

शिक्षा निदेशालय

राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

सहायक सामग्री
(2017–2018)

कक्षा : दसवीं

गणित

मार्गदर्शनः

श्रीमती पुण्य सलिला श्रीवास्तव
सचिव (शिक्षा)

श्रीमती सौम्या गुप्ता
निदेशक (शिक्षा)

डॉ. सुनीता शुक्ला कौशिक
अतिरिक्त शिक्षा निदेशक (स्कूल एवं परीक्षा)

समन्वयकः

श्रीमती रजनी रावल
अधिकारी (परीक्षा)

श्रीमती शारदा तनेजा
विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)

डॉ. सतीश कुमार
विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)

उत्पादन मंडल

अनिल कुमार शर्मा
दीपक तंवर

दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो में अनिल कौशल, सचिव, दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो, 25/2,
पंखा रोड, संस्थानीय क्षेत्र, नई दिल्ली द्वारा प्रकाशित तथा मैसर्स अरिहन्त ऑफसेट, नई दिल्ली
द्वारा मुद्रित।

Smt. Punya Salila Srivastava
IAS



सचिव (शिक्षा)
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र
दिल्ली सरकार
पुराना सचिवालय, दिल्ली-110054
दूरभाष : 23890187 टेलीफैक्स : 23890119

Secretary (Education)
Government of National Capital Territory of Delhi
Old Secretariat, Delhi-110054
Phone : 23890187 Telefax : 23890119
e-mail : secyedu@nic.in

SUBJECTWISE SUPPORT MATERIAL

PREFACE

It is a matter of great pleasure for me to present the Support Material for various subjects prepared for the students of classes IX to XII by a team of dedicated and sincere teachers and subject experts from the Directorate of Education.

The subject wise Support Material is designed to enhance the academic performance of the students and improve their understanding of the subject. It is hoped that this comprehensive study material will be put to good use by both the students and the teachers in order to achieve academic excellence.

I commend the efforts of the team of respective subject teachers and their group leaders who worked sincerely and tirelessly under the able guidance of the officers of the Directorate of Education to complete this remarkable work in time.

Punya Salile
(Punya S. Srivastava)

Saumya Gupta, IAS



Director

Education & Sports, Govt. of NCT of Delhi
Old Secretariat, Delhi - 110054
Tel.: 23890172, Fax : 23890355
E-mail : diredu@nic.in
Website : www.edudel.nic.in

D.O. No. १५/८८/२०१७/३०४

Date : ३०/०८/२०१७

प्रिय विद्यार्थियों,

इस पुस्तक के माध्यम से आपके साथ सीधे संवाद का अवसर मिल रहा है। और अपने विद्यार्थियों के साथ जुड़ने के इस अवसर का मैं पूरा लाभ उठाना चाहती हूँ।

दिल्ली में आपके विद्यालय जैसे कोई १०३० राजकीय विद्यालय हैं, जिनका संचालन 'शिक्षा निदेशालय' करता है। शिक्षा निदेशालय वा मुख्यालय पुराना संविवालय (ओल्ड सेक्रेटरिएट), दिल्ली-५४ में स्थित है।

इस निदेशालय में सभी अधिकारी दिन रात कार्य करते हैं तांकि हमारे स्कूल और अच्छे बन सकें; हमारे शिक्षक आपको नए-नए व बेहतर तरीकों से पढ़ा सकें; परीक्षा में हमारे सभी विद्यार्थी और अच्छे अंक ला सकें तथा उनका भविष्य सुनिश्चित हो।

इसी क्रम में पिछले कुछ वर्षों से शिक्षा निदेशालय ने कक्षा नवीं से बारहवीं तक के अपने विद्यार्थियों के लिए विभिन्न विषयों में 'सहायक सामग्री' उपलब्ध करवाना प्रारंभ किया है।

प्यारे बच्चों, आपके हाथ में यह जो पुस्तक है, इसे कई उत्कृष्ट अध्यापकों ने मिलकर विशेष रूप से आप ही के लिए तैयार किया है। इसे तैयार करवाने में काफी मेहनत और धन खर्च हुआ है। इसलिए अपनी मुख्य पाठ्यपुस्तक के साथ-साथ यदि आप इस सहायक सामग्री का भी अच्छे से अभ्यास करेंगे तो परीक्षा में आपकी सफलता तो सुनिश्चित होगी ही, आपको बाजार में बिकने वाली महंगी सहायक पुस्तकें भी खरीदने की जरूरत नहीं पड़ेंगी। और हाँ, इस पुस्तक को हर साल हम CBSE के पाठ्यक्रम के अनुसार सर्वार्थीत और परिमार्जित भी करते हैं ताकि छात्र छात्राओं की परीक्षा-तैयारी अद्यतन रहे।

अंताः, एक बात और। अपने विद्यार्थी काल के जिस पड़ाव से आप आज गुजर रहे हैं, यह आपके शेष जीवन की नींव के निर्माण का समय है। मुझे आप पर पूरा विश्वास है कि आप इस समय का सदुपयोग करेंगे, खूब अध्ययन करेंगे तथा अपने एवं अपने देश के लिए एक सार्थक भविष्य की नींव डालेंगे।

मेरी द्वारा शुभकामनाएं।

सौम्या गुप्ता

आपकी
सौम्या गुप्ता

Dr. Sunita S. Kaushik
Addl. Director of Edn. (School)/Exam



Govt. of N. C. T. of Delhi
Directorate of Education
Old Secretariat, Delhi-54
Tel. : 23890283

D. O. No. १११/एड्यु. डि. [Sch] ३
Dated. १५/०९/२०१७

विषयवार सहायक सामग्री

प्रस्तावना

शिक्षा निदेशालय के अनुभवी एवं विषय शिक्षेज्ञ शिक्षकों द्वारा कक्ष ९वीं से १२वीं के छात्रों हेतु नवीनतम सहायक सामग्री को प्रस्तुत करते हुए मुझे अपार हर्ष हो रहा है।

गत वर्षों से विद्यार्थियों को उपलब्ध करायी जा रही सहायक सामग्री हमारे विद्यालयों के उन छात्रों के लिए वरदान सिद्ध हो रही है जो बाज़ार से गुणात्मक विषय सामग्री खरीदने में अक्षम हैं। निदेशालय द्वारा उपलब्ध कराई जाने वाली सामग्री ऐसे छात्रों को सार्वजनिक परीक्षाओं में बेहतर प्रदर्शन करने का मौका प्रदान करती है। इस सहायक-सामग्री में निर्धारित शब्दों को स्पष्ट एवं व्यापक ढंग से प्रस्तुत किया गया है।

अध्यापकों से उम्मीद की जाती है कि वे विद्यार्थियों को इस सहायक-सामग्री का प्रयोग अभ्यास करायेंगे जिससे इन छात्रों के शैक्षिक प्रदर्शन में वृद्धि हो और साथ ही छात्रों से भी यह उम्मीद की जाती है कि वे इस सहायक सामग्री का अधिकतम उपयोग कर प्रत्येक विषय को ठीक ढंग से समझ सकें।

मैं, इस सहायक सामग्री को तैयार करने वाले सभी शिक्षकों का उनके बहुमूल्य योगदान के लिए अमार प्रकट करती हूँ।

सुनीता कौशिक

डॉ. सुनीता शुक्ला कौशिक
अतिरिक्त शिक्षा निदेशक (विद्यालय एवं परीक्षा)

शिक्षा निदेशालय
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

सहायक सामग्री
(2017-2018)

गणित
कक्षा : दसवीं
(हिन्दी माध्यम)

निःशुल्क वितरण हेतु

दिल्ली पाठ्य-पुस्तक ब्यूरो द्वारा प्रकाशित

Team Members for Review of Support Material

| S.No. | Name & Designation | School Name |
|-------|---|--|
| 1. | Mr. Yogesh Agarwal (Principal) <i>Group Leader</i> | Govt. Co-Ed. SSS Kewal Park Delhi-110033 |
| 2. | Mr. Pradeep Kumar TGT (Maths) | Govt. Co-Ed. SSS Kewal Park, Delhi-110033 |
| 3. | Ms. Preeti Singhal TGT (Maths) | Govt. CO-Ed. SSS Kewal Park, Delhi-110033 |
| 4. | Ms. Anju Sareen TGT (Maths) | S.C.S.D G.S.V Sector-9 Rohini, Delhi |
| 5. | Mr. Manish Jain TGT (Maths) | RPVV D-1 Nand Nagri Delhi |
| 6. | Mr. Maqsood Ahmed TGT (Maths) | Anglo Arabic Sr. Sec. School Ajmeri Gate, Delhi-6 |

Remodelled Assessment Structure

effective from the Academic Year 2017-18

(Released by the CBSE)

1. Scholastic Area

| Total 100 marks (Syllabus for assessment will be only Class-X) | | | | |
|--|--|---|---|---|
| Subjects | 80 Marks (Board Examination) Student has to secure 33% marks out of 80 marks in each subject | | 20 Marks (Internal Assessment) Student has to secure 33% marks out of 80 marks in each subject | |
| Language 1 | | Periodic test (10 Marks) (i) | Notebook Submission (5 Marks) (ii) | Subject Enrichment Activity (5 Marks) (iii) |
| Language 2 | Board will conduct class-X Examination for 80 marks in each subject covering 100% syllabus of the subject of Class-X only. | Periodic written Test, restricted to three in each subject in an Academic Year. | This will cover : <ul style="list-style-type: none"> • Regularity • Assignment Completion • Neatness & upkeep of notebook | Speaking and listening skills |
| Science | Marks and Grades both will be awarded for Individual subjects. | Average of the best two tests to be taken for final marks submission | | Speaking and listening skills |
| Mathematics | 9-Point grading will be same as followed by the Board in Class XII. | | | Practical Lab work |
| Social Science | | | | Maths Lab Practical |
| 6* Additional Subject | Scheme of studies for 6 th additional subject is detailed in Annexure-I Note : In case student opts a language as 6th additional subject the modalities defined for Languages 1 and 2 shall be followed. | | | |

(i) Periodic test (10 marks) :

The school should conduct three periodic written tests in the entire academic year and the average of the best two will be taken. The schools have the autonomy to make its own schedule. However, for the purpose of gradient learning, three tests may be held as one being the mid-term test and other the two being pre mid and post mid-term with portion of syllabus cumulatively covered. The gradually increasing portion of contents would prepare students acquire confidence for appearing in the Board examination with 100% syllabus. The school will take the average of the best two tests for final marks submission.

(ii) Notebook Submission (5 marks) :

Notebook submission as a part of internal assessment is aimed at enhancing seriousness of students towards preparing notes for the topics being taught in the classroom as well as assignments. This also addresses the critical aspect of regularity, punctuality, neatness and notebook upkeep.

(iii) Subject Enrichment Activities (5 marks) :

These are subject specific application activities aimed at enrichment of the understanding and skill development. These activities are to be recorded internally by respective subject teachers.

For Languages : Activities conducted for subject enrichment in languages should aim at equipping the learner to develop effective speaking and listening skills.

For Mathematics The listed laboratory activities and projects as given in the prescribed publication of CBSE/NCERT may be followed.

For Science : The listed practical works / activities may be carried out as prescribed by the CBSE in the curriculum.

For Social Science : Map and project work may be undertaken as prescribed by the CBSE in the curriculum.

SYLLABUS

[Released by the CBSE for Academic Year 2017-18]

| Units | Unit Name | Marks |
|--------------|--------------------------|--------------|
| I | NUMBER SYSTEMS | 06 |
| II | ALGEBRA | 20 |
| III | COORDINATE GEOMETRY | 06 |
| IV | GEOMETRY | 15 |
| V | TRIGONOMETRY | 12 |
| VI | MENSURATION | 10 |
| VII | STATISTICS & PROBABILITY | 11 |
| | Total | 80 |

UNIT I : NUMBER SYSTEMS

1. REAL NUMBERS (15) Periods

Euclid's division lemma, Fundamental Theorem of Arithmetic - statements after reviewing work done earlier and after illustrating and motivating through examples, Proofs of irrationality of $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$. Decimal representation of rational numbers in terms of terminating/non-terminating recurring decimals.

UNIT II : ALGEBRA

1. POLYNOMIALS (7) Periods

Zeros of a polynomial. Relationship between zeros and coefficients of quadratic polynomials. Statement and simple problems on division algorithm for polynomials with real coefficients.

2. PAIR OF LINEAR EQUATIONS IN TWO VARIABLES (15) Periods

Pair of linear equations in two variables and graphical method of their solution, consistency/inconsistency.

Algebraic conditions for number of solutions. Solution of a pair of linear equations in two variables algebraically - by substitution, by elimination and by cross multiplication method. Simple situational problems. Simple problems on equations reducible to linear equations.

3. QUADRATIC EQUATIONS (15) Periods

Standard form of a quadratic equation $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$). Solutions of quadratic equations (only real roots) by factorization, by completing the square and by using quadratic formula. Relationship between discriminant and nature of roots.

Situational problems based on quadratic equations related to day to day activities to be incorporated.

4. ARITHMETIC PROGRESSIONS (8) Periods

Motivation for studying Arithmetic Progression Derivation of the nth term and sum of the first n terms of A.P. and their application in solving daily life problems.

UNIT III : COORDINATE GEOMETRY

1. LINES (In two-dimensions) (14) Periods

Review: Concepts of coordinate geometry, graphs of linear equations. Distance formula. Section formula (internal division). Area of a triangle.

UNIT IV : GEOMETRY

1. TRIANGLES (15) Periods

Definitions, examples, counter examples of similar triangles.

1. (Prove) If a line is drawn parallel to one side of a triangle to intersect the other two sides in distinct points, the other two sides are divided in the same ratio.
2. (Motivate) If a line divides two sides of a triangle in the same ratio, the line is parallel to the third side.
3. (Motivate) If in two triangles, the corresponding angles are equal, their corresponding sides are proportional and the triangles are similar.
4. (Motivate) If the corresponding sides of two triangles are proportional, their corresponding angles are equal and the two triangles are similar.
5. (Motivate) If one angle of a triangle is equal to one angle of another triangle and the sides including these angles are proportional, the two triangles are similar.

6. (Motivate) If a perpendicular is drawn from the vertex of the right angle of a right triangle to the hypotenuse, the triangles on each side of the perpendicular are similar to the whole triangle and to each other.
7. (Prove) The ratio of the areas of two similar triangles is equal to the ratio of the squares of their corresponding sides.
8. (Prove) In a right triangle, the square on the hypotenuse is equal to the sum of the squares on the other two sides.
9. (Prove) In a triangle, if the square on one side is equal to sum of the squares on the other two sides, the angles opposite to the first side is a right angle.

2. CIRCLES **(8) Periods**

Tangent to a circle at, point of contact

1. (Prove) The tangent at any point of a circle is perpendicular to the radius through the point of contact.
2. (Prove) The lengths of tangents drawn from an external point to a circle are equal.

3. CONSTRUCTIONS **(8) Periods**

1. Division of a line segment in a given ratio (internally).
2. Tangents to a circle from a point outside it.
3. Construction of a triangle similar to a given triangle.

UNIT V : TRIGONOMETRY

1. INTRODUCTION TO TRIGONOMETRY **(10) Periods**

Trigonometric ratios of an acute angle of a right-angled triangle. Proof of their existence (well defined); motivate the ratios whichever are defined at 0° and 90° . Values (with proofs) of the trigonometric ratios of 30° , 45° and 60° . Relationships between the ratios.

2. TRIGONOMETRIC IDENTITIES **(15) Periods**

Proof and applications of the identity $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$. Only simple identities to be given. Trigonometric ratios of complementary angles.

3. HEIGHTS AND DISTANCES: Angle of elevation, Angle of Depression **(8) Periods**

Simple problems on heights and distances. Problems should not involve more than two right triangles. Angles of elevation / depression should be only 30° , 45° , 60° .

UNIT VI: MENSURATION

1. AREAS RELATED TO CIRCLES (12) Periods

Motivate the area of a circle; area of sectors and segments of a circle. Problems based on areas and perimeter / circumference of the above said plane figures. (In calculating area of segment of a circle, problems should be restricted to central angle of 60° , 90° and 120° only. Plane figures involving triangles, simple quadrilaterals and circle should be taken.)

2. SURFACE AREAS AND VOLUMES (12) Periods

1. Surface areas and volumes of combinations of any two of the following: cubes, cuboids, spheres, hemispheres and right circular cylinders/cones. Frustum of a cone.
2. Problems involving converting one type of metallic solid into another and other mixed problems. (Problems with combination of not more than two different solids be taken).

UNIT VII : STATISTICS AND PROBABILITY

1. STATISTICS (18) Periods

Mean, median and mode of grouped data (bimodal situation to be avoided). Cumulative frequency graph.

2. PROBABILITY (10) Periods

Classical definition of probability. Simple problems on single events (not using set notation).

QUESTIONS PAPER DESIGN FOR ACADEMIC YEAR 2017-18 (Released by the CBSE)

Mathematics (Code No. 041) Time : 3 hrs Marks : 80

| S.N. Typology of Questions | Very Short Answer (VSA) (1 Mark) | Short Answer-I (SA) (2Marks) | Short Answer-II (SA) (3 Marks) | Long Answer (LA) (4 Marks) | Total Marks | % Weightage (approx.) |
|--|----------------------------------|------------------------------|--------------------------------|----------------------------|-------------|-----------------------|
| 1 Remembering (Knowledge based- Simple recall questions, to know specific facts, terms, concepts, principles or theories; Identify, define, or recite, information) | 2 | 2 | 2 | 2 | 20 | 25% |
| 2 Understanding (Comprehension to be familiar with meaning and to understand conceptually, interpret, compare, contrast, explain, paraphrase, or interpret information) | 2 | 1 | 1 | 4 | 23 | 29% |
| 3 Application (Use abstract information in concrete situation, to apply knowledge to new situation; Use given content to interpret a situation, provide an example, or solve a problem) | 2 | 2 | 3 | 1 | 19 | 24% |
| 4 Higher Order Thinking Skills (Analysis & Synthesis- Classify, compare, contrast, or differentiate between different pieces of information; Organize and/or integrate unique pieces of information from variety of sources) | - | 1 | 4 | - | 14 | 17% |
| 5 Evaluation (Judge, and/or justify the value or worth of a decision or outcome, or to predict outcomes based on values) | - | - | - | 1 | 4 | 5% |
| Total | $6 \times 1 = 6$ | $6 \times 2 = 12$ | $10 \times 3 = 30$ | $8 \times 4 = 32$ | 80 | 100% |

Note: One of the LA will be to assess the values inherent in the texts.

| INTERNAL ASSESSMENT | 20 Marks |
|---|-----------------|
| • Periodical Test | 10 Marks |
| • Note Book Submission | 05 Marks |
| • Lab Practical (Lab activities to be done from the prescribed books) | 05 Marks |

Content

| S.No. | Chapter Name | Page No. |
|--------------|---|-----------------|
| 1. | Real Numbers | 11 |
| 2. | Polynomials | 17 |
| 3. | Pair of Linear Equations in Two Variables | 23 |
| 4. | Quadratic Equations | 31 |
| 5. | Arithmetic Progression | 41 |
| 6. | Similar Triangles | 48 |
| 7. | Co-ordinate Geometry | 60 |
| 8. | Trigonometry | 67 |
| 9. | Some Applications of Trigonometry (Heights and Distances) | 76 |
| 10. | Circles | 84 |
| 11. | Constructions | 98 |
| 12. | Areas Relatd to Circles | 104 |
| 13. | Surface Areas and Volumes | 117 |
| 14. | Statistics | 128 |
| 15. | Probability | 136 |
| | Sample Paper-I | 144 |
| | Sample Paper-II | 164 |

1

अध्याय

वास्तविक संख्याएँ

महत्वपूर्ण बिन्दु

1. यूकिलड विभाजन प्रमेयिका—दो घनात्मक पूर्णांक ‘ a ’ और ‘ b ’ के लिए संतुष्ट करने वाली पूर्ण संख्याएँ ‘ q ’ व ‘ r ’ इस प्रकार हैं।

$$a = bq + r, 0 \leq r < b$$

2. यूकिलड विभाजन पूर्णांकों a और b ($a > b$) का म. स. नीचे दर्शायी गई विधि द्वारा प्राप्त किया जाता है।

चरण 1 : q ओर r ज्ञात करने के लिए यूकिलड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग कीजिए जहाँ $a = bq + r, 0 \leq r < b$.

चरण 2 : यदि $r = 0$ तो म.स. व (a, b) = b

चरण 3 : यदि $r \neq 0$ तो b और r यूकिलड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग कीजिए। इस प्रक्रिया को तब तक जारी रखिए जब तक शोषफल शुन्य न प्राप्त हो। इस स्थिति वाला भाजक हो।

म.स. (a, b) है।

3. अंकगणित की आधारभूत प्रमेय—प्रत्येक भाज्य संख्या को अभाज्य संख्याओं के एक गुणनफल के रूप में व्यक्त (गुणनखंडित) किया जा सकता है। तथा वह गुणनखण्ड अद्वितीय होता है। इस पर कोई ध्यान दिए बिना कि अभाज्य गुणनखण्ड किस क्रम में आ रहे हैं।

4. मान लीजिए $x = \frac{p}{q}, q \neq 0$ तथा ‘ q ’ का अभाज्य गुणनखण्ड $2^n \times 5^n$, के रूप का है। जहाँ m और n ऋणेतर पूर्णांक हैं। तो x का दशमलव प्रसार सांत होगा।

5. मान लीजिए $x = \frac{p}{q}, q \neq 0$ एक ऐसी परिमेय संख्या है। कि q का अभाज्य गुणनखण्ड $2^m 5^n$, के रूप का नहीं है। जहाँ m, n ऋणेतर पूर्णांक हैं तो x का दशमलव प्रसार अंसात आवर्ती होगा।

अति लघुउत्तराय प्रश्न

1. प्रत्येक घनात्मक सम पूर्णांक का सामान्य रूप लिखिए।
2. प्रत्येक घनात्मक विषम पूर्णांक का सामान्य रूप लिखिए।
3. यदि $n^2 - 1, 8$ से भाज्य है तो n के मान लिखिए।
4. $7 \times 11 \times 13 + 7$ एक भाज्य संख्या है या अभाज्य संख्या है। बताइए।
5. बताइए $5.131131113\dots$ एक परिमेय संख्या है या अपरिमेय संख्या।
6. यदि 65 और 117 के म.स. को $65m - 117$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है, तो m का मान ज्ञात कीजिए।
7. एक अपरिमेय और परिमेय संख्या का गुणनखण्ड क्या होगा?
8. $\frac{13497}{1250}$ का दशमलव निरूपण कितने दशमलव स्थान के बाद सांत होगा।
9. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जो 1 से 10 तक की सभी संख्याओं से विभाजय है।
10. यदि संख्याएँ 525 और 3000; 3, 5, 15, 25 और 75 से भाज्य है तो 525 और 3000 का म.स. लिखिए।

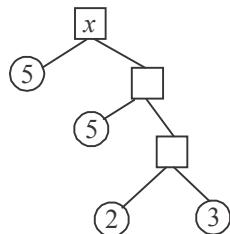
लघु उत्तरीय प्रश्न—(1)

11. क्या दो संख्याओं का म.स. 18 और ल.स. 380 हो सकता है? कारण बताओ।
12. यदि $a = 4q + r$ है तो a तथा q किस प्रकार की संख्याएँ होंगी? r के सम्भव मान लिखिए।
13. 9^n का ईकाई का अंक बताइए।
14. यदि n एक घनात्मक विषम पूर्णांक है, तो दर्शाइए कि $n^2 - 1, 8$ से विभाजय है,
15. यूकिलड विभाजन एल्गोरिथम द्वारा 16 और 28 का म.स. ज्ञात कीजिए।
16. यदि n एक प्राकृत संख्या है तो दिखाइए 12^n का ईकाई का अंक 0 या 5 नहीं हो सकता है।
17. लम्बी विभाजन विधि का प्रयोग किए बिना बताइए कि $\frac{395}{10500}$ का दशमलव प्रसार सांत है या असान्त आवर्ती।
18. यदि किसी परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार $327.7081.$ हो और यदि वह $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त करें तो उसके हर (q) के अभाज्य गुणनखण्ड के बारे में आप क्या कह सकते हैं।

19. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ को गुणा करने पर एक परिमेय संख्या प्राप्त हो। उस परिमेय संख्या को भी ज्ञात करो।
20. $\sqrt{3}$ तथा $\sqrt{5}$ के बीच एक परिमेय तथा एक अपरिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न-(2)

21. दर्शाइए कि किसी विषम घनात्मक पूर्णांक का वर्ग $4m + 1$ के रूप का होता है, जहाँ m एक घनात्मक पूर्णांक है।
22. दर्शाइए कि किसी घनात्मक पूर्णांक का वर्ग $4q$ या $4q + 1$ रूप में होता है, जहाँ q एक घनात्मक पूर्णांक है।
23. दर्शाइए कि किसी घनात्मक पूर्णांक का घन $4m, 4m + 1$ या $4m + 3$ के रूप में होता है, जहाँ m एक पूर्णांक है।
24. सिद्ध कीजिए $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।
25. अंकगणित की आधारभूत प्रमेय का कथन लिखिए। इसका प्रयोग करते हुए 120 के अद्वितीय गुणनखण्ड कीजिए।
26. सिद्ध कीजिए $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।
27. सिद्ध कीजिए $5 - \frac{3}{7}\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।
28. सिद्ध कीजिए $\frac{1}{2 - \sqrt{5}}$ एक अपरिमेय संख्या है।
29. अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा 56 और 112 का म.स. निकालो।
30. गुणनखण्ड वृक्ष में x का मान ज्ञात कीजिए।



दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

31. $\sqrt{45} \times \sqrt{20}$ को हल करो। बताइए यह परिमेय संख्या है या अपरिमेय संख्या।
32. यूकिलिड विभाजन एलागोरिदम द्वारा 56, 96, 324 का म. स. ज्ञात कीजिए।

33. दर्शाइए कि किसी भी पूर्णांक q के लिए कोई भी घनात्मक विषम पूर्णांक $6q + 1, 6q + 3$ या $6q + 5$, के रूप में होगा।
34. दर्शाइए कि किसी घनात्मक पूर्णांक का वर्ग $5q, 5q + 1$ या $5q + 4$ के रूप का होता है, जहाँ q एक घनात्मक पूर्णांक है।
35. सिद्ध कीजिए कि तीन क्रमागत घनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल 6 से भाज्य है।
36. किसी भी घनात्मक पूर्णांक n के लिए सिद्ध कीजिए कि $n^3 - n, 6$ से भाज्य है।
37. सिद्ध कीजिए $n, n + 2, n + 4$ में से एक ओर केवल एक 3 से भाज्य है।
38. सिद्ध कीजिए $n, n + 4, n + 8, n + 12$ और $n + 16$ में से एक ओर केवल एक ही 5 से विभाज्य है, n एक घनात्मक पूर्णांक है।
39. सलमान, ऋषिक और जॉन तीन घनिष्ठ मित्र थे। वे प्राप्त: कालीन भ्रमण पर एक साथ जाते थे। एक बार वे एक साथ निकलते हैं; इनके कदमों के नाप क्रमशः 40 से.मी., 42 से.मी. तथा 45 से.मी. है।
- (a) ज्ञात कीजिए कितनी न्यूनतम दूरी प्रत्येक के चलने के लिए आवश्यक है ताकि उस दूरी को पूर्ण कदमों में तय कर सकें?
- (b) प्राप्त: कालीन सैर किस प्रकार लाभदायक है?
40. आकृति ने अपने जन्मदिन के उपलक्ष में एक अनाथाश्रम में दूध वितरित करने का निर्णय लिया। दूध के विक्रेता ने दूध के दो कंटेनर में 398 ली. और 436 ली. दूध है। एक ड्रम द्वारा इसमें से दूध तीसरे कंटेनर में डालना है। तीसरे कंटेनर में ड्रम द्वारा पलटने पर क्रमशः 7 ली. और 11 ली. दूध बचता है।
- (a) ड्रम की अधिकतम धारिता ज्ञात कीजिए।
- (b) आकृति द्वारा दर्शाए गए मूल्य बताइए।

उत्तरमाला

- | | |
|--|------------------|
| 1. $2m$ | 2. $2t + 1$ |
| 3. एक विषम पूर्णांक | 4. भाज्य संख्या |
| 5. अपरिमेय संख्या | 6. 2 |
| 7. अपरिमेय संख्या | 8. 4 |
| 9. 2520 | 10. 75 |
| 11. नहीं; म.स., ल.स., का गुणनखण्ड नहीं हैं। | |
| 12. a, q घनात्मक पूर्णांक, $0 \leq r < 4$ | |
| 13. समघात = 1 , विषम घात = 9 | |
| 14. — | 15. 4 |
| 16. — | 17. असांत आवर्ती |
| 18. हर 2 and 5 की घातों का गुणज (हर = $2^m \times 5^n$) | |
| 19. $\sqrt{5} + \sqrt{2}, 3$ | 20. — |
| 21. — | 22. — |
| 23. — | 24. — |
| 25. $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ | 26. — |
| 27. — | 28. — |
| 29. म.स. = 56, ल.स. = 112 | 30. 150 |
| 31. 30, परिमेय संख्या | 32. 4 |
| 33. — | 34. — |
| 35. — | 36. — |
| 37. — | 38. — |
| 39. (a) 2520 m , 25.2m (b) प्रातः कालीन भ्रमण स्वास्थ्य के लिए अच्छा है। | |
| 40. (a) 17 (b) दूसरों के प्रति सहानुभूति परोपकारता | |

वास्तविक संख्याएँ

अंक : 20

समय : 50 मिनट

खण्ड—अ

1. $\frac{51}{150}$ का दशमलव निरूपण कितने दशमलव स्थान के बाद सांत होगा। 1
2. यदि $a = bq + r$ है, a, b घनात्मक पूर्णांक है तब r के क्या मान हो सकते हैं? (यूकिलड विभाजन प्रमेयिका में) 1

खण्ड—ब

3. दर्शाइए कि 9^n की ईकाई की संख्या कभी भी शून्य नहीं होगी। 2
4. लम्बी विभाजन विधि का प्रयोग करे बिना बताइए कि $\frac{935}{10500}$ का दशमलव प्रसार सांत है या असांत आवर्ती। 2

खण्ड—स

5. सिद्ध कीजिए $\frac{1}{3-2\sqrt{5}}$ अपरिमेय संख्या है। 3
6. यूकिलड विभाजन प्रमेयिका द्वार 36, 96 और 120 का म. स. ज्ञात कीजिए। 3

खण्ड—द

7. यूकिलड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग करके दर्शाइए कि किसी भी घनात्मक पूर्णांक का घन $9q, 9q + 1$ या $9q + 8$ के रूप का होता है, जहाँ q कोई पूर्णांक है। 4
8. एक बार एक खेल का सामान बेचने वाले विक्रेता ने एक 'पैदल चलने के फायदे' को जागरूकता के लिए एक campaign चलाया। जिसमें सोहम और बानी ने हिस्सा लिया किसी खेल के मैदान के चारों ओर एक वृत्ताकार पथ है। इस मैदान का एक चक्कर लगाने में बानी को 18 मिनट और सोहम को 12 मिनट लगते हैं। मान लीजिए वे दोनों एक ही स्थान और एक ही समय पर चलना प्रारम्भ करके एक ही दिशा में चलते हैं। तो
(a) कितने समय बाद वे पुनः प्रारम्भिक स्थान पर मिलेंगे? 4
(b) आपके पैदल चलने के बारे में क्या विचार है।

०००

2

अध्याय

बहुपद

प्रमुख बिंदु

1. यदि x एक चर है, n एक प्राकृत संख्या है और $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ वास्तविक संख्याएँ हैं, तो $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, ($a_n \neq 0$) चर x में एक बहुपद कहलाता है।
2. 1, 2 तथा 3 घातांक वाले बहुपद क्रमशः रैखिक, द्विघात एवं त्रिघात बहुपद कहलाते हैं।
3. एक द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के रूप का बीजीय व्यंजक होता है जबकि a, b तथा c वास्तविक संख्याएँ हैं तथा $a \neq 0$.
4. बहुपद के शून्यक उन बिंदुओं के x – निर्देशांक हैं जिन पर $y = p(x)$ का आलेख (GRAPH) x -अक्ष को प्रतिच्छेद करता है। अर्थात् $x = a$, बहुपद $p(x)$ का शून्यक होगा यदि $p(a) = 0$
5. बहुपद के अधिकतम शून्यक उतने हो सकते हैं जितनी बहुपद की घात है।
6. (i) यदि बहुपद $p(x)$ का एक शून्यक दूसरे का योज्य प्रतिलोम हो तो x का गुणांक = 0
(ii) यदि बहुपद $p(x)$ के शून्यक एक–दूसरे के गुणन प्रतिलोम हो तो, x^2 का गुणांक = अचर पद
7. बहुपद के शून्यकों ओर गुणांकों में संबंध—
यदि α, β द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) के शून्यक हो, तो

$$\alpha + \beta = \text{शून्यकों का योग} = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta = \text{शून्यकों का गुणनफल} = \frac{c}{a}$$
8. यदि α, β किसी द्विघात बहुपद के शून्यक हो, तो बहुपद $p(x) = k [x^2 - (\text{शून्यकों का योग})x + \text{शून्यकों का गुणनफल}]$ जहाँ k कोई वास्तविक संख्या है तथा $k \neq 0$
9. रैखिक बहुपद $p(x) = ax + b$ का आलेख एक सरल रेखा होती है।
10. विभाजन एलाग्रिथम—किंही दो बहुपदों $p(x)$ तथा $g(x)$ के लिए अन्य दो बहुपदों $q(x)$ तथा $r(x)$ का अस्तित्व इस प्रकार है:

$p(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$; जबकि $g(x) \neq 0$ तथा $r(x) = 0$ या घातांक $r(x) <$ घातांक $g(x)$

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. उस रैखिक बहुपद के शून्यकों की संख्या क्या होगी जिसका आलेख (ग्राफ):
 - (i) मूल बिंदु से गुजरता हो (ii) x -अक्ष को किसी भी बिंदु पर स्पर्श या प्रतिच्छेद नहीं करता हो।
2. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $(5+2\sqrt{3})$ और $(5-2\sqrt{3})$ हों।
3. यदि $4x^2 - (8k^2 - 40k)x - 9$ का एक शून्यक दूसरे शून्यक का योज्य प्रतिलोम हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।
4. $p(x) x^2 - 5x + 4$ में क्या जोड़ा जाए ताकि प्राप्त बहुपद का एक शून्यक 3 हो।
5. एक द्विघात बहुपद के (i) अधिकतम (ii) न्यूनतम कितने शून्यक हो सकते हैं?
6. बहुपद $x^2 + 1$ के वास्तविक शून्यकों की संख्या क्या होगी?
7. यदि $6x^2 - 7x - 3$ के शून्यक α और β हो तो एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसके शून्यक 2α और 2β हों।
8. यदि $4x^2 - 17x + k - 4$ के शून्यक α और $\frac{1}{\alpha}$ हो, तो k का मान क्या होगा?
9. उन बहुपदों के शून्यकों की संख्या क्या होगी जिनका आलेख (i) y -अक्ष (ii) x -अक्ष के समांतर हो।
10. उन बहुपदों के शून्यकों की संख्या क्या होगी जिनका आलेख अक्षों को केवल निम्नलिखित बिंदुओं पर स्पर्श या प्रतिच्छेद करता है:
 - (i) $(-3, 0), (0, 2)$ और $(3, 0)$ (ii) $(0, 4), (0, 0)$ और $(0, -4)$

लघु उत्तरीय प्रश्न (प्रकार 1)

11. यदि $(k-1)x^2 + kx + 1$ का एक शून्यक -3 हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए।
12. यदि $ax^2 - 6x - 6$ के शून्यकों का गुणनफल 4 हो, तो a का मान ज्ञात कीजिए और उससे शून्यकों का योग ज्ञात कीजिए।
13. यदि बहुपद $x^2 - a(x+1) - b$ के शून्यक α और β इस प्रकार हों कि $(\alpha+1)(\beta+1) = 0$, तो b का मान ज्ञात करो।
14. यदि $x^2 - kx + 6$ के शून्यक $3 : 2$ के अनुपात में हों तो k का मान ज्ञात कीजिए।

15. यदि द्विघात बहुपद $(k^2 + k)x^2 + 68x + 6k$ का एक शून्यक दूसरे शून्यक का गुणन प्रतिलोम हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए।
16. यदि α और β बहुपद $x^2 - 5x + m$ के शून्यक इस प्रकार से हो कि $\alpha - \beta = 1$, तो m का मान ज्ञात कीजिए।
17. यदि $x^2 - 8x + k$ के शून्यकों के वर्गों का योग 40 हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए।
18. यदि α और β बहुपद $t^2 - t - 4$ के शून्यक हों तो एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसके शून्यक $\frac{1}{\alpha}$ और $\frac{1}{\beta}$ हो।

लघु उत्तरीय प्रश्न (प्रकार 2)

19. यदि $y^2 + 2y - 15$ और $y^3 + a$ में से प्रत्येक का एक गुणनखंड $(k + y)$ हो, तो k और a के मान ज्ञात कीजिए।
20. बहुपद $4\sqrt{3}x^2 + 5x - 2\sqrt{3}$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और इसके शून्यकों और गुणाकों में संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।
21. यदि $x^4 + 2x^3 + 8x^2 + 12x + 18$ को $(x^2 + 5)$ से भाग करने पर शेषफल $= (px + q)$ प्राप्त हो तो p व q के मान ज्ञात कीजिए।
22. $2x^2 + px - 15$ का एक शून्यक -5 है। $p(x^2 + x) + k$ के शून्यक परस्पर समान हैं। k का मान ज्ञात कीजिए।
23. यदि बहुपद $3x^2 + 2\kappa x + x - k - 5$ के शून्यकों का योग उनके गुणन का आधा हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।
24. यदि $y^2 + 5y + m$ के शून्यक α और β हों तो m का मान ज्ञात कीजिए ताकि $(\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta = 24$
25. यदि $x^2 - x - 2$ के शून्यक α और β हों, तो एक बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $(2\alpha + 1)$ और $(2\beta + 1)$ हों।
26. a और b के मान ज्ञात कीजिए ताकि बहुपद $x^4 + x^3 + 8x^2 + ax + b$, $x^2 + 1$ से पूर्णतया विभाजित हो जाए।
27. $8x^4 + 14x^3 - 2x^2 + 7x - 8$ में से क्या घटाया जाए ताकि प्राप्त बहुपद $4x^2 + 3x - 2$ से पूर्णतया विभाजित हो जाए?

28. $4x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1$ में क्या जोड़ा जाए ताकि प्राप्त बहुपद $x^2 - 2x - 3$ से पूर्णतया विभाजित हो जाए?

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

29. यदि $2x^3 + x^2 - 6x - 3$ के दो शून्यक $\sqrt{3}$ और $-\sqrt{3}$ हों, तो इसके सभी शून्यक लिखिए।
30. यदि $6x^3 + \sqrt{2}x^2 - 10x - 4\sqrt{2}$ का एक शून्यक $\sqrt{2}$ हो, तो इसके अन्य शून्यक ज्ञात कीजिए।
31. यदि $x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35$ के दो शून्यक $(2 \pm \sqrt{3})$ हो, तो अन्य शून्यक ज्ञात कीजिए।
32. $x^3 - 5x^2 + 6x - 4$ को बहुपद $g(x)$, से भाग देने पर भागफल और शेषफल क्रमशः $(x - 3)$ और $(-3x + 5)$ हैं। $g(x)$ ज्ञात कीजिए।
33. यदि $x^3 + x^2 - 3x - 3$ के दो शून्यकों का योग और गुणन क्रमशः 0 और 3 हो तो इस बहुपद के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए।
34. यदि $2x^3 + x^2 - 6x - 3$ का एक शून्यक $-\frac{1}{2}$ हो, तो इसके अन्य दो शून्यकों का योग तथा गुणन ज्ञात कीजिए।
35. बहुपद $2x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 3x + 6$ के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए, यदि इसके दो गुणनखंड $\left(x \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ हो।
36. $p(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 36x - 9$ के दो शून्यकों का योग और गुणनफल क्रमशः 0 और -9 है। $p(x)$ के अन्य दो शून्यकों का योग और गुणनफल ज्ञात कीजिए।
37. एक व्यक्ति कुछ जरूरतमंद विद्यार्थिकों को k पुस्तकों वितरित करता है। यदि k , बहुपद $x^2 - 100x - 20000$ का एक शून्यक हो, तो
- (i) व्यक्ति द्वारा वितरित पुस्तकों की संख्या ज्ञात कीजिए
 - (ii) व्यक्ति द्वारा प्रदर्शित किन मूल्यों को आपने प्रभावित किया ?
38. $x^3 - 12x^2 + 47x - 60$ का एक शून्यक 3 है तथा अन्य दो शून्यक विद्यार्थियों द्वारा लगाए गए पेड़ों की संख्या हैं।
- (i) दोनों विद्यार्थियों द्वारा लगाए गए पेड़ों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।
 - (ii) यहाँ विद्यार्थियों द्वारा प्रदर्शित मूल्य बताइए।

उत्तरमाला

- 1.** (i) 1 (ii) 0 **2.** $x^2 - 10x + 13$
3. $k = 0, 5$ **4.** 2
5. (i) 2 (ii) 0 **6.** 0
7. $3x^2 - 7x - 6$ **8.** $k = 8$
9. (i) 1 (ii) 0 **10.** (i) 2 (ii) 1
11. $\frac{4}{3}$ **12.** $a = -\frac{3}{2}$, शून्यकों का योग = -4
13. 1 **14.** -5, 5
15. 5 **16.** 6
17. 12 **18.** $4t^2 + t - 1$
19. $k = 3, -5$ और $a = 27, -127$ **20.** $-\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{4}$
21. $p = 2, q = 3$ **22.** $\frac{7}{4}$
23. 1 **24.** 1
25. $x^2 - 4x - 5$ **26.** $a = 1, b = 7$
27. $14x - 10$ **28.** $61x - 65$
29. $\sqrt{3}, -\sqrt{3}, -\frac{1}{2}$ **30.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{2\sqrt{2}}{3}$
31. -5, 7 **32.** $x^2 - 2x + 3$
33. $\sqrt{3}, -\sqrt{3}, -1$ **34.** 0, 3
35. $2, -1, \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$ **36.** 4, 1
37. (i) 200 (ii) प्यार व देखभाल, मानवता, परोपकार, आदि
38. (i) 9 (ii) प्रयोगरण प्रेम,, आदि,

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

बहुपद

अंक : 20

समय : 50 मिनट

खण्ड-अ (1-1 अंक के दो प्रश्न)

- यदि α और β द्विघात बहुपद $p(x)$, के शून्यक हों, तो $p(x)$ का गुणनखंडन कीजिए।
- यदि $x^2 - x - 1$ के शून्यक α और β हों, तो $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ का मान ज्ञात कीजिए।

खंड-ब (2-2 अंक के दो प्रश्न)

- बहुपद $x^2 - (k+6)x + 2(2k-1)$ के शून्यक α और β हैं। यदि $\alpha + \beta = \frac{1}{2}\alpha\beta$ हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।
- एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसका एक शून्यक $(3 + \sqrt{2})$ हो और शून्यकों का योग 6 हो।

खंड-स (3-3 अंक के दो प्रश्न)

- a और b के मान ज्ञात कीजिए यदि $(x^2 + 1)$ बहुपद $x^4 + x^3 + 8x^2 + ax + b$ का एक गुणनखंडन हो।
- यदि सच और झूठ बहुपद $px^2 + qx + r$, ($p \neq 0$) के शून्यक हों जो एक-दूसरे के व्युत्क्रम हों तो
 - p और r में संबंध ज्ञात कीजिए।
 - आप इस प्रश्न से कौन सा मूल्य सीखते हैं?

खंड-द (4-4 अंक के दो प्रश्न)

- यदि बहुपद $x^3 + 2x^2 + kx + 7$ को $(x - 3)$ से भाग करने पर शेषफल 25 प्राप्त होता हों तो भागफल तथा k का मान ज्ञात कीजिए। इस प्रकार प्राप्त भागफल के शून्यकों का योग और गुणनफल भी ज्ञात कीजिए।
- यदि β और $\frac{1}{\beta}$ बहुपद $(\alpha^2 + \alpha)x^2 + 61x + 6\alpha$ के शून्यक हों तो β और α के मान ज्ञात कीजिए।

□□□

3

अध्याय

दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म

महत्वपूर्ण बिन्दु

1. रैखिक समीकरण युग्म का व्यापक रूप है

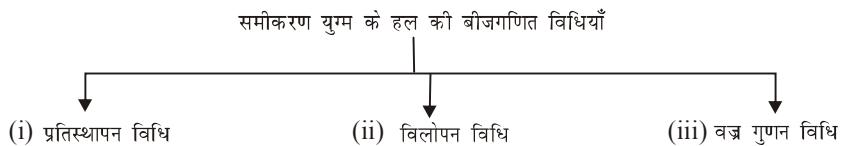
$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

जहाँ a_1, a_2, b_1, b_2, c_1 , और c_2 वास्तविक संख्याएँ हैं।

2. दो चर में एक रैखिक समीकरण युग्म दो रेखाएँ निरूपति करता है।

- (i) यदि रेखाएँ एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं तो वह बिन्दु दोनों समीकरणों का अद्वितीय हल होता है।
- (ii) यदि रेखाएँ समान्तर हैं; तो समीकरण युग्म का कोई हल नहीं होता है। इस स्थिति में समीकरण युग्म असंगत होता है।
- (iii) यदि रेखाएँ संपाती हैं; तो उसके अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं। इस स्थिति में समीकरण युग्म संगत होता है।



3. यदि दिए गए रैखिक समीकरण $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ और $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ एक रैखिक समीकरण युग्म को प्रदर्शित करता है तो

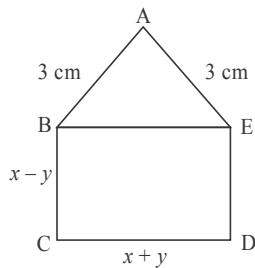
- (i) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow$ रैखिक समीकरण युग्म संगत होता है (अद्वितीय हल)
- (ii) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow$ रैखिक समीकरण युग्म असंगत होता है (कोई हल नहीं)
- (iii) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow$ रैखिक समीकरण युग्म आश्रित और संगत होता है (अनेक अनन्त हल)

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि $x = 3m - 1$ तथा $y = 4$, समीकरण $x + y = 6$ का हल हो तो m का मान ज्ञात कीजिए।
2. समीकरण $3x - 2y = 6$ से बनी रेखा तथा y -अक्ष का प्रतिच्छेदों बिन्दु ज्ञात कीजिए।
3. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरण युग्म $2x + py = 8$ और $x + y = 6$ का कोई हल नहीं है।
4. एक मोटर साईकिल वाला $x - y = 2$ के अनुसार चल रहा है। दूसरा मोटर साईकिल वाला $x - y = 4$ के अनुसार चल रहा है उनके चलने की दिशा ज्ञात कीजिए।
5. k का वह मान ज्ञात करो जिसके लिए रैखिक समीकरण युग्म $3x + 2y = -5$ और $x - ky = 2$ का एक अद्वितीय हल हो।
6. यदि $3x - 7y = 10$ हो तो y को x के पदों में व्यक्त करो।
7. यदि $2x + 5y = 4$ एक समीकरण हो, एक अच्युत रैखिक समीकरण लिखो ताकि रैखिक समीकरण युग्म संपाती रेखाएँ प्रदर्शित करें।
8. जांच करो क्या रैखिक समीकरण युग्म $x + 2y - 4 = 0$ और $2x + 4y - 12 = 0$ का ग्राफ प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं या समान्तर रेखाएँ हैं।
9. यदि $3x + 2ky = 2$ तथा $2x + 5y + 1 = 0$ समान्तर रेखाओं के समीकरण हो तो k का मान ज्ञात करो।
10. $x = 2$ और $y = 3$ का आलेख बनाने पर किस प्रकार की रेखाएँ प्राप्त होगी?

लघु उत्तरीय टाईप 1 प्रश्न

11. एक रैखिक समीकरण युग्म बनाइये—यदि एक भिन्न के अंश व हर का योगफल उसके हर के दुगुने से 3 कम हो। तथा यदि अंश और हर दोनों में से एक घटा दिया जाए तो भिन्न का अंश हर का आधा हो जाता है।
12. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरण युग्म $(p + 2)x - (2p + 1)y = 3(2p - 1)$, $2x - 3y = 7$ का एक अद्वितीय हल हो।
13. दिए गए चित्र में यदि पंचभुज ABCDE का परिमाप 21 cm है। $BE \parallel CD$, तथा $BC \parallel DE$ यदि BC भुज CD पर लंब है तो x और y का मान ज्ञात करो।



14. x और y के लिए हल करो

$$x - \frac{y}{2} = 3 \text{ और } \frac{x}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{2}{3}$$

15. x और y के लिए हल करो

$$3x + 2y = 11 \text{ और } 2x + 3y = 4$$

p का मान भी ज्ञात कीजिए यदि $p = 8x + 5y$

16. रैखिक समीकरण युग्म

$$x - 7y + 42 = 0$$

$x - 3y - 6 = 0$ को प्रतिस्थापन विधि से हल करो।

17. राम बिन्दु $(1, 4)$ और $(0, 6)$ को जोड़ने वाली रेखा पर चल रहा रहीम बिन्दु $(3, 4)$ और $(1, 0)$ को जोड़ने वाली रेखा पर चल रहा है। ग्राफ द्वारा उपरोक्त को दर्शाइए और बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात करो जिस पर दोनों एक दुसरे को प्रतिच्छेद करे।

18. दिये हुए रैखिक समीकरण $2x + 3y - 12 = 0$ के लिए दो चर में अन्य रैखिक समीकरण लिखिए कि इस युग्म का ग्राफिय निरूपण है।

(i) समान्तर रेखाएँ (ii) संपाती रेखाएँ

19. दो संख्याओं का अन्तर 66 है, यदि एक संख्या दूसरी संख्या का 4 गुना हो तो संख्याएँ ज्ञात करो।

20. k के किस मान के लिए दिए गए रैखिक समीकरण युग्म असंगत है

$$kx + 3y = k - 3$$

$$12x + ky = k$$

लघु उत्तरीय प्रश्न टाईप 2

21. रैखिक समीकरण युग्म $5x - y = 5$ और $3x - 2y = -4$ को ग्राफीक विधि से हल करो। उन बिन्दुओं के निर्देशांक भी ज्ञात करो जहां ये रेखाएँ y -अक्ष को प्रतिच्छेद करती हो।

22. x और y के लिए हल करो

$$\frac{5}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 2$$

$$\frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2$$

23. वज्र गुणन विधि द्वारा हल करो।

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = a + b$$

$$\frac{x}{a^2} + \frac{y}{b^2} = 2$$

24. a और b के वह मान ज्ञात करो ताकि रैखिक समीकरण युग्म

$$2x + 3y = 7$$

$$a(x+y) - b(x-y) = 3a + b - 2$$

के अनेक अनन्त हल हो।

25. रैखिक समीकरण युग्म को हल करो।

$$152x - 378y = -74$$

$$-378x + 152y = -604$$

26. पिंकी ने एक परीक्षा में 40 अंक अर्जित किए जबकि से सही उत्तर पर 3 अंक मिले और गलत उत्तर पर 1 अंक की कटौती की गई। यदि उसे सही उत्तर पर 4 अंक मिलते और गलत उत्तर पर 2 अंक कटते, तो पिंकी को 40 अंक ही मिलते। परीक्षा में कुल कितने प्रश्न थे?

27. एक दो अंकों की संख्या या तो उसके अंकों के योग के 8 गुना में 1 जोड़ने पर प्राप्त होता है या अंकों के अन्तर के 13 गुना में 2 जोड़ने पर प्राप्त होती है संख्या ज्ञात करो।

28. पिता को आयु उसके दो पुत्रों की आयु के योग की तीन गुणा है। 5 वर्ष बाद उसकी आयु अपने दोनों पुत्रों की आयु के योग की दुगुनी होगी। पिता की आयु ज्ञात कीजिए।

29. एक टी. वी. को 5% लाभ तथा फ्रिज को 10% लाभ पर बेचने पर एक दुकानदार को Rs. 2000. का लाभ होता है, यदि वह टी. वी. को 10% लाभ तथा फ्रिज 5% हानि पर बेचे तो उसे Rs. 1500 का लाभ होता है टी. वी. और फ्रिज के वास्तविक मूल्य ज्ञात करो।

30. सुनीता के पास Rs. 50 और Rs. 100 के कुछ नोट हैं जिनका मूल्य Rs. 15,500 है। यदि नोटों की कुल संख्या 200 है। तो सुनीता के पास Rs. 50 तथा Rs. 100 के नोटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

31. रैखिक समीकरण युग्म $3x - 4y + 3 = 0$ और $3x + 4y - 21 = 0$ को ग्राफीय विधि से हल करो।

इन रेखाओं तथा x -अक्ष से बने त्रिभुज के निर्देशांक लिखिए। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात करो।

32. x और y के लिए हल करो।

$$\frac{1}{2(2x+3y)} + \frac{12}{7(3x-2y)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{(2x+3y)} + \frac{4}{(3x-2y)} = 2$$

$$2x + 3y \neq 0$$

$$3x - 2y \neq 0$$

33. समीकरण युग्मों को ऐंथिक समीकरण युग्म में बदलकर हल कीजिए।

$$\frac{3x+2y}{xy} = 1 \text{ और } \frac{4x-2y}{xy} = 13$$

a का मान भी ज्ञात करो यदि $y = ax - 4$ हो।

34. एक व्यक्ति 600 किमी की दूरी पर अपने घर जाने के लिए कुछ दूरी रेलगाड़ी द्वारा तथा कुछ दूरी बस द्वारा तय करता है। यदि वह 120 किमी दूरी रेलगाड़ी द्वारा तथा शेष दूरी बस द्वारा तय करता है तो उसे कुल 8 घंटे का समय लगता है। यदि वह 200 किमी दूरी रेलगाड़ी द्वारा तथा शेष बस द्वारा तय करता है तो उसे पहले से 20 मिनट अधिक समय लगता है। रेलगाड़ी और बस की चाल ज्ञात करो।
35. A तथा B सड़क हाईवे में 150 किमी की दूरी पर हैं। दो कारें A तथा B से एक ही दिशा में एक ही समय पर अलग-अलग गति से चलती हैं तो 15 घंटे बाद मिलती है। यदि वे एक दूसरे की तरफ चलती हैं तो 1 घंटे बाद मिलती है। दोनों कारों की गति ज्ञात कीजिए।
36. एक नाव धारा के प्रतिकूल 32 किमी जाने तथा धारा के अनुकूल 36 किमी वापिस आने में 7 घंटे का समय लेती है। यदि वह 40 किमी धारा के प्रतिकूल तथा 48 किमी धारा के अनुकूल चले तो उसे 9 घंटे का समय लगता है। नाव की गति शांत जल में तथा धारा की गति ज्ञात कीजिए।
37. किसी भिन्न के अंश और हर का योग अंश के दुगुने से 4 अधिक है। यदि अंश और हर में 3 जोड़ दे उनका अनुपात 2 : 3 होगा। भिन्न ज्ञात करो।

38. राजू एक दिन में 2 प्लास्टिक के थैले और 1 कागज का प्रयोग करता है। इनको खरीदने के लिए उसे Rs. 35 खर्च करने पड़ते हैं। रमेश 3 प्लास्टिक तथा 4 कागज के थैले खरीदने के लिए Rs. 65 खर्च करता है।
- (i) दोनों थैलों की प्रति थैला मूल्य ज्ञात कीजिए।
(ii) कौन से थैले का प्रयोग करना चाहिए। यह किस मूल्य को प्रदर्शित करता है।
39. 8 महिलाएँ और 12 आदमी किसी कार्य को मिलकर 10 दिन में पूरा कर सकते हैं। जबकि 6 महिलाएँ 8 आदमी उसी कार्य को 14 दिन में कर सकते हैं। एक महिला और एक आदमी द्वारा अकेले इस कार्य को करने में कितने दिन लगेंगे? इस कार्य में किस मूल्य को दर्शाया गया है।
40. दो व्यक्तियों की आय का अनुपात 3 : 4 है। जबकि उनके खर्चों का अनुपात 5 : 7 है। यदि प्रत्येक Rs. 15,000 वार्षिक बचत करता है। उनकी वार्षिक आय ज्ञात कीजिए। यदि खर्च संयमित रहे तो किस मूल्य को बढ़ावा मिलता है।

उत्तरमाला

38. (i) 15, 5,

(ii) पर्यावरण हितैषी

39. एक महिला = 140 दिन,

एक आदमी = 280 दिन

महिला और आदमी का भेद भाव

कम करना। महिला आदमी से जल्दी कार्य पूरा कर सकती है।

40. Rs. 90,000, Rs. 1,20,000

आर्थिक मूल्य, बचत प्रवृत्ति

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

दो चरों वाले रैखिक समीकरण

अंक : 20

समय : 50 मिनट

खण्ड-आ में दो प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है। खण्ड-ब में दो प्रश्न हैं प्रत्येक के 2 अंक हैं। खण्ड-स में दो प्रश्न प्रत्येक के 3 अंक हैं। खण्ड-द में दो प्रश्न हैं प्रत्येक के 4 अंक हैं।

खण्ड-आ

- k के किस मान के लिए समीकरण युग्मों का एक अद्वितीय हल है
 $x + 2y = 3, 5x + ky + 7 = 0$
- क्या बिन्दु (2, 3) रेखा $3x - 2y = 5$ के ग्राफ पर स्थित है?

खण्ड-ब

- a तथा b के मान ज्ञात करो ताकि समीकरण युग्मों $2x - 3y = 7$ और $ax + 3y = b$ के अनेक अनन्त हल हो
- x और y के लिए हल करो
 $0.4x + 0.3y = 1.7$
 $0.7x - 0.2y = 0.8$

खण्ड-स

- वज्र गुणन विधि से हल करो
 $x + y = a + b$
 $ax - by = a^2 - b^2$
- एक पिता और उसके पुत्र की आयु का योगफल 40 वर्ष है। यदि पिता की आयु पुत्र की आयु का तीन गुना हो तो उनकी आयु ज्ञात कीजिए।

खण्ड-द

- निम्न समीकरण युग्मों को ग्राफिय विधि से हल करो
 $3x + 5y = 12$ और $3x - 5y = -18$
इन रेखाओं तथा x -अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र को छायांकित कीजिए।
- एक दो अंकों की संख्या तथा अंकों का स्थान बदलने पर प्राप्त संख्या का योगफल 99 है। यदि अंकों का स्थान बदलने पर प्राप्त संख्या वास्तविक संख्या से 9 अधिक हो तो संख्या ज्ञात कीजिए।



4

अध्याय

द्विघात समीकरण

महत्वपूर्ण बिन्दु

1. समीकरण $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ द्विघात समीकरण है, जिसमें a, b, c वास्तविक संख्याएँ हैं। उदाहरण $2x^2 - 3x + 1 = 0$.

2. द्विघात समीकरण के मूल

एक वास्तविक संख्या a को द्विघात समीकरण का मूल कहां जा सकता है यदि $aa^2 + ba + c = 0$

3. मूलों की संख्या—एक द्विघात समीकरण के दो मूल होते हैं।

द्विघात समीकरण हल करने की विधि

4. 
गुणनखंड द्वारा पूर्णवर्ग विधि द्वारा द्विघात फार्मूले द्वारा

5. द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के निम्न मूल हैं

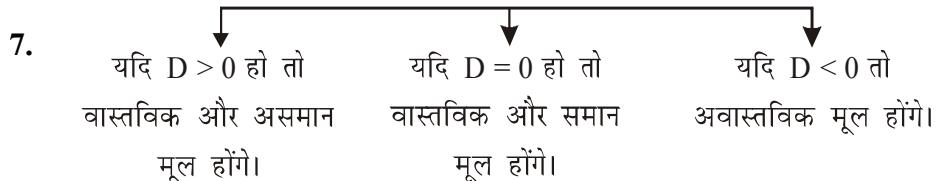
$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

6. विविक्तकर किसी द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के लिए विविक्तर $D = b^2 - 4ac$ होता है।

अर्थात् $D = b^2 - 4ac$ होने पर द्विघात समीकरण के मूल निम्न हैं

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

मूलों का स्वभाव

7. 
यदि $D > 0$ हो तो यदि $D = 0$ हो तो यदि $D < 0$ हो तो
वास्तविक और असमान वास्तविक और समान अवास्तविक मूल होंगे।
मूल होंगे। मूल होंगे।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि $-\frac{1}{2}$ द्विघात समीकरण $2x^2 + kx + 1 = 0$ का मूल हो तो k ज्ञात करें।
2. द्विघात समीकरण $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$ के मूल किस प्रकार के होंगे?
3. क्या समीकरण $x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x - 2)^3$ एक द्विघात समीकरण है?
4. समीकरण $5x^2 - \sqrt{2}x + 3 = 0$ को पूर्ण वर्ग विधि द्वारा हल करने पर कौन सा स्थिरांक जोड़ा या घटाया जाएगा?
5. यदि $x = -1$ और $x = -2$ समीकरण $px^2 + 3x + q = 0$ के मूल हों तो $q - p$ ज्ञात करें।
6. एक द्विघात समीकरण बनाएं जिसने मूल $\sqrt{2}$ और 1 हों।
7. निम्न के लिए द्विघात समीकरण बनाएं ‘दो कमागत सम पूर्णांकों का गुणनफल 1848’ है।
8. क्या 0.2 , समीकरण $x^2 - 0.4 = 0$ का मूल है?
9. यदि $ax^2 + bx + c$ के मूल बराबर हों तो c को a और b के यप में व्यक्त करें।
10. द्विघात समीकरण $x^2 + 6x - 91 = 0$ को यदि $(x + p)(x + q) = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर p और q क्या होंगे?

लघु उत्तरीय प्रश्न—(1)

11. गुणनखंड विधि द्वारा करें—
 - (a) $8x^2 - 22x - 21 = 0$
 - (b) $3\sqrt{5}x^2 + 25x + 10\sqrt{5} = 0$
 - (c) $\sqrt{3}x^2 - 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{3} = 0$
 - (d) $2x^2 + ax - a^2 = 0$
12. यदि $2x^2 + kx + k = 0$ के मूल वास्तविक और बराबर हों तो k का मान ज्ञात करें।
13. यदि $9x^2 + 3kx + 4 = 0$ के मूल असमान हों तो k का मान ज्ञात करें।
14. p के किस मान के लिए द्विघात समीकरण $x^2 + 5px + 16 = 0$ के अवास्तविक मूल होंगे?
15. c के किस मान के लिए समीकरण $4x^2 - 2x + (c - 4) = 0$ के मूल एक दूसरे के व्युत्क्रम होंगे?
16. p के किस मान के लिए समीकरण $px^2 + 6x + 4p = 0$ के मूलों का गुणनफल और उनका योग बराबर होगा?

17. दो वर्गों की भुजाएँ x सेमी और $(x + 4)$ सेमी हैं। उनके क्षेत्रफलों का योग 656 वर्ग सेमी हो तो वर्गों की भुजाओं का माप ज्ञात करें।
18. p का मान ज्ञात करें जिसके लिए समीकरण $px + (x - 3) + 9 = 0$ के मूल बराबर हों?
19. 16 के दो हिस्सें इस प्रकार करें कि बड़ी संख्या का दुगुना संख्या के वर्ग से 164 अधिक हो।
20. k का मान ज्ञात करें जब समीकरण $x^2 - 5x + (3k - 3) = 0$ के मूलों का अंतर 11 हो।
21. दो क्रमागत प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग 313 है। संख्याएँ ज्ञात करें।

लघु उत्तरीय प्रश्न 2

22. निम्न द्विघात समीकरण सरल करें—

(a) $\frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}, a+b \neq 0$

(b) $\frac{1}{2a+b+2x} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{2x}$

(c) $\frac{2}{x+1} + \frac{2}{2(x-2)} = \frac{23}{5x}, x \neq -1, 2, 0$

(d) $3\left(\frac{7x+1}{5x-3}\right) - 4\left(\frac{5x-3}{7x+1}\right) = 11, x \neq \frac{3}{5}, \frac{-1}{7}$

(e) $\frac{x-1}{x+2} + \frac{x-3}{x-4} = \frac{10}{3}, x \neq -2, 4$

(f) $ax^2 + (4a^2 - 3b)x - 12ab = 0$

(g) $4x^2 - 4ax + (a^2 - b^2) = 0$

(h) $\frac{4}{x} - 3 = \frac{5}{2x+3}, x \neq 0, -3/2$

23. द्विघात सूत्र का प्रयोग करके समीकरण सरल करें—

$$abx^2 + (b^2 - ac)x - bc = 0$$

24. यदि $-5, 2x^2 + px - 15$ का मूल हो और $p(x^2 + x) + k = 0$ के मूल बराबर हो तो p और k का मान ज्ञात करें।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

25. यदि द्विघात समीकरण $(p+1)x^2 - 6(p+1)x + 3(p+9) = 0$ के मूल बराबर हों तो p का मान ज्ञात करें तथा फिर इस समीकरण के मूल भी ज्ञात करें।
26. k के किस मान के लिए द्विघात समीकरण $(2k+1)x^2 - (7k+2)x + (7k-3) = 0$ के मूल बराबर होंगे? मूल भी ज्ञात करें।
27. यदि द्विघात समीकरण $(1+m^2) + 2mcx + (c^2 - a^2) = 0$ के मूल बराबर हों तो सिद्ध करें $c^2 = a^2 (1+m^2)$
28. k के किस मान के लिए $(4-k)x^2 + (2k+4)x + (8k+1) = 0$ एक पूर्ण वर्ग है?
29. बत्तख के समूह के वर्गमूल का $\frac{7}{2}$ गुणा नदी के किनारे खेल रहे थे। शेष दो बत्तख पानी के अंदर खेल रहे थे। बत्तखों की कुल संखा ज्ञात करें।
30. एक मोर 9m ऊँचे स्तंभ पर बैठा था स्तंभ के तल से 27m दूर एक सांप है जो अपने बिल की तरफ जो अपने बिल की तरफ जो स्तंभ के तल में है आ रहा है।
31. 9000 रु. को कुछ व्यक्तियों में बराबर बांटा गया। यदि 20 व्यक्ति और आ जाए तो प्रत्येक व्यक्ति को 160 रु कम प्राप्त होंगे। तो कुल व्यक्ति कितने हैं ज्ञात करें।
32. एक व्यक्ति एक खिलौना 24 रु में बेचता है और उतने प्रतिशत लाभ प्राप्त करता है जितना खिलौने का क्रयमूल्य हो। खिलौने का क्रयमूल्य ज्ञात करें।
33. एक विक्रेता कुछ किताबें 80 रु में खरीदता है। यदि वह 4 किताबें और उसी दाम में खरीदे तो प्रत्येक किताब का मूल्य 1 रु कम हो जाता है। उसने कुल कितनी किताबें खरीदी?
34. दो पाइप एक साथ एक सिस्टन को भरने में $3\frac{1}{13}$ मिनट लगाते हैं। यदि एक पाइप इसे भरने में दूसरे पाइप से 3 मिनट ज्यादा ले तो कितने समय में प्रत्येक पाइप इस सिस्टन को भरेगा?
35. दो वर्गों के क्षेत्रफलों का योग 400 cm^2 है। यदि उनके परिमापों का अंतर 16 cm हो तो प्रत्येक वर्ग की भुजा का माप ज्ञात करें।
36. एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल 60 cm^2 है। इसकी बराबर भुजाओं की लंबाई 13 cm है तो इस त्रिभुज का आधार ज्ञात करें।

37. एक चैस बोर्ड में 64 बराबर वर्ग हैं और हर वर्ग का क्षेत्रफल 6.25 cm^2 है। इस बोर्ड के चारों तरफ 2 cm चौड़ा बार्डर है। इस चैस बोर्ड की लंबाई ज्ञात करें।
38. एक लड़की की उम्र अपनी बहन से दुगनी है। चार वर्ष पश्चात दोनों की आयु का गुणनफल 160 होगा। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात करें।
39. एक नाव जिसकी गति शांत जल में 18 किमी/घंटा है जो 24 km किमी धारा के विरुद्ध जाने में और 24 km किमी धारा की दिशा में आने पर 1 घंटा ज्यादा लेती है। धारा की गति ज्ञात करें।
40. एक तेज चलने वाली रेलगाड़ी एक धीरे चलने वाले रेलगाड़ी से 600 km किमी की दूरी तय करने में 3 घंटे कम लेती है। यदि धीमी रेलगाड़ी की गति 10 किमी/घंटा तेजी रेलगाड़ी से कम हो तो दोनों रेलगाड़ी की गति ज्ञात करें।
41. एक भिन्न का अंश, हर, से 3 कम है यदि अंश और हर दोनों ही में 2 जोड़ा जाए तो नए भिन्न और दिए गए भिन्न का जोड़ $\frac{29}{20}$ होगा। दिया गया भिन्न ज्ञात करें।
42. दो प्राकृतिक संख्याओं का अंतर 3 है और उनके व्युत्क्रमों का अंतर $\frac{3}{28}$ है। संख्याएँ ज्ञात करें।
43. तीन क्रमागत धनात्मक पूर्णांकों में पहली संख्या का वर्ग और अन्य दो संख्याओं का गुणफल जोड़ने पर 46 प्राप्त होता है। पूर्णांक ज्ञात करें।
44. एक दो अंकों की संख्या अपने अंकों के जोड़ से 3 गुना है और अपने अंकों के गुणनफल से तीन गुना है। संख्या ज्ञात करें।
45. एक समकोण त्रिभुजाकार भूमि का कर्ण सबसे छोटी भुजा के दुगुने से 10 मीटर बड़ा है। यदि तीसरी भुजा छोटी भुजा से 7 मीटर बड़ी हो तो भूमि की तीनों भुजाएँ ज्ञात करें।
46. एक कक्षा परीक्षा में p के गणित और विज्ञान में प्राप्त अंकों का जोड़ 28 है। यदि वह गणित में 3 अंक और प्राप्त करता है और विज्ञान में 4 अंक कम प्राप्त करता है तो उसके अंकों का गुणनफल 180 होता। उसके दोनों विषयों में प्राप्त अंक ज्ञात करें।
47. एक कपड़ा 200 रु का है। यदि कपड़े की लम्बाई 5 मी. अधिक होती और प्रति मीटर कपड़े का मूल्य 2 रु कम होता तो भी कपड़े का कुल मूल्य वही रहता। कपड़े की लंबाई और प्रति मीटर कपड़े का मूल्य ज्ञात करें।

48. एक हवाई जहाज अपने नियमित समय से 30 मिनट देर से चलता है। अपने गतव्य स्थान जो कि 1500 किमी दूर है पर समय से पहुँचने के लिए उसे अपनी गति 250 किमी/घंटा बढ़ानी पड़ती है। हवाई जहाज की वास्तविक गति ज्ञात करें।
49. यदि पहले n सम प्रकृतिक संख्याओं का योग 420 है। n का मान ज्ञात करो।
50. एक हवाई जहाज पर चढ़ते हुए एक आदमी को चोट लग जाती है। पायलट शीघ्रता से उसे अस्पताल पहुँचाने की व्यवस्था करता है। इसलिए हवाई जहाज 30 मिनट देर से चलता है। अपने गतव्य स्थान जो कि 1500 किमी दूर है पर समय से पहुँचने के लिए पायलट को गति 100 किमी/घंटा बढ़ानी पड़ती है। हवाई जहाज की वास्तविक गति ज्ञात करें।
यहाँ किस मूल्य का पता चलता है।
51. A एक काम को पूरा करने में B से 10 दिन कम लेता है। A और B मिलकर उसी काम को 12 दिनों में पूरा करते हैं। B द्वारा अकेले उस काम को पूरा करने में कितना समय लगेगा? प्रश्न में बताएं किस जीवन मूल्य को हमें अपनाना चाहिए।

उत्तरमाला

1. $k = 3$

2. बराबर मूल

3. हाँ

4. $\frac{2}{100}$ या $\frac{1}{50}$

5. 1

6. $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$

7. $x^2 + 2x - 1848 = 0$

8. नहीं

9. $c = \frac{b^2}{4a}$

10. $13 - 7$

11. (a) $x = \frac{7}{2}, x = \frac{-3}{4}$

(b) $x = \sqrt{5}, x = -\frac{2\sqrt{5}}{3}$

(c) $x = \sqrt{6}, x = -\frac{\sqrt{6}}{3}$

(d) $x = \frac{a}{2}, x = -a$

13. $k > 4, k < -4$

14. $-\frac{8}{5} < p < \frac{8}{5}$

15. $c = 8$

16. $p = \frac{-3}{2}$

17. 16 cm, 20 cm

18. $p \neq 0, p = 4$

19. $x = 10, 6$

20. $k = -7$

21. 12, 13

22. (a) $x = -a, x = -b$

23. $x = \frac{c}{b}, \frac{-b}{a}$

(b) $x = -a, x = -\frac{b}{2}$

24. $p = 7, p = \frac{7}{4}$

(c) $x = 4, x = -\frac{23}{11}$

25. $p = 3, x = 3, 3$

(d) $x = 0, x = 1$

26. $k = 4, \frac{-4}{7}$

(e) $x = \frac{1 \pm \sqrt{297}}{4}$

(f) $x = \frac{3b}{a}, x = -4a$

(g) $x = \frac{a+b}{a}, x = \frac{a-b}{2}$

(h) $x = -2, x = 1$

- | | |
|--|--|
| 28. $k = 0, 3$ | 29. 16 |
| 30. 12 m | 31. 25 |
| 32. 20 रु | 33. 16 |
| 34. 5 मिनट, 8 मिनट | 35. 12, 16 |
| 36. 24 सेमी या 10 सेमी | 37. 24 सेमी |
| 38. 6 वर्ष, 12 वर्ष | 39. 6 किमी/घंटा |
| 40. 40 किमी/घंटा 50 किमी/घंटा | 41. $\frac{7}{10}$ |
| 42. 7, 4 | 43. 4, 5, 6 |
| 44. 24 | 45. 8 मी. 17 मी. 15 मी. |
| 46. गणित में अंक 12 विज्ञान में अंक 16 | 47. लम्बाई 20 मी. दर = 10 रु/मी. |
| 48. 750 किमी/घंटा | 49. $n = 20$ |
| 50. 500 किमी/घंटा, मानवता। | 51. 30 दिन, एकता। |

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

द्विघात समीकरण

अंक : 20

समय : 50 मिनट

खण्ड-अ

- यदि समीकरण $6x^2 - bx + 2 = 0$ का विविक्तकर 1 हो तो b का मान ज्ञात करें। 1
- $x^2 + 5x - 300 = 0$ में x का मान ज्ञात करें

खण्ड-ब

- यदि $kx^2 - 2kx + 6 = 0$ के मूल बराबर हों तो k का मान ज्ञात करें। 2
- यदि $x^2 + px + 12 = 0$ के मूल 1 : 3 में हो तो p का मान ज्ञात करें। 2

खण्ड-स

- द्विघात समीकरण सरल करें—
 $(x - 1)^2 - 5(x - 1) - 6 = 0$ 3
- k का मान ज्ञात करें यदि समीकरण $x^2 - 5x + 3(k - 1) = 0$ के मूलों का अंतर 11 हो। 3

खण्ड-द

- यदि द्विघात समीकरण $(b - c)x^2 + (c - a)x + (a - b) = 0$ के मूल बराबर हो तो सिद्ध करें। $2b = a + c$ 4
- दो प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग 52 है। यदि पहली संख्या दूसरी संख्या के दुगुने से 8 कम है तो संख्याएं ज्ञात करें। 4

□□□

5

अध्याय

समांतर श्रेढ़ियाँ

महत्वपूर्ण बिन्दु:

1. अनुक्रम—संख्याओं का एक समुच्चय जो किसी नियम द्वारा निश्चित क्रम में व्यवस्थित होता है, अनुक्रम कहलाता है।
2. समान्तर श्रेढ़ी—एक अनुक्रम जिसमें प्रत्येक पद का अगले पद से निश्चित अंतर होता है, समान्तर अनुक्रम या समान्तर श्रेढ़ी (स. श्रे. या A. P.) कहलाती है। अर्थात्—समान्तर श्रेढ़ी (स. श्रे. या A. P.) एक अनुक्रम $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ हैं जहाँ $a_n - a_{n-1} = \dots = d$
3. व्यापक पद—यदि एक समान्तर श्रेढ़ी का प्रथम पद 'a' तथा सार्व अंतर 'd' हो तो n वाँ पद (व्यापक पद) निम्नलिखित सूत्र द्वारा प्राप्त होता है—

$$a_n = a + (n - 1)d$$

4. समान्तर श्रेढ़ी के n पदों का योगफल—

$$(i) s_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]; \text{ जहाँ } a = \text{प्रथम पद}$$

$$d = \text{सार्व अंतर}$$

$$(ii) s_n = \frac{n}{2} [a + l]; \text{ जहाँ } a = \text{प्रथम पद}$$

$$l = \text{अंतिम पद}$$

5. (i) यदि a_n दिया हो तो सार्व अंतर (d) = $a_n - a_{n-1}$
(ii) यदि s_n दिया हो तो $a_n = s_n - s_{n-1}$
(iii) यदि a, b, c , समान्तर श्रेढ़ी के क्रमागत पद हो तो $2b = a + c$
(iv) यदि किसी अनुक्रम में x पद हैं, तो इसका अंत से r वाँ पद प्रारंभ से $(n-r+1)$ वाँ पद।
(v) यदि किसी समान्तर श्रेढ़ी के m वें तथा n वें पदों में अंतर:

$$(a_m - a_n) = (m - n)d$$

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि एक स. श्रे. (A.P.) का n वां पद $3x-5$ हो तो इसका 5वां पद क्या होगा?
2. प्रथम 10 सम संख्याओं का योगफल ज्ञात करो।
3. विषय संख्याओं का n वां पद लिखिए।
4. प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योगफल क्या होगा?
5. प्रथम n सम संख्याओं का योग क्या होगा?
6. स0 श्रे0 $-10, -15, -20, -25, \dots$ का n वां पद ज्ञात कीजिए।
7. स0 श्रे0 $4\frac{1}{9}, 4\frac{2}{9}, 4\frac{1}{3}, \dots$ का सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।
8. स0 श्रे0 का सार्व अंतर ज्ञात कीजिए यदि इसका n वां पद $(a_n) = 3n + 7$
9. स0 श्रे0 $4, 9, 14, \dots, 254$ के लिए $a_8 - a_4$ का मान क्या होगा?
10. स0 श्रे0 $-10, -12, -14, -16, \dots$ के लिए $a_{30} - a_{10}$ का मान क्या होगा?
11. यदि $\frac{1}{x+2}, \frac{1}{x+3}$ और $\frac{1}{x+5}$ किसी स0 श्रेढ़ी के क्रमागत पद हो तो x का मान क्या होगा?
12. $\frac{4}{5}, p, 2$ समातंर श्रेढ़ी में हैं। p का मान ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न 1

13. क्या 144 समातंर श्रेढ़ी 3, 7, 11,.....का एक पद है? अपने उत्तर की पृष्ठि कीजिए।
14. स0 श्रे0 3, 8, 13,.....,253 का अंत से 20वां पद ज्ञात कीजिए।
15. स0 श्रे0 5, 15, 25,.....का कौन-सा पद इसके 31वां पद से 130 अधिक होगा?
16. किसी समातंर श्रेढ़ी का प्रथम पद, सार्व-अंतर और अंतिम पद क्रमशः 12, 6 और 252 हैं।
इसके सभी पदों का योग ज्ञात कीजिए।
17. 15 के प्रथम 8 गुणजों का योग ज्ञात कीजिए।
18. क्या नीचे दी गई स्थितियों में बना अनुक्रम एक समातंर श्रेढ़ी है?
 - (i) कुल 1000 विधार्थियों में से विद्यालय सभागर में बचे विद्यार्थियों की संख्या जबकि वे विद्यालय सभागर को 25 के समूह में छोड़ते हैं।
 - (ii) प्रतिवर्ष खाते में राशि जबकि 100 रुपये प्रतिवर्ष जमा करवाए जाते हैं जिन पर 4% वार्षिक दर चक्रवृद्धि ब्याज संयोजित होता है।

19. 1 से 200 के बीच की सम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।
20. यदि $4m + 8, 2m^2 + 3m + 6, 3m^2 + 4m + 4$ एक समांतर श्रेढ़ी के तीन क्रमागत पद हों तो m का मान ज्ञात कीजिए।
21. स0 श्रे0 22, 20, 18,..... के कितने पदों का योग शून्य है?
22. एक स0 श्रे0 के दसवें पद का दस गुणा इसके बीसवें पद के 20 गुने समान है। इसका 30वां पद ज्ञात कीजिए।
23. स0 श्रे0 6, 13, 20,....., 216 का मध्यपद ज्ञात कीजिए।
24. स0 श्रे0 20, $19\frac{1}{4}, 18\frac{1}{2}, 17\frac{3}{4}, \dots$ का कौन-सा पद प्रथम श्रेणात्मक पद होगा? पद भी ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न 2

25. स0 श्रे0 7, 13, 19,....., 241 के मध्य पद ज्ञात कीजिए।
26. 10 और 5000 के बीच के उन पूर्णांकों का योग ज्ञात कीजिए जो 7 से विभाज्य हैं।
27. एक स0 श्रे0 के 5वें तथा 9वें पदों का योग 72 तथा 7वें और 12वें पदों का योग 97 है। स0 श्रे0 ज्ञात कीजिए।
28. एक स0 श्रे0 का m वां पद $\frac{1}{n}$ तथा n वां पद $\frac{1}{m}$ है। सिद्ध कीजिए कि इसका (mn) वां पद 1 है।
29. एक स0 श्रे0 का p वां पद 2 तथा q वां पद p है। सिद्ध कीजिए कि इसका n वां पद $(p + q - n)$ है।
30. यदि किसी स0 श्रे0 के p वें पद का p गुना इसके q वें पद के q गुने के बराबर हो तो सिद्ध कीजिए कि इसका $(p + q)$ वां पद शून्य होगा।
31. m के किस मान के लिए दो स0 श्रे0 (i) 1, 3, 5, 7,..... (ii) 4, 8, 12, 16,..... के m वें पद समान होंगे?
32. एक स0 श्रे0 का 24वां पद इसके 10वें पद का दो गुना है। सिद्ध कीजिए कि इसका 72वां पद इसके 15वें पद का 4 गुना है।
33. 101 और 994 के बीच उन प्राकृत संख्याओं की कुल संख्या ज्ञात कीजिए जो 2 और 5 दोनों से विभाज्य हों।

34. यदि किसी स0 श्रेणी का 7वां पद $1/9$ और 9वां पद $1/7$ है, तो इसका 63वां पद ज्ञात कीजिए।
35. एक स0 श्रेणी के 5वें और 9वें पदों का योग 30 है। यदि इसका 25वां पद इसके 8वें पद का 3 गुना हो तो स0 श्रेणी ज्ञात कीजिए।
36. यदि किसी स0 श्रेणी के प्रथम n पदों का योग $s_n = 5n^2 + 3n$ तो इसका n वां पद और सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

37. एक समातंर श्रेणी के तीसरे और सातवें पदों का योग 6 तथा गुणन 8 है। इस स0 श्रेणी के प्रथम 16 पदों का योग ज्ञात कीजिए।
38. यदि किसी स0 श्रेणी का m वां पद $\frac{1}{n}$ और n वां पद $\frac{1}{m}$ हो तो सिद्ध कीजिए। कि इसके प्रथम (mn) पदों का योग $\frac{1}{2} (mn + 1)$ है।
39. यदि किसी स0 श्रेणी के प्रथम m पदों का योग n तथा प्रथम n पदों का योग m हो तो सिद्ध कीजिए कि इसके प्रथम $(m + n)$ पदों का योग— $(m + n)$ होगा।
40. वह स0 श्रेणी ज्ञात कीजिए जिसका 4वां पद 18 है और 15वें और 9वें पद का अंतर 30 है।
41. यदि किसी स0 श्रेणी के प्रथम k पदों का योग $\frac{1}{2}(3k^2 + 7k)$ ता इसका k वां पद लिखिए तथा इसका 20 वां पद ज्ञात कीजिए।
42. किसी स0 श्रेणी के प्रथम 9 पदों का योग 162 है। इसके छठे पद का तेरहवें पद से अनुपात $1 : 2$ है। इस स0 श्रेणी का पहला और पन्द्रहवां पद ज्ञात कीजिए।
43. एक स0 श्रेणी का 10वां पद 21 है और प्रथम 10 पदों का योग 120 है। इसका n वां ज्ञात कीजिए।
44. एक स0 श्रेणी के प्रथम 7 पदों का योग 63 और अगले 7 पदों का योग 161 है इसका 28वां पद ज्ञात कीजिए।
45. एक स0 श्रेणी के प्रथम q पदों का योग $63q - q^2$ है। इसका p वां पद -60 है, p मान ज्ञात कीजिए तथा ग्यारहवां पद भी ज्ञात कीजिए।

46. किसी स0 श्रे0 का प्रथम पद –2, अंतिम पद –29 और सभी पदों का योग –155 है। इसका 11वां पद ज्ञात कीजिए।
47. किसी स0 श्रे0 के प्रथम बीस पदों का योग अगले बीस पदों के योग का एक तिहाई है। यदि इस स0 श्रे0 का प्रथम पद 1 हो तो इसके प्रथम 30 पदों का योग ज्ञात कीजिए।
48. एक स0 श्रे0 के प्रथम 10 पदों का योग अगले 10 पदों का योग का एक–तिहाई है। इसका पहला पद –5 है। प्रथम 30 पदों का योग ज्ञात कीजिए।
49. एक स0 श्रे0 का आठवाँ पद इसके दूसरे पद का आधा है तथा ग्यारहवाँ पद चौथे पद के एक–तिहाई से 1 अधिक है। इसका 15वां पद ज्ञात कीजिए।
50. एक स0 श्रे0 के प्रथम 6 पदों का योगफल 42 है। इसके 10वें पद तथा 30वें पद का अनुपात 1 : 3 है। इस स0 श्रे0 का पद तथा तेरहवाँ पद ज्ञात कीजिए।
51. एक वृद्ध महिला कृष्णा देवी ने 1,20,000 रु बैंक में 8% वार्षिक दर से जमा करावाए। प्रतिवर्ष उससे प्राप्त साधारण ब्याज को एक विद्यालय के 5 विद्यार्थियों को उनके सर्वांगीण प्रदर्शन के आधार पर छात्रवृत्ति के रूप में बांटा जाता है। प्रत्येक छात्रवृत्ति से 300 रु कम है प्रत्येक छात्रवृत्ति का का मूल्य ज्ञात कीजिए। महिला के किन मूल्यों का पता चलता है?
52. राम एक मजदूर से 10 मी0 गहरा कुआ खोदने के लिए कहता है। वह पहले मीटर को खोदने की मजदूरी 150 रु तथा आगे के प्रत्येक मीटर को खोदने की मजदूरी 50 रु बताता है मजदूर अशिक्षित होने के कारण कुल 550 रु मजदूरी की माँग करता है। मजदूर को वास्तव में कितनी मजदूरी मिलनी चाहिए? यदि राम मजदूर को 600 रु मजदूरी देता है तो राम को किन जीवन–मूल्यों का पता चलता है।

उत्तरमाला

- | | |
|--|--|
| 1. 10 | 26. 17885 |
| 2. 110 | 27. 6, 11, 16, 21, 26,..... |
| 3. $2n-1$ | 31. m का ऐसा कोई मान संभव नहीं है |
| 4. $\frac{n(n+1)}{2}$ | 33. 89 |
| 5. $n(n + 1)$ | 34. 1 |
| 6. $-5(n + 1)$ | 35. 3, 5, 7, 9, 11,..... |
| 7. $\frac{1}{9}$ | 36. $a_n = 10n - 2$ |
| 8. 3 | 37. 76, 20 |
| 9. 20 | 40. 3, 8, 13,..... |
| 10. -40 | 41. $a_k = 3k + 2, a_{20} = 62$ |
| 11. $x = 1$ | 42. 6, 48 |
| 12. $\frac{7}{5}$ | 43. $2n + 1$ |
| 13. नहीं, क्योंकि $a = 3$ (विषय संख्या), $d = 4$ (सम संख्या)ए इसलिए इस स0 श्रे0 का प्रत्येक पद विषय संख्या ही होगा। | 44. 57 |
| 14. 158 | 45. $p = 21, a_{11} = 0$ |
| 15. 44 वां | 46. -32 |
| 16. 5412 | 47. 900 |
| 17. 540 | 48. -4500 |
| 18. (i) हाँ (ii) नहीं | 49. 3क |
| 19. 9900 | 50. पहला पद = 2, 13वां पद = 26 |
| 20. 0, 2 | 51. 2520 रु. 2220 रु. 1920 रु. 1620 रु. 1320 रु. प्यार/स्नेह, दान आदि |
| 21. 23 | 52. 600 रु. ईमानदारी, यथार्थता |
| 22. 0 | |
| 23. 111 | |
| 24. 28वां, $-1/4$ | |
| 25. 121, 127 | |

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

सामांतर श्रेढ़ियाँ

अंक : 20

समय : 50 मिनट

खण्ड-अ

1. प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए। 1
2. समान्तर श्रेणी $8\frac{1}{2}, 8\frac{2}{8}, 8\frac{3}{8}, \dots$ का सार्व अन्तर क्या होग? 1

खण्ड-ब

3. 6 और 102 के बीच, 6 से विभाजित, दो अंकों वाली कितनी होगी? 2
4. स0 श्रेणी के पहले n पदों का योग $n^2 + 3n$ है। इसका 20वां पद ज्ञात कीजिए। 2

खण्ड-स

5. स0 श्रेणी के प्रथम पांच पद ज्ञात करो जिसका योग $12\frac{1}{2}$ हो और पहला तथा अंतिम पद का अनुपात $2 : 3$ हो। 3
6. स0 श्रेणी 20, 16, 12, ..., -176 का मध्य पद ज्ञात करो। 3

खण्ड-द

7. एक तीन अंकों के धन पूर्णांकों के अंक स0 श्रेणी में हैं और उनका योगफल 15 है। संख्या में से 594 घटाने पर अंक पलट जाते हैं। संख्या ज्ञात कीजिए। 4
8. स0 श्रेणी के तीन संख्याओं का योग 24 है और उनका गुणनफल 440 है। संख्याएं ज्ञात कीजिए। 4

□□□

6

अध्याय

समरूप त्रिभुज

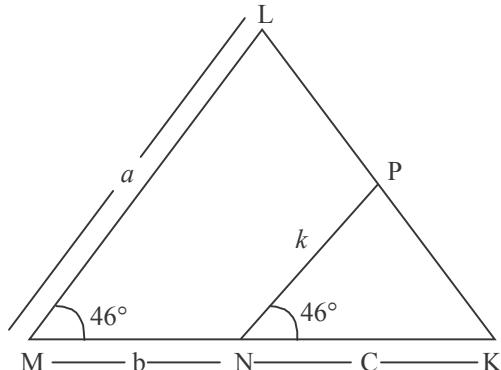
महत्वपूर्ण बिन्दु

1. दो त्रिभुज समरूप कहलाते हैं यदि उनके संगत कोण बराबर हों और उनकी संगत भुजाएँ समानुपाती हों।
2. समरूप त्रिभुज के गुणधर्म :
 ΔABC तथा ΔDEF
 - (i) **कोण—कोण—कोण समरूपता :** $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$ तथा $\angle C = \angle F$
 - (ii) **भुजा—कोण—भुजा समरूपता :**
 $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ तथा $\angle B = \angle E$
 - (iii) **भुजा—भुजा—भुजा समरूपता :** $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$
3. निम्न प्रमेयों का हल परीक्षा में पूछा जा सकता है।
 - (i) **आधारभूत आनुपातिकता :** एक त्रिभुज की एक भुजा के समांतर खींची गई रेखा अन्य दो भुजाओं को जिन दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है वे बिन्दु भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करते हैं।
 - (ii) **दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात किन्हीं दो संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।**
 - (iii) **पाइथागोरस प्रमेय :** एक समकोण त्रिभुज के कर्ण का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है।
 - (iv) **पाइथागोरस प्रमेय का विलोम :** यदि किसी त्रिभुज की भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा का समुख कोण समकोण होता है।

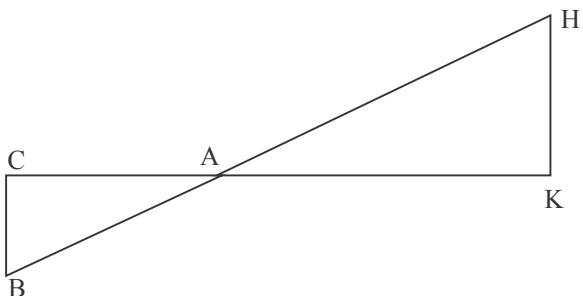
अति लघुत्तरात्मक प्रश्न

1. क्या त्रिभुज जिसकी भुजाएँ 12 सेमी., 16 सेमी तथा 18 सेमी. एक समकोण त्रिभुज है? कारण बताइए।

2. यदि $\Delta ABC \sim \Delta QRP$, $\frac{ch(\Delta ABC)}{ch(\Delta PQR)} = \frac{9}{4}$, $AB = 18$ सेमी, $BC = 15$ सेमी, तो PR ज्ञात कीजिए।
3. दी गई आकृति में $LM = LN = 46^\circ$, x को a, b तथा c के रूप में व्यक्त कीजिए।

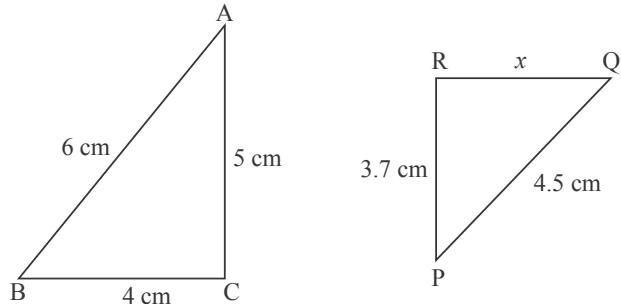


4. दी गई आकृति में, $\Delta AHK \sim \Delta ABC$. यदि $AK = 10$ सेमी $BC = 3.5$ सेमी, तथा $HK = 7$ सेमी हो तो AC ज्ञात कीजिए।

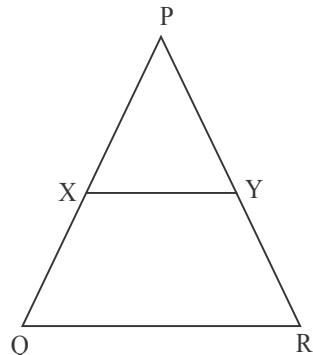


5. यदि $\Delta DEF \sim \Delta RPQ$ तो क्या यह कहना..... सत्य होगा की $\angle D = \angle R$ और $\angle F = \angle P$ है?
6. यदि दो समरूप त्रिभुजों के संगत माध्यिकों का अनुपात $5 : 7$ हो तो इनकी भुजाओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।
7. एक समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल उसके परिमाप बराबर है। यदि त्रिभुज की प्रत्येक भुजा एक सम संख्या हो तो कर्ण की लम्बाई 10cm हो तो त्रिभुज का परिमाप ज्ञात कीजिए।
8. एक हवाई जहाज एक हवाई अड्डे से पश्चिम की ओर 2100 km/hr की चाल से उड़ता है। इसी समय एक अन्य हवाई जहाज उसी हवाई अड्डे से दक्षिण की ओर 2000 km/hr की चाल से उड़ता है। 1 घंटे बाद दोनों हवाई जहाजों के बीच की दूरी कितनी होगी?

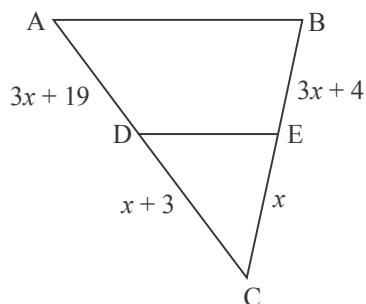
9. दो समरूप त्रिभुजों ΔABC तथा ΔDEF का क्षेत्रफल क्रमशः 225 cm^2 तथा 81 cm^2 है। यदि बड़े त्रिभुज ΔABC की सबसे बड़ी भुजा 30 cm हो तो छोटे त्रिभुज ΔDEF की सबसे बड़ी भुजा ज्ञात कीजिए।
10. दिए गए चित्र में, यदि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



11. दिए गए चित्र में, $XY \parallel QR$ तथा $\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR} = \frac{1}{2}$, तो $XY : QR$ ज्ञात कीजिए।

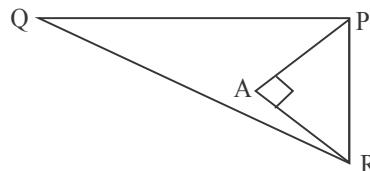


12. दिए गए चित्र में, यदि $DE \parallel AB$, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

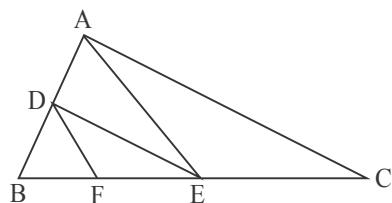


13. यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, $BC = 3EF$ तथा $\text{ar}(\Delta ABC) = 117 \text{ cm}^2$ तो $\text{ar}(\Delta DEF)$ ज्ञात कीजिए।

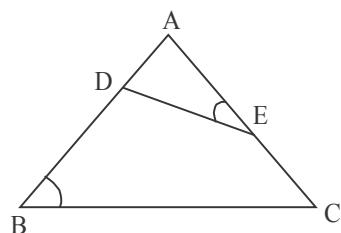
14. यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ हो और $\angle A = 45^\circ$, $\angle F = 56^\circ$ तो $\angle C$ ज्ञात कीजिए।
15. यदि दो समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाओं का अनुपात $2 : 3$ हो तो उनके संगत ऊँचाईयों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
16. दिए गए चित्र में, $PQ = 24\text{cm}$, $QR = 26\text{cm}$, $\angle PAR = 90^\circ$, $PA = 6\text{cm}$ तथा $AR = 8\text{cm}$ तो $\angle QPR$ ज्ञात कीजिए।



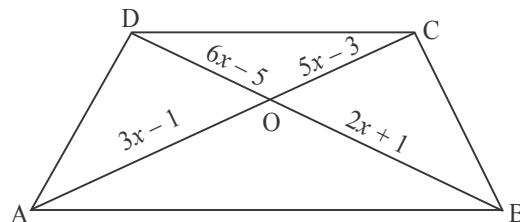
17. दिए गए चित्र में, $DE \parallel AC$ तथा $DF \parallel AE$ है। सिद्ध कीजिए $\frac{FE}{BF} = \frac{EC}{BE}$ है।



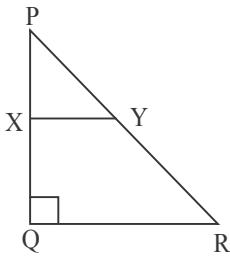
18. त्रिभुज ABC में, $AD \perp BC$ इसी प्रकार है कि $AD^2 = BD \times CD$ कीजिए ΔABC एक समकोण त्रिभुज है।
19. दिए गए चित्र में, D तथा E, भुजाओं AB तथा CA पर दो बिंदु इस प्रकार हैं कि $\angle B = \angle AED$ है। सिद्ध करो कि $\Delta ABC \sim \Delta AED$ हैं।



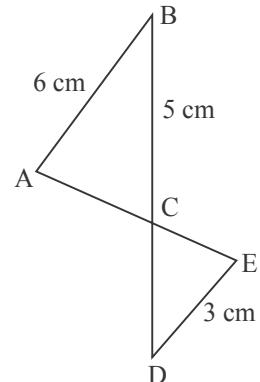
20. दिए गए चित्र में $AB \parallel DC$ तथा विकर्ण AC और BD बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $OA = 3x - 1$, $OB = 2x + 1$, $OC = 5x - 3$ और $OD = 6x - 5$, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



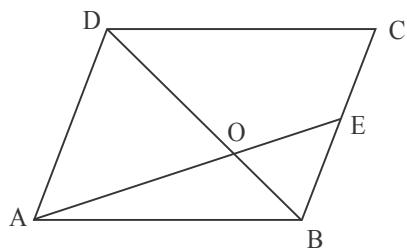
21. दिए गए चित्र में, त्रिभुज PQR एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle LQ = 90^\circ$ तथा $XY \parallel QR$ है। यदि $PQ = 6\text{cm}$, $PY = 4\text{cm}$ तथा $PX : XQ = 1 : 2$ तो PR और QR की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



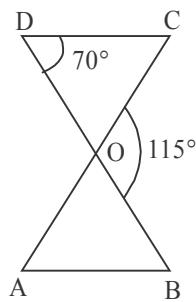
22. दिए गए चित्र में, $AB \parallel DE$. CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



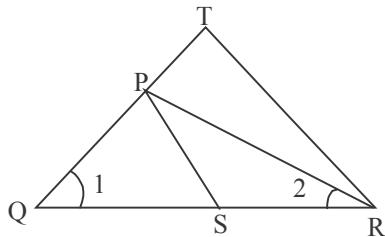
23. दिए गए चित्र में, ABCD एक समचतुर्भुज है। AE रेखा खण्ड BD को $1 : 2$ में विभाजित करता है। यदि $BE = 1.5\text{cm}$ हो तो BC ज्ञात कीजिए।



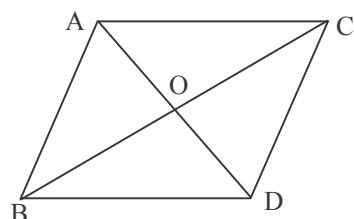
24. दिए गए चित्र में, $\triangle ODC \sim \triangle OBA$, $\angle BOC = 115^\circ$ तथा $\angle CDO = 70^\circ$ हो तो ज्ञात कीजिए (i) $\angle DOC$, (ii) $\angle DCO$, (iii) $\angle OAB$ और (iv) $\angle OBA$.



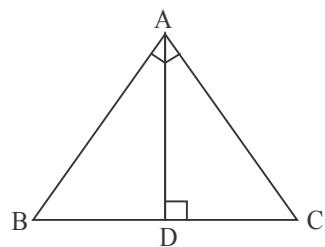
25. यदि दो समबाहु त्रिभुजों ΔABC तथा ΔPQR का परिमाप क्रमशः 144m और 96m हो तो $\text{ar}(\Delta ABC) : \text{ar}(\Delta PQR)$ ज्ञात कीजिए।
26. दिए गए चित्र में, $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ तथा $\angle 1 = \angle 2$ हो तो सिद्ध कीजिए $\Delta PQS \sim \Delta TQR$



27. एक समबाहु ΔABC में $AD \perp BC$ है। सिद्ध कीजिए $3BC^2 = 4AD^2$ है।
28. त्रिभुज ABC में, $\angle ACB = 90^\circ$ तथा $CD \perp AB$ हो तो सिद्ध कीजिए: $\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$.
29. निम्न आकृति में, ΔABC और ΔDBC एक ही आधार पर BC पर हैं: AD और BC एक दूसरे को O पर काटते हैं सिद्ध कीजिए $\frac{\text{क्षेत्रफल } (\square ABC)}{\text{क्षेत्रफल } (\square DBC)} = \frac{AO}{DO}$

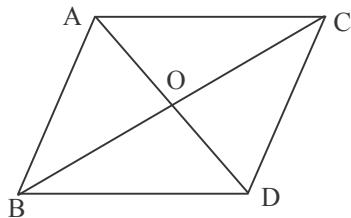


30. निम्न आकृति में, D त्रिभुज ABC की भुजा BC पर एक बिंदु इस प्रकार है कि $\angle ADC = \angle BAC$ । सिद्ध कीजिए $\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CA}$



31. निम्न आकृति में, ABC एक समलम्ब है जिसमें $AB \parallel DC$ है। विकर्ण AC और BD एक

दूसरे को O पर प्रतिछेदित करते हैं। सिद्ध कीजिए $\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{DO}$



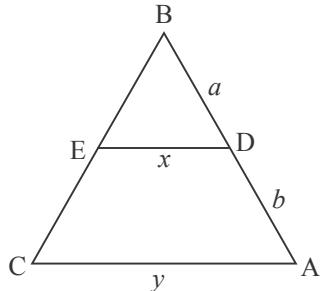
32. यदि AD और PS त्रिभुज ABC तथा त्रिभुज PQR की माध्यिकाएँ हैं जहाँ त्रिभुज $ABC \sim$

त्रिभुज PQR हो तो सिद्ध कीजिए $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PS}$.

33. त्रिभुज ABC में AD एक माध्यिका है, तो सिद्ध कीजिए कि $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$

34. दिए गए चित्र में $DE \parallel AC$ है, निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

$$x = \frac{a+b}{ay} \quad \text{या} \quad x = \frac{ay}{a+y}$$



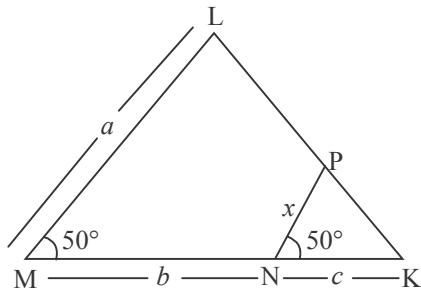
35. सिद्ध करो कि एक सम चतुर्भुज के विकर्णों के वर्गों का भोग उसकी भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है।

36. एक बिजली के खम्बे की लम्बाई 6 मी. है। अगर 1.5 मी. लम्बी महिला की परछाई 3 मी. हो तो खम्बे से महिला की दूरी ज्ञात कीजिए।

37. दो खम्बे जिनकी ऊँचाईयाँ क्रमशः a मीटर तथा b मीटर तथा हैं, आपस में p मीटर की दूरी पर स्थित हैं। सिद्ध करो कि इन खम्बों के शीर्षों को इनके समुख खम्बों के पादों को

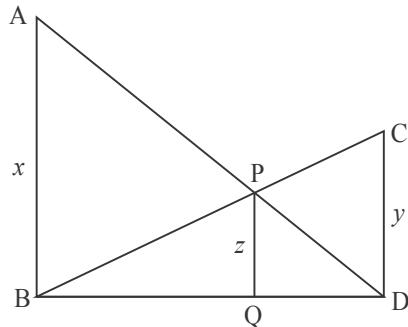
मिलाने वाली रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु की ऊँचाई $\frac{ab}{a+b}$ मीटर है।

38. दिए गए चित्र में a , b , c के रूप में x का मान ज्ञात कीजिए।

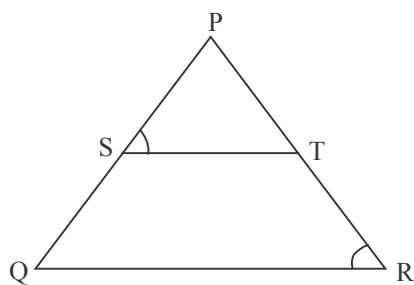


39. दिए गए चित्र में $AB \parallel PQ \parallel CD$, $AB = x$, $CD = y$ तथा $PQ = z$ है तो सिद्ध कीजिए,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$

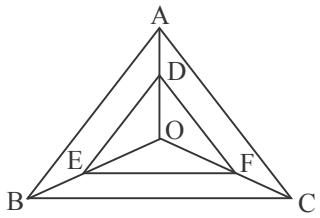


40. दिए गए चित्र में, $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ तथा $\angle PST = \angle R$ सिद्ध कीजिए त्रिभुज PQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

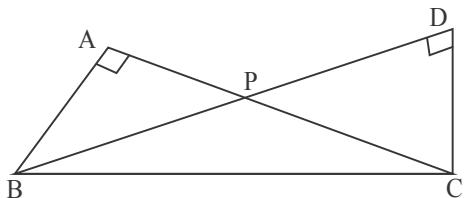


41. त्रिभुज ABC, $\angle C$ पर समकोण हैं। बिंदु P तथा Q भुजाओं CA तथा CB पर क्रमशः स्थिति हैं। सिद्ध कीजिए $AQ^2 + BP^2 = AB^2 + PQ^2$

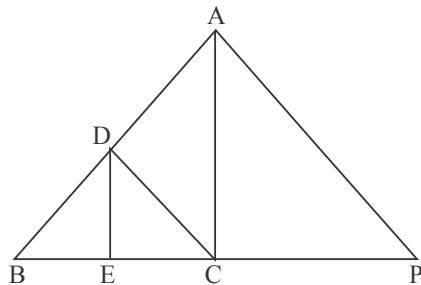
42. निम्न आकृति में, बिंदु O को त्रिभुजों के शीर्षों से मिलाया गया है। बिंदु D जो AO पर स्थित है, से $DE \parallel AB$ तथा बिंदु E जो OB पर स्थित है, से $EF \parallel BC$ खींची गई है। तो सिद्ध कीजिए $DF \parallel AC$



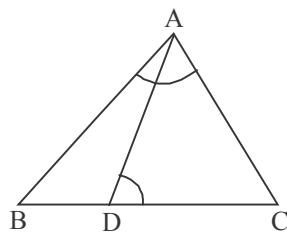
43. एक समबाहु ABC में, $AD \perp BC$, तो सिद्ध कीजिए $3AB^2 = 4AD^2$
44. समकोण त्रिभुज BAC और BDC क्रमशः A और D पर समकोण बनाती है तथा उभयनिष्ठ भुजा BC के एक ही ओर स्थित हैं। यदि भुजाएँ AC और BD एक दूसरे को P पर काटती हैं, तो सिद्ध करो कि $AP \times PC = DP \times PB$



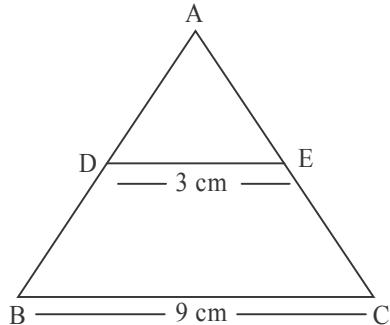
45. एक समकोण त्रिभुज में कर्ण की लम्बाई 25 सेमी है और बाकी दो भुजाओं में से एक भुजा दूसरी भुजा से 5 सेमी लम्बी है तो बाकी दोनों भुजाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
46. दिए गए चित्र में, $DE \parallel AC$ तथा $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ हों तो सिद्ध कीजिए $DC \parallel AP$.



47. चतुर्भुज ABCD में $\angle B = 90^\circ$, $AD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2$ है तो सिद्ध कीजिए $\angle ACD = 90^\circ$



48. दिए गए चित्र में, $DE \parallel BC$, $DE = 3$ सेमी, $BC = 9$ सेमी तथा $\text{cm}(\Delta ADE) = 30\text{cm}^2$.
 $\text{ar}(BCED)$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



49. पाइथागोरस प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए
50. यदि एक समबाहु त्रिभुज PQR में S भुजा QR का समत्रिभाजन बिन्दु है, तो सिद्ध करो कि: $9AS^2 = 7PQ^2$.
51. त्रिभुज ΔPQR में, $PD \perp QR$, D भुजा QR पर स्थित है। यदि $PQ = a$, $PR = b$, $QD = c$ तथा $DR = d$ और $a, b, c, d \dots$ धनात्मक इकाई हों तो सिद्ध कीजिए $(a + b)(a - b) = (c + d)(c - d)$.
52. एक समलब ABCD में $AB \parallel DC$ तथा $DC = 2AB$ है यदि EF को AB के सामान्तर खींचते हुए AD को F में तथा BC को E में इस प्रकार प्रतिच्छेद करता है कि $\frac{BE}{BC} = \frac{3}{4}$ विकर्ण DB, EF को G पर प्रतिच्छेद करता है। सिद्ध कीजिए $7EF = 10AB$.
53. सिद्ध कीजिए की दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात इनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।
54. दिए गए चित्र में, $XY \parallel AC$ इस प्रकार है कि XY त्रिभुज ABC को दो बराबर क्षेत्रफलों में बाँटता है। $\frac{AX}{AB}$ का मान ज्ञात कीजिए।
55. ABCD एक सामान्तर चतुर्भुज में शीर्ष D से एक रेखा इस प्रकार खींची गई है कि वह रेखा भुजा BA तथा BC को E तथा F पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए:
- $$\frac{DA}{AE} = \frac{FB}{BE} = \frac{FC}{CD}.$$
56. सिद्ध कीजिए कि किसी त्रिभुज की एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा का समुख कोण समकोण होता है।

उत्तरमाला

1. नहीं

2. 16 सेमी

$$3. \quad x = \frac{ac}{b+c}$$

4. 5 सेमी

5. $\angle D = \angle R$ सत्य, $\angle F = \angle P$ असत्य

6. $5 : 7$

7. 24 सेमी

8. 2900 कि. मी.

9. 18 सेमी

10. $x = 3$

11. $1 : 3$

12. $x = 2$

13. 13 वर्ग सेमी

14. 56°

15. $2 : 3$

16. 90°

20. $x = 2$

21. $PR = 12$ सेमी, $QR = 6\sqrt{3}$ सेमी

22. 2.5 सेमी

23. 3 सेमी

24. $65^\circ, 45^\circ, 45^\circ, 70^\circ$

25. $9 : 4$

$$34. \quad x = \frac{ay}{a+b}$$

36. 9 मी. **37.**

$$38. \quad x = \frac{ac}{b+c}$$

45. 15 सेमी, 20 सेमी

48. 240 वर्ग सेमी

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

समरूप त्रिभुज

अंक : 20

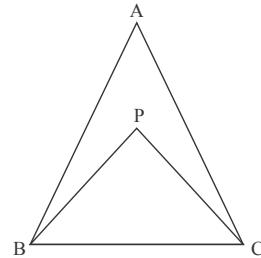
समय : 50 मिनट

खण्ड-अ

1. यदि एक समचतुर्भुज के विकर्णों की लम्बाई क्रमशः 16 सेमी तथा 12 सेमी है। समचतुर्भुज के भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 1

2. एक समबाहु त्रिभुज ABC, $AD \perp BC$ तथा $\frac{AD^2}{BL^2} = x$, तो x का मान ज्ञात कीजिए। 1

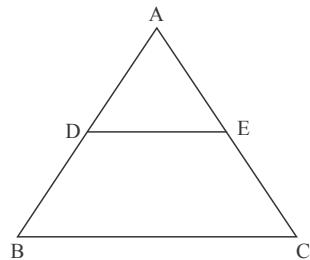
3. त्रिभुज ABC में, यदि $DE \parallel BC$, $AD = x + 1$, $DB = x - 1$, $AE = x + 3$ तथा $EC = x$, तो x का मान ज्ञात कीजिए। 2



4. दिए गए चित्र में, क्या ΔABC , ΔPBC के समरूप हैं?
यदि हाँ तो कारण बताइये। 2

5. PQR एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle Q = 90^\circ$ है। यदि $QS = SR$, तो सिद्ध कीजिए:
 $PR^2 = 4PS^2 - 3PQ^2$. 3

6. दिए गए चित्र में, $DE \parallel BC$ तथा $AD : DB = 5 : 4$, तो $\frac{\text{Area } (\square DFE)}{\text{Area } (\square CFB)}$ बताइये।



7. पाइथागोरस प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए। 4

8. $\triangle LMN$ एक समबाहु त्रिभुज है, O भुजा MN का समत्रिभाजन बिन्दु है, तो सिद्ध करो
 $\frac{LO^2}{LM^2} = \frac{7}{9}$.

□□□

7

अध्याय

निर्देशांक ज्यामिति**महत्वपूर्ण बिंदु:**

1. माना XOX^1 तथा YOY^1 दो परस्पर लंब रेखाएँ हैं। इन रेखाओं को निर्देशांक अक्ष कहते हैं। XOX^1 को x -अक्ष और YOY^1 को y -अक्ष कहते हैं।
2. x -अक्ष व y -अक्ष के प्रतिच्छेदन बिंदु 0 को मूल बिंदु कहते हैं। इसके निर्देशांक $(0, 0)$ होते हैं।
3. किसी बिंदु का x -निर्देशांक भुज तथा y -निर्देशांक कोटि कहलाता है।
4. निर्देशांक अक्ष समतल को चार चतुर्थांशों में विभाजित करता है।
 - (i) पहले चतुर्थांश में x और y दोनों निर्देशांक धनाद्यात्मक होते हैं।
 - (ii) दूसरे चतुर्थांश में x निर्देशांक ऋणात्मक व y निर्देशांक धनात्मक होता है।
 - (iii) तीसरे चतुर्थांश में x और y दोनों निर्देशांक ऋणात्मक होते हैं।
 - (iv) चौथे चतुर्थांश में x निर्देशांक धनात्मक व y निर्देशांक ऋणात्मक होता है।

5. दूरी सूत्र:

दो बिंदुओं $A(x_1, y_1)$ तथा $B(x_2, y_2)$ के बीच की दूरी

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ ईकाई}$$

6. बिंदु A, B तथा C सरेख हैं यदि वे एक ही रेखा पर स्थित हैं।
7. बिंदुओं (x_1, y_1) और (x_2, y_2) को मिलाने वाले रेखाखंड के मध्य बिंदु के निर्देशांक हैं:

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

8. खंड सूत्र

उस बिंदुओं (x_1, y_1) तथा (x_2, y_2) को मिलाने वाले रेखाखंड को $l : m$ के आंतरिक अनुपात में विभाजित करता है के निर्देशांक हैं:

$$\left(\frac{lx_1 + mx_2}{l + m}, \frac{ly_1 + my_2}{l + m} \right)$$

9. त्रिभुज का क्षेत्रफल

शीर्षों $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ तथा (x_3, y_3) वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \text{ वर्ग इकाई यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य आता है तो उपरोक्त बिंदु संखेख होंगे।}$$

$$\text{इसके केन्द्रक के निर्देशांक } \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

खंड अ (1 अंक)

1. बिन्दु A(5, -7) की y-अक्ष से दूरी बताइये।
2. यदि बिन्दुओं (x, 2) तथा (3, -6) के बीच की दूरी 10 इकाई तो x का धनात्मक मान बताइये।
3. बिन्दुओं (4, 7) तथा (2, -3) को मिलाने वाले रेखाखंड के माध्य बिंदु बताइये।
4. उस बिन्दु के निर्देशांक बताइये जहां रेखा $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5$, y-अक्ष को प्रतिच्छेद करती है।
5. यदि A तथा B क्रमशः बिन्दु (-6, 7) तथा (-1, -5) हो तो 2AB का मान बताइये।
6. बिन्दु p(5, 3) से एक रेखा y-अक्ष के समान्तर खींची जाती है इस रेखा की y-अक्ष से दूरी बताइये।
7. रेखाओं $3x + 6 = 0$ तथा $x - 7 = 0$ के बीच की दूरी बताइये।
8. रेखाखंड AB का मध्यबिन्दु (4, 0) है। यदि A के निर्देशांक (3, -2) हो तो B के निर्देशांक बताइये।
9. x-अक्ष पर किसी बिंदु की कोटि बताइये।
10. y-अक्ष पर किसी बिंदु का भुज बताइये।
11. बिंदु (3, 2) की x-अक्ष से दूरी ज्ञात कीजिए।
12. बिंदु (3, -4) की y-अक्ष से दूरी बताइए।
13. बिंदु (3, 4) की मूल बिंदु से दूरी ज्ञात कीजिए।
14. y-का मान ज्ञात कीजिए यदि बिन्दुओं (2, -3) तथा (10, y) के बीच की दूरी 10 इकाई हो।
15. x-अक्ष पर उस बिन्दु के निर्देशाक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (-2, 5) तथा (2, -3) से समान दूरी पर हो।

खण्ड 'ब' अंक 2

16. P के किस मान के लिए बिंदु (2, 1), (P, -1) और (-1, 3) सरेख हैं?
17. ΔPQR का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष P(-5, 7), Q(-4, -5) तथा R(4, 5) हैं।
18. बिन्दुओं (1, -2) और (-3, 4) को मिलाने वाले रेखाखंड को समात्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक बताइये।
19. एक Δ की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं के निर्देशांक (3, 4), (4, 1) और (2, 0) हैं Δ के शीर्ष ज्ञात करिए।
20. यदि बिंदु A(4, 3) तथा B(x, 5) एक वृत्त जिसका केन्द्र O(2, 3) है, पर स्थित हों, तो x का मान ज्ञात कीजिए।
21. बिन्दुओं (6, 4) तथा (-1, 7) को मिलाने वाले रेखाखंड को x-अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है, ज्ञात कीजिए।
22. दर्शाइए कि बिंदु (-2, 3) (8, 3) और (6, 7) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं।
23. y-अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो कि बिन्दुओं A(5, -6) तथा B(-1, -4) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को बांटता है।
24. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें y अक्ष बिन्दुओं A (5 – 6) तथा B (–1 , – 4) को मिलाने वाले रेखाखंड को बांटता हैं।
25. उस त्रिभुज के केन्द्र के निर्देशांक बताइये जिसके शीर्ष (3 – 5) (–7,4) (10 – 2) हैं।

खण्ड 'स' (3 अंक)

26. दर्शाइये कि बिंदु A (2 – 2) B (14,10), C (11,13) तथा D (-1 ,1) एक आयत के शीर्ष हैं।
27. दर्शाइये कि बिंदु A(5, 6), B(1, 5), C(2, 1) तथा D(6, 2) एक आयत के शीर्ष हैं।
28. बिंदु R, रेखाखंड AB, जबकि A(-4, 0) तथा B(0, 6) हैं को इसे प्रकार विभाजित करता है कि $AR = \frac{3}{4} AB$, तो R बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
29. एक समान्तर चतुर्भुज के तीन कमागत शार्फ बिंदु (-2, -1) (1, 0) तथा (4, 3) हैं। चौथे शीर्ष के निर्देशाक ज्ञात कीजिए।
30. यदि बिंदु P(x, y) की बिन्दुओं A(3, 6) तथा B(-3, 4) की दूरियां समान हों, तो सिद्ध कीजिए $3x + y = 5$

31. एक त्रिभुज के दो शीर्ष $(1, 2)$ तथा $(3, 5)$ हैं। यदि त्रिभुज का केन्द्रक मूल बिन्दु पर हो, तो तीसरे शीर्ष के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
32. यदि $P(x, y)$ बिंदुओं $A(a, c), B(o, b)$ को मिलाने वाले रेखाखंड स्थित हो तो सिद्ध कीजिए $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
33. बिंदुओं $A(2, 1)$ तथा $B(5, -8)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को P तथा Q इस प्रकार विभाजित करते हैं कि बिंदु P बिंदु Q के अधिक निकट है। यदि बिंदु P बिंदु A के अधिक निकट है। यदि बिंदु P , रेखा $2x - y + k = 0$ पर भी स्थित है तो K का मान ज्ञात कीजिए।
34. यदि $(3, 3)(6, y)(x, 7)$ और $(5, 6)$ क्रमानुसार एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष हैं तो X तथा Y के मान ज्ञात कीजिए।
35. यदि एक त्रिभुज जिसके शीर्ष $(1, -3)(4, P)$ और $(-9, 7)$ हैं का क्षेत्रफल 15 वर्ग ईकाई हो तो P का मान ज्ञात कीजिए।

खण्ड 'ड' (4 अंक)

36. यदि बिन्दु $A(-2, 1), B(a, b)$, और $C(4, -1)$ संरेखी हैं तथा $a - b = 1$ वो a तथा b के मान ज्ञात कीजिए।
37. यदि बिंदु $A(0, 2)$ बिंदुओं $B(3, P)$ तथा $C(P, 5)$ से समदूरस्थ हैं तो P का मान और AB की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
38. एक पहेली को हल करने के लिए एक लड़की को तीन बिंदुओं $A(7, 5), B(2, 3)$ तथा $C(6, -7)$ को क्रमानुसार स्कैच पैन द्वारा मिलाना है तीनों बिंदुओं को मिलने पर उसे एक त्रिभुजकार आकृति प्राप्त होती है। त्रिभुज किस प्रकार का है? इस प्रश्न में किस मूल्य को दर्शाया गया है?
39. मोना और निशा के घरों के निर्देशांक क्रमाश: $(7, 3)$ और $(4, -3)$ हैं जबकि उनके विद्यालय के निर्देशांक $(2, 2)$ हैं। यदि सुबह दोनों एक ही समय विद्यालय के लिए निकलती हैं और एक ही समय पर विद्यालय के लिए निकलती हैं और एक ही समय पर विद्यालय पहुंचती है प्रश्न से किन जीवन मूल्यों का पता चलता है?
40. एक अध्यापिका का तीन विद्यार्थियों को एक त्रिभुज की आकृति में खड़े होने के लिए कहती है जिसके निर्देशांक $P(-1, 3), Q(1, -1)$ और $R(5, 1)$ हैं तथा एक चौथी विद्यार्थी

इस क्रिया कलाप में भाग लेना चाहता है। वह उसे Q व R के मध्य बिन्दु 5 पर खड़ा होने के लिए कहती है उसकी P से दूरी ज्ञात कीजिए प्रश्न से किन जीवन मूल्यों का पता चलता है।

41. बिंदु P, बिंदुओं A(2, 1) तथा B(5, -8) को मिलाने वाले रेखाखंड को इस प्रकार विभाजित करता है कि $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$ यदि बिंदु P रेखा $2x - y + k = 0$ पर स्थित है, तो K का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तरमाला

- | | |
|--|---|
| 1. 5 | 21. $4 : 7$ |
| 2. 9 | 23. $(0, -2)$ |
| 3. $(3, 2)$ | 24. $5 : 1$ |
| 4. 15 | 25. $(2, -1)$ |
| 5. 26 | 26. $\left(-1, \frac{9}{2}\right)$ |
| 6. 3 | 28. $(1, 2)$ |
| 7. 9 | 31. $(-4, 7)$ |
| 8. $(5, 2)$ | 33. $k = -8$ |
| 9. 0 | 34. $x = 8, y = 4$ |
| 10. 0 | 35. $p = -3$ |
| 11. 2 units (इकाई) | 36. $a = 1, b = 0$ |
| 12. 3 units (इकाई) | 37. $p = 1, AB = \sqrt{10}$ इकाई |
| 13. 5 units (इकाई) | 38. (i) समकोण त्रिभुज (ii) खेल, क्रियाशीलता, विवेचनात्मक सोच |
| 14. 3 या -9 | 39. (a) मोना (b) समयबद्धता, यथार्थता |
| 15. $(-2, 0)$ | 40. 5 इकाई, गणित में रुचि, मित्रता, सहभागिता |
| 16. 5 | 41. -8 |
| 17. 53 वर्ग इकाई | |
| 18. $\left(-\frac{1}{3}, 0\right), \left(-\frac{5}{3}, 2\right)$ | |
| 19. $(1, 3), (5, 5), (3, -3)$ | |
| 20. $x = 2$ | |

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

निर्देशांक ज्यामिति

अंक : 20

समय : 50 मिनट

1. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $(-2, 3)$ $(8, 3)$ और $(6, 7)$ है। 1
2. m का वह मान ज्ञात करिए जिसमें बिंदु $(3, 5)$ $(m, 6)$ तथा $\left(\frac{1}{2}, \frac{15}{2}\right)$ संरेख है। 1
3. बिन्दुओं $A(c, 0)$ तथा $B(0, c)$ के बीच की दूरी क्या है? 1
4. P के किस मान के लिए बिंदु $(-3, 9)$, $(2, p)$ तथा $(4, -5)$ संरेख है? 2
5. यदि बिन्दु $(8, 6)$ तथा $B(x, 10)$ एक वृत्त जिसका केन्द्र $(4, 6)$ है पर स्थित हों तो x का मान ज्ञात करिए। 2
6. दर्शाये कि बिन्दु $A(-3, 2)$, $B(-5, -5)$, $C(2, -3)$ तथा $D(4, 4)$ एक समचतुर्भुज के शीर्ष है। 3
7. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिंदु $(2, y)$ बिंदुओं $A(-2, 2)$ तथा $B(3, 7)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करता है। y का मान ज्ञात करिए। 3
8. यदि P बिन्दुओं $A(-2, -2)$ तथा $B(2, -4)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को इस प्रकार विभाजित करता है कि $\frac{AP}{AB} = \frac{3}{7}$ तो P के निर्देशांक बताइये। 3
9. यदि $A(-5, 7)$, $B(-4, -5)$, $C(-1, -6)$ तथा $D(4, 5)$ एक चतुर्भुत के कमानुसार शीर्ष हैं तो उसके क्षेत्रफल ज्ञात करिए। 4

०००

8

अध्याय

त्रिकोणमिति

1. त्रिकोण मिति अनुपात : ΔABC में $\angle B = 90^\circ$ कोण A के लिए—

$$\sin A = \frac{\text{लंब}}{\text{कर्ण}} = \frac{\text{समुख भुजा}}{\text{कर्ण}}$$

$$\cos A = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{\text{संलग्न भुजा}}{\text{कर्ण}}$$

$$\tan A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{\text{समुख भुजा}}{\text{संलग्न भुजा}}$$

$$\cot A = \frac{\text{आधार}}{\text{लंब}} = \frac{\text{संलग्न भुजा}}{\text{समुख भुजा}}$$

$$\sec A = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{\text{कर्ण}}{\text{संलग्न भुजा}}$$

$$\csc A = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}} = \frac{\text{कर्ण}}{\text{समुख भुजा}}$$

2. व्युत्क्रम

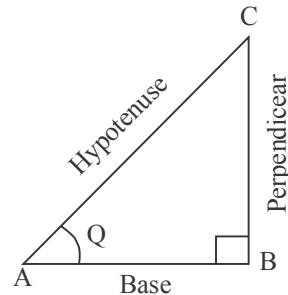
$$\sin \theta = \frac{1}{\csc \theta}, \csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}, \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}, \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

3. आनुपातिक संबंध

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$



4. सर्वसामिकाएं

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \text{ और } \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \Rightarrow \tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1 \text{ और } \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta \Rightarrow \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta - 1 \text{ और } \operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

5. कुछ विशिष्ट कोणों के त्रिकोणमिति अनुपातः

| $\angle A$ | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° |
|------------|-----------|------------|------------|------------|------------|
|------------|-----------|------------|------------|------------|------------|

| | | | | | |
|-------|---|---------------|----------------------|----------------------|---|
| Sin A | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
|-------|---|---------------|----------------------|----------------------|---|

| | | | | | |
|-------|---|----------------------|----------------------|---------------|---|
| Cos A | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
|-------|---|----------------------|----------------------|---------------|---|

| | | | | | |
|-------|---|----------------------|---|------------|-----------|
| Tan A | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | अपरिभाषित |
|-------|---|----------------------|---|------------|-----------|

| | | | | | |
|-------|-----------|------------|---|----------------------|---|
| Cot A | अपरिभाषित | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0 |
|-------|-----------|------------|---|----------------------|---|

| | | | | | |
|-------|---|----------------------|------------|---|-----------|
| Sec A | 1 | $\frac{2}{\sqrt{3}}$ | $\sqrt{2}$ | 2 | अपरिभाषित |
|-------|---|----------------------|------------|---|-----------|

| | | | | | |
|---------|-----------|---|------------|----------------------|---|
| Cosec A | अपरिभाषित | 2 | $\sqrt{2}$ | $\frac{2}{\sqrt{3}}$ | 1 |
|---------|-----------|---|------------|----------------------|---|

6. पूरक कोणों के त्रिकोणमितिय अनुपात

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta$$

$$\cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$$

$$\sec(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} \theta$$

$$\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta$$

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

- 1.** यदि $\sin \theta = \cos \theta$ तो θ का मान ज्ञात कीजिए।

2. यदि $\tan \theta = \cot(30^\circ + \theta)$ तो θ का मान ज्ञात कीजिए।
3. यदि $\sin \theta = \cos(\theta - 6^\circ)$ तो θ का मान ज्ञात कीजिए।
4. यदि $\cos A = \frac{7}{25}$ तो $\tan A + \cot A$ का मान ज्ञात कीजिए।
5. यदि $\tan \theta = \frac{4}{3}$ तो $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$ का मान ज्ञात कीजिए।
6. यदि $3x = \operatorname{cosec} \theta$ और $\frac{3}{x} = \cot \theta$ तो $3\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$ का मान बताइए।
7. यदि $x = a \sin \theta$ तथा $y = a \cos \theta$ तो $x^2 + y^2$ का मान ज्ञात कीजिए।
8. $\operatorname{cosec} 70^\circ - \sec 20^\circ$ का मान बताइए।
9. यदि $5x = \sec \theta$ और $\frac{5}{x} = \tan \theta$ तो $5\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।
10. $9 \sec^2 A - 9 \tan^2 A$ का मान बताइए।
11. $\sec \theta$ को $\cot \theta$ में व्यक्त कीजिए।
12. $\cos \theta \cos(90^\circ - \theta) - \sin \theta (90^\circ - \theta)$ का मान ज्ञात कीजिए।
13. यदि $\sin(20^\circ + \theta) = \cos 30^\circ$ तो θ का मान ज्ञात कीजिए।
14. $\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta}$ का मान बताइए।
15. $\frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न 1

सिद्ध कीजिए

16. $\sec^4 \theta - \sec^2 \theta = \tan^4 \theta + \tan^2 \theta$
17. $\sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}} = \tan \theta + \sec \theta$
18. यदि $x = p \sec \theta + q \operatorname{tna} \theta$ और $y = p \tan \theta + q \sec \theta$ तो सिद्ध कीजिए $x^2 - y^2 = p^2 - q^2$

19. यदि $7 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta = 4$ तो दिखाइए $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$
20. यदि $\sin(A - B) = \frac{1}{2}$, $\cos(A + B) = \frac{1}{2}$ तो A और B का मान ज्ञात कीजिए।
21. $\frac{\cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ}{\sin^2 59^\circ + \sin^2 31^\circ}$ का मान ज्ञात कीजिए
22. सिद्ध कीजिए: $\tan 1^\circ \tan 11^\circ \tan 21^\circ \tan 69^\circ \tan 79^\circ \tan 89^\circ = 1$
23. यदि $\sec 4A = \operatorname{cosec}(A - 20^\circ)$ तो A का मान ज्ञात कीजिए
24. यदि $3 \cot A = 4$, $\frac{\operatorname{cosec}^2 A + 1}{\operatorname{cosec}^2 A - 1}$ का मान ज्ञात कीजिए।
25. यदि $\tan(3x - 15) = 1$ तो x का मान बताइए।

लघु उत्तरीय प्रश्न 2

सिद्ध कीजिए:

26. $\frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} = \frac{1 + \sin A}{\cos A}$
27. $\frac{1}{\sec x - \tan x} - \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sec x + \tan x}$
28. $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = 1 + \tan \theta + \cot \theta = \sec \theta \operatorname{cosec} \theta + 1$
29. $(\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 + (\cos \theta + \sec \theta)^2 = 7 + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$
30. $\sec A (1 - \sin A) (\sec A + \tan A) = 1$
31. यदि $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$ तो दिखाइए कि $\cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta$
32. यदि $\tan \theta + \sin \theta = m$, $\tan \theta - \sin \theta = n$ तो दिखाइए कि $m^2 - n^2 = 4 \sqrt{mn}$.
33. यदि $\sec \theta = x + \frac{1}{4x}$, तो सिद्ध करिए $\sec \theta + \tan \theta = 2x$ या $\frac{1}{2x}$

34. यदि $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$ तो सिद्ध करिए $\cos^2 \theta + \cos^4 \theta = 1$

35. त्रिकोणमितिय सारणी को प्रयोगकिये बिना।

$\cot \theta \tan (90 - \theta) - \sec (90 - \theta) \cosec \theta + \sin^2 65^\circ + \sin^2 25^\circ + \sqrt{3} \tan 5^\circ \tan 85^\circ$ का मान ज्ञात करिए

36. सिद्ध करिए $\frac{\cot(90 - \theta)}{\tan \theta} + \frac{\cosec(90 - \theta) \sin \theta}{\tan(90 - \theta)} = \sec^2 \theta$

37. $\frac{\cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ}{\sec^2 50^\circ - \cot^2 40^\circ} + 2 \cosec^2 58^\circ - 2 \cot 58^\circ \tan 32^\circ - 4 \tan 13^\circ \tan 37^\circ \tan 77^\circ \tan 45^\circ \tan 53^\circ$. का मान ज्ञात कीजिए।

38. यदि A, B, C त्रिभुज ABC के अंत कोण हैं तो सिद्ध कीजिए $\cosec^2 = \cosec^2\left(\frac{B+C}{2}\right) - \tan^2 \frac{A}{2} = 1$

39. $\sec^2 10^\circ - \cot^2 80^\circ + \frac{\sin 15 \cos 75^\circ + \cos 15^\circ \sin 75^\circ}{\cos \theta \sin (90 - \theta) + \sin \theta \cos (90 - \theta)}$ का मान ज्ञात कीजिए।

40. सिद्ध करिए $\frac{\tan \theta - \cot \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \tan^2 \theta - \cot^2 \theta$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

सिद्ध कीजिए:

41. $\frac{\sec \theta + \tan \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1} = \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$

42. $\left(1 + \frac{1}{\tan^2 \square}\right) \left(1 + \frac{1}{\cot^2 \square}\right) = \frac{1}{\sin^2 \square - \sin^4 \square}$

43. $2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) + 1 = 0$

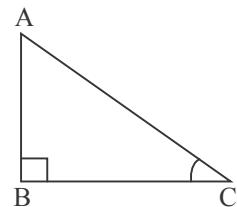
44. $(1 + \cot A + \tan A)(\sin A - \cos A) = \sin A \tan A - \cot A \cos A$

45. यदि $\sin \theta + \cos \theta = m$ और $\sec \theta + \cosec \theta = n$ तो दिखाइए $n(m^2 - 1) = 2m$

46.
$$\frac{\cot(90 - \theta) \tan \theta - \operatorname{cosec}(90 - \theta) \sec \theta}{\sin 12^\circ \cos 15^\circ \sec 78^\circ \operatorname{cosec} 75^\circ} + \frac{\cos^2(50 + \theta) \tan^2(40 - \theta)}{\tan 15^\circ \tan 37^\circ \tan 53^\circ \tan 75^\circ}$$

का मान ज्ञात कीजिए।

47. दिये गये समकोण त्रिभुज में यदि आधार और लम्ब क्रमशः परिक्षण व सफलता को प्रदर्शित करते हैं और उनके बीच अनुपात $1 : 1$ हो तो ज्ञात कीजिए : $\angle ACB$ किस गणितीय पद्धति का प्रश्न में प्रयोगकिया गया है? यहाँ किन मूल्यों को दर्शाया गया है।



48. यदि समयबद्धता और निरन्तरता दो मापन योग्य राशियाँ हैं और क्रमशः A तथा B के बराबर हैं। यदि

$$\operatorname{Sim}(A - B) = \frac{1}{2}$$

$$\cos(A + B) = \frac{1}{2} \text{ जहाँ } 0^\circ < A + B \leq 90^\circ \text{ A तथा B के मान बताइयें, इसमें किस एक}$$

और जीवन मूल्य को अपनाना चाहेंगे,

49. यदि $x = \sin^2 \theta$, $y = \cos^2 \theta$ जहाँ x तथा y ईमानदारी व परिश्रम को दर्शाते हैं।

- (a) ईमानदारी व परिश्रम को जोड़ने पर क्या प्राप्त होगा?
- (b) यहाँ किस गणितीय पद्धति का प्रयोग हुआ है?
- (c) किन मूल्यों को दर्शाता हैं।

50. सर्वसमिका सिद्ध कीजिए:

$$\frac{1}{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta} - \frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}$$

51. यदि $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = m$ और $\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = n$ है तो सिद्ध कीजिए $(m^2 + n^2) \cos^2 \beta = n^2$

52. यदि $\tan \theta + \sin \theta = m$, $\tan \theta - \sin \theta = n$, है, तो सिद्ध कीजिए $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$

53. सिद्ध कीजिए:

$$\sec^2 \theta - \frac{\sin^2 \theta - 2\sin^4 \theta}{2\cos^4 \theta - \cos^2 \theta} = 1$$

54. $\cot \theta \tan (90^\circ - \theta) - \sec (90^\circ - \theta) \operatorname{cosec} \theta + \sqrt{3} \tan 12^\circ \tan 60^\circ \tan 78^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

55. मान ज्ञात कीजिए:

$$\frac{\sec (90^\circ - \theta) \operatorname{cosec} \theta - \tan (90^\circ - \theta) \cot \theta + \cos^2 25^\circ + \cos^2 65^\circ}{3 \tan 27^\circ \tan 63^\circ}$$

उत्तरमाला

1. 45°

2. 30°

3. 24°

4. $\frac{625}{168}$

5. 7

6. $\frac{1}{3}$

7. a

8. 0

9. $\frac{1}{5}$

10. 9

11.
$$\frac{\sqrt{1 + \cos^2 \theta}}{\cot \theta}$$

12. 0°

13. 50°

14. $\tan^2 \theta$

15. $\tan \theta$

16.

17.

18.

19.

20. $A = 45^\circ, B = 15^\circ$

21. 1

22.

23. 22°

24. $\frac{17}{8}$

25. 20°

35. $\sqrt{3}$

37. -1

39. 2

46. 0

47. 45° त्रिकोणमि कठिन परिश्रम और सफलता

48. $A = 45^\circ, B = 15^\circ$ ईमानदारी, कठिन परिश्रम उत्तरदायित्व, सहयोग

49. (a) 1 (b) त्रिकोणमिति (c) ईमानदारी व कठिन परिश्रम

54. 2

55. $\frac{2}{3}$

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

त्रिकोणमिति

अंक : 20

समय : 50 मिनट

खण्ड-अ

1. यदि $\sin \theta = \frac{4}{5}$ तो $\cos \theta$ का मान ज्ञात करिए। 1
2. $\sin(45 + \theta) - \cos(45 - \theta)$ का मान बताइए 1
3. यदि $5 \tan \theta = 4$ तो $\frac{5 \sin \theta - 3 \cos \theta}{5 \sin \theta + 2 \cos \theta}$ का मान ज्ञात करिए 2
4. $\tan 35^\circ \tan 40^\circ \tan 45^\circ \tan 50^\circ \tan 55^\circ$ का मान ज्ञात करिए 2
5. सिद्ध कीजिए : $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta$ 3
6. सिद्ध कीजिए : $\frac{\cos A}{1 - \tan A} - \frac{\sin^2 A}{\cos A - \sin A} = \sin A + \cos A$ 3
7. यदि $\tan(A + B) = \sqrt{3}$ तथा $\tan(A - B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ तो x तथा y के मान ज्ञात कीजिए 4
8. सिद्ध कीजिए : $\frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1} = \frac{\cos \square}{1 - \sin \square}$ 4

□□□

9

अध्याय

त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग ऊंचाई और दूरियाँ

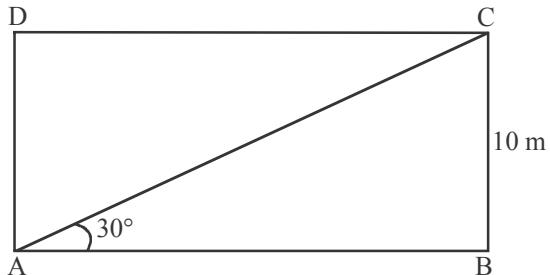
महत्वपूर्ण बिंदु:

1. दृष्टि रेखा : दृष्टि रेखा, प्रत्येक की ओंख से प्रेक्षक द्वारा देखी गई वस्तु के बिन्दु को मिलाने वाली रेखा होती हैं।
2. उन्नयन कोण : उन्नयन कोण, दृष्टि रेखा और क्षैतिज रेखा से बना कोण होता है, जबकि क्षैतिज स्तर से ऊपर होता है। अर्थात् वह स्थिति जबकि वस्तु को देखने के लिए हमें अपने सिर को ऊपर उठाना होता है।
3. ऊन्नयन कोण : ऊन्नयन कोण, दृष्टि देखा और क्षैतिज रेखा से बना होता है, जबकि यह क्षैतिज स्तर से नीचा होता है अर्थात् वह स्थिति जबकि वस्तु को देखने के लिए हमें अपने सिर को झुकाना पड़ता है।

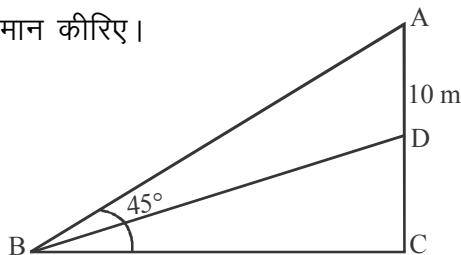
अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. एक मीनार 50 मीटर ऊँचा है। जब सर्व का उन्नयन कोण 45 है, तो मीनार की छाया क्या होगी?
2. एक 50 मीटर लंबे बॉस की छाया $\frac{50}{\sqrt{3}}$ मीटर है। सूर्य का उन्नतांश ज्ञात कीजिए।
3. $10\sqrt{3}$ मी० ऊंचाई वाली एक मीनार के शिखर का भूमि पर उस मीनार के पाद से 30 मी० की दूरी पर स्थित बिंदु से उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए।
4. एक पतंग समतल भूमि से $50\sqrt{3}$ मी० ऊंचाई पर उड़ रही है एक डोर से बंधी है, जो क्षैतिज से 60° कोण पर झुकी है। डोर की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

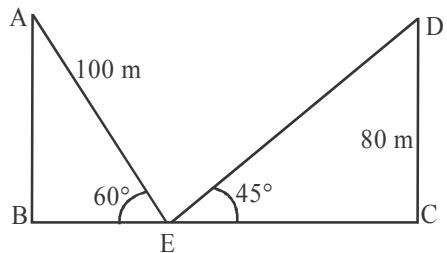
5. दी गई आकृति में आयत ABCD का परिमाप ज्ञात कीजिए।



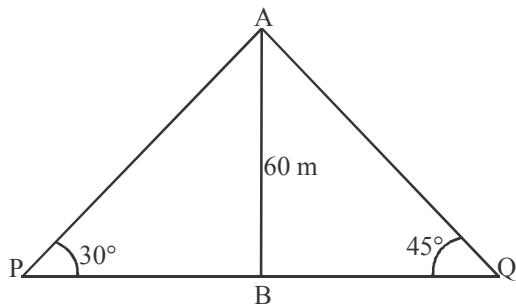
6. एक स्तंभ की छाया की लम्बाई उसकी ऊँचाई का $\sqrt{3}$ गुण है प्रकाश के स्रोत का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए।
7. आकृति में DC का मान कीरिए।



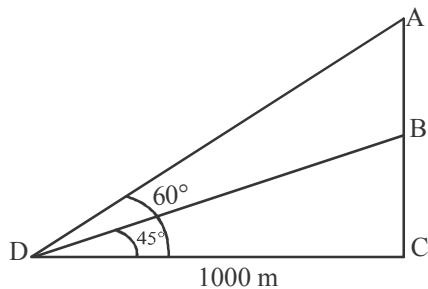
8. आकृति में BC का मान कीरिए।



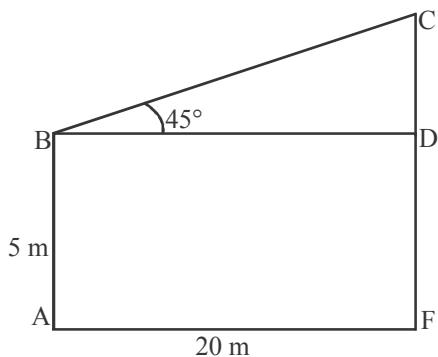
9. आकृति में दो व्यक्ति एक मीनार के विपरीत दिशा में P तथा Q पर खड़े हैं यदि मीनार AB की ऊँचाई 60मी0 है तो दोनों व्यक्तियों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।



10. आकृति में AB का मान ज्ञात कीजिए।



11. आकृति में CF का मान ज्ञात कीजिए।



12. यदि नाव की पुल से क्षैतिज दूरी 25 मी० हो और पुल की ऊँचाई 25मी० हो तो नाव का पुल से अवनमन कोण बमाइए।

लघु उत्तरीय प्रश्न

13. एक पहाड़ी के शिखर से पूर्व की ओर दो क्रमागत किमी० के पथरों के अवनमन कोण 30° और 45° के हैं। पहाड़ी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
14. एक पतंग के धागे की लम्बाई 150 मी० है तथा यह भूमितल के साथ 60° का कोण बनाती है। पतंग की भूमितल से ऊँचाई ज्ञात करिए (मान लीजिए धागे में कोई ढील नहीं है।)
15. सूर्य की ऊँचाई 45° के स्थान पर 30° होने पर एक मीनार की छाया 10 मी० अधिक हो जाती है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात करिए।
16. एक वायुमान 200 मी की ऊँचाई पर है। इससे एक नदी के दो किनारों के अवनमन कोण 45° और 60° के हैं। नदी की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

17. एक मीनार की चोटी का एक बिन्दु पर उन्नयन कोण 45° का है। मीनार की ओर 40 मी० चलने पर यह कोण 60° का हो जाता है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
18. एक वृक्ष का उपरी भाग टूटकर अपने पाद से 25 मी० की दूरी पर भूमि को स्पर्श करता है तथा मूमि के साथ 30° का कोण बनाता है। वृक्ष की ऊँचाई क्या थी?
19. एक अर्धाधर ध्वजदंड एक समतल में लगा है। इसके शिखर का 100 मी० की दूरी पर एक बिन्दु से उन्नयन कोण 45° का है। ध्वजदंड की ऊँचाई ज्ञात करिए।
20. एक पतंग के धगे की लम्बाई 200 मी० है यदि धागा भूमितल के साथ a कोण बनाता है और $\sin a = \frac{3}{5}$ हो तो पतंग की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जबकि धगे में कोई ढील नहीं है।
21. एक वायुयान 3000 मी० की ऊँचाई पर है तो वह एक दूसरे वायुयान के उपर से गुजरता है। ठीक उसी समय दोनों वायुयानों के भूमि तल पर एक बिन्दु पर उन्नयन कोण क्रमशः 60° और 45° के हैं। दोनों वायुयानों के बीच की दूरी ज्ञात करिए।
22. एक झील से 60 मी० ऊँचाई पर स्थित एक बिन्दु पर बादल का उन्नयन कोण 30° का है और बादल के झील में प्रतिबम्ब का उसी बिन्दु पर अवनमन कोण 60° का है। बादल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
23. एक व्यक्ति पानी के जहाज पर पानी से 10 मी० की ऊँचाई के तल पर खड़ा है। वह देखता है कि सामने की पहाड़ी के शिखर का उन्नयन कोण 60° का है तथा पहाड़ी के आधार पर अवनमन कोण 30° का है। जहाज से पहाड़ी की दूरी और पहाड़ी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
24. एक मीनार के शिखर पर 7 मीटर ऊँचा एक ध्वजदंड लगा है। भूमि तल पर स्थिति एक बिन्दु A पर दंड के शिखर उन्नयन कोण क्रमशः 45° व 30° के हैं। मीनार की ऊँचाई व पाद ज्ञात कीजिए।
25. गली के एक मकान की खिड़की जिसकी ऊँचाई भूमि तल से 60 मी० है से गली की विपरित दिशा में सामने बने मकान के शीर्ष व के उन्नयन कोण तथा अवनमन कोण क्रमशः 60° व 45° के हैं। दर्शाइये कि विपरीत दिशा में बने मकान की ऊँचाई $60(1 + \sqrt{3})$ मी० है।
26. एक वायुयान का भूमि के केन्द्र A से उन्नयन कोण 60° है। 30° सेकण्ड की उड़ान के पश्चात यह उन्नयन कोण 30° हो जाता है। यदि वायुयान $3600\sqrt{3}$ मी० की अचर ऊँचाई पर उड़ रहा हो तो वायुयान की गति किमी/घंटा में ज्ञात करिए।

27. 80 मीटर ऊंचे पेड़ के शिखर पर एक पक्षी बैठा है। पृथ्वी के किसी बिंदु से पक्षी का उन्नयन कोण 45° है। पक्षी क्षैतिज दिशा में प्रेक्षण बिन्दु के विपरीत इस प्रकार उड़ता है कि वह सदा समान ऊंचाई पर रहता है। 2 सेकण्ड बाद प्रेक्षण बिन्दु से पक्षी का उन्नयन कोण 30° हो जाता है। पक्षी की उड़ने की गति ज्ञात कीजिए।
28. एक 7 मी० ऊंचे भवन के शिखर से एक मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण 60° तथा मीनार के पाद का अवनमन कोण 30° है। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।
29. किसी मीनार के आधर से 9 मी० तथा 4 मी० की दूरियों पर एक ही रेखा में स्थित दो बिंदुओं से देखने पर मीनार के शिखर के उन्नयन कोण पूरक कोण पाए जाते हैं। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।
30. क्षैतिज तल पर खड़ा एक लड़का 100 मी० की दूरी पर एक पक्षी को 30° के उन्नयन कोण पर देखता है। एक लड़की जो कि 20 मी० ऊंचे भवन पर खड़ी है उसी पक्षी को 45° के कोण पर देखती है। यदि लड़का और लड़की पक्षी की विपरीत दिशा में हैं तो पक्षी की लड़की से दूरी ज्ञात कीजिए।
31. 100 मीटर ऊंचे प्रकाश—स्तंभ की चोटी से एक प्रेक्षक समुद्र में एक जहाज को ठीक अपनी मीनार आते हुए देखता है। यदि जहाज का अवनमन कोण 30° से बदलकर 60° हो जाता है तो प्रेक्षण की अवधि में जहाज द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।
32. 60 मी० ऊंचे एक भवन के शिखर से एक प्रकाश—स्तंभ के शिखर तथा पाद के उन्नयन तथा अवनमन कोण क्रमशः 30° व 60° के हैं। ज्ञात कीजिए।
 (i) प्रकाश—स्तंभ तथा भवन की ऊंचाई में अंतर
 (ii) प्रकाश—स्तंभ तथा भवन के बीच की दूरी।
33. आनन्द एक सर्कस खिलाड़ी को रस्सी पद चढ़ते देख रहा है जोकि 20 मी लम्बी है और एक उघ्घटित खंबे से बंधी है। यदि रस्सी जमीन के साथ 30° का कोण बनाती है तो खंबे की ऊंचाई ज्ञात कीजिए। यह प्रश्न आनन्द के किन जीवन मूल्यों को दर्शाता है।
34. एक सीधी सड़क पर दो दमकल केन्द्र P तथा Q हैं। उनके बीच की दूरी 20 किमी है। केन्द्रों को फोन द्वारा सूचना प्राप्त होती है कि बिल्डिंग B में आग लग गई है। बिल्डिंग B केन्द्र P से 60° तथा केन्द्र Q से 45° पर स्थित है। ज्ञात कीजिए : किस केन्द्र को अपनी बचाव टीम भेजनी चाहिए? उस टीम को बिल्डिंग तक पहुंचने कितनी दूरी तय करनी पड़ेगी? उस टीम को बिल्डिंग किन मूल्यों का शान होता है?

35. गणितीय दिवस के उपलक्ष में 1.2 मी० लम्बी लड़की भूमि से 8.2 मी० की ऊंचाई पर एक क्षैतिज रेखा में हवा में उड़ रहे गुब्बारे को देखती है। किसी क्षण लड़की की आँख से गुब्बारे का उन्नयन कोण 60° है कुछ समय बाद उन्नयन कोण घटकर 30° हो जाता है। इस अंतराल के दौरान गुब्बारे द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए। यहां किन मूल्यों को दर्शाया गया है।

उत्तरमाला

- | | |
|---|--|
| 1. 50 m | 2. 60° |
| 3. 30° | 4. 100 m |
| 5. $20(\sqrt{3} + 1)m$ | 6. 30° |
| 7. 60 m | 8. 130 m |
| 9. $60(\sqrt{3} + 1)m$ | 10. $1000(\sqrt{3} - 1)m$ |
| 11. 25 m | 12. 45° |
| 13. 1.37 km | 14. $75\sqrt{3} m$ |
| 15. 13.65 m | 16. 315.8 m |
| 17. 94.8 m | 18. 43.3 m |
| 19. 100 m | 20. 20 m |
| 21. 1268 m | 22. 120 m |
| 23. 40 m, 17.32 m | 24. 9.6 m |
| 25. 864 km/h | 26. — |
| 27. 29.28 m | 28. 28 m |
| 29. 6 m | 30. $30\sqrt{2} m$ |
| 31. 115.5 m | 32. 20 m, 34.64 m |
| 33. 10, खुशी, विनोद भाव | 34. स्टेशन P, 14.64 km, तार्किकता, सोच, सुरक्षा |
| 36. $58\sqrt{2} m$, लिंग समानता, आमोद प्रमोद | |

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग ऊंचाई और दूरियाँ

अंक : 20

समय : 50 मिनट

खण्ड-अ

- 6 मी० ऊंचे जमीन पर खड़े एक खंबे की छाया की लम्बाई $2\sqrt{3}$ मी० है तो सूर्य का उन्नताशं ज्ञात कीजिए। 1
- एक मीनार की ऊंचाई 100 मीटर है, जब सूर्य का उन्नयन कोण 30° है तो मीनार की छाया की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 1

खण्ड-ब

- समतल पर स्थित एक बिन्दु की मीनार के पाद से दूरी 20 मी० है तथा उन्नयन कोण 60° हो तो मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए। 2
- एक मीनार की ऊंचाई तथा इसकी छाया का अनुपात $1:\frac{1}{\sqrt{3}}$ है। उस क्षण सूर्य का उन्नयन कोण बताइये। 2

खण्ड-स

- सूर्य की ऊंचाई 60° के स्थान पर 45° होने पर एक मीनार की छाया 10 मी० अधिक हो जाती है। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए। 3
- एक चट्टानके शिखर के 100 मी० ऊंची मीनार के शिखर व पाद से उन्नयन कोण क्रमशः 30° तथा 45° है। चट्टान की ऊंचाई ज्ञात कीजिए। 3

खण्ड-द

- एक व्यक्ति पानी के जहाज पर पानी से 10 मीटर ऊंचाई के तल पर खड़ा है वह देखता है कि सामने की पहाड़ी के शिखर का उन्नयन कोण 60° का है तथा पहाड़ी के आधार का अवनमन कोण 30° का है। जहाज से पहाड़ी की दूरी और पहाड़ी की ऊंचाई ज्ञात करिए। 4
- एक गली मकान की खिड़की से जो 15 मी० ऊंची है, उसी गली के दूसरी ओर बने एक मकान के शिखर और पाद के उन्नयन तथा अवनमन कोण क्रमशः 30° और 45° है सिद्ध कीजिए कि दूसरे मकान की ऊंचाई 23. 66 मी० है।

□□□

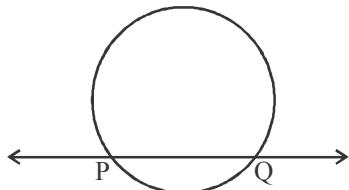
10

अध्याय

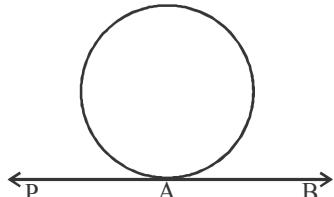
वृत्त

महत्वपूर्ण बिंदु:

1. वृत्त उन बिन्दुओं के समूह से बनता है जो एक निश्चित बिन्दु से अचर दूरी पर होते हैं। निश्चित बिन्दु वृत्त का केन्द्र कहलाता है और अचर दूरी वृत्त की त्रिज्या कहलाती है।
2. छेदक रेखा—यदि कोई रेखा किसी वृत्त को दो अभिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती हो तो वह छेदक रेखा कहलाती है।



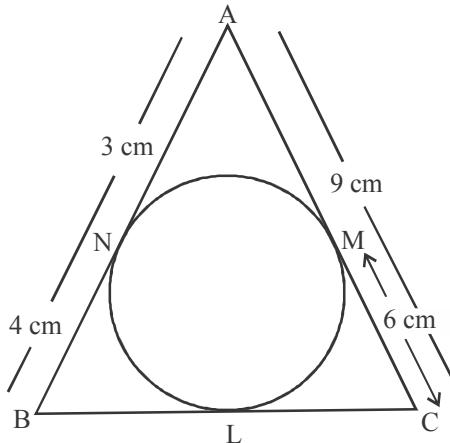
3. वृत्त की स्पर्श रेखा—वृत्त की स्पर्श रेखा वह रेखा होती है जो वृत्त को केवल एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है। जिस बिन्दु पर स्पर्श रेखा वृत्त को स्पर्श करती है उसे स्पर्श बिन्दु कहते हैं।



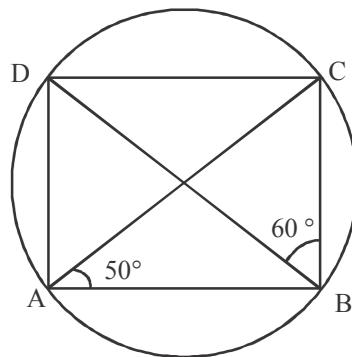
4. स्पर्श रेखा की संख्याएं—किसी वृत्त पर अंसर्व्य स्पर्श रेखाएं बनाई जा सकती हैं।
5. छेदक रेखा की संख्याएं—किसी वृत्त पर असंर्व्य छेदक रेखाएं बनाई जा सकती हैं।
6. निम्न प्रमेय सिद्ध करने के लिए पूछी जा सकती है—
 - (i) किसी वृत्त की स्पर्श रेखा, स्पर्श बिन्दु से होकर जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होती है।
 - (ii) किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर बनी स्पर्श रेखाओं की लंबाई बराबर होती है।

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

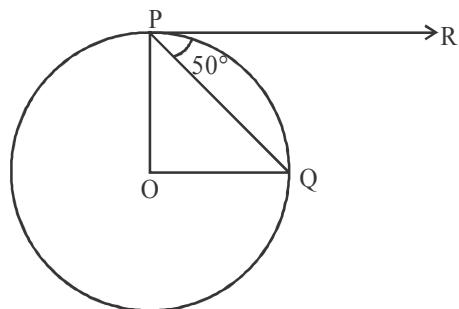
1. दिए गए चित्र में BC की लम्बाई ज्ञात करें।



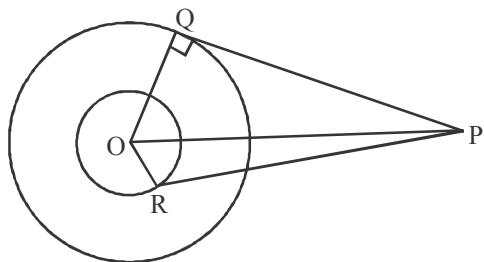
2. यदि बाह्य बिन्दु P से स्पर्श रेखा की लम्बाई 24 cm है। यदि इस स्पर्श रेखा की केन्द्र से दूरी 25 cm है तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें।
3. दिए गए चित्र में ABCD एक चतुर्भुज है। यदि $\angle BAC = 50^\circ$, $\angle DBC = 60^\circ$ तो $\angle BCD$ का मान ज्ञात करें।



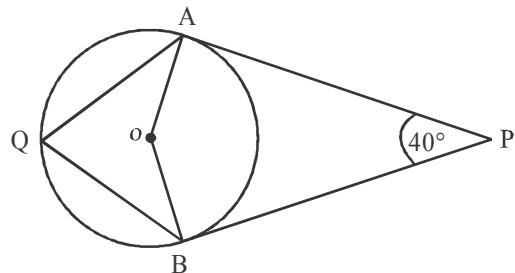
4. दिए गए चित्र में O वृत्त का केन्द्र है, PQ एक जीवा है और स्पर्श रेखा PR बिन्दु P पर 50° का कोण PQ के साथ बनाती है। $\angle POQ$ ज्ञात करें।



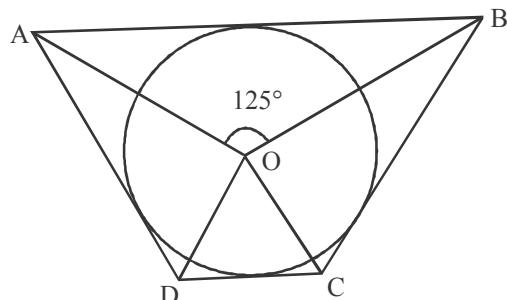
5. यदि दो स्पर्श रेखाएँ, 3 cm त्रिज्या वाले वृत्त पर इस प्रकार बनाई गई कि उनके बीच का कोण 60° हो तो स्पर्श रेखाओं की लम्बाई ज्ञात करें।
6. दो संकेन्द्री वृत्तों की त्रिज्याएँ 4 cm और 5 cm हैं। एक वृत्त की जीवा की लम्बाई ज्ञात करें जो दूसरे वृत्त पर स्पर्श रेखा हो।
7. दिए गए चित्र में PQ बाह्य वृत्त का और PR अंतः वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हैं। यदि $PQ = 4 \text{ cm}$, $OQ = 3 \text{ cm}$ और, $OR = 2 \text{ cm}$ हो तो PR की लम्बाई ज्ञात करें।



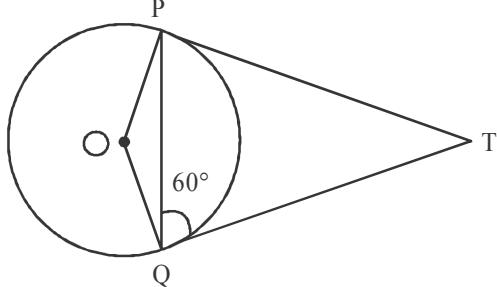
8. दिए गए चित्र में $\angle AQB$ ज्ञात करें।



9. दिए गए चित्र में $\angle ABQ = 125^\circ$ है तो $\angle COD$ ज्ञात करें।

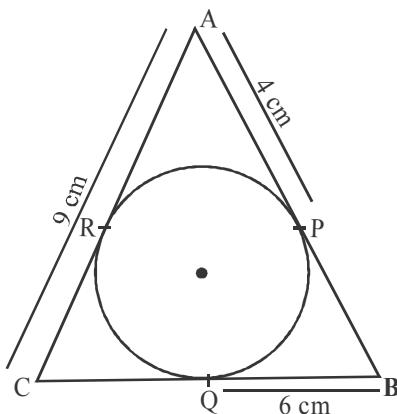


10. यदि TP और TQ बाह्य बिन्दु T से वृत्त की दो स्पर्श रेखाएं हैं और $\angle TQP = 60^\circ$ है तो $\angle OPQ$ ज्ञात करें।



लघु उत्तरीय प्रश्न 1

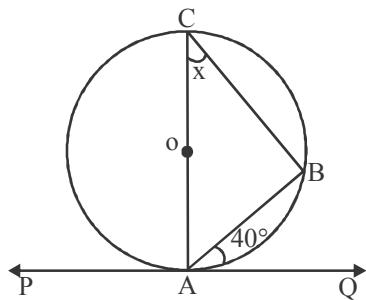
11. यदि दो संकेन्द्री वृत्तों का व्यास d_1 तथा d_2 हो ($d_1 > d_2$) तथा C वृत्त की जीवा की लम्बाई हो जो दूसरे वृत्त पर स्पर्श रेखा है। सिद्ध करो कि $d_2^2 = c^2 + d_1^2$
12. 2.5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त पर बाह्य बिन्दु P से स्पर्श रेखा की लम्बाई 6 सेमी है। बिन्दु P की वृत्त के निकटतम बिन्दु से दूरी ज्ञात करो।
13. केन्द्र O वाले वृत्त की बाह्य बिन्दु T से स्पर्श रेखाएं TP और TQ हैं। यदि $\angle OPQ = 30^\circ$ हो तो $\angle TQP$ का मान ज्ञात करें।
14. आकृति में $AP = 4 \text{ cm}$ $BQ = 6 \text{ cm}$ और $AC = 9 \text{ cm}$ है। ΔABC का परिमाप ज्ञात करें।



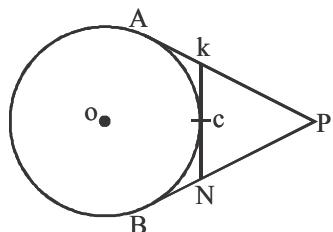
15. एक समकोण त्रिभुज जिसकी भुजाएं a , b तथा c हैं जहां c कर्ण है के अंतर्गत एक वृत्त बना है जो त्रिभुज की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है। सिद्ध करो कि वृत्त की त्रिज्या r होगी।

$$r = \frac{a+b-c}{2}$$

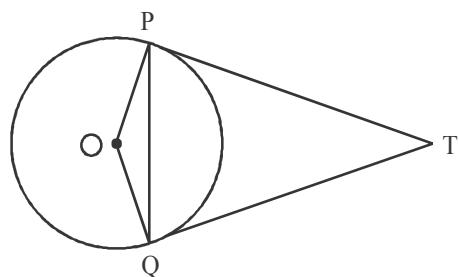
16. सिद्ध करो कि वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा, स्पर्श बिन्दु से त्रिज्या पर लम्ब होता है।
17. सिद्ध करो कि दो संकेन्द्रीय वृत्तों में बड़े वृत्त की जीवा जो छोटे वृत्त पर स्पर्श रेखा होती है स्पर्श बिन्दु पर समद्विभाजित होती है।
18. आकृति में AC केन्द्र O वाले वृत्त का व्यास है और A स्पर्श बिन्दु है तो X का मान ज्ञात कीजिए।



19. आकृति में PA और PB स्पर्श रेखाएँ हैं। सिद्ध कीजिए $KN = AK + BN$

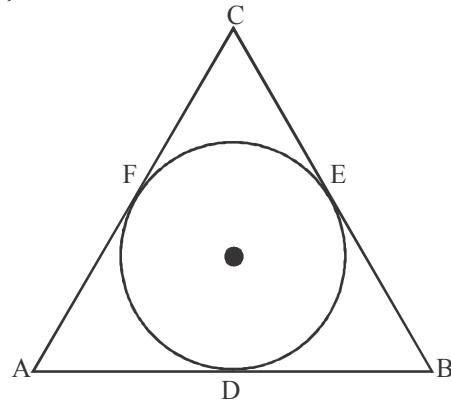


20. आकृति में जीवा PQ की लम्बाई 6 सेमी तथा वृत्त की त्रिज्या 6 सेमी है TP और TQ वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हैं। $\angle PTQ$ का मान ज्ञात कीजिए।



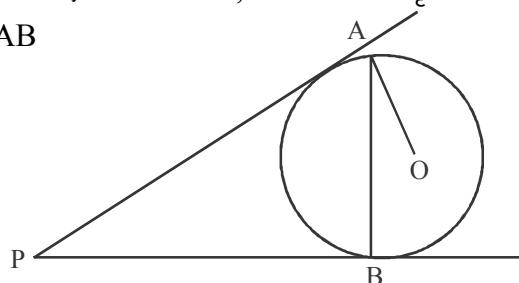
लघु उत्तरीय प्रश्न 2

21. एक त्रिभुज ABC के अन्तर्गत बने वृत्त की भुजाएं AB = 12 सेमी, BC = 8 सेमी और AC = 10 सेमी हैं तो AD, BE और CF का मान ज्ञात कीजिए।



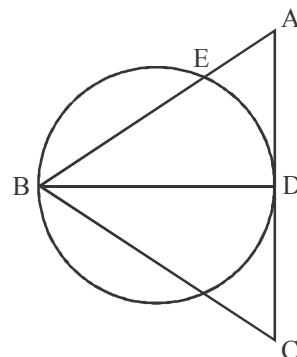
22. समकोण $\triangle ABC$ की भुजा AB को व्यास मानकर एक वृत्त खींचा जाता है। कर्ण AC को बिन्दु P पर प्रतिच्छेद करता है। सिद्ध कीजिए $PB = PC$.

23. बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएं PA तथा PB, O केन्द्र वाले वृत्त पर खींची गई। सिद्ध कीजिए $\angle APB = 2 \angle OAB$

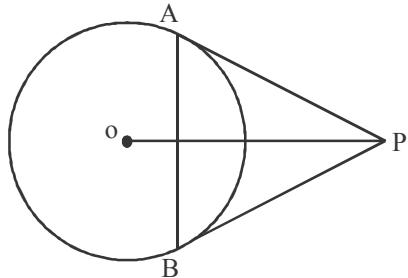


24. 9 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त के अन्दर एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC जिसकी भुजा AB = AC = 6 सेमी, स्थित है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

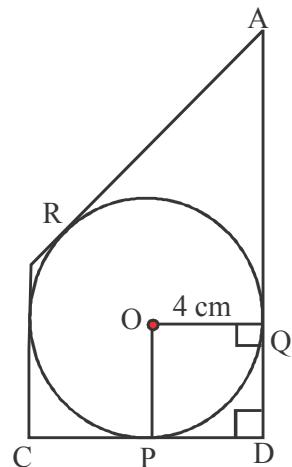
25. आकृति में AB = AC, 'D' AC का मध्य बिन्दु है तथा BD वृत्त का व्यास है तो सिद्ध कीजिए कि $AE = \frac{1}{4} AC$.



26. आकृति में OP वृत्त के व्यास के बराबर है, जहां O वृत्त का केन्द्र है। सिद्ध कीजिए $\angle ABP$ एक समबाहु त्रिभुज है।

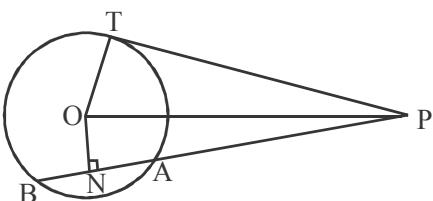


27. आकृति में $AB = 13$ सेमी, $BC = 15$ सेमी, $AD = 15$ सेमी। PC की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

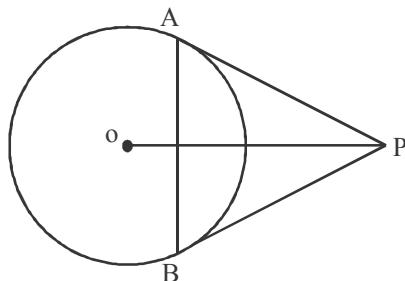


28. आकृति में बाह्य बिन्दु P से एक वृत्त जिसका केन्द्र O है पर स्पर्श रेखा PT तथा छेदक रेखा PAB खींचे गए हैं। ON जीवा AB पर लम्ब है। सिद्ध करो कि

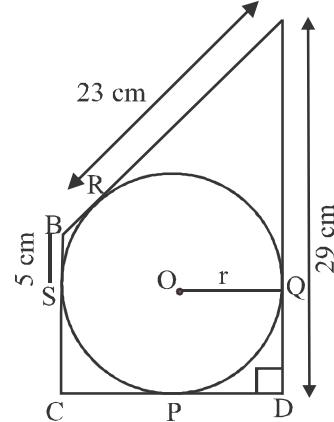
- (i) $PA \cdot PB = PN^2 - AN^2$
- (ii) $PN^2 - AN^2 = OP^2 - PT^2$
- (iii) $PA \cdot PB = PT^2$



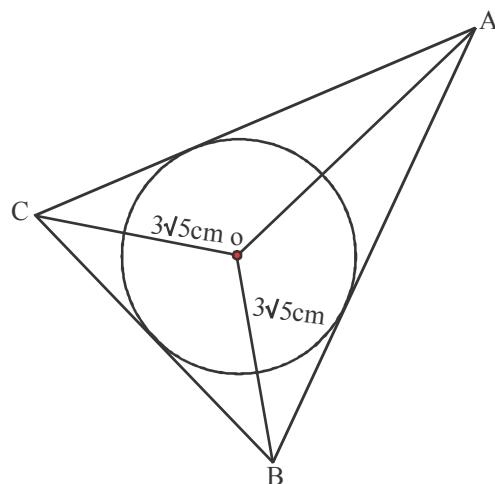
29. केन्द्र O वाले वृत्त का व्यास AB तथा जीवा AC है तथा $\angle BAC = 30^\circ$ C पर स्पर्श रेखा AB को आगे बढ़ाने पर D मिलती है। सिद्ध करो कि $BC = BD$
30. आकृति में PA और PB केन्द्र 'O' वाले वृत्त की स्पर्श रेखाएं हैं। सिद्ध कीजिए OP, AB का लम्ब समद्विभाजक है।



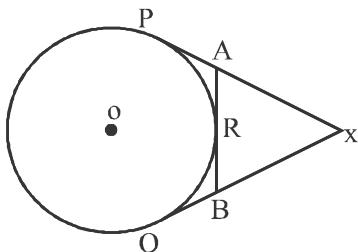
31. आकृति में वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



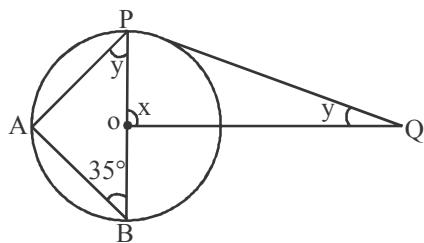
32. आकृति में यदि वृत्त की त्रिज्या 3 हो तो ΔABC का परिमाप ज्ञात कीजिए।



33. एक वृत्त त्रिभुज ABC की भुज BC को P बिन्दु पर स्पर्श करती है, भुज AB और AC को क्रमशः Q और R बाह्य बिन्दु तक बढ़ाया गया। सिद्ध कीजिए कि AQ, त्रिभुज ABC के परिमाप का आधा है।
34. आकृति में XP और XQ बाह्य बिन्दु X से केन्द्र 'O' वाले वृत्त की स्पर्श रेखा हैं। R वृत्त पर एक बिन्दु है। सिद्ध कीजिए $XA + AR = XB + BR$.



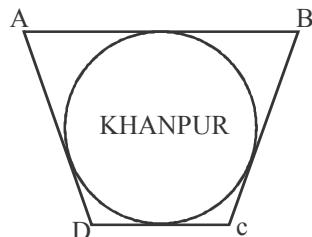
35. आकृति में PQ वृत्त की स्पर्श रेखा तथा PB व्यास है। X और Y के मान ज्ञात कीजिए।



36. गांव A और B के बीच की दूरी 7 किमी B और C के बीच की दूरी 5 किमी और C तथा A के बीच की दूरी 8 किमी है। ग्राम प्रधान तीनों गांवों A, B, C के लिए एक कुंए खुदवाना चाहता है जो तीनों गांवों से समान दूरी पर स्थित हो।
- कुंए की स्थिति क्या होनी चाहिए?
 - ग्राम प्रधान द्वारा किन जीवन मूल्यों को प्रदर्शित किया गया है?
37. गांव के लोग वृत्ताकार गांव के नजदीक एक सड़क बनाना चाहते हैं। सड़क गांव के अंदर से नहीं जा सकती लेकिन लोग चाहते हैं कि सड़क गांव के केन्द्र से न्यूनतम दूरी पर हो।
- कौन सी सड़क गांव के केन्द्र से न्यूनतम दूरी पर होगी?
 - गांव के लोगों के कौन से जीवन मूल्यों का पता चलता है?
38. आकृति में दर्शाए गए चित्र अनुसार चार सड़कें 1700 मी० त्रिज्या वाले एक वृत्ताकार गांव खानपुर को स्पर्श करती है। सविता को AB और CD सड़क बनाने का तथा विजय को AD और BC सड़क बनाने का ठेका मिलता है।

(i) सिद्ध कीजिए $AB + CD = AD + AC$

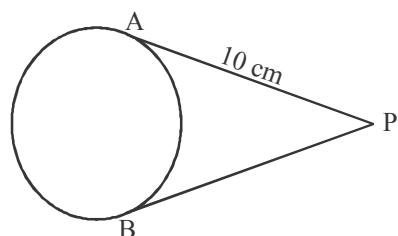
(ii) प्रश्न में कौन सा मूल्य दर्शाया गया है?



39. दो सड़के बिन्दु P से शुरू होकर एक वृत्ताकार रास्ते को बिन्दु A तथा B पर चित्र अनुसार स्पर्श करती है। सरिता P से A तक 10 किमी, दौड़ती है। उसी समय रमेश P से B तक जाता है।

(i) यदि सरिता इस दौड़ को जीत जाती है तो रमेश द्वारा तय दूरी ज्ञात करो।

(ii) यहाँ किस मूल्य को दर्शाया गया है?

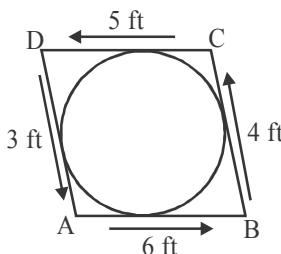


40. एक दिन रहीम ने घर आते समय रास्ते में सड़क पर एक वृत्ताकार गढ़डा देखा। उसने स्थिति का अनुमान लगाया और तुरन्त नगर निगम को इस गढ़डे के बारे में सूचना दी। नगर निगम ने गढ़डे के चारों ओर आकृति अनुसार बाड़ लगा दी।

(i) बाड़ की कुल लम्बाई ज्ञात करो।

(ii) उत्तर ज्ञात करने के लिए किस गणितीय पद्धति का उपयोग किया गया है।

(iii) यहाँ रहीम के किन मूल्यों को दर्शाया गया है?



उत्तरमाला

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

वृत्त

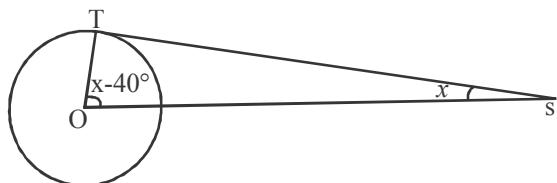
अंक : 20

समय : 50 मिनट

खण्ड-अ

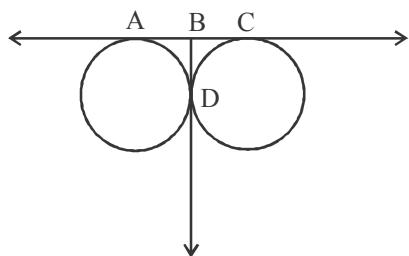
1. दिए गए चित्र में x का मान ज्ञात करें।

1



2. दिए गए चित्र में $AC = 9$ है। BD ज्ञात करें।

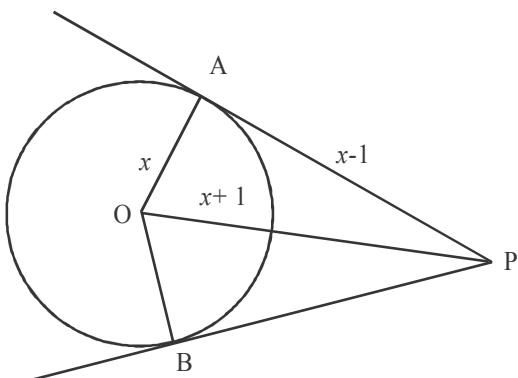
1



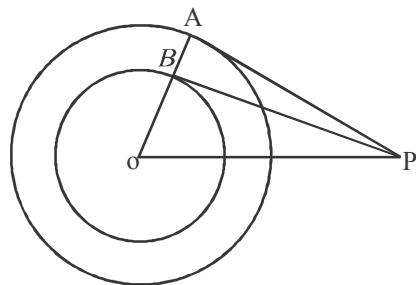
खण्ड-ब

3. x का मान ज्ञात करें।

2

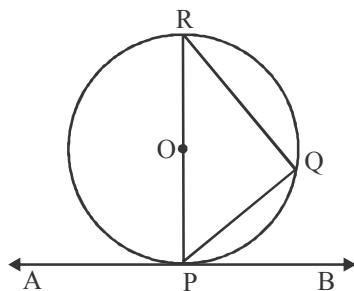


4. दो संकेन्द्री वृत्तों की त्रिज्या 6 cm और 3 cm है। बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएं PA और PB बनाई गई। यदि $AP = 10 \text{ cm}$ है तो BP ज्ञात करें। 2

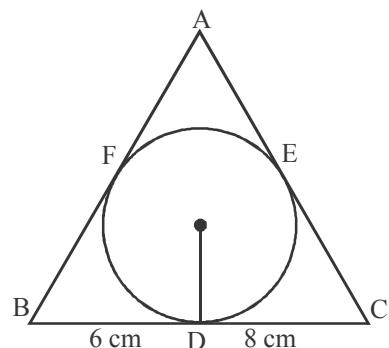


खण्ड-स

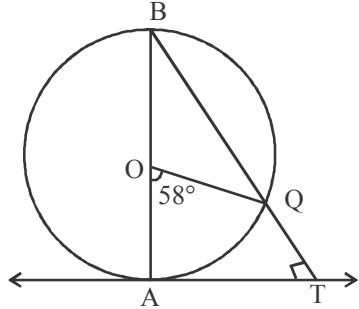
5. दिए गए चित्र में सिद्ध करें $\angle BPQ = \angle PRQ$ जहां AB वृत्त की स्पर्श रेखा है। 3



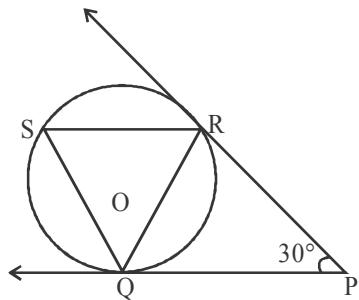
6. एक त्रिभुज ABC के अन्तर्गत बने वृत्त की त्रिज्या 3 सेमी है। $BD = 6$ सेमी $DC = 8$ सेमी है। यदि ΔABC का क्षेत्रफल 63 वर्ग सेमी हो तो भूजा AB ज्ञात करें। 3



7. AB वृत्त का व्यास है। AT उसकी स्पर्श रेखा है। यदि $\angle AOQ = 58^\circ$ है तो $\angle ATQ$ ज्ञात करें।



8. PQ और PR बाह्य बिन्दु P से खींची गई दो स्पर्श रेखाएँ हैं। $\angle RPQ = 30^\circ$ है। जीवी RS स्पर्श रेखा PQ के समांतर है। $\angle RQS$ ज्ञात करें 4



□□□

11

अध्याय

रचनाएँ

महत्वपूर्ण बिन्दु:

1. रचना साफ और स्वच्छ बनाएं।
2. समरूप त्रिभुज बनाते समय हमें अपना स्केल का ध्यान रखना चाहिए।
3. रचना के पद तभी लिखें जब आप से कहा जाए।
4. रचना बनाते समय परकार और मापक का प्रयोग ही करें व्यापक कोण बनाते समय प्रोट्रैक्टर का प्रयोग किया जा सकता है।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. त्रिभुज ABC के समरूप त्रिभुज बनाने के लिए जिसकी भुजाएं त्रिभुज ABC की संगत भुजाओं का $\frac{5}{3}$ है। एक किरण BX इस प्रकार खींचते हैं कि $\angle CBX$ न्यून कोण हो और X, A के विपरित दिशा में BC के सापेक्ष हो। BX पर कितने बिन्दु बराबर दूरी पर लगायेंगे।
2. वृत पर स्पर्श रेखाओं का युग्म इस प्रकार खींचा जाता है कि दोनों रेखाओं के बीच का कोण 30° हो तो दोनों त्रिज्याओं के बीच का कोण बताइये।
3. त्रिभुज ABC के समरूप त्रिभुज बनाने के लिए जिस की भुजाएं त्रिभुज ABC की संगत भुजाओं का $2/5$ हैं। पहले एक किरण BX इस प्रकार खींची जाती है $\angle CBX$ न्यून कोण हो और X, A के विपरित दिशा में BC के सापेक्ष हो तब बिन्दु $B_1, B_2, B_3, \dots, B_x$ पर पद बराबर बराबर दर्शाये जाते हैं तो कौन से दो बिन्दु अगले चरण में मिलाये जाएंगे?
4. एक रेखाखंड AB को 3:7 के अनुपात में विभाजित करने के लिए AX बराबर बराबर दूरी पर कितने बिन्दु चिन्हित करने पड़ेंगे?
5. वृत के अन्दर स्थित बिन्दु से कितनी स्पर्श रेखाएं खींची जा सकती हैं?

6. एक रेखाखंड AB को 4:5 के अनुपात में विभाजित करने के लिए AX किरण इस प्रकार खींची जाती है कि $\angle BAX$ न्यूनकी 01 हो और तब A_1, A_2, A_3, \dots बिन्दु AX बराबर बराबर दूरी पर दर्शाये जाते हैं। | किरण AX किस बिन्दु को B से मिलाया जाएगा।
7. एक रेखाखंड AB को 4:5 के अनुपात में विभाजित करने के लिए बिन्दु A_1, A_2, A_3, \dots और B_1, B_2, B_3, \dots किरण AX तथा BX पर बराबर-बराबर दूरी पर चिह्नित हैं तो कौन से दो बिन्दुओं को रेखाखंड को विभाजित करने के लिए मिलाना चाहिए?

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

8. रेखाखंड AB = 8 सेमी. खींचिए। AB पर एक बिन्दु C इस प्रकार लीजिए कि $AC = \frac{1}{3}CB$
9. एक $\triangle ABC$ की रचना कीजिए। जिसमें AB = 6.5 सेमी., $\angle B = 60^\circ$ तथा BC = 5.5 सेमी. एक अन्य त्रिभुज $AB'C'$ की रचना कीजिए जो ABC के समरूप हो तथा जिसकी प्रत्येक भुजा $\triangle ABC$ की संगत भुजा का $3/2$ हो।
10. एक त्रिभुज $\triangle ABC$ की रचना कीजिए जिसमें BC = 5 सेमी., CA = 6 सेमी. और AB = 7 सेमी.। एक अन्य $\triangle A'BC'$ की रचना कीजिए जो $\triangle ABC$ के समरूप हो तथा जिसकी प्रत्येक भुजा $\triangle ABC$ की संगत का $7/5$ हो।
11. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजाएं 4 सेमी., 5 सेमी. तथा 7 सेमी. की हो। इसके समरूप एक अन्य त्रिभुज की रचना करिए जिसकी प्रत्येक भुजा दिये गये त्रिभुज की संगत भुजा का $2/3$ गुने के बराबर हो।
12. एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजाएं (कर्ण को छोड़कर) 87 सेमी. तथा 6 सेमी. लम्बाई हो। इसके समरूप एक अन्य त्रिभुज की रचना करिए जिसकी प्रत्येक भुजा दिये गये त्रिभुज की संगत भुजा के $3/4$ गुने के बराबर हों।
13. $\triangle ABC$ की रचना करिए जिसमें BC = 8 सेमी., $\angle B = 45^\circ$ इसके समरूप एक अन्य त्रिभुज की रचना करिए जिसकी भुजाएं $\triangle ABC$ की संगत भुजाओं के $3/4$ गुने के बराबर हो।
14. $\triangle ABC$ की रचना कीजिए AB = 15 सेमी., BC = 27 सेमी. और $\angle BAC = 50^\circ$ एक अन्य $A'BC'$, $\triangle ABC$ के समरूप बनाइये जिसमें $BA' = 25$ सेमी. और $BC' = 45$ सेमी. मापन स्केल भी बताइए।

15. ΔABC की रचना करिए जिसमें $AB = 5$ सेमी. $\angle B = 60^\circ$ और शीर्ष $CD=3$ सेमी., $\Delta AQR \sim \Delta ABC$ की रचना करिए ताकि ΔAQR के प्रत्येक ΔABC की संगत भुजाओं के 1.5 गुने के बराबर हो।
16. 6 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए वृत्त पर स्पर्श रेखाओं का एक युग्म इस प्रकार खींचिए कि दोनों स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण 60° हो।
17. एक समद्विबाहु ΔABC की रचना कीजिए जिसमें $AB=AC$ और आधार $BC = 7$ सेमी., उर्ध्वाधर कोण $= 120^\circ$, $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ की रचना कीजिए जिसकी प्रत्येक भुजा, ΔABC की संगत भुजाओं के $1\frac{1}{3}$ गुने के बराबर हो।
18. 3 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए केन्द्र से 5 सेमी. की दूरी पर बाह्य बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखाएं खींचिए तथा उनकी लम्बाई भी माप कर लिखिए।
19. केन्द्र 0 तथा 4 सेमी त्रिज्या का वृत्त खींचिए उसका व्यास POQ खींचिए। P या Q से वृत्त की स्पर्श रेखा खींचिए।
20. 5 सेमी. व 3 सेमी. त्रिज्या वाले दो वृत्त जिनके केन्द्र एक दूसरे से 9 सेमी. दूर हैं। प्रत्येक वृत्त के केन्द्र से दूसरे वृत्त पर स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए।
21. 6 सेमी. तथा 4 सेमी. त्रिज्या के दो संकेन्द्रीय वृत्त खींचिए। बाह्य वृत्त के किसी बिन्दु से अंतः वृत्त पर स्पर्श रेखा की रचना करिए और उसकी लम्बाई माप कर लिखिए।
22. 3 सेमी. त्रिज्या का वृत्त खींचिए। इसके बढ़े हुए व्यास पर दो बिन्दु P तथा Q जो केन्द्र से प्रत्येक 7 सेमी. की दूरी पर हैं इस बिन्दुओं से वृत्त पर स्पर्श रेखाओं की रचना करिए।
23. $PQ=10$ सेमी. का एक रेखाखंड खींचिए। PA पर एक बिन्दु S इस प्रकार लीजिए कि $\frac{PA}{PQ} = \frac{2}{5}$ PA तथा PQ की लम्बाई माप कर लिखिए।
24. एक समबाहु ΔPQR खींचिए जिसकी प्रत्येक भुजा 5 सेमी. है ΔPQR बनाइये ताकि $\frac{PQ}{PQ'} = \frac{1}{2}$

25. 8 सेमी. लम्बाई की एक रेखाखंड खींचिए और इसे 5:8 में विभाजित कीजिए तथा दोनों हिस्सों की माप भी बताइए।
26. सफाई अभियान हेतु स्कूल के छात्र एक रैली निकालते हैं वे तीन रास्तों AB, BC तथा CA पर चलते हैं और एक त्रिभुज बनाते हैं। ΔABC की रचना कीजिए $AB = 7$ सेमी. $BC = 7.5$ सेमी. $CA = 6.5$ सेमी। ΔABC के समरूप Δ की रचना कीजिए जिसकी प्रत्येक भुजा ΔABC की संगत भुजाओं का $\frac{3}{2}$ गुना हो इस प्रश्न में मूल्य को दर्शाया गया है?
27. अमित के पास जमीन का एक त्रिभुजाकार टुकड़ा है जिसमें आधार $BC = 4.2 \text{ cm}$ $\angle A = 45^\circ$ और A से शीर्ष लंब 2.5 है। वह इसके समरूप दूसरा त्रिभुजाकार टुकड़ा खरीदना चाहता है जिसकी संगत भुजाएं पहले वाले त्रिभुज की संगत भुजाओं का $\frac{1}{2}$ गुना हो इसे वह वृद्धाश्रम को दान देता है। इस Δ की रचना करिए। जीवन के कौन से मूल्य इस प्रश्न में प्रयोग किए गये हैं।
28. 8 सेमी. लम्बाई के रेखाखंड को 3 : 4 में विभाजित करए संयुक्त परिवार को सफल परिवार में विभाजित होना अच्छा है या बुरा। अपने उत्तर के सपोर्ट का कारण भी बताइये।
29. 5 सेमी. त्रिज्या का वृत्त खींचिए व्यास के सिरों से स्पर्श रेखाएं खींचिए। तुम क्या अवलोकन करते हो यदि प्रत्येक स्पर्श रेखा मानव के गुणों को दर्शाती है एक अच्छे मानव को किन गुणों को अपनाना चाहिए।

उत्तरमाला

- | | |
|----------------|--------|
| 1. 5 | 2. 150 |
| 3. B 5 से C | 4. 10 |
| 5. 0 | 6. A 9 |
| 7. A 4 तथा B 5 | |

अभ्यास प्रश्न पत्र

समय :- 1 घंटा

अधिकतम अंक - 20

खंड-अ

- रेखाखंड $AB = 8$ सेमी. का लंब समद्विभाजिक खींचिए।
- एक दी हुई रेखा के समान्तर रेखा की रचना करए।

खंड-ब

- 75° को कोण बनाइए तथा उसका समद्विभाजक खींचिए।
- 5.6 सेमी. लम्बाई का रेखाखंड खींचिए। उसे 2:3 के अनुपात में विभाजित करए।

खंड-स

- 3.5 सेमी. त्रिज्या का वृत्त खींचिए। इसके केन्द्र से 5.5 सेमी की दूरी पर स्थित बाह्य बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखाएं खींचिए।
- 3.5 सेमी. त्रिज्या के वृत्त की रचना करए तथा इस पर दो स्पर्श रेखाएं इस प्रकार खींचिए जो परस्पर 120° के कोण पर अंतरित हो।

खंड-द

- त्रिभुज की रचना करए जिसमें $AB = 4$ सेमी. $BC = 5$ सेमी. और $AC = 7$ सेमी। $\triangle ABC$ के समरूप एक दूसरा त्रिभुज बनाइये जिसकी संगत भुजाएं दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं का $5/7$ गुना हो।
- एक समकोण $\triangle ABC$ बनाइये जिसमें $AB = 6$ सेमी. $BC = 8$ सेमी. $\angle B = 90^\circ$ AC पर B से BD लंब खींचिए। B, C तथा D से होता हुआ वृत्त बनाइये तथा A से वृत्त पर स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए।

12

अध्याय

वृत्तों से सम्बंधित क्षेत्रफल

महत्वपूर्ण बिन्दु:

1. यदि एक वृत्त की त्रिज्या 'r' हो तो:

$$(i) \text{ परिधि} = 2\pi r \text{ या } \pi d \text{ हो } d = 2r \text{ है।}$$

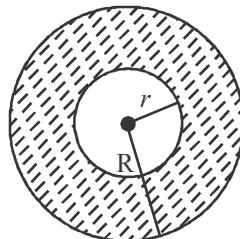
$$(ii) \text{ क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$(iii) \text{ अर्धवृत्त का क्षेत्रफल} = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$(iv) \text{ चतुर्थांश का क्षेत्रफल} = \frac{\pi r^2}{4}$$

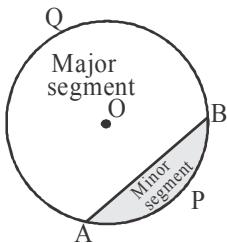
2. दो संकेन्द्रीय वृत्तों द्वारा आन्तरित क्षेत्रफल

यदि दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्या में R तथा r है तो दोनों वृत्तों द्वारा आन्तरित क्षेत्रफल
 $= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = \pi(R + r)(R - r)$



3. त्रिज्याखण्ड और उसका क्षेत्रफल

किसी वृतीय क्षेत्र के उस भाग को जो वृत्त की दो त्रिज्याओं और उनके संगत चाप द्वारा घिरा हो, उस वृत्त का एक त्रिज्यखण्ड कहते हैं। दिए गए चित्र में APB लघु त्रिज्यखण्ड तथा AQB दीर्घ त्रिज्यखण्ड हैं।



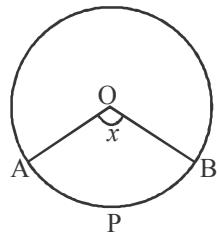
$$\text{त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल जिसका त्रिज्यखण्ड कोण } \theta \text{ है} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{1}{2} lr$$

$$\begin{aligned}\text{कोण } \theta \text{ वाले त्रिज्यखण्ड के संगत चाप की लम्बाई} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r \\ &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi d\end{aligned}$$

4. वृत्तखण्ड और उसका क्षेत्रफल :

वृत्तीय क्षेत्र का वह भाग जो एक जीवा और संगत चाप के बीच में परिबद्ध हो, एक वृत्तखण्ड कहलाता है। दिए गए चित्र में APB लघु वृत्तखण्ड तथा AQB दीर्घ वृत्तखण्ड है।



वृत्तखण्ड APB का क्षेत्रफल = त्रिज्याखण्ड OAPB का क्षेत्रफल - $\triangle OAB$ का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$

5. कुछ महत्वपूर्ण परिणाम :

- (i) यदि दो वृत्त अन्तः स्पर्श करते हैं, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के अन्तर के बराबर होती है।
- (ii) यदि दो वृत्त बाह्यतः स्पर्श करते हैं, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के योगफल के बराबर होती है।

- (iii) किसी घूमते हुए पहिये द्वारा एक चक्कर में तय की गई दूरी उस पहिये की परिधि के बराबर होती है।
- (iv) किसी घूमते हुए पहिये द्वारा मिनट में लगाये गये चक्करों की संख्या
- $$= \frac{\text{एक मिनट में चली गयी दूरी}}{\text{पहिये की परिधि}}$$
- (v) लघु त्रिज्याखण्ड वृत्त के केन्द्र पर लघु कोण (मान लीजिए θ) आन्तरित करता है जबकि दीर्घ त्रिज्याखण्ड केन्द्र पर अधिककोण ($360^\circ - \theta$) आन्तरित करता है।
- (vi) वृत्त के लघु तथा दीर्घ त्रिज्याखण्डों के क्षेत्रफलों का योगफल वृत्त के क्षेत्रफल के बराबर होता है।
- (vii) किसी त्रिज्याखण्ड का परिमाप उसकी संगत चाप तथा संगत त्रिज्याओं के योगफल के बराबर होता है।
- (viii) किसी त्रिज्याखण्ड का परिमाप उसकी संगत चाप तथा संगत त्रिज्याओं के योगफल के बराबर होता है।
- (ix) मिनट की सुई द्वारा 60 मिनटों में बनाया कोण = 360°
- (x) मिनट की सुई द्वारा 1 मिनटों में बनाया गया कोण = 6°

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

- यदि एक अर्धवृत्ताकार चॉदे का व्यास 14 सेमी है, तो इसकी परिधि ज्ञात कीजिए।
- एक वृत्त की परिधि तथा क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से समान हो तो वृत्त का व्यास ज्ञात कीजिए।
- ' a ' सेमी भुजा वाले वर्ग के अन्तर्निहित एक वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- एक वृत्त के त्रिज्याखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिल्या r तथा संगत चाप की लम्बाई l है।
- एक पहिए की त्रिज्या 0.25 मी. है। पहिए द्वारा 11 किमी दूरी तय करने में लगाए गए चक्करों की संख्या ज्ञात कीजिए।
- यदि एक वृत्त का क्षेत्रफल 616 वर्ग सेमी हो तो इसकी परिधि ज्ञात कीजिए।
- एक 6 सेमी वाले वर्ग के अन्तर्निहित वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- एक वृत्त का क्षेत्रफल दो वृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है। दोनों वृत्तों की त्रिज्याएं

24 सेमी तथा 7 सेमी है तो बड़े वृत का व्यास ज्ञात कीजिए।

9. एक तार को मोड़कर 35 सेमी त्रिज्या का वृत बनाया जा सकता है। यदि इसी तार को एक वर्ग के आकार में मोड़ा जाए तो वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
10. एक वृत की त्रिज्या 6 सेमी है तथा एक चाप की लम्बाई 3π सेमी है। इस चाप द्वारा वृत के केन्द्र पर आन्तरिक कोण का मान ज्ञात कीजिए।
11. एक वृत के त्रिज्याखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात करने के सूत्र लिखिए जिसका केन्द्र पर θ (अंश में) का कोण तथा त्रिज्या r है।
12. यदि दो वृतों की परिधियों 2:3 के अनुपात में हो, तो इनके क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।
13. एक वृत की परिधि तथा त्रिज्या का अन्तर 37 सेमी हो तो वृत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

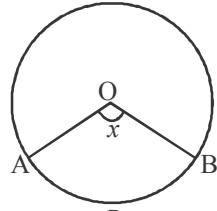
$$\left(\pi = \frac{22}{7} \right) \text{ लें}$$

14. यदि एक वृत का व्यास 40% बढ़ा दिया जाए तो कितने प्रतिशत से इसका क्षेत्रफल बढ़ेगा।
15. एक घड़ी की घण्टे की सुई की लम्बाई 6 सेमी है। प्रातः 11:20 बजे से 11:55 बजे तक घण्टे की सुई द्वारा अंकित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

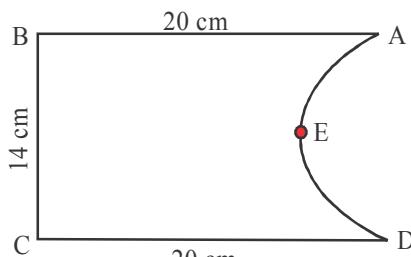
लघुत्तरात्मक प्रश्न 1

16. एक वृत के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 22 सेमी है।
17. 10 सेमी त्रिज्या वाले वृत की किसी चाप की लम्बाई 5π सेमी. हो तो उस चाप द्वारा वृत के केन्द्र पर आन्तरिक कोण का मान ज्ञात कीजिए।
18. यदि एक वर्ग का वृत के अन्तर्निहित हो, तो वृत तथा वर्ग के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
19. यदि किसी अर्धवृत की परिधि 18 सेमी. हो तो उसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
20. यदि एक वृत की परिधि एक वर्ग के परिमाप के बराबर हो तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?
21. एक वृत का व्यास तथा एक समबाहु त्रिभुज की भुजा की लम्बाई समान हो तो इनके क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

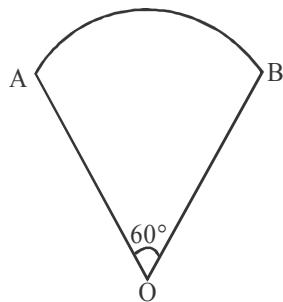
22. संलग्न चित्र में, O एक वृत्त का केन्द्र है। यदि त्रिज्याखण्ड OAB का क्षेत्रफल, वृत्त के क्षेत्रफल का $\frac{5}{18}$ हो तो X ज्ञात कीजिए।



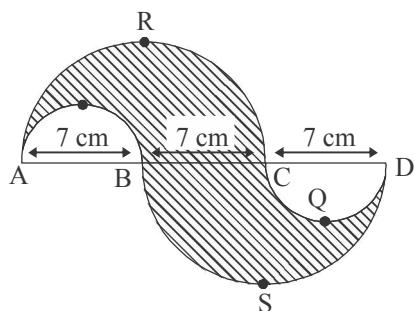
23. दिए गए चित्र में जहाँ AED एक अर्धवृत्त तथा ABCD एक आयत है तो चित्र का परिमाप ज्ञात कीजिए।



24. दिया गया चित्र एक वृत्त जिसकी त्रिल्या 10.5 सेमी. है, का त्रिज्याखण्ड है। इस त्रिज्याखण्ड का परिमाप ज्ञात कीजिए।

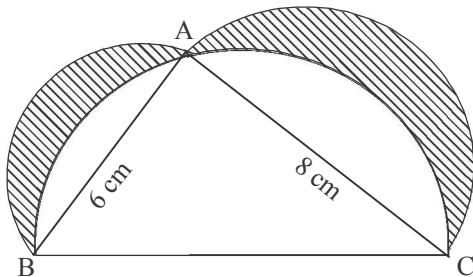


25. छायांकित भाग का परिमाप ज्ञात कीजिए। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

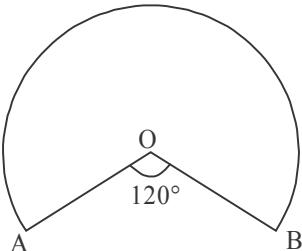


लघु उत्तरीय प्रश्न 2

26. 36 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त का त्रिज्याखण्ड का क्षेत्रफल 54π वर्ग सेमी. हो तो संगत चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
27. एक घड़ी की मिनट की सुई 5 सेमी. लम्बी है। मिनट की सुई द्वारा प्रातः 6:05 बजे से 6:40 बजे तक बुहार किया गया क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
28. दिए गए चित्र में ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसमें कोण $A = 90^\circ$, $AB = 6$ सेमी. तथा $AC = 8$ सेमी. है। AB, AC तथा BC को व्यास लेकर अर्धवृत्त खींचे गए हैं, छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

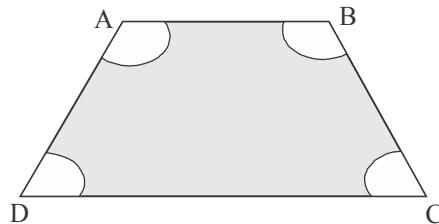


29. दिए गए चित्र में OAPB, एक वृत्त जिसकी त्रिज्या 3.5 सेमी तथा कोण $\angle AOB = 120^\circ$ का त्रिज्याखण्ड है। OAPBO का परिमाप ज्ञात कीजिए।

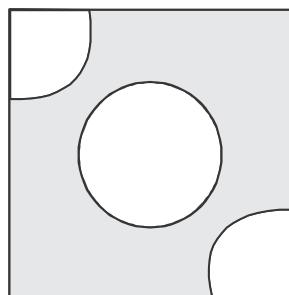


30. एक वृत्ताकार पदपथ (फुटपाथ) जिसकी चौड़ाई 2 मी० को रु20 प्रतिवर्ग मी० की दर से एक वृत्ताकार, पार्क जिसकी त्रिज्या 1500 मी० के चारों ओर बनाया गया है। पदपथ (फुटपाथ) को बनाने में कुल कितनी खर्च आएगा। ($\pi = 3.14$ लीजिए)
31. एक लड़का इस प्रकार साईकिल चला रहा है कि साईकिल के पहिए प्रति मिनट 140 चक्कर लगाते हैं यदि पहिए का व्यास 60 सेमी० हो तो साईकिल की चाल ज्ञात कीजिए।
32. 5 सेमी० त्रिज्या वाले वृत्त की जीवा AB की लम्बाई $5\sqrt{3}$ सेमी० है। लघु त्रिज्याखण्ड AOB का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

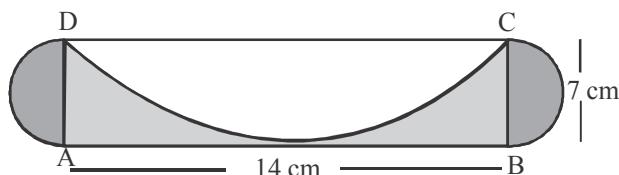
33. एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $49\sqrt{3}$ वर्ग सेमी० है। प्रत्येक शीर्ष को केन्द्र मानकर, त्रिभुज की भुजा की लम्बाई की आधी त्रिज्या लेकर वृत्त खींचे गए हैं। त्रिभुज के उस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो वृत्तों में सम्मिलित नहीं है।
34. ABCD एक समलम्ब जिसमें $AB \parallel DC$, $AB = 18$ सेमी०, $DC = 32$ सेमी० तथा AB और DC के बीच की दूरी 14 सेमी० है। शीर्ष A, B, C और D को केन्द्र लेकर चार बराबर त्रिज्या 7 सेमी० वाले वृत्त बनाए गए हैं तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



35. एक 6 सेमी० भुजा वाले वर्ग के दो सम्मुख कोणों से 1.4 सेमी० त्रिज्या के दो चतुर्थांश काटे गए हैं। वर्ग के बीच में 4.2 सेमी० व्यास का एक अन्य वृत्त भी काटा गया है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

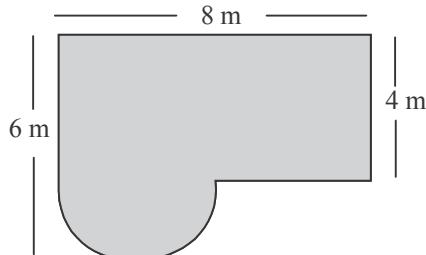


36. एक त्रिज्याखण्ड 100° का एक वृत्त से काटा गया है जिसका क्षेत्रफल 70.65 सेमी० है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$).
37. दिए गए चित्र में, ABCD एक आयत है जिसमें $AB = 14$ सेमी और $BC = 7$ सेमी है। DC, BC तथा AD को व्यास मानकर, तीन अर्धवृत्त खींचे गए हैं। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

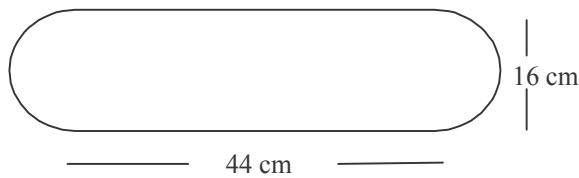


38. एक वर्गाकार पानी के टैंक के आधार की प्रत्येक भुजा 40 मी0 है। इसके चारों ओर चार अर्धवृत्ताकार घास के मैदान है। ₹ 1.25 प्रति वर्ग मी0 की दर से मैदान को समतल कराने का व्यय कीजिए ($\pi = 3.14$ लें)

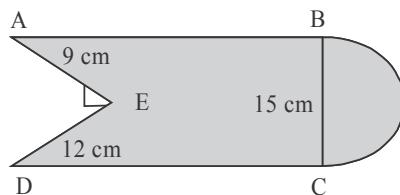
39. छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



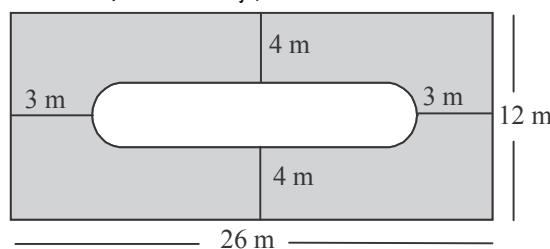
40. 28 सेमी0. त्रिज्या वाले वृत्त की कोई जीवा वृत्त के केन्द्र पर 45° का कोण बनाती है। जीवा द्वारा काटे गये लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।
41. एक तार को मोड़कर, वृत्त के केन्द्र पर 45° का कोण आन्तरित करने वाली चाप के रूप में बनाया जा सकता है। यदि तार की लम्बाई 11 सेमी0 हो तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
42. दिए गए चित्र में छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



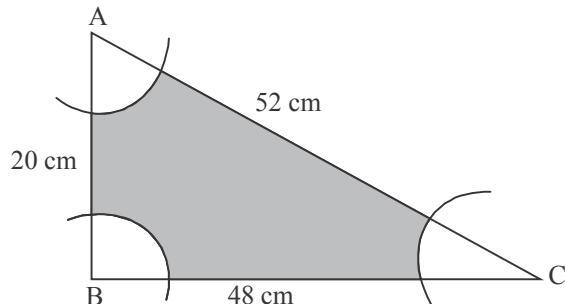
43. दिए गए चित्र का क्षेत्रफल वर्ग सेमी0 में ज्ञात कीजिए।



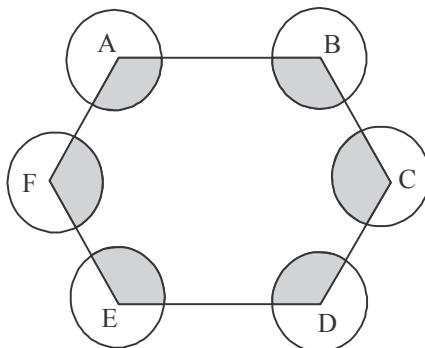
44. यदि एक वृत्त की परिधि इसके व्यास से 16.8 सेमी0 अधिक हो तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
45. छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



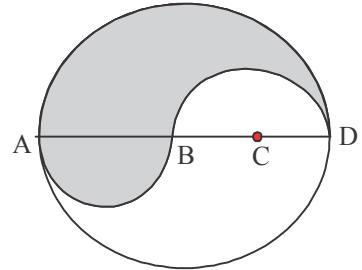
46. दो वृत्त बाह्यतः स्पर्श करते हैं। यदि इनके क्षेत्रफलों का योग 130π वर्ग सेमी 2 है तथा इनके केन्द्रों के बीच की दूरी 14 सेमी 2 है, तो इन वृत्तों की त्रिज्याएँ ज्ञात कीजिए।
47. तीन वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ 7 सेमी 2 हैं, इस प्रकार खींचे गए हैं कि हर वृत्त बाकी दो वृत्तों को स्पर्श करता है। तीनों वृत्तों के बीच वाले भाग को क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
48. एक वृत्तीय पहिए का क्षेत्रफल 6.16 वर्ग मी 2 है। पहिए को 572 मी 2 की दूरी तय करने के लिए कुल कितने चक्कर लगाने पड़ेंगे।
49. एक समचतुर्भुज के सभी शीर्ष एक वृत्त के अन्दर है, यदि वृत्त का क्षेत्रफल 2464 वर्ग सेमी 2 हो तो समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
50. त्रिभुज ABC के शीर्ष A, B तथा C को केन्द्र लेकर तीन त्रिज्याखण्ड बनाए गए हैं जिनकी त्रिज्या 6 सेमी 2 है। यदि AB=20 सेमी 2 BC =48 सेमी 2 और CA=52 सेमी 2 हो, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए)



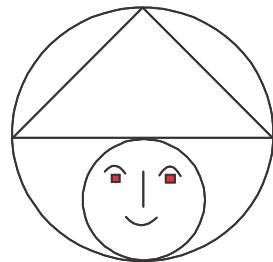
51. दी गई आकृति में, ABCDEF एक समषदभुज है जिसके शीर्षों को केन्द्र मानकर समान त्रिज्या r के वृत्त खींचे गए हैं। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



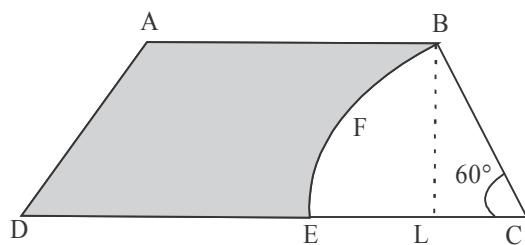
52. चित्र में ABCD एक चतुर्भुज है। इसके अनुसार AB, BC तथा CD बराबर हैं। चित्र के अनुसार AB और BD को व्यास मानकर अर्धवृत्त खीचे गए हैं। छायांकित भाग का परिमाप तथा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



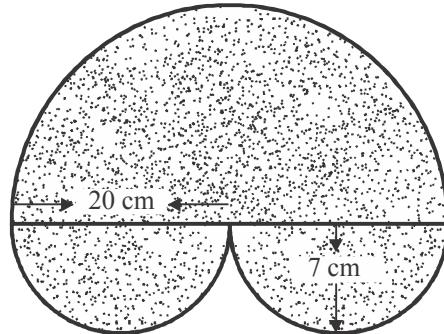
53. सड़क पर एक गरीब कलाकार बच्चों के लिए मजाकिया कार्टून बनाता है तथा अपनी जीविका अर्जित करता है। एक बार उसने आकृति में दर्शाए अनुसार एक हास्यकर मुख बनाया, जिसके लिए उसने एक वृत्त के अन्दर वृत्त खीचा, जहां बड़े वृत्त की त्रिज्या 30 सेमी 0 और छोटे वृत्त की त्रिज्या 20 सेमी 0 है। इस आकृति में टोपी के लिए कितना क्षेत्रफल दिया गया है? यहां इस कलाकार की कौन सी गुणवत्ताएँ प्रदर्शित होती हैं?



54. दिए गए चित्र में, ABCD एक समतलम्ब चतुर्भुज है $AB \parallel DC$ तथा कोण $\angle BCD = 60^\circ$ है। यदि $BFEC$ केन्द्र C वाले वृत्त का त्रिज्याखण्ड है और $AB = BC = 7$ सेमी 0 तथा $DE = 4$ सेमी 0 हो, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ तथा } \sqrt{3} = 1.732\right)$ का प्रयोग कीजिए।



55. दिए गए चित्र में, छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



उत्तरमाला

- | | |
|---|-------------------------------|
| 1. 36 सेमी. | 22. 100 सेमी. |
| 2. 4 इकाई | 23. 76 सेमी. |
| 3. $\pi \frac{a^2}{4} cm^2$ | 24. 32 सेमी. |
| 4. $\frac{1}{2} lr$ वर्ग इकाई | 25. 66 सेमी. |
| 5. 7000 | 26. 3π सेमी. |
| 6. 88 सेमी. | 27. $45\frac{5}{6} cm^2$ |
| 7. 9π वर्ग सेमी. | 28. 24 cm^2 |
| 8. 50 सेमी. | 29. 21.67 सेमी. |
| 9. $3025 cm^2$ | 30. ₹377051.2 |
| 10. 90° | 31. 15.84 किमी /घंटा |
| 11. $\frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$ | 32. $\frac{25}{3}\pi cm^2$ |
| 12. 4:9 | 33. 7.77 cm^2 |
| 13. 44 सेमी. | 34. 196 cm^2 |
| 14. 96% | 35. 5.48 cm^2 |
| 15. $5.5 cm^2$ | 36. 9 सेमी. |
| 16. $9.625 cm^2$ | 37. 59.5 cm^2 |
| 17. 90° | 38. 5140 |
| 18. $\pi:2$ या $711:7$ | 39. $(32 + 2\pi)cm^2$ |
| 19. 3.5 सेमी. | 40. $(308 - 196\sqrt{2})cm^2$ |
| 20. $4:\pi$ | 41. 14 सेमी. |
| 21. $\pi:\sqrt{3}$ | 42. $(704 + 64\pi)cm^2$ |

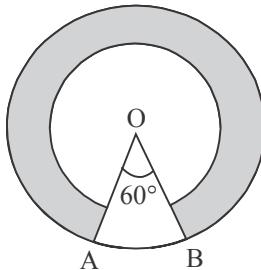
43. 334.31 cm^2
44. 3.92 cm^2
45. $(248 - 4\pi)cm^2$
46. 11 cm और 3 cm
47. 7.87 cm^2
49. 1568 cm^2
48. 65
50. 423.48 cm^2
51. $2\pi r^2$
52. P=37.71 cm, A = 37.71 cm²
53. $400\sqrt{2}$ दयालु
54. 28.89 cm^2
55. 462 cm^2

अभ्यास प्रश्न पत्र

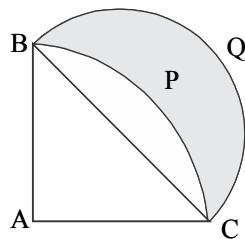
समय: 50 मिनट

अंक : 20

1. यदि दो वृन्तों की परिधि बराबर हो तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा? (1)
2. यदि चॉर्ड का व्यास 21cm हो तो इसका परिमाप ज्ञात कीजिए। (1)
3. यदि एक वृत्त की परिधि 22 सेमी. हो तो वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (2)
4. एक वृत्त के चतुर्भांश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 44 सेमी. है (2)
5. एक घोड़े को 28 सेमी लम्बी रस्सी द्वारा एक खम्भे से बॉधा गया है। घोड़े द्वारा खायी जाने वाली घास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (3)
6. दिए गए चित्र में $OA = 42$ सेमी., $OC = 21$ सेमी. तथा व्यास $\angle AOB = 60^\circ$ है तो छायांकित भाग को क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (3)



7. यदि 10 सेमी. त्रिज्या के वृत्त में एक जीवा AB वृत्त के केन्द्र पर समकोण बनाती हो, तो लघु तथा दीर्घ हत्तखण्ड के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (दिया है : $\pi = 3.14$) (4)
8. ABCP एक 20 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त का चतुर्भांश है। AC को व्यास मानकर एक अर्धवृत्त खींचा गया है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (4)



13

अध्याय

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

महत्वपूर्ण बिन्दु:

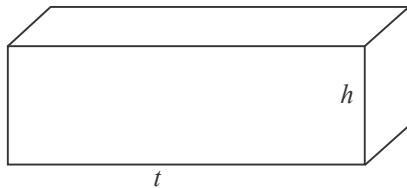
1. घनाभ = 3—आयामी आकार जैसे किताब, माचिस की डिब्बी, अलमारी इत्यादि घनाभ कहलाती हैं।

माना, लम्बाई = l , चौड़ाई = b , ऊँचाई = h

आयतन = $l \times b \times h$

$$\text{पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2h(l + b)$$

$$\text{कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2(lb + bh + lh)$$



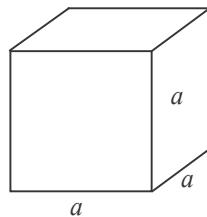
2. घन = 3—आयामी आकार जैसे आइस-क्यूबस, लूडो का पासा इत्यादि घन कहलाती हैं।

माना, लम्बाई = चौड़ाई = ऊँचाई = a

आयतन = a^3

$$\text{पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4a^2$$

$$\text{कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 6a^2$$



3. बेलन = 3-आयामी आकार जैसे जार, स्तंभ, पाइप, रोड़-रोलर इत्यादि बेलन कहलाते हैं।

(क) माना, आधार त्रिज्या = r

$$\text{ऊंचाई} = h$$

$$\text{आयतन} = \pi r^2 h$$

$$\text{वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi r h$$

$$\text{कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi r(r + h)$$

(ख) बेलन (खोखला) के लिए,

$$\text{बाह्य त्रिज्या} = R$$

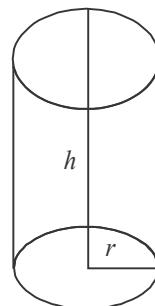
$$\text{अन्तः त्रिज्या} = r$$

$$\text{ऊंचाई} = h$$

$$\text{आयतन} = \pi(R^2 - r^2)h$$

$$\text{वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi(R + r)h$$

$$\text{कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi(R + r)h + 2\pi(R^2 - r^2)$$



4. शंकु : 3-आयामी आकार जैसे टैट, आइसक्रीम कोन को शंकु कहते हैं।

माना, आधार त्रिज्या = r

$$\text{ऊंचाई} = h$$

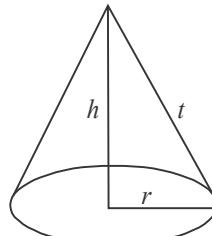
$$\text{तिरछी ऊंचाई} = l$$

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\text{वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल} = \pi r l$$

$$\text{कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = \pi r(l + r)$$



ध्यान दें,

यदि एक शंकु व एक बेलन दोनों की आधार त्रिज्याएं समान हों व दोनों की ऊंचाई भी समान हो तब

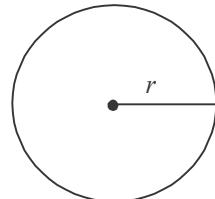
$$3 \times \text{शंकु का आयतन} = \text{बेलन का आयतन}$$

5. गोला : 3-आयामी आकार जैसे क्रिकेट बॉल, फूटबॉल इत्यादि को गोला कहते हैं।

(क) माना, त्रिज्या = r

$$\text{आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4\pi r^2$$



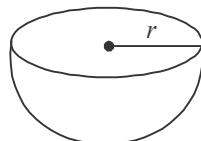
(ख) अर्ध गोलाकार (ठोस)

त्रिज्या = r

$$\text{आयतन} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$\text{वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi r^2$$

$$\text{कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 3\pi r^2$$



6. छिन्नक : जब एक शंकु को आधार के समांतर काटा जाता है तो उस कटाव से नीचे आधार तक के भाग को शंकु का छिन्नक कहते हैं।

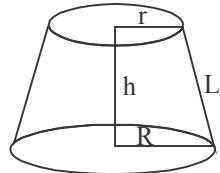
उदाहरण—तुर्की टोपी

माना,

आधार त्रिज्या = R

उपरी त्रिज्या = r

त्रियक ऊँचाई = h



$$l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2}$$

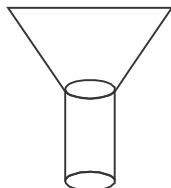
$$\text{आयतन} = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr)$$

$$\text{वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (ठोस)} = \pi l(R + r)$$

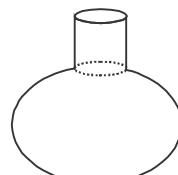
$$\text{कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (ठोस)} = \pi l(R + r) + \pi(R^2 + r^2)$$

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. “कीप” किन दो ज्यामितीय आकारों का संयोजन है?



2. “सुराही” किन दो ज्यामितीय आकारों का संयोजन है?



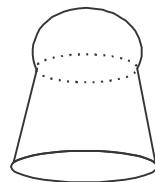
3. एक बेलनाकार “पेंसिल” जो एक सिरे से छिली गई है, किन दो ज्यामितीय आकारों का संयोजन है?



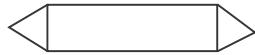
4. दी गई “गिलास” की आकृति, किस 3-आयामी ज्यामिति आकारों सी प्रतीत होती है?



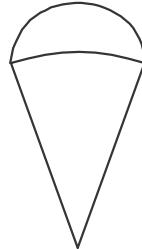
5. चिड़ड़ी-छक्का खेलने के लिए उपयोग में आने वाली “चिड़ड़ी” ज्यामितीय आकारों का संयोजन है?



6. गिल्ली डंडा खेल में प्रयोग में आने वाली “गिल्ली” किन—किन ज्यामितीय आकारों का संयोजन है?



7. राजमिस्त्री द्वारा प्रयोग में लाया जाने वाला “साहुल” किन दो ज्यामितीय आकारों का संयोजन है?



8. एक ठोस आकृति के दूसरी ठोस आकृति में रूपांतरण के दौरान, नई ठोस आकृती के आयतन पर क्या प्रभाव होगा?
9. शंकु को आधार के समानांतर विभाजित करने पर होता प्राप्त छिन्नक का उपरी अनुप्रस्थ काट का क्षेत्र किस आकृति का है?
10. एक ठोस—अर्थ—गोलाकार जिसकी त्रिज्या 7 सेमी है, का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए।
11. दो गोलों के आयतन का अनुपात $64 : 125$ है। इनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात बताइए।
12. उस गोले का अधिकतम व्यास बताइए जिसे 6 सेमी. त्रिज्या व h सेमी ऊँचाई ($h > 20$) के बेलन ने पूरी तरह से समाहित कर लिया है।
13. बेलन व शंकु के आयतन का अनुपात बताइए यदि इनके आधार की त्रिज्या समान है व दोनों की ऊँचाई भी समान है।
14. एक गोले (ठोस) जिसकी त्रिज्या है, को पिघलाकर r ऊँचाई वाला एक ठोस शंकु बनाया गया है। शंकु के आधार की त्रिज्या बताइए।
15. एक ठोस अर्थ गोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए यदि इसकी त्रिज्या r है।
16. यदि एक गोले का आयतन उसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर है तो गोले की त्रिज्या बताइए।
17. एक बेलन, एक शंकु और एक अर्ध—गोले के आधार की त्रिज्याएं समान हैं। इनकी ऊँचाई भी समान हैं। तीनों के आयतनों का अनुपात बताइए।

18. समान त्रिज्या r वाले दो ठोस अर्ध-गोलों के आधारों की ओर से मिलकर जो आकृति प्राप्त होगी उसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए।
19. एक घन का आयतन 1331 सेमी.^3 है। इसकी भुजा की लम्बाई बताइए।
20. एक खोखले बेलन की “क्षमता” का अर्थ क्या होता है?

लघु उत्तरीय प्रश्न 1

21. एक ठोस घनाभ जिसकी भुजाएँ $16 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ है, में से 2 cm भुजा वाले कितने घन बनाए जा सकते हैं।
22. 729 cm^3 आयतन वाले घन में से अधिक से अधिक कितनी ऊँचाई वाला शंकु काटा जा सकता है?
23. 64 cm^3 आयतन वाले दो घनों को मिलाकर घनाभ बनाया जाता है। इस घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए।
24. एक 2 cm व्यास व 16 cm ऊँचाई वाले ठोस धातु के बेलन को पिघलाकर बारह एक ही आकार के गोले बनाए गए। प्रत्येक गोले की त्रिज्या बताइए।
25. बाल्टी के दो सिरों का व्यास 44 cm और 24 cm है। बाल्टी की ऊँचाई 35 cm है। बाल्टी का आयतन बताइए।

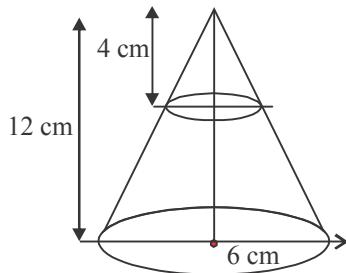
लघु उत्तरीय प्रश्न 2

26. उस छड़ की अधिकतम लंबाई बताइए जिसे $10 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 5 \text{ m}$ के कमरे में रखा जा सकें?
27. एक घन जिसका आयतन 1000 cm^3 है, का पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए।
28. दो अर्ध-गोलों के आयतन का अनुपात $8 : 27$ है। इनकी त्रिज्याओं का अनुपात बताइए।
29. एक ठोस शंकु जिसकी ऊँचाई 28 cm है और त्रिज्या 21 cm है, का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल व कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए।
30. शंकु के छिन्नक के रूप की बाल्टी $28,490$ लीटर पानी से पूरी तरह भरी है। इसके ऊपर और नीचे की त्रिज्याएँ 28 cm व 21 cm क्रमशः हैं। बाल्टी की ऊँचाई बताइए।
31. तीन एक ही धातु के घनों की भुजाओं का अनुपात $3 : 4 : 5$ है। इन तीनों को पिघलाकर बड़ा घन बनाया गया जिसका विकर्ण $12\sqrt{3}$ है। तीनों घनों की भुजाएँ बताइए।

32. 10.5 cm त्रिज्या वाले बेलनाकार टैंक की गहराई का पता लगाएं, अगर इसका आयतन $15 \text{ cm} \times 11 \text{ cm} \times 10.5 \text{ cm}$ के घनाभ के आयतन के बराबर हो।
33. 8 cm त्रिज्या और 12 cm ऊँचाई के एक शंकु को उसके आधार के समानंतर धुरी के मध्यबिंदु से दो भागों में बांटा गया है। दोनों भागों के आयतनों का अनुपात बताइए।
34. एक पैट्रोल टैंक मध्य से 28 cm व्यास व 24 cm लम्बाई का बेलनाकार रूप में है। इसके दोनों छोर 28 cm व्यास व 9 cm लम्बाई के शंकुओं से जुड़े हैं। इस टैंक का आयतन बताइए।

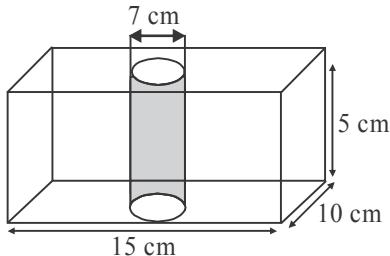
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

35. दी गई आकृति 12 सेमी O ऊँचाई के एक ठोस शंकु की है। जिसके आधार की त्रिज्या 6 सेमी O है, इसके उपरी भाग से आधार के समानंतर तल द्वारा 4 सेमी O ऊँचाई वाला शंकु काट दिया गया। शेष बचे ठोस का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात किजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ और $\sqrt{5} = 2.236$ लीजिए)



36. एक ठोस लकड़ी का खिलौना, अर्ध गोले पर अध्यरोपित समान त्रिज्या के शंकु के आकार का है। अर्ध गोले की त्रिज्या 3.5 सेमी O है तथा इस खिलौने को बनाने में शंकु $166\frac{5}{6}$ घन सेमी O लकड़ी लगी है। खिलौने की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। खिलौने के अर्ध गोलाकार पृष्ठीय तल को रु 10 प्रति वर्ग सेमी O की दर से रंग करवाने का व्यास भी ज्ञात कीजिए
- $(\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

37. दी गई आकृति, धातु के एक ठोस घनाभाकार ब्लाक की है। इसकी भुजाएँ $15\text{cm} \times 10\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ हैं। इसमें से 7 cm व्यास वाला एक बेलनाकार छेद काट कर निकाल दिया गया है। शेष बचे ठोस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)



38. 2.52 किमी^2 प्रति घंटे की गति से पानी एक बेलनाकार पाइप से एक बेलनाकार टैंक में आ रहा है। यदि टैंक के आधार की त्रिज्या 40 cm है। तथा आधे घंटे में इसमें पानी का तल 3.15 m बढ़ जाता है, तो पाइप का आंतरिक व्यास ज्ञात कीजिए।
39. एक ठोस खिलौना बेलनाकार है जिसका एक सिरा अर्धगोलीय तथा दूसरे सिरे पर शंकु है। इन सभी का व्यास 4.2 cm है तथा बेलनाकार और शंकवाकार भाग की ऊँचाई क्रमशः 12 cm और 7 cm है। खिलौन का आयतन ज्ञात किजिए।
40. एक टैन्ट 3 m की ऊँचाई तक बेलनाकार और उसके ऊपर शंकु के आकार का है। टैन्ट की कुल ऊँचाई 13.5 m तथा आधार की त्रिज्या 14 m है। टैन्ट को बनाने में लगे कपड़े का व्यय $80\text{ रु}0$ प्रति वर्ग मी 2 की दर से ज्ञात किजिए।
41. $22\text{ m} \times 20\text{ m}$ की छत से वर्षा का पानी एक बेलनाकार बर्तन जिसके आधार का व्यास 2 m और ऊँचाई 3.5 m है, में डाला गया। यदि पानी से बर्तन पुरा भर जाए, तो बताइए कितने सेमी वर्षा हुई?
42. 12 cm व्यास तथा 15 cm ऊँचाई वाले एक लंबवृतीय बेलन के आकार का बर्तन आइसक्रीम को 12 cm ऊँचाई तथा 6 cm व्यास वाले शंकुओं, जिनका ऊपरी सिरा अर्धगोलाकार है, भरा जाना है। ऐसे शंकुओं की संख्या ज्ञात कीजिए जो इस आइसक्रीम से भरे जा सकते हैं।
43. 14 cm लम्बे एक लंब खोखले बेलन के बाहरी तथा अंदर के ब्रक पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अंतर $88\text{ वर्ग सेमी}0$ है। यदि बेलन को बनाने में लगी धातु का आयतन $176\text{ घन सेमी}0$ हो तो बेलन के बाह्य तथा आन्तरिक व्यास ज्ञात किजिए।

44. एक खिलौना ऐसे लंब वृतीय बेलन के आकार का है जिसके एक ओर अर्धवृताकार तथा दूसरी ओर एक शंक्वाकार भाग है। बेलनाकार भाग की त्रिज्या तथा ऊँचाई क्रमशः 5 cm और 13 cm है। अर्धगोलाकार और शंक्वाकार भाग की त्रिज्याएं बेलनाकार भाग की त्रिज्या के समान हैं। यदि खिलौने की कुल ऊँचाई 30 cm होतो इसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
45. एक खोखले शंकु को उसको आधार के समांतर एक तल से काटा जाता है और उसका ऊपरी भाग हटा दिया जाता है। यदि शेष भाग का व्रक पृष्ठ संपूर्ण शंकु के व्रक पृष्ठ का $\frac{8}{9}$ हो, तो तल के द्वारा काटे गए शंकु की ऊँचाई के दो भागों में अनुपात ज्ञात कीजिए।

उत्तरमाला

- | | |
|--|-----------------------------|
| 1. बेलन, छिन्नक | 2. बेलन, गोला |
| 3. बेलन, शंकु | 4. छिन्नक |
| 5. अर्ध—गोला, छिन्नक | 6. शंकु, सिरों वाला बेलन |
| 7. अर्धगोला, शंकु | 8. अपरिवर्तित |
| 9. वृत्त | 10. 462 cm^2 |
| 11. 16:25 | 12. $2r$ |
| 13. 3:1 | 14. 2 |
| 15. $3\pi r^2$ | 16. 3 इकाई |
| 17. 3:1:2 | 18. $4\pi r^2$ |
| 19. 11 cm | 20. आयतन |
| 21. 240 | 22. 9 cm |
| 23. 160 cm^2 | 24. 1 cm |
| 25. 32706.6 cm^3 | 26. 15 m |
| 27. 600 cm^2 | 28. 2:3 |
| 29. व्रक पृष्ठीय क्षेत्रफल 2310 cm^2 462 cm^2 कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 3690 cm^2 | |
| 30. 15 cm | 31. 6 सेमी, 8 सेमी, 10 सेमी |
| 32. 5 सेमी | 33. $7 : 1, 1 : 7$ |
| 34. 18480 cm^2 | 35. 350.592 cm^2 |
| 36. $h = 6 \text{ सेमी}$, रु 770 | 37. 583 cm^2 |
| 38. 4 सेमी | 39. 218.064 cm^3 |
| 40. 82720 | 41. 2.5 cm |
| 42. 10 | 43. 5cm, 3cm |
| 44. 770 cm^2 | 45. 1 : 2 |

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

अंक : 20

समय : 50 मिनट

1. ठोस अर्ध-गोले के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल का सूत्र लिखिए। 1
2. “कीप” किन दो ज्यामितीय आकारों का संयोजन है। 1
3. उस बेलनाकार टैंक का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी ऊँचाई 2 मीटर व त्रिज्या 3.5 मीटर है। 2
4. बाल्टी के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल का सूत्र लिखिए (संकेत : बाल्टी छिन्नक के रूप में है) 2
5. उस सबसे बड़े शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए जिसे 4.2 cm भुजा वाले घन से काटा जा सकता है। 3
6. छिन्नक का आयतन ज्ञात कीजिए यदि इसकी ऊँचाई 4 मीटर हो व दोनों सिरों की त्रिज्याएं 7 मीटर व 4 मीटर हैं। 3
7. सिद्ध कीजिए कि समान आधार त्रिज्याएं व समान ऊँचाई वाले एक बेलन, एक शंकु और एक अर्ध-गोले का आयतन $3 : 1 : 2$ होता है। 4
8. 40 cm व 30 cm भुजा वाले दो घनों (ठोस) को पिघलाकर 5824 एक जैसे घन (ठोस) बनाए गए हैं। नए बने घनों की भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 4

□ □ □

14

अध्याय

सांख्यिकी

महत्त्वपूर्ण बिन्दु

1. वर्गीकृत आंकड़ों का माध्य निम्नलिखित विधियों से ज्ञात किया जा सकता है।

$$(i) \text{ प्रत्यक्ष वि } \bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$(ii) \text{ कल्पित माध्य विधि } \bar{X} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \text{ जहाँ } d_i = x_i - a$$

$$(iii) \text{ पद विचलन विधि } \bar{X} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \times h \text{ जहाँ } u_i = \frac{x_i - a}{h}$$

2. वर्गीकृत आंकड़ों का बहुलक निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात किया जा सकता है:

$$\text{बहुलक} = l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times h$$

l = बहुलक वर्ग की निम्न सीमा

f_1 = बहुलक वर्ग की बारंबारता

f_0 = बहुलक वर्ग से ठीक पहले वर्ग की बारंबारता

f_2 = बहुलक वर्ग ठीक बाद में आने वाले वर्ग की बारंबारता,

h = बहुलक वर्ग की माप

3. वर्गीकृत आंकड़ों की माध्यिका निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

$$\text{माध्यिक} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h$$

l = माध्यिक वर्ग की निम्न सीमा

n = प्रेषणों की संख्या

cf = माध्यिक वर्ग से ठीक पहले वर्ग की संचयी बारंबारता

f = माध्यिक वर्ग की बारंबारता

h = माध्यिक वर्ग का माप

4. संचयी बारंबारता वक्र या तोरण संचयी बारंबारता का आलेख है:

“अति लघु उत्तरीय प्रश्न”

1. पहली 12 अभाज्य संख्याओं का माध्य क्या होगा?
2. 20 संख्याओं का माध्य 18 है। यदि प्रत्येक संख्या में 2 जोड़ दिया जाए तो नया माध्य क्या होगा?
3. पाँच प्रेक्षणों 3, 5, 7, x और 11 का माध्य 7 हो तो x का मान बताइए।
4. पहली 5 प्राकृत संख्याओं का माध्यक क्या होगा?
5. यदि निम्न आंकड़ों का माध्यक 27.5 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।
24, 25, 26, $x + 2$, $x + 3$, 30, 33, 37
6. निम्न, आंकड़ों का बहुलक क्या है?
5, 7, 8, 5, 7, 6, 9, 5, 10, 6.
7. माध्य, माध्यक और बहुलक में सम्बन्ध लिखिए।
8. ‘से कम प्रकार’ तथा ‘से अधिक प्रकार’ के तोरण के प्रतिच्छेद बिन्दु का भुज केन्द्रीय प्रवत्ति की कौन सी माप को दर्शाता है?
9. केन्द्रीय प्रवत्ति की कौन सी माप के आलेख द्वारा प्राप्त नहीं किया जा सकता?
10. एक आंकड़े का समान्तर माध्य तथा बहुलक क्रमशः 24 और 12 है, इसका माध्यक निकालिए।
11. वर्ग 19.5 – 29.5 का वर्ग चिन्ह ज्ञात कीजिए।
12. 5 संख्याओं का माध्य 18 है। यदि एक संख्या हटा दी जाए तो उनका माध्य 16 है, हटाई गई संख्या ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न 1

13. 11 प्रेक्षणों का माध्य 50 है। यदि पहले 6 प्रेक्षणों का माध्य 49 तथा अंतिम 6 प्रेक्षणों का माध्य 52 हो तो छठा प्रेक्षण ज्ञात कीजिए।
14. निम्न बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए।

| | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|
| x | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 |
| f | 5 | 7 | 8 | 5 | 3 | 2 |

15. निम्न आंकड़ों का माध्य ज्ञात कीजिए।

| | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|
| x | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| f | 3 | 5 | 6 | 4 | 4 | 3 |

16. निम्न बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए।

| वर्ग | 0–5 | 5–10 | 10–15 | 15–20 | 20–25 | 25–30 |
|-----------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| बारंबारता | 2 | 7 | 18 | 10 | 4 | 3 |

17. निम्न आंकड़ों के लिए 'से कम प्रकार' का तोरण खीचिए।

| अंक | विद्यार्थियों की संख्या |
|-----------|-------------------------|
| 20 से कम | 0 |
| 30 से कम | 4 |
| 40 से कम | 16 |
| 50 से कम | 30 |
| 60 से कम | 46 |
| 70 से कम | 66 |
| 80 से कम | 82 |
| 90 से कम | 92 |
| 100 से कम | 100 |

18. निम्न आकड़ों की 'से कम संचयी बारंबारता' तालिका बनाइए।

| अंक | 0–10 | 10–20 | 20–30 | 30–40 | 40–50 |
|-------------------------|------|-------|-------|-------|-------|
| विद्यार्थियों की संख्या | 7 | 9 | 6 | 8 | 10 |

लघु उत्तरीय प्रश्न 2

19. निम्न आकड़ों का माध्य ज्ञात कीजिए।

| C. I | 0–10 | 10–20 | 20–30 | 30–40 | 40–50 |
|------|------|-------|-------|-------|-------|
| f | 8 | 12 | 10 | 11 | 9 |

20. यदि निम्न आकड़ों का माध्य 54 हो तो P का मान ज्ञात कीजिए।

| वर्ग | 0–20 | 20–40 | 40–60 | 60–80 | 80–100 |
|-----------|------|-------|-------|-------|--------|
| बारंबारता | 7 | p | 10 | 9 | 13 |

21. निम्न बारंबारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए।

| C.I. | 0–10 | 10–20 | 20–30 | 30–40 | 40–50 | 50–60 |
|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| f | 5 | 3 | 10 | 6 | 4 | 2 |

22. निम्न बारंबारता 24 है। x का मान ज्ञात कीजिए।

| | | | | | |
|----------------------|------|-------|-------|-------|-------|
| आयु (वर्षों में) | 0–10 | 10–20 | 20–30 | 30–40 | 40–50 |
| व्यक्तियों की संख्या | 2 | 25 | x | 18 | 7 |

23. निम्न आंकड़ों का माध्यम ज्ञात कीजिए।

| | | | | | | |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| अंक | 10 से कम | 20 से कम | 30 से कम | 40 से कम | 50 से कम | 60 से कम |
| विद्यार्थियों की संख्या | 0 | 12 | 20 | 28 | 33 | 40 |

24. निम्न आंकड़ों का 'से अधिक प्रकार' का तोरण खीचिए।

| | | | | | | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| वजन (कि.ग्रा) | 30–35 | 35–40 | 40–45 | 45–50 | 50–55 | 55–60 |
| व्यक्तियों की संख्या | 2 | 4 | 10 | 15 | 6 | 3 |

25. निम्न आंकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

| | | | | | | |
|------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ऊचाई (सेमी.में) | 30से अधिक | 40से अधिक | 50से अधिक | 60से अधिक | 70से अधिक | 80से अधिक |
| पेड़ों की संख्या | 34 | 30 | 27 | 19 | 8 | 2 |

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

26. निम्न आंकड़ों का माध्य 53 है, तो f_1 और f_2 का मान ज्ञात कीजिए।

| C.I | 0–20 | 20–40 | 40–60 | 60–80 | 80–100 | Total |
|-----|------|-------|-------|-------|--------|-------|
| f | 15 | f_1 | 21 | f_2 | 17 | 100 |

27. निम्न बारंबारता बट्टन का माध्य 57.6 तथा बारंबारताओं का योग 50, है, तो f_1 तथा f_2 का मान ज्ञात कीजिए।

| | | | | | | |
|------------|------|-------|-------|-------|--------|---------|
| वर्गन्तराल | 0–20 | 20–40 | 40–60 | 60–80 | 80–100 | 100–120 |
| बारंबारता | 7 | f_1 | 12 | f_2 | 8 | 5 |

28. निम्न आंकड़ों का माध्यक 28.5, हो, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

| | | | | | | | |
|------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| वर्गन्तराल | 0–10 | 10–20 | 20–30 | 30–40 | 40–50 | 50–60 | योग |
| बारंबारता | 5 | 8 | x | 15 | y | 5 | 60 |

29. निम्न बंटन का माध्यक 35 है। a तथा b का मान ज्ञात कीजिए।

| C.I | 0–10 | 10–20 | 20–30 | 30–40 | 40–50 | 50–60 | 60–70 | Total |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| f | 10 | 20 | a | 40 | b | 25 | 15 | 170 |

30. निम्न बांरबारता बंटन का माध्य, माध्यक तथा बहुलक ज्ञात कीजिए।

| C.I | 45–55 | 55–65 | 65–75 | 75–85 | 85–95 | 95–105 | 105–115 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|
| f | 7 | 12 | 17 | 30 | 32 | 6 | 10 |

31. निम्न बांरबारता बंटन का माध्य, माध्यक तथा बहुलक ज्ञात कीजिए।

| C.I | 1–15 | 16–20 | 21–25 | 26–30 | 31–35 | 36–40 | 41–45 | 46–50 |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| f | 2 | 3 | 6 | 7 | 14 | 12 | 4 | 2 |

32. एक शहर में 60 दिनों में दर्ज की गई वर्षा निम्न तालिका में दी गई है।

| वर्षा (सेमी. में) | 0–10 | 10–20 | 20–30 | 30–40 | 40–50 | 50–60 |
|-------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| दिनों की संख्या | 16 | 10 | 8 | 15 | 5 | 6 |

से अधिक प्रकार के तोरण द्वारा माध्यक ज्ञात कीजिए। जल-संरक्षण क्यों आवश्यक है?

33. पद वियलन विधि द्वारा निम्न आंकड़ों का माध्य ज्ञात कीजिए।

| दैनिक व्यय | 100–150 | 150–200 | 200–250 | 250–300 | 300–350 |
|----------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| घरों की संख्या | 4 | 5 | 12 | 2 | 2 |

34. निम्न आंकड़े एक कक्षा के 100 विद्यार्थियों के प्राप्तकों को दर्शाते हैं।

| अंक | विद्यार्थियों की संख्या |
|-------|-------------------------|
| 0–5 | 4 |
| 5–10 | 6 |
| 10–15 | 10 |
| 15–20 | 10 |
| 20–25 | 25 |
| 25–30 | 22 |
| 30–35 | 18 |
| 35–40 | 5 |

इन आंकड़ों द्वारा 'से कम प्रकार' तथा 'से अधिक प्रकार' के तोरण खीचिए। इस आलेख की सहायता से इसका माध्यक ज्ञात कीजिए।

35. एक औद्योगिक क्षेत्र की 30 फैक्ट्रियों द्वारा अर्जित वार्षिक लाभ निम्न है। इन आंकड़ों के लिए दोनों प्रकार के तोरण खीचकर माध्यक ज्ञात कीजिए।

| लाभ (लाख रु. में) | फैक्ट्रियों की संख्या |
|---------------------|-----------------------|
| 5 के बराबर या अधिक | 30 |
| 10 के बराबर या अधिक | 28 |
| 15 के बराबर या अधिक | 16 |
| 20 के बराबर या अधिक | 14 |
| 25 के बराबर या अधिक | 10 |
| 30 के बराबर या अधिक | 7 |
| 35 के बराबर या अधिक | 3 |
| 40 के बराबर या अधिक | 0 |

उत्तरमाला

- | | |
|--|---|
| 1. 16.4 | 2. 20 |
| 3. 9 | 4. 3 |
| 5. $x = 25$ | 6. 5 |
| 7. बहुलक = 3 माध्यक – 2 माध्य | 8. माध्यक |
| 9. माध्य | 10. माध्यक = 20 |
| 11. 24.5 | 12. 26 |
| 13. 56 | 14. 20 |
| 15. 14 | 16. 12.89 |
| 17. अंक | विद्यार्थियों की संख्या |
| 10 से कम | 7 |
| 20 से कम | 16 |
| 30 से कम | 22 |
| 40 से कम | 30 |
| 50 से कम | 40 |
| 19. 25.2 | 20. 11 |
| 21. 27 | 22. 25 |
| 23. 20 | 25. 63.75 |
| 26. $f_1 = 18, f_2 = 29$ | 27. $f_1 = 8, f_2 = 10$ |
| 28. $x = 20, y = 7$ | 29. $a = 35, b = 25$ |
| 30. माध्य = 81.05, माध्यक = 82, बहुलक = 85.71 | |
| 31. माध्य = 32, माध्यक = 33, बहुलक = 34.38 | |
| 32. माध्य = 25 | 33. माध्य = 211 |
| 34. माध्यक = 24 | 35. माध्यक = 17.5 |

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

सांख्यिकी

अंक : 20

समय : 50 मिनट

1. $a - b$ का वर्ग चिन्ह ज्ञात करिए। 1
2. 11 से 21 के मध्य सभी सम संख्याओं का माध्य ज्ञात करिए। 1
3. 50 प्रेक्षणों का माध्य 20 है। यदि प्रत्येक संख्या को 3 से गुण किया जाए तो नया माध्य ज्ञात करिए। 2
4. 10 प्रेक्षणों का माध्य 15.3 है। यदि 6 और 9 के स्थान पर 8 और 14 रखा जाता है। तो नया माध्य क्या होगाद्य? 2
5. बहुलक ज्ञात करिए: 3

| अंक | 20 से कम | 40 से कम | 60 से कम | 80 से कम | 100 से कम |
|-------------------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| छात्रों की संख्या | 4 | 10 | 28 | 36 | 50 |

6. निम्न आंकड़ों का बहुलक 58 है तो x का मान ज्ञात करिए। 3

| | | | | | | |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| आयु वर्षों में | 20–30 | 30–40 | 40–50 | 50–60 | 60–70 | 70–80 |
| रोगियों की सं. | 5 | 13 | x | 20 | 180 | 19 |

7. निम्न बंटन का माध्य 57.6 और बारंबारताओं का योग 50 हैं तो f_1 तथा f_2 का मान ज्ञात करिए। 4

| | | | | | | |
|------------|------|-------|-------|-------|--------|---------|
| वर्गन्तराल | 0–20 | 20–40 | 40–60 | 60–80 | 80–100 | 100–120 |
| बारंबारता | 7 | f_1 | 12 | f_2 | 8 | 5 |

8. हॉस्पिटल में एक मास के दौरान दाखिल दिल के रोगियों को निम्न बंटन दर्शाता है।

| | | | | | | |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| आयु (वर्षों में) | 20–30 | 30–40 | 40–50 | 50–60 | 60–70 | 70–80 |
| रोगियों की सं. | 2 | 8 | 15 | 12 | 10 | 5 |

'कम प्रकार का' तथा 'अधिक प्रकार का तोरण खींचिए और माध्य का थी ज्ञात कीजिए।

4

□□□

15

अध्याय

प्रायिकता

महत्वपूर्ण बिन्दु:

- घटना E की सैन्ध्वतिक (या पर परपरागत) प्रायिकता जिसे हम $P(E)$ द्वारा दर्शाते हैं, को निम्न रूप में परिभावित किया जाता है:

$$P(E) = \frac{E \text{ के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की कुलसंख्या}}$$

जबकि हम कल्पना करते हैं कि प्रयोग के सभी परिणाम समप्रयाकि हैं।

- किसी प्रयोग की सभी प्रारम्भिक घटनाओं का योग 1 होता है। यह व्यापक रूप से भी सत्य है।
- निश्चित घटना की प्रायिकता एक होती है तथा असम्भावित घटना की प्रायिकता शून्य होती है।
- $P(E) + P(\bar{E}) = 1$
- घटना E की प्रायिकता एक ऐसी संख्या $P(E)$ है कि $0 \leq P(E) \leq 1$.
- ताश की गड्ढी में 52 पत्ते होते हैं जो चार समूहों हुंकम ♠ पान ♥ ईंट ♦ तथा चिड़ी में ♣ बंटे होते हैं। प्रत्येक समूह में 13 पत्ते होते हैं।
- प्रत्येक समूह के 13 पत्तों में इक्का 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, गुलाम, बेगम, बादशाह होते हैं।
- बादशाह, बेगम, गुलाम वाले पत्ते चित्र पत्ते (फेसकार्ड) कहलाते हैं।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

- एक सिक्का दो बार उछालने पर एक चित्र आने की प्रायिकता ज्ञात करिए।
- ताश की एक गड्ढी से एक पत्ता यादृच्छया निकाला गया है इसके गुलाम होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- ताश की गड्ढी से एक पक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है तो इसके ईंट का पत्ता होने की प्रायिकता बताइये।

4. एक पासे को फेंका गया इस पर सम अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता क्या होगी?
5. एक पासे के दो बार फेंका जाता है। प्रायिकता क्या है कि दोनों बार एक ही संख्या आएगी ?
6. किसी लीप वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता बताइए।
7. 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंकी गई एक ताश की गड्ढी में से एक पत्ता यादृच्छ्या निकाला जाता है। काले रंग के तस्वीर वाले पत्ते के आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
8. यदि $P(E) = 27\%$ तो इस घटना के असफल होने की प्रायिकता क्या होगी?
9. उषा और आस्था मित्र हैं। दोनों का जन्मदिन 14 नवम्बर 2015 के हों इसकी क्या प्रायिकता होगी?
10. “BHARTIYA” शब्द के अक्षरों में से एक शब्द चुना जाता है तो उस अक्षर के स्वर होने की प्रायिकता क्या होगी?
11. दो मित्रों का जन्म वर्ष 2000 में हुआ। दोनों का जन्म दिन एक ही दिन होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
12. एक पासा एक बार फेंका जाता है। अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
13. एक थैले में 6 लाल तथा 5 नीली गेंदें हैं। थैले में से एक गेंद यादृच्छ्या निकालने पर उसके नीली होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
14. पासे के एक युग्म को एक बार उछाला जाता है। उन पर 11 का योग आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
15. एक बिना लीप वर्ष में 53 सोमवार होने की प्रायिकता क्या होगी?

लघु उत्तरीय प्रश्न

16. ताश के 52 पत्तों में से एक पत्ता यादृच्छ्या निकाला जाता है प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह न तो इक्का होगा और न बादशाह।
17. एक बक्से में 250 बल्ब है 35 ब्लब खराब हैं। बक्से में से एक बल्क यादृच्छ्या निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह बल्ब खराब नहीं है।
18. किसी घटना के विपरित $3:4$ है। इस घटना के घटने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
19. यदि $(1, 4, 9, 16, 25, 29)$ में से 29 को हटा दिया जाए तो एक अभावय संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता बताइए।
20. ताश की गड्ढी में से एक पत्ता यादृच्छ्या निकाला जाता है इसके तस्वीर वाला कार्ड होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

21. 1000 लॉटरी के टिकटों में 5 टिकटों पर इनाम है। यदि एक व्यक्ति एक टिकट खरीदे तो उसके इनाम जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
22. ताश की गड्ढी में से 1 पत्ता यादृच्छ्या निकाला जाता है। इसके काला पत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
23. एक पासा एक बार उछाला जाता है। पूर्ण वर्ग संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
24. दो पासों को एक साथ उछाला जाता है दोनों पासों पर अंकों योग 10 या 10 से अधिक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
25. 1, 2, 3, , 33, 34, 35 में 7 का गुणज आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

26. एक बाक्से में कुछ कार्ड जिन पर क्रमशः संख्याएँ 3, 4, 5, 50 अंकित हैं। बाक्स में से एक कार्ड यादृच्छ्या निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस पर ऐसी संख्या है जो
 - (i) 7 से विभाजित होती है
 - (ii) पूर्ण वर्ग है
27. एक थैले में 5 सफेद गेंदे, 7 लाल गेंदे, 4 काली गेंदे तथा 2 नीली गेंदे हैं। थैले में से एक गेंद यादृच्छ्या निकालने पर प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह गेंद

| | |
|---------------------|------------------------|
| (i) सफेद या नीली है | (ii) लाल या काली है |
| (iii) सफेद नहीं है | (iv) न सफेद तथा न काली |
28. 52 पत्तों वाली ताश की गड्ढी में से ईंट के बादशाह, बेगम तथा गुलाम निकाल दिये जाते हैं। शेष पत्तों में से एक पत्ता निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकला पत्ता
 - (i) ईंट का होगा
 - (ii) गुलाम होगा
29. किसी खेल को जीतने की प्रायिकता $\frac{x}{12}$ है। यदि इसे हाने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।
30. एक लाटरी में 10 इनाम और 25 खाली हैं। इनाम जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। इस घटना के लिए $P(E) + P(\bar{E}) = 1$ की जाँच कीजिए।
31. 400 अंडों में से एक खराब अंडा निकालने की प्रायिकता 0.035 है। खराब अंडों की संख्या ज्ञात कीजिए। एक ठीक अंडा निकालने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
32. किसी मेल में एक खेल की स्टॉल पर एक डिब्बे में कुछ परचियाँ रखी हैं जिन पर 3, 3, 5, 7, 7, 7, 9, 9, 9, 11 लिखा है। एक व्यक्ति तब जीतता है यदि पर्ची पर संख्याओं का माध्य लिखा हो। उसके न जीतने की प्रायिकता क्या होगी?

33. एक बाक्स में 90 डिस्क हैं जिन पर 1 से 90 संख्या अंकित है इस बाक्स में से एक डिस्क यादृच्छया निकाली जाती है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस पर जो संख्या अंकित होगी वह
- (i) दो अंको की संख्या होगी
 - (ii) एक पूर्ण वर्ग संख्या होगी
 - (iii) 5 से विभाजित होगी
34. ताश की अच्छी तरह से फेंकी गई गड्ढी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह पत्ता।
- (i) हुक्म का है या इक्का है
 - (ii) एक लाल बादशाह है
 - (iii) न बादशाह तथा न बेगम
 - (iv) या तो एक बादशाह या एक बेगम
35. ताश की अच्छी तरह फेंटी गई गड्ढी से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है उसके
- (i) चित्र पत्ता
 - (ii) लालरंग का चित्रपत्ता
 - (iii) काले रंग का चित्रपत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
36. कक्षा में हिमांश ने कहा कि किसी भी घटना की प्रायिकता 1.3 नहीं हो सकती। यह कौन सा मूल्य दर्शाता है?
37. $P(E) + P(\bar{E}) = 1$ यह कथन कौन सा मूल्य दर्शाता है।
38. रमेश को 24000 रुपये त्यौहार के बोनस के रूप में मिले उसने 5000 रुपये मंदिर को, 12000 रुपये अपनी पत्नी को 2000 रुपये अपने नौकर को और शेष राशि अपनी बेटी को दे दी।
- (i) पत्नी को प्राप्त राशि की प्रायिकता ज्ञात कीजिए
 - (ii) नौकर को प्राप्त राशि की प्रायिकता ज्ञात कीजिए
 - (iii) बेटी को प्राप्त राशि की प्रायिकता ज्ञात कीजिए
 - (iv) रमेश के किन जीवन मूल्यों को यहाँ दर्शाया गया है।
39. एक हास्टल में 240 विद्यार्थी रहते हैं जिसमें 50% प्रातःकाल योग क्लास जाते हैं, 25% जिम क्लब तथा 15% मार्निंग वाक को जाते हैं। शेष विद्यार्थी लाफिंग क्लब से जुड़े हैं। लाफिंग क्लब से जुड़े विद्यार्थियों की प्रायिकता बताइए। प्रश्न में विद्यार्थी के किन जीवन मूल्यों को दर्शाया गया है।

उत्तरमाला

1. $\frac{1}{2}$

2. $\frac{1}{13}$

3. $\frac{1}{4}$

4. $\frac{1}{6}$

5. $\frac{1}{6}$

6. $\frac{2}{7}$

7. $\frac{3}{26}$

8. $\frac{73}{100}$

9. $\frac{1}{365}$

10. $\frac{3}{8}$

11. $\frac{1}{366}$

12. $\frac{1}{2}$

13. $\frac{5}{11}$

14. $\frac{1}{18}$

15. $\frac{1}{7}$

16. $\frac{11}{13}$

17. $\frac{43}{50}$

18. $\frac{4}{7}$

19. 0

20. $\frac{3}{13}$

21. 0.005

22. $\frac{1}{2}$

23. $\frac{1}{3}$

24. $\frac{1}{6}$

25. $\frac{1}{7}$

26. $\frac{7}{16}, \frac{1}{4}$

$$27. \frac{7}{18}, \frac{11}{18}, \frac{13}{18}, \frac{1}{2}$$

$$28. \quad \frac{10}{49}, \frac{3}{49}$$

29. 8

30. $\frac{2}{7}$

31. 14, 0.965

$$32. \quad \frac{7}{10}$$

33. $\frac{9}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}$

34. (i) $\frac{4}{13}$ (ii) $\frac{1}{26}$ (iii) $\frac{11}{13}$ (iv) $\frac{2}{13}$

$$35. \quad (i) \quad \frac{3}{13} \qquad \qquad (ii) \quad \frac{3}{26} \qquad \qquad (iii) \quad \frac{3}{26}$$

36. तार्किक मूल्य

37. समझ, तार्किकता

38. $\frac{1}{2}, \frac{1}{12}, \frac{5}{24}$, समाजिकता, कर्तव्य परायणता

39. $\frac{1}{10}$, शारीरीक फिटनेस

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

प्रायिकता

अंक : 20

समय : 50 मिनट

खण्ड-अ

- एक पासा एक बार फेंका जाता है तो विषम संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- एक थैले में 4 लाल तथा 6 काली गेंदे हैं। थैले में से 1 गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। काली गेंद आने की प्रायिकता बताइए।

खण्ड-ब

- एक अधिवर्ष में 53 शुक्रवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- ताश को अच्छी तरह फेंटी गई गड्ढी में से 1 पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है उसके काले रंग का चित्र पत्ता या लाल रंग का चित्र पत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

खण्ड-स

- एक बक्से में 5 लाल, 4 हरे तथा 7 सफेद कंचे हैं। बक्से में से 1 कंचा यादृच्छया निकालने पर उसके
 - सफेद हो न
 - न लाल और न ही सफेद होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- एक पासा एक बार फेंका जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि प्राप्त होने वाली संख्या
 - सम अभाज्य संख्या है
 - एक पूर्ण वर्ग संख्या है।

खण्ड-द

- एक थैले में कार्ड है जिस पर 1,3,5,35 संख्याएं अंकित हैं प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि एक निकाले गये कार्ड पर
 - 15 से कम वाली अभाज्य संख्या अंकित है
 - 3 तथा 15 दोनों से विभाजित होने वाली संख्या अंकित है।
- 52 ताश के पत्तों की गड्ढी से चिड़ी का बादशाह, बेगम तथा गुलाम हटाए गए तथा शेष पत्तों में से एक पत्ता खींचा गया प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि खींचा गया पत्ता |
 - पान का पत्ता होगा
 - बेगम होगा
 - चिड़ी का पत्ता होगा।

मुल्य आधारित प्रश्नों के लिए कुछ मूल्य

1. ईमानदारी
2. अनुशासन, समय का पाबंद
3. मानवता
4. लिंग समानता
5. पर्यावरण प्रेमी
6. मेहनती
7. तार्किक सोच
8. ज्ञात
9. प्रेम और देखभाल
10. खेलभावना
11. स्वस्थ प्रतियोगिता / टीम भावना
12. महत्वकांक्षा
13. साहस
14. समानता
15. आर्थिक मूल्य / बचत की आदत
16. सामाजिक मूल्य
17. धार्मिक मूल्य
18. सहयोग
19. एकता
20. स्वास्थ के प्रति सजगता।

□□□

सैम्पल प्रश्न पत्र

कक्षा-X

समय : 3 घंटा

अधिकतम अंक : 80

सामान्य निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) इस प्रश्न-पत्र में 30 प्रश्न हैं जिन्हें चार खण्डों अ, ब, स, द, में बाँटा गया है।
- (iii) खण्ड-अ में 6 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है, खण्ड-ब में 6 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक 2 अंक का है, खण्ड 8 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।
- (iv) कैल्कुलेटर का प्रयोग वर्जित है।

खण्ड-अ

1. यदि द्विघात बहुपद $x^2 - x - (2 + 2k)$ का एक शून्यक -4 है, k का मान ज्ञात कीजिए।
2. यदि $\Delta ABC \sim \Delta RQP$ $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ तो $\angle P$ का मान क्या होगा?
3. एक 15m लंबी सीढ़ी दीवार के ऊपरी सिरे तक पहुँचती है। यदि सीढ़ी दीवार के साथ 60° का कोण बानाती है तो दीवार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
4. एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 216 वर्ग सेमी है। उसका आयतन ज्ञात कीजिए।
5. यदि किसी खेल की जीतने की प्रायिकता 0.995 है तो उस खेल में हारने की प्रायिकता क्या होगी?
6. x अक्ष पर किसी बिन्दु की कोटि क्या होगी?

खण्ड-ब

7. संमातर श्रेढ़ी $7, 10\frac{1}{2}, 14, \dots$ के प्रथम 23 पदों का योग ज्ञात कीजिए।
8. ताश की अच्छी तरह फेंटी गई 52 पत्तों की गड्ढी से पत्ता यादृच्छ्या निकाला जाता है। निकाले गए कार्ड के न तो लाल रंग का पत्ता और न ही बेगम होने की प्रायिकता ज्ञात किजिए।
9. यदि बिन्दु $A(4, 3)$ तथा $B(x, 5)$ एक वृत्त जिसका केन्द्र $0(2, 3)$, है, पर स्थित हों तो x का मान ज्ञात कीजिए।
10. सरल करिए: $(\operatorname{Sec} \theta + \tan \theta)(1 - \operatorname{Sin} \theta)$
11. सिद्ध कीजिए $\operatorname{Sec}^2 \theta + \operatorname{Cot}^2(90 - \theta) = 2 \operatorname{Cosec}^2(90 - \theta) - 1$

12. यदि म.स. (306, 144) = 18 तो ल. स. ज्ञात कीजिए।

खण्ड-स

13. सिद्ध कीजिए कि $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।
14. यदि बहुपद $f(x) = x^4 - 3x^3 - x^2 + 9x - 6$ के दो शून्यक $-\sqrt{3}, \sqrt{3}$ हे तो बहुपद के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए।

या

यदि बहुपद $2x^2 + px - 15$ का एक शून्यक -5 हे तथा $p(x^2 + x) + k$ के दोनों शून्यक आपस में बराबर हैं तो p तथा k के मान ज्ञात कीजिए।

15. k के किस मान के लिए समीकरण निकाय

$$2x + 3y = 7$$

$$a(x + y) - b(x - y) = 3a + b - 2$$

संपाती रेखाएं निश्चित करेंगे।

16. P का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए द्विघात समीकरण $(p - 12)x^2 - 2(p - 12)x + 2 = 0$ के बराबर मूल होंगे।

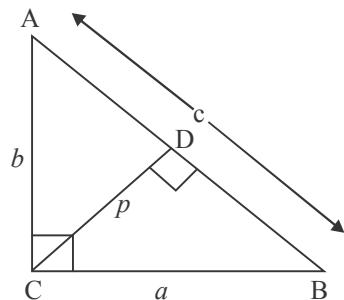
या

x के लिए हल करिए:

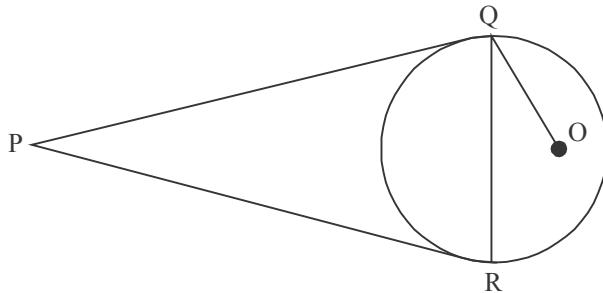
$$\frac{x+3}{x-2} - \frac{(1-x)}{x} = \frac{17}{x}$$

17. 3 अंकों वाली उन सभी संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए जिन्हें 5 से भाग करने पर प्रत्येक दशा में 2 शेष बचता है।

18. दी हुई आकृति में, $\triangle ABC$ $\angle C$ पर समकोण है। यदि $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ तथा p AB पर खींचे गए लम्ब c से लम्बाई है। सिद्ध करो:
- (i) $cp = ab$
 - (ii) $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$



19. बाह्य बिन्दु P दो स्पर्श रेखाएं PQ तथा PR, O केन्द्र वाले वृत्त पर खींची गई हैं। सिद्ध कीजिए $\angle QPR = 2 \angle OQR$



20. एक रस्सी जिससे गाय को आयत के एक कोने से बाधा गया है की लम्बाई 16m से बढ़ाकर 23m की जाती है तो गाय द्वारा चरा गया अतिरिक्त क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
21. एक खिलौना 4.2 cm की त्रिज्या वाले गोलार्ध पर बने 10.2 cm है। खिलौने में प्रयुक्त की गई लकड़ी का आयतन तथा खिलौने का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
22. निम्न बंटन का माध्य 50 है, तो f_1 तथा f_2 का मान ज्ञात कीजिए।

| वर्ग अंतराल | 0–20 | 20–40 | 40–60 | 60–80 | 80–100 | Total |
|-------------|------|-------|-------|-------|--------|-------|
| बांरबारता | 17 | f_1 | 32 | f_2 | 19 | 120 |

खण्ड-द

23. गली के एक मकान की खिड़की, जिसकी ऊँचाई तल 60m है, से गली की विपरीत दिशा में सामने बने मकान के शीर्ष व बाद के अन्नयन कोण तथा अवनमन कोण क्रमशः 60° व 45° है। दिखाइए कि विपरीत दिशा में बने मकान की ऊँचाई $60(1 + \sqrt{3})$ मी.

या

$$\text{सिद्ध कीजिए } \frac{1}{\sec \theta - \tan \theta} - \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} - \frac{1}{\sec \theta + \tan \theta}.$$

24. एक नगर में टैक्सी के भाड़े में एक नियत भाड़े के अतिरिक्त चलाई गई दूरी के आधार पर भाड़ा सम्मिलित किया जाता है। 10 किमी के लिए भाड़ा 75 रुपये तथा 15 किमी के लिए भाड़ा 110 रुपये है। व्यक्ति द्वारा 25 किमी जाने के लिए कितना भाड़ा देना पड़ेगा?

या

दो पानी के नल एक साथ एक हौज को 12 घंटे में भर सकते हैं। बड़े व्यास वाला नल

हौज को भरने में कम व्यास वालं नल से 10 घंटे कम समय लेता है। प्रत्येक द्वारा अलग से हौज को भरने के समय ज्ञात कीजिए।

25. $\triangle ABC$ की रचना कीजिए जिसमें $AB = 5$ सेमी, $\angle B = 60^\circ$ तथा शीर्षलम्ब $CD = 3$ cm दिए हुए त्रिभुज के समरूप एक और त्रिभुज बनाइए जिसकी भुजाएँ दिए गये त्रिभुज की संगत भुजाओं का $\frac{4}{5}$ गुने के बराबर हो।
26. एक शंकु के छिन्नक के रूप की बाल्टी की ऊँचाई 30 cm है। इसके ऊपरी व निचले सिरे की त्रिज्याएँ क्रमशः 10 cm और 20 cm हैं। बाल्टी की धारिता ज्ञात कीजिए और 25 रुपये प्रति लीटर की दर से बाल्टी में आ सकने वाले दूध का मूल्य ज्ञात कीजिए।
27. एक ज़ार में 24 कंचे हैं जिनमें से कछ हरे कंचे तथा शेष नीले कंचे हैं। यदि इस ज़ार में से यादृच्छ्या एक कंचा निकाला जाता है तो इस कंचे के हरा होने की प्रायिकता $2/3$ है। ज़ार में नीले कंचों की संख्या ज्ञात कीजिए।
28. पाइथागोरस प्रमेय का कथन लिखिए और इसे सिद्ध कीजिए।

या

सिद्ध कीजिए वृत्त पर स्थित किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखा स्पर्श बिन्दु से होकर गई त्रिज्या पर लंब होती है।

29. नीचे दिया गया बंटन एक कक्षा के 100 छात्रों के अंक दर्शा रहा है—

| अंक | छात्रों की संख्या |
|-------|-------------------|
| 0–5 | 4 |
| 5–10 | 6 |
| 10–15 | 10 |
| 15–20 | 10 |
| 20–25 | 25 |
| 25–30 | 22 |
| 30–35 | 18 |
| 35–40 | 5 |

दिए गए बंटन से 'कम प्रकार का' और 'अधिक प्रकार का' तोरण खींचिए तथा ग्राफ से माध्यक ज्ञात कीजिए।

30. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो $(0, +1)$ $(2, 1)$ तथा $(0, 3)$ शीर्षों वाले त्रिभुज के मध्य बिन्दुओं को मिलाने पर बना है। इस प्रकार बने त्रिभुज तथा दिए गए त्रिभुज के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।

सैम्पल प्रश्न पत्र-1 (हल)

1. $x^2 - x - (2 + 2k)$ का शून्यक -4 है

$$\therefore (-4)^2 - (-4) - (2 + 2k) = 0$$

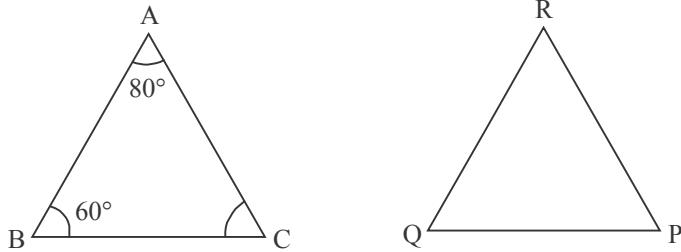
$$\Rightarrow 16 + 4 - 2 - 2k = 0$$

$$\Rightarrow 18 - 2k = 0$$

$$\Rightarrow -2k = -18$$

$$\Rightarrow k = 9$$

2.



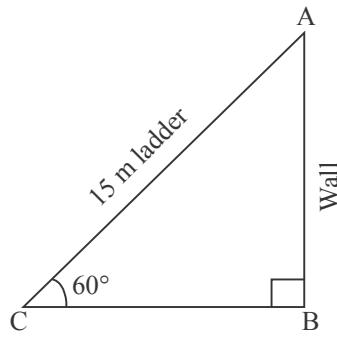
$$\therefore \Delta ABC \sim \Delta RQP$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \angle P &= \angle C = 180 - (\angle A + \angle B) \\ &= 180 - (80^\circ + 60^\circ) \\ &= 180 - 140 \\ &= 40^\circ \end{aligned}$$

3. ΔABC में

$$\begin{aligned} \sin 60^\circ &= \frac{h}{15} \\ \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{h}{15} \\ \Rightarrow 2h &= 15\sqrt{3} \\ \Rightarrow h &= \frac{15\sqrt{3}}{2} \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{दीवार की ऊँचाई} = \frac{15\sqrt{3}}{2} \text{ m}$$



4. घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 216 cm^2

$$6a^2 = 216$$

$$a^2 = \frac{216}{6} = 36$$

$$a = \sqrt{36} = 6\text{cm}$$

घन का आयतन = $a^3 = 6^3 = 216 \text{ cm}^3$

5. $P(E) = 0.995$

$$\begin{aligned} P(E) &= 1 - P(E) \\ &= 1 - 0.995 \\ &= 0.005 \end{aligned}$$

6. x -अक्ष पर किसी बिन्दु की कोटि = 0

खण्ड-ब

7. $7, 10\frac{1}{2}, 14, \dots$

$$a = 7, d = \frac{21}{2} - 7 = \frac{7}{2}$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$\begin{aligned} S_{23} &= \left[2 \times 7 + (23-1) \cdot \frac{7}{2} \right] \\ &= \frac{23}{2} \left[14 + 22 \times \frac{7}{2} \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{23}{2} [14 + 77]$$

$$= \frac{23}{2} \times \frac{91}{1}$$

$$= \frac{2093}{2}$$

8. $m(s) = 52$

लाल पत्ते = 26

काली बेगम = 02

माना A उन पत्तों की संख्या है जो न लाल हैं और न ही काले रंग की बेगम है।

$$\therefore n(A) = 52 - 26 - 02 = 24$$

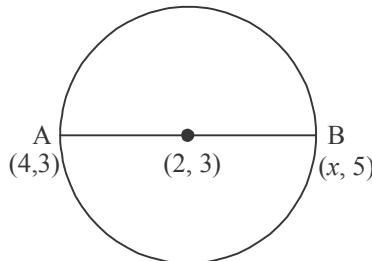
$$p(A) = \frac{24}{52} = \frac{6}{13}$$

9. $2 = \frac{x+4}{2}$

$$x + 4 = 4$$

$$x = 4 - 4$$

$$x = 0$$



10. $(\sec \theta + \tan \theta)(1 - \sin \theta)$

$$= \left(\frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right) (1 - \sin \theta)$$

$$= \left(\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \right) (1 - \sin \theta)$$

$$= \frac{1^2 - \sin^2 \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta} = \cos \theta$$

11. L.H.S. $\sec^2 \theta + \cot^2 (90 - \theta)$

$$= \sec^2 \theta + \tan^2 \theta$$

$$= 1 + \tan^2 \theta + \tan^2 \theta$$

$$= 1 + 2 \tan^2 \theta$$

R.H.S. $2 \operatorname{cosec}^2 (90 - \theta) - 1$

$$= 2 \sec^2 \theta - 1$$

$$= 2(1 + \tan^2 \theta) - 1$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 + 2 \tan^2 \theta - 1 \\
 &= 1 + 2 \tan^2 \theta
 \end{aligned}$$

L.H.S. = R.H.S.

12. $N_1 = 306, N_2 = 144$

म.स. = 18

$$\begin{aligned}
 \text{ल.स.} &= \frac{N_1 \times N_2}{\text{HCF}} \\
 &= \frac{306 \times 144}{18} \\
 &= 2448
 \end{aligned}$$

खण्ड-स

13. माना $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ एक परिमेय संख्या है।

\therefore और p इस प्रकार के पूर्णांक होंगे कि $\frac{2\sqrt{3}}{5} = \frac{p}{q}$ है जहाँ $q \neq 0$

$$\text{या } \sqrt{3} = \frac{5p}{2q}$$

क्योंकि p और q पूर्णांक इसलिए $\frac{5p}{2q}$ एक परिमेय सं. है।

$\Rightarrow \sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

परन्तु यह गलत है, क्योंकि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है इसलिए हमारी कल्पना गलत है।

$\therefore \frac{2\sqrt{3}}{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

14. $f(x) = x^4 - 3x^3 - x^2 + 9x - 6$

$\therefore -\sqrt{3}, \sqrt{3}$ $f(x)$ के दो शून्यक हैं

$\therefore (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$, $f(x)$ को पूर्व विभाजित करेगा।

या $x^2 - 3$, $f(x)$ का एक गुणन खंड है

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 3 \quad) \quad x^4 - 3x^3 - x^2 + 9x - 6 \quad (\quad x^2 - 3x + 2 \\
 \quad \quad \quad x^4 - 3x^2 \\
 \quad \quad \quad - \quad + \\
 \hline
 \quad \quad \quad - 3x^3 \cancel{+} 2x^2 + 9x \cancel{-} 6 \\
 \quad \quad \quad \cancel{- 3x^3} \quad \cancel{+ 9x} \\
 \quad \quad \quad + \quad - \\
 \hline
 \quad \quad \quad \cancel{2x^2} \quad \cancel{- 6} \\
 \quad \quad \quad \cancel{- 6} \\
 \hline
 \quad \quad \quad \times
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (x^2 - 3)(x^2 - 3x + 2) \\
 &= \left[x^2 - (\sqrt{3})^2 \right] [x^2 - 2x - x + 2] \\
 &= (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x - 2)(x - 1) \\
 &= (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x - 2)(x - 1)
 \end{aligned}$$

$\therefore f(x) =$ के शून्यक : $-\sqrt{3}, \sqrt{3}, 2, 1$

गा

$2x^2 + px - 15$ का एक शून्यक -5

$$\therefore 2(-5)^2 + p(-5) - 15 = 0$$

$$50 - 5p - 15 = 0$$

$$-5p = -35$$

$$p = 7$$

| | |
|---|--|
| $\Rightarrow p(x^2 + x) + k$ $= 7(x^2 + x) + k$ $= 7x^2 + 7x + k$ $\alpha + \beta = -\frac{7}{7} = -1$ $\alpha + \beta = -1 \quad (\because \alpha = \beta)$ $2\alpha = -1$ $\Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2}$ | $\alpha \cdot \beta = \frac{k}{7}$ $\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{k}{7}$ $\frac{1}{4} = \frac{k}{7}$ $4k = 7$ $k = \frac{7}{4}$ |
|---|--|

$$15. \quad 2x + 3y = 7 \quad \text{---1}$$

$$a(x+y) - b(x-y) = 3a + b - 2$$

$$\text{या } x(a-b) + y(a+b) = 3a + b - 2 \quad \text{---2}$$

संपाती रेखाओं के लिए

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\frac{2}{a-b} = \frac{3}{a+b} = \frac{7}{3a+b-2}$$

$$\text{जब } \frac{2}{a-b} = \frac{7}{3a+b-2}$$

$$7a - 7b = 6a + 2b - 4$$

$$a - 9b = -4 \quad \text{---3}$$

$$\text{जब } \frac{3}{a+b} = \frac{7}{3a+b-2}$$

$$7a + 7b = 9a + 3b - 6$$

$$-2a + 4b = -6$$

$$a - 2b = 3 \quad \text{---4}$$

$$a - 9b = -4$$

$$\begin{array}{r} a - 2b = 3 \\ - \quad + \quad - \\ \hline 7b = 7 \end{array}$$

$$b = 1$$

$$a - 9 \times 1 = -4$$

$$a = 4 + 9$$

$$a = 5$$

$$16. \quad (p-12)x^2 - 2(p-12)x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow a = p-12, b = -2(p-12),$$

$$c = 2$$

बराबर मूल के लिए

$$D = 0$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$[-2(p-12)]^2 - 4(p-12) \times 2 = 0$$

$$\begin{aligned}
 4(p-12)^2 - 8(p-12) &= 0 \\
 (p-12)^2 - 2(p-12) &= 0 \\
 (p-12)(p-12-2) &= 0 \\
 (p-12)(p-14) &= 0 \\
 p &= 12, 14
 \end{aligned}$$

गति

$$\frac{x+3}{x-2} - \frac{1-x}{x} = \frac{17}{x}$$

$$\frac{x^2 + 3x - (x - x^2 - 2 + 2x)}{x(x-2)} = \frac{17}{6}$$

$$\frac{x^2 + 3x - 3x + x^2 + 2}{x-2} = \frac{17}{1}$$

$$\frac{2x^2 + 2}{x-2} = \frac{17}{1}$$

$$2x^2 + 2 = 17x - 34$$

$$2x^2 - 17x + 36 = 0$$

$$2x^2 - 9x - 8x + 36 = 0$$

$$x(2x-9) - 4(2x-9) = 0$$

$$(2x-9)(x-4) = 0$$

$$x = \frac{9}{2}, 4$$

17. 5 से भाग करने पर हर दशा में 2 शेष आने वाली तीन अंको की संख्या

$$102, 107, \dots, 997$$

$$a_n = 997, a = 102, d = 107 - 102 = 5$$

$$102 + (n-1)5 = 997$$

$$102 + 5n - 5 = 997$$

$$5n + 97 = 997$$

$$5n = 997 - 97$$

$$5n = 900$$

$$n = \frac{900}{5} = 180$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a + an]$$

$$S = \frac{180}{2}[102 + 997]$$

$$= 90 \times 1099$$

$$= 98910$$

$$18. \text{ त्रिभुज } ACB \text{ का क्षे.} = \frac{1}{2} \times a \times b$$

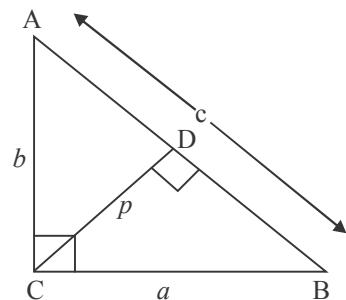
$$= \frac{1}{2} ab$$

...1

$$\text{त्रिभुज } ACB \text{ का क्षे.} = \frac{1}{2} \times c \times p$$

$$= \frac{1}{2} cp$$

...2



सभी 1 व 2 से

$$\frac{1}{2} cp = \frac{1}{2} ab$$

$$cp = ab \quad \text{सिद्ध हुआ}$$

$$p = \frac{ab}{c}$$

$$p^2 = \frac{a^2 b^2}{c^2}$$

$$\frac{1}{p^2} = \frac{c^2}{a^2 b^2}$$

$$\frac{1}{p^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} \quad [\therefore \Delta ACB \text{ में } c^2 = a^2 + b^2 \text{ (प. प्रमेय)}]$$

$$\frac{1}{p^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2} \quad \text{या } \frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

19. माना $\angle QPR = Q$

हम जानते हैं कि $PQ = PR$

$\Rightarrow PQR$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है

$$\Rightarrow \angle PQR = \angle PRQ = \frac{1}{2} (180 - Q)$$

$$\Rightarrow \angle PQR = \angle PRQ = 90 - Q/2$$

$$\therefore \angle OQP = 90^\circ (\because OQ \perp PQ)$$

$$\therefore \angle OQR = \angle OQP = \angle PQR$$

$$\text{या } \angle OQR = 90 - (90 - \frac{1}{2}Q) \quad \left(\begin{array}{l} \text{बाध्य बिन्दु से इस पर खींची गई स्पर्श} \\ \text{रेखाओं की ल. समान होती है} \end{array} \right)$$

$$\text{या } \angle OQR = \frac{1}{2}Q$$

$$\Rightarrow \angle OQR = \frac{1}{2} \angle QPR$$

$$\Rightarrow \angle QPR = 2 \angle OQR$$

20. चरा गया अतिरक्त क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi \theta}{360} (R^2 - r^2)$$

$$= \frac{90}{360} \times \frac{22}{7} (23^2 - 16^2)$$

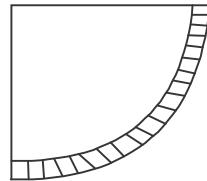
$\frac{1}{4}$

$$= \frac{11}{14} \times (23 + 16)(23 - 16)$$

$$= \frac{11}{14} \times 39 \times 7$$

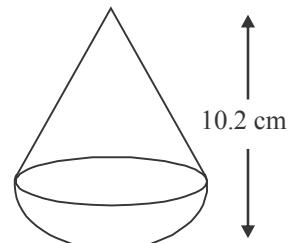
$\frac{1}{2}$

$$= \frac{429}{2} = 214.5 \text{ m}^2$$



21. $r = 4.2 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} \text{संकु की ऊँचाई} &= 10.2 - 4.2 \\ &= 6 \text{ cm} \\ l &= \sqrt{6^2 + 4.2^2} \\ &= \sqrt{36 + 17.14} = \sqrt{53.64} \\ &= 7.32 \text{ cm} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{लकड़ी का आयतन} &= \frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3 \\ &= \frac{1}{3}\pi r^2 (h + 2r) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 4.2 \times 0.2 \times 4.2 (6 + 2 \times 4.2) \\ &= 4.4 \times 4.2 \times 14.4 \\ &= 266.112 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{खिलौने का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= \pi r l + 2\pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 4.2 \times 7.3 \times 2 \times \frac{22}{7} (4.2)^2 \\ &= 96.36 + 110.88 \\ &= 207.24 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

22. वर्ग अन्तराल

| | x | f | fx |
|--------|-----|------------------------|---------|
| 0–20 | 10 | 17 | 170 |
| 20–40 | 30 | f_1 | $30f_1$ |
| 40–60 | 50 | 32 | 1600 |
| 60–80 | 70 | f_2 | $70f_2$ |
| 80–100 | 90 | 19 | 1710 |
| | 120 | $3480 + 30f_1 + 70f_2$ | |

माध्य = 50

$$\frac{3480 + 30f_1 + 70f_2}{120} = 50$$

$$\begin{aligned}
 3480 + 30f_1 + 70f_2 &= 6000 \\
 348 + 3f_1 + 7f_2 &= 600 \\
 3f_1 + 7f_2 &= 252 \quad \dots 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{तथा } 17 + f_1 + 32 + f_2 + 19 &= 120 \\
 f_1 + f_2 &= 120 - 68 \\
 f_1 + f_2 &= 52 \quad \dots 2
 \end{aligned}$$

सेसी D में तथा C में 3 से गुणा

$$\begin{aligned}
 3f_1 + 7f_2 &= 252 \\
 3f_1 + 3f_2 &= 156 \\
 \hline
 4f_2 &= 96 \\
 f_2 &= \frac{96}{4} = 24 \\
 f_1 + 24 &= 52 \\
 f_1 &= 52 - 24 = 28
 \end{aligned}$$

23. ΔABC में

$$\tan 45^\circ = \frac{60}{y}$$

$$1 = \frac{60}{y}$$

$$y = 60$$

ΔACE में

$$\tan 60^\circ = \frac{x}{y}$$

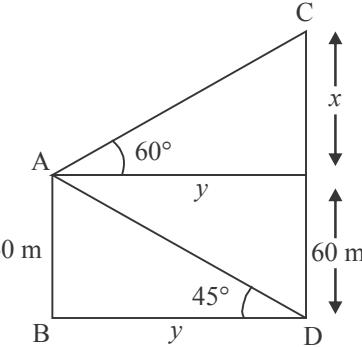
$$\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{x}{60}$$

$$x = 60\sqrt{3}$$

विपरित दिशा में बने मकान की ऊँचाई = 60

$$= 60 + 60\sqrt{3}$$

$$= 60(1 + \sqrt{3}) m$$



$$\begin{aligned}
 \text{L.H.S.} &= \frac{1}{\sec \theta - \tan \theta} - \frac{1}{\cos \theta} \\
 &= \frac{\sec \theta + \tan \theta}{(\sec \theta - \tan \theta)(\sec \theta + \tan \theta)} - \sec \theta \\
 &= \frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec^2 \theta - \tan^2 \theta} - \sec \theta \\
 &= \frac{\sec \theta + \tan \theta}{1} - \sec \theta \\
 &= \sec \theta + \tan \theta - \sec \theta \\
 &= \tan \theta \\
 \text{R.H.S.} &= \frac{1}{\cos \theta} - \frac{1}{\sec \theta + \tan \theta} \\
 &= \sec \theta - \frac{\sec \theta - \tan \theta}{\sec^2 \theta - \tan^2 \theta} \\
 &= \sec \theta - \frac{\sec \theta - \tan \theta}{1} \\
 &= \sec \theta - \sec \theta + \tan \theta \\
 &= \tan \theta \\
 \text{CHS} &= \text{RHS}
 \end{aligned}$$

24. माना अचर भाड़ा = x सं.

प्रति किमी भाड़ा = y सं.

शर्त

$$\begin{array}{rcl}
 x + 10y &= 75 & \dots 1 \\
 x + 15y &= 110 & \dots 2 \\
 \hline
 - & - & - \\
 -5y &= -35 \\
 y &= 7
 \end{array}$$

$y = 7$ सेमी. (1) में रखने पर

$$x + 10 \times 7 = 75$$

$$x = 75 - 70$$

$$x = 5$$

नियत भाड़ा $= x = 5$ रुपये

प्रति किमी भाड़ा $= y = 7$ रुपये

$\therefore 25$ किमी के लिए भाड़ा

$$= n + 25y$$

$$= 5 + 25 \times 7$$

$$= 180$$
 रुपये

Or

माना छोटे व्यास वाले नल द्वारा लिया समय $= n$ घंटे

बड़े व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय $= (n - 10)$ घंटे

शर्त:

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n-10} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{n-10 + n}{n(n-10)} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{2n-10}{n^2-10n} = \frac{1}{12}$$

$$n^2 - 10n = 24x - 120$$

$$n^2 - 34n + 120 = 0$$

$$n^2 - 30n - 4n + 120 = 0$$

$$n(n-30) - 4(n-30) = 0$$

$$(n-30)(n-4) = 0$$

$$n = 30, n = 4$$

छोटे नल द्वारा लिया गया समय $= 30$ घंटे

बड़े नली द्वारा लिया गया समय $= 20$ घंटे

25. सही रचना के पूर्ण अंक

26. $h = 30 \text{ cm}$, $r = 10 \text{ cm}$, $R = 20 \text{ cm}$

$$\begin{aligned}\text{बाल्टी की धारिता} &= \frac{1}{3}\pi h (R^2 + r^2 + Rr) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 30(20^2 + 10^2 + 20 \times 10) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 30(400 + 100 + 200) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 30 \times \cancel{10} \times \cancel{100} \\ &= 220 \times 100 = 22000 \text{ cm}^3 \\ &= \frac{22000}{1000} = 22 \text{ लीटर}\end{aligned}$$

दूध का मूल्य $= 25 \times 22 = 550$ रुपये

27. फुल कंचे $= 24$

माना हरे कंचे $= x$

नीले कंचे $= 24 - x$

$$p(\text{हरे कंचे की प्रायिकता}) = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x}{24} = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{24 \times 2}{3} = 16$$

\therefore नीले कंचो की सं. $= 24 - 16 = 8$

28. कथन : 1 अंक

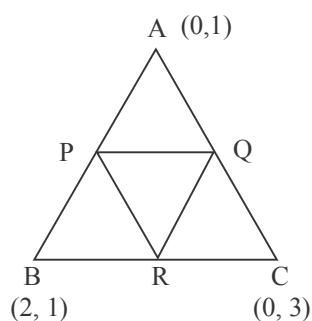
दिया है, सिद्ध करना, रचना प्रत्येक $\frac{1}{2}$ अंक उपपत्ति : $1\frac{1}{2}$ अंक

29.

| कम प्रकार | | अधिक प्रकार | |
|-----------|-------------|-------------|--------------|
| अंक | छोटो की सं. | अंक | छोटों की सं. |
| 5 से कम | 4 | 0 से कम | 100 |
| 10 से कम | 10 | 5 से कम | 96 |
| 15 से कम | 20 | 10 से कम | 90 |
| 20 से कम | 30 | 15 से कम | 80 |
| 25 से कम | 55 | 25 से कम | 70 |
| 30 से कम | 77 | 30 से कम | 45 |
| 35 से कम | 95 | 30 से कम | 23 |
| 40 से कम | 100 | 35 से कम | 5 |

कम प्रकार का तथा अधिक प्रकार का तोरण बनाकर माध्यिका भी ज्ञात करिए।

30.



$$P = \left(\frac{0+2}{2}, \frac{1+1}{2} \right) = (1, 1)$$

$$Q = \left(\frac{0+0}{2}, \frac{1+3}{2} \right) = (0, 2)$$

$$R = \left(\frac{2+0}{2}, \frac{1+3}{2} \right) = (1, 2)$$

$$\Delta PQR \text{ का क्षेत्रफल } = [1(2-2) + 0(2-1) + 1(-2)]$$

$$A_1 = \frac{1}{2}[0+0-1]$$

$$= -\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षे.} = \frac{1}{2}[0(1-3) + 2(3-1) + 0(1-1)]$$

$$A_2 = \frac{1}{2}[0+4+0]$$

$$= 2 \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

$$A_1 : A_2 = 1 : 4$$

□□□

सैम्पल प्रश्न पत्र

(Tentative Paper, Marking Scheme may change as per guidelines issued C.B.S.E)

समय : 3 घंटा

अधिकतम अंक : 80

सामान्य निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) इस प्रश्न-पत्र में 30 प्रश्न हैं जिन्हें चार खण्डों अ, ब, स, द, में बाँटा गया है।
- (iii) खण्ड-अ में एक-एक अंक वाले 6 प्रश्न हैं। खण्ड ब में 6 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक 2 अंक का है, खण्ड स में 10 प्रश्न तीन-तीन अंक के हैं और खण्ड द में 8 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक 4 अंक का है।
- (iv) कैल्कुलेटर का प्रयोग वर्जित है।

खण्ड-अ

1. बहुपद $p(x) = x^3 + 3x^2 - 3x + 1$ के अधिकतम शून्यकों की संख्या बताओ।
2. $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, क्षे. (ABC) = 16 cm² और क्षे. (PQR) = 81 cm² हो, AB = 2 cm हो तो PQ का मान ज्ञात करें।
3. एक मीनार की ऊँचाई और इसकी भूमि पर बनी छाया की लंबाई का अनुपात $\sqrt{3} : 1$ है। सूर्य का उन्नयन कोण क्या है?
4. एक ठोस अर्द्ध गोले का आयतन तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप में बराबर है। अर्द्ध गोले का व्यास क्या है।
5. संख्याओं -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3. में से यादृच्छया एक संख्या को चुना गया। इस संख्या का वर्ग 1 या 1 से कम होने की प्रायिकता क्या होगी?
6. यदि बिंदुओं (4, k) तथा (1, 0) के बीच की दूरी 5 है तो k के संभावित मान क्या होंगे।

खण्ड-ब

7. 3 से विभाजित होने वाली दो अंकों की घनात्मक संख्याओं का योग ज्ञात करें।
8. एक पासे को दो बार फेंका गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि प्राप्त संख्या (i) संख्या अभाज्य है (ii) संख्या 2 से विभाज्य है।

9. बिन्दु A (3, -6) तथा B (5, 3) को जोड़ने वाले रेखाखंड को x अक्ष जिस अनुपात में विभाजित करे वह अनुपात ज्ञात करें।

10. यदि $3\cot A = 4$ हो तो $\frac{\operatorname{Cosce}^2 A + 1}{\operatorname{Cosce}^2 A - 1}$ का मान ज्ञात करे।

11. सिद्ध करें $\frac{\sin \theta}{\sin(90-\theta)} + \frac{\cos \theta}{\cos(90-\theta)} = \sec \theta \operatorname{cosce} \theta$

12. 455 तथा 84 का HCF यूकिलिड विभाजन एल्गोरिथम द्वारा ज्ञात करें।

खण्ड-स

13. सिद्ध करें $5 - \sqrt{3}$ अपरिमेय संख्या है।

14. बहुपद $p(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 10x - 8$ के सभी शून्यक ज्ञात करें जबकि दो शून्यक $\sqrt{2}$ और $-\sqrt{2}$ हैं।

अथवा

बहुपद $3\sqrt{2}x^2 + 13x + 6\sqrt{2}$ के शून्यक ज्ञात करें तथा शून्यकों एवं गुणांकों के बीच जो संबंध है वह सिद्ध करें।

15. x तथा y के लिए सरल करें

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$$

$$ax - by = a^2 - b^2$$

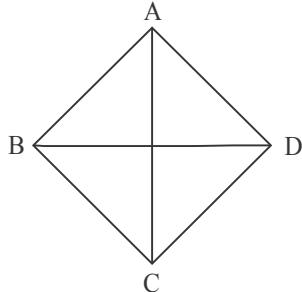
16. k का मान ज्ञात करें जब द्विघात समीकरण $x^2 + k(2x + k - 1) + 2$ के मूल वास्तविक तथा बराबर हों।

अथवा

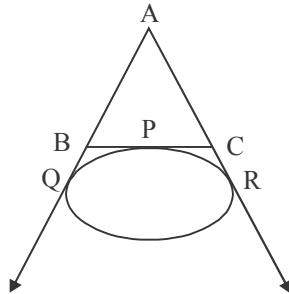
निम्न समीकरण को x के लिए हल करें $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x} = \frac{1}{a+b+x}$

17. एक समान्तर श्रेणी के n पदों का योग $5n^2 - 3n$ है। समान्तर श्रेणी ज्ञात करें तथा इसका 16वां पद भी ज्ञात करें।

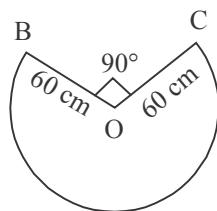
18. दिए गए चित्र में ABCD एक समचतुर्भुज है। सिद्ध करें $4AB^2 = AC^2 + BD^2$



19. दिए गए चित्र में एक वृत्त ΔABC की भुजा BC को P पर छूता है और बढ़ी हुई भुजा AB और AC को बिंदु Q तथा R पर क्रमशः छूता है। यदि $AQ = 5 \text{ cm}$ हो ΔABC का परिमाप ज्ञात करें।



20. दी गई आकृति में एक केज का ऊपरी हिस्सा वृत्त के त्रिज्याखण्ड के रूप में है। वृत्त का केंद्र O है तथा $\angle BOD = 90^\circ$ है। यदि $OB = OD = 60 \text{ cm}$ हो तो मेज के ऊपरी हिस्से का परिमाप ज्ञात करें। $\pi = 3.14$ का प्रयोग करें।



21. एक ठोस बेलन दूसरे ठोस बेलन पर अध्याशेसित हैं जिनके त्रिज्या r और ऊँचाई h समान हैं। इस आकृति का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करें।
 22. दिए गए बंटन की माध्यिका 35 हो तो x तथा y का मान ज्ञात करें—

| वर्ग अंतराल | 0–10 | 10–20 | 20–30 | 30–40 | 40–50 | 50–60 | 60–70 | कुल |
|----------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| बांरबारता | 10 | 20 | x | 40 | y | 25 | 15 | 170 |

खण्ड-द

23. यदि $\sec \theta = x + \frac{1}{4x}$ हो तो सिद्ध करें

$$\sec \theta + \tan \theta = 2x \text{ या } \frac{1}{2x} \text{ होगा।}$$

अथवा

एक नेट विमान का भूमि पर बिंदु A से उन्नयन कोण 60° है। 15 सेकण्ड की उड़ान के बाद यह उन्नयन कोण 30° हो जाता है।

यदि नेट विमान एक अचर ऊँचाई $1500\sqrt{3} m$ पर उड़ रहा हो तो इसकी गति ज्ञात करें

24. एक दुकानदार कुछ किताबें रुपये 1200 में खरीदता है। यदि वह इसी राशि में 10 किताबें और खरीदता है तो प्रत्येक किताब का मूल्य रुपये 20 कम हो जाता है। उसने कुल कितनी किताबें खरीदी थी।

अथवा

एक नाव धारा के विपरीत $24 km$ तथा धारा की दिशा में $28 km$ जाने में 6 घंटे का समय $30 km$ और धारा की दिशा में $21 km$ जाए तो इसे 6 घंटे तथा 30 मिनट लगते हैं।

25. $4 cm$ त्रिज्या वाले वृत्त पर दो स्पर्श रेखाओं की रचना इस प्रकार कीजिए कि वे एक दूसरे पर 45° के कोण पर झुकी हैं।
26. 10 सेमी त्रिज्या के एक शंकु को उसके आधार के समांतर एक समतल द्वारा उसकी ऊँचाई के मध्य बिंदु से दो हिस्सों में बांटा जाता है। दोनों हिस्सों के आयतनों की तुलना कीजिए।
27. पीटर दो विभिन्न पासों को एक साथ फेंकता है तथा प्राप्त दो अंकों का गुणनफल ज्ञात करता है। रीना एक पासे को फेंकती है तथा प्राप्त संख्या का वर्ग करती है। संख्या 25 प्राप्त करने की किस की संभावना अधिक है।
28. आधारभूत अनुपातिकता प्रमेय को कथन सहित सिद्ध कीजिए।

अथवा

सिद्ध कीजिए किसी बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाइयाँ बराबर होती हैं।

29. निम्न बंटन 30 दुकानों के वार्षिक लाभ को दर्शाता है।

| लाख (लाख में) | 0–5 | 5–10 | 10–15 | 15–20 | 20–25 |
|-------------------|-----|------|-------|-------|-------|
| दुकानों की संख्या | 3 | 14 | 5 | 6 | 2 |

इस बंटन से कम प्रकार को तोरण व अधिक प्रकार का तोरण बनाकर माध्यक बताइये।

30. बिन्दु A (2, 9), B (a , 5), C (5, 5) एक समकोण Δ के शीर्ष हैं जो B पर समकोण है। a का मान ज्ञात करिए तथा ΔABC का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

□□□

टिप्पणी

टिप्पणी