$y dx + x \log \left(\frac{y}{x} \right) dy - 2x dy = 0$$

Find the general solution of the following differential equation :

$$y dx + x \log \left(\frac{y}{x} \right) dy - 2x dy = 0$$

19. अवकल समीकरण $xy \frac{dy}{dx} = (x + 2)(y + 2)$ के लिए बिन्दु $(1, -1)$ से गुजरने वाला वक्र हल ज्ञात कीजिए ।

For the differential equation $xy \frac{dy}{dx} = (x + 2)(y + 2)$, find the solution curve passing through the point $(1, -1)$.

20. यदि सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ का सदिशों $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ और $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ के योगफल की दिशा में मात्रक सदिश के साथ अदिश गुणनफल 1 के बराबर है, तो λ का मान ज्ञात कीजिए ।

If the scalar product of the vector $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ with a unit vector along the sum of vectors $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ is equal to 1, find the value of λ .

21. बिन्दु $P(1, 8, 4)$ से बिन्दुओं $A(0, -1, 3)$ तथा $B(2, -3, -1)$ को मिलाने वाली रेखा पर खींचे गए लंब के पादबिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए । इस लंब की लंबाई भी ज्ञात कीजिए ।

Find the coordinates of the foot of perpendicular drawn from the point $P(1, 8, 4)$ to the line joining the points $A(0, -1, 3)$ and $B(2, -3, -1)$. Also find the length of this perpendicular.

22. पासों के एक जोड़े को दो बार उछालने पर द्विकों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । अतः बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए ।

Find the probability distribution of number of doublets in two throws of a pair of dice. Hence find the mean of the distribution.

23. A और B बारी-बारी से पासों के एक जोड़े को उछालते हैं, जब तक कि उनमें से कोई दोनों पासों पर संख्याओं का योगफल 5 प्राप्त कर खेल को जीत नहीं लेता । यदि A खेल को शुरू करे, तो उनके जीतने की क्रमशः प्रायिकताएँ ज्ञात कीजिए ।

A and B throw a pair of dice alternately till one of them gets a sum of 5, of the numbers on the two dice and wins the game. Find their respective probabilities of winning, if A starts the game.

खण्ड द
SECTION D

प्रश्न संख्या 24 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न के 6 अंक हैं ।

Question numbers 24 to 29 carry 6 marks each.

24. माना $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ है तथा R समुच्चय A में परिभाषित एक ऐसा संबंध है कि $R = \{(x, y) : x, y \in A \text{ तथा } x \text{ एवं } y \text{ या तो दोनों सम संख्याएँ हैं अथवा दोनों विषम हैं}\}$ । दर्शाइए कि R एक तुल्यता संबंध है । समुच्चय A के सभी तुल्यता वर्ग लिखिए ।

अथवा

माना A , -1 को छोड़कर अन्य सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है तथा माना $*$, A में परिभाषित एक ऐसी द्विआधारी संक्रिया है कि सभी $a, b \in A$ के लिए $a * b = a + b + ab$, है । सिद्ध कीजिए कि (i) $*$ क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है, और (ii) संख्या 0 इसका तत्समक अवयव है ।

Let R be the relation defined in the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ by $R = \{(x, y) : x, y \in A, x \text{ and } y \text{ are either both odd or both even}\}$. Show that R is an equivalence relation. Write all the equivalence classes of set A .

OR

Let A be the set of all real numbers except -1 and let $*$ be a binary operation on A defined by $a * b = a + b + ab$, for $\forall a, b \in A$. Prove that (i) $*$ is commutative and associative, and (ii) number 0 is its identity element.

25. आव्यूह विधि के प्रयोग से निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$$5x - y + z = 4$$

$$3x + 2y - 5z = 2$$

$$x + 3y - 2z = 5$$

Solve the following system of equations, using matrix method :

$$5x - y + z = 4$$

$$3x + 2y - 5z = 2$$

$$x + 3y - 2z = 5$$

26. वे अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = \sin 3x - \cos 3x$, $0 < x < \pi$ द्वारा प्रदत्त फलन f , (a) निरंतर वर्धमान, तथा (b) निरंतर हासमान है ।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि प्रदत्त पृष्ठ एवं महत्तम आयतन के एक ठोस बेलन की ऊँचाई, उसके आधार के व्यास के बराबर होती है ।

Find the intervals in which the function f given by $f(x) = \sin 3x - \cos 3x$, $0 < x < \pi$ is (a) strictly increasing, and (b) strictly decreasing.

OR

Prove that the height of a solid cylinder of given surface and greatest volume is equal to the diameter of its base.

27. यदि वक्र $x = y^2$ एवं रेखा $x = 4$ से घिरा क्षेत्रफल रेखा $x = a$ द्वारा दो बराबर भागों में विभाजित होता है, तो a का मान ज्ञात कीजिए ।

अथवा

योगों की सीमा की विधि से निम्नलिखित निश्चित समाकल का मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^3 (3x^2 + 2x + e^x) dx$$

If the area between the curve $x = y^2$ and the line $x = 4$ is divided into two equal parts by the line $x = a$, find the value of a .

OR

By the method of limit of sum, find the value of the following definite integral :

$$\int_1^3 (3x^2 + 2x + e^x) dx$$

28. दर्शाइए कि रेखाएँ $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{-1}$ तथा $\frac{x-4}{3} = \frac{1-y}{2} = z-1$ समतलीय हैं। अतः इन रेखाओं को अन्तर्विष्ट करने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Show that the lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{-1}$ and

$\frac{x-4}{3} = \frac{1-y}{2} = z-1$ are coplanar. Hence find the equation of the plane containing these lines.

29. यदि कक्षा XII का एक विद्यार्थी, जिसकी आयु 17 वर्ष है, अपनी मोटर-साइकिल को 40 किमी/घंटे की चाल से चलाता है, तो पेट्रोल खर्च ₹ 2 प्रति किमी आता है। यदि वह 70 किमी/घंटे की चाल से चलाता है, तो पेट्रोल खर्च बढ़कर ₹ 7 प्रति किमी हो जाता है। उसके पास पेट्रोल पर खर्च करने के लिए ₹ 100 हैं तथा वह एक घंटे में अधिकतम दूरी तय करना चाहता है।

- उपर्युक्त को एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) के रूप में व्यक्त कीजिए।
- कम गति पर वाहन चलाने के क्या लाभ हैं?
- क्या 18 वर्ष से कम आयु के बच्चे को मोटर-साइकिल चलाने की अनुमति होनी चाहिए? कारण दीजिए।

If a class XII student aged 17 years, rides his motorcycle at 40 km/hr, the petrol cost is ₹ 2 per km. If he rides at a speed of 70 km/hr, the petrol cost increases to ₹ 7 per km. He has ₹ 100 to spend on petrol and wishes to cover the maximum distance within one hour.

- Express the above as an LPP.
- What are the benefits of driving a vehicle at a slow speed?
- Should a child below 18 years be allowed to drive a motorcycle? Give reasons.