

# **शिक्षा निदेशालय**

राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

सहायक सामग्री  
(2018-2019)

कक्षा : ग्यारहवीं

## **अर्थशास्त्र**

मार्गदर्शनः

**श्री संदीप कुमार**  
सचिव (शिक्षा)

**श्री संजय गोयल**  
निदेशक (शिक्षा)

**डॉ. सरोज बाला सेन**  
अतिरिक्त शिक्षा निदेशक (स्कूल एवं परीक्षा)

समन्वयकः

**श्रीमती मुक्ता सोनी    श्री यू.डी. ओड़ा    श्री राजकुमार    श्री कृष्ण कुमार**  
उप शिक्षा निदेशक (परीक्षा)    उप शिक्षा अधिकारी (परीक्षा)    विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)    विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)

उत्पादन मंडल

अनिल कुमार शर्मा  
दीपक तंवर

---

दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो में अनिल कौशल, सचिव, दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो, 25/2,  
पंखा रोड, संस्थानीय क्षेत्र, नई दिल्ली द्वारा प्रकाशित तथा मैसर्स अरिहन्त ऑफसैट, नई दिल्ली  
द्वारा मुद्रित।

**SANDEEP KUMAR**  
IAS



सचिव ( शिक्षा )  
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र  
दिल्ली सरकार

पुराना सचिवालय, दिल्ली-110054  
दूरभाष : 23890187 टेलीफैक्स : 23890119

Secretary (Education)  
Government of National Capital Territory of Delhi  
Old Secretariat, Delhi-110054  
Phone : 23890187 Telefax : 23890119  
e-mail : secyedu@nic.in

### PREFACE

It gives me immense pleasure to present the Support Material for various subjects. The material prepared for students of classes IX to XII has been conceived and developed by a team comprising of the Subject Experts, Members of the Academic Core Unit and teachers of the Directorate of Education.

The subject wise Support Material is developed for the betterment and enhancement of the academic performance of the students. It will give them an insight into the subject leading to complete understanding. It is hoped that the teachers and students will make optimum use of this material. This will help us achieve academic excellence.

I commend the efforts of the team who have worked with complete dedication to develop this matter well within time. This is another endeavor of the Directorate to give complete support to the learners all over Delhi.

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Sandeep Kumar".  
(SANDEEP KUMAR)  
SECRETARY

**Sanjay Goel, IAS**

D.O. No. PS/DE/2018/343



**Director**

Education & Sports, Govt. of NCT of Delhi  
Old Secretariat, Delhi-110054  
Tel.: 23890172, Fax : 23890355  
E-mail : diredu@nic.in  
Website : www.edudel.nic.in

Date : 8/8/2018

**DIRECTOR'S MESSAGE**

Dear Students,

Through this Support Material, I am getting an opportunity to communicate directly with you and I want to take full advantage of this opportunity.

In Delhi, there are approximately 1020 other government schools like yours, which are run by Directorate of Education. The Head Quarters of Directorate of Education is situated at Old Secretariat, Delhi-54.

All the teachers in your school and officers in the Directorate work day and night so that the standard of our govt. schools may be uplifted and the teachers may adopt new methods and techniques to teach in order to ensure a bright future for the students.

Dear students, the book in your hand is also one such initiative of your Directorate. This material has been prepared specially for you by the subject experts. A huge amount of money and time has been spent to prepare this material. Moreover, every year, this material is reviewed and updated as per the CBSE syllabus so that the students can be updated for the annual examination.

Last, but not the least, this is the perfect time for you to build the foundation of your future. I have full faith in you and the capabilities of your teachers. Please make the fullest and best use of this Support Material.



The image is a handwritten signature in black ink, appearing to read "Sanjay Goel".

DIRECTOR (EDUCATION)

**Dr. (Mrs.) Saroj Bala Sain**  
Addl. Director of Edn. (School)/Exam



Govt. of NCT of Delhi  
Directorate of Education  
Old Secretariat, Delhi-110054  
Tel.: 23890023

D.O. No. PA/Addl.DE(School)/80  
Date : 16/07/2018

It gives me immense pleasure and a sense of satisfaction to forward the support material for classes IX to XII in all subjects. The support material is continuously revised redesigned and updated by a team of subject experts, members of Core Academic Unit and teachers from various schools of DOE.

Consistent use of support material by the students and teachers will make the year long journey seemless and enjoyable. The purpose of providing support material has always been to make available ready to use material which is matchless and most appropriate.

My commendation for all the team members for their valuable contribution.

  
Dr. Saroj Bala Sain  
Addl.DE (School)



**शिक्षा निदेशालय**  
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

**सहायक सामग्री**  
(2018-2019)

**अर्थशास्त्र**  
कक्षा : ग्यारहवीं  
( हिन्दी माध्यम )

**निःशुल्क वितरण हेतु**

---

**दिल्ली पाठ्य-पुस्तक ब्यूरो द्वारा प्रकाशित**



---

## **LIST OF MEMBERS WHO PREPARED SUPPORT MATERIAL FOR ECONOMICS, 2018-19**

---

### **CLASS XI** **GROUP LEADER**

**Mr. Sanjeev Kumar** G.B.S.S. School, Brahmupuri, Delhi  
Vice Principal

#### **Team Members**

**Mr. Ajay Kumar (EM)** CORE ACADEMIC, UNIT  
Lect. (Eco) (EXAM BRANCH HQ)

**Mr. Susheel Jain** GBSSS, Sabhapur, Delhi  
Lect. (Eco)

**Mr. Mandeep Kumar Dagar** RPVV B-1, Vasant Kunj,  
Lect. (Eco) New Delhi-110070

**Mrs. Renu Verma** GGSSS B-1, Yamuna Vihar,  
Lect. (Eco) Delhi-110053

**Mr. Serajuddin** Fatehpuri Muslim Sr. Sec. School  
Delhi-110006

# **ECONOMICS (Code No. 030)**

## **(2018-19)**

### **Rationale**

Economics is one of the social sciences, which has great influence on every human being. As economic life and the economy go through changes, the need to ground education in children's own experience becomes essential. While doing so, it is imperative to provide them opportunities to acquire analytical skills to observe and understand the economic realities.

At senior secondary stage, the learners are in a position to understand abstract ideas, exercise the power of thinking and to develop their own perception. It is at this stage, the learners are exposed to the rigour of the discipline of economics in a systematic way.

The economics courses are introduced in such a way that in the initial stage, the learners are introduced to the economics realities that the nation is facing today along with some basic statistical tools to understand these broader economic realities. In the later stage, the learners are introduced to economics as a theory of abstraction.

The economics courses also contain many projects and activities. These will provide opportunities for the learners to explore various economic issues both from their day-to-day life and from issues, which are broader and invisible in nature. The academic skills that they learn in these courses would help to develop the projects and activities. The syllabus is also expected to provide opportunities to use information and communication technologies to facilitate their learning process.

### **Objectives:**

- Understanding of some basic economic concepts and development of economic reasoning which the learners can apply in their day-to-day life as citizens, workers and consumers.
- Realisation of learners' role in nation building and sensitivity to the economic issues that nation is facing today.
- Equipment with basic tools of economics and statistics to analyse economics issues. This is pertinent for even those who may not pursue this course beyond senior secondary stage.
- Development of understanding that there can be more than one view on any economic issue and necessary skills to argue logically with reasoning.

**ECONOMICS**  
**CLASS - XI (2018-19)**

<b>Theory : 80 Marks</b>		<b>Project : 20 Marks</b>	<b>3 Hours</b>
<b>Unit</b>		<b>Marks</b>	<b>Periods</b>
<b>Part A</b>	<b>Introductory Micro Economics</b>		
	Introduction	4	8
	Consumer's Equilibrium and Demand	13	32
	Producer Behavior and Supply	13	32
	Forms of Market and Price Determination under perfect competition with simple applications	10	28
		<b>40</b>	<b>100</b>
<b>Part B</b>	<b>Statistics for Economics</b>		
	1. Introduction		07
	2. Collection, Organisation and Presentation of data	13	27
	3. Statistical Tools and Interpretation	27	66
		<b>40</b>	<b>100</b>
<b>Part C</b>	<b>Project Work</b>	<b>20</b>	<b>20</b>

**Part A : INTRODUCTORY MICROECONOMICS**

**Unit 1 : Introduction 8 Periods**

Meaning of microeconomics and macroeconomics, Positive and Normative Economics.

What is an economy? Central Problems of an economy: what, how and for whom to produce; concepts of production possibility frontier and opportunity cost.

**Unit 2 : Consumer's Equilibrium and Demand 32 Periods**

Consumer's equilibrium - meaning of utility, marginal utility, law of diminishing marginal utility, conditions of consumer's equilibrium using marginal utility analysis.

Indifference curve analysis of consumer's equilibrium-the consumer's budget (budget set and budget line), preferences of the consumer (indifference curve, indifference map) and conditions of consumer's equilibrium.

Demand, market demand, determinants of demand, demand schedule, demand curve and its slope, movement along and shifts in the demand curve; price elasticity of demand - factors affecting price elasticity of demand; measurement of price elasticity of demand : percentage-change method.

**Unit 3 : Producer Behaviour and Supply    32 Periods**

Meaning of production function - Short-Run and Long-Run

Total Product, Average Product and Marginal Product.

Returns to a Factor

Cost : Short run costs - total cost, total fixed cost, total variable cost; Average cost; Average fixed cost, average variable cost and marginal cost-meaning and their relationships.

Revenue - total, average and marginal revenue - meaning and their relationships.

Producer's equilibrium-meaning and its conditions in terms of marginal revenue-marginal cost. Supply, market supply, determinants of supply, supply schedule, supply curve and its slope, movements along and shifts in supply curve, price elasticity of supply; measurement of price elasticity of supply : percentage-change method.

**Unit 4 : Forms of Market and Price Determination under Perfect Competition with simple applications.                                    28 Periods**

Perfect competition - Features; Determination of market equilibrium and effects of shifts in demand and supply.

Other Market Forms - monopoly, monopolistic competition, oligopoly - their meaning and features.

Simple Applications of Demand and Supply : Price ceiling, price floor.

**Part B : Statistics for Economics**

In this course, the learners are expected to acquire skills in collection, organisation and presentation of quantitative and

qualitative information pertaining to various simple economic aspects systematically. It also intends to provide some basic statistical tools to analyse, and interpret and economic information and draw appropriate inference. In this process, the learners are also expected to understand the behavior of various economic data.

**Unit 1 : Introduction** **07 Periods**

What is Economics?

Meaning, scope, functions and importance of statistics in Economics

**Unit 2 : Collection, Organisation and Presentation of data**

**27 Periods**

**Collection of data: Sources of data** - primary and secondary; how basic data is collected, with concepts of Sampling; Sampling and Non-Sampling errors; methods of collecting data; some important sources of secondary data: Census of India and National Sample Survey Organisation.

**Organisation Data:** Meaning and types of variables; Frequency Distribution.

**Presentation of Data:** Tabular Presentation and Diagrammatic Presentation of Data : (i) Geometric forms (bar diagrams and pie diagrams), (ii) Frequency diagrams (histogram polygon and ogive) and (iii) Arithmetic line graphs (times series graph).

**Unit 3 : Statistical Tools and Interpretation** **66 Periods**

(For all the numerical problems and solutions, the appropriate economic interpretation may be attempted. This means, the student need to solve the problems and provide interpretation for the results derived).

**Measures of Central Tendency:** Mean (simple and weighted), median and mode.

**Measure of Dispersion:** absolute dispersion (range, quartile deviation, mean deviation and standard deviation); relative dispersion (co-efficient of range, co-efficient of quartile - deviation, co-efficient of mean deviation, co-efficient of variation) : Lorenz curve : Meaning construction and its application.

**Correlation:** Meaning and properties, scatter diagram ; Measures of correlation - Karl Pearson's method (two variables ungrouped data), Spearman's rank correlation.

**Introduction to Index Numbers:** Meaning types - wholesale price index, consumer price index and index of industrial production , uses of index numbers ; inflation and index numbers.

### **Part C : Developing Project in Economics**

The students may be encouraged to develop project, as per the suggested project guidelines. Case studies of a few organisations / outlets may also be encouraged. Under this the students will do **only ONE** comprehensive project using concepts from both part A and part B.

Some of the examples of the projects are as follows (they are not mandatory but suggestive):

- (i) A report on demographic structure of your neighbourhood.
- (ii) Changing consumer awareness amongst households.
- (iii) Dissemination of price information for growers and its impact on consumers.
- (iv) Study of cooperative institution; milk cooperatives, marketing cooperatives, etc.
- (v) Case studies on public private partnership, outsourcing and outward Foreign Direct Investment.
- (vi) Global warming.
- (vii) Designing eco-friendly projects applicable in school such as paper and water recycle.

The idea behind introducing this unit is to enable the students to develop the ways and means by which project can be developed using the skills learn in the course. This includes all the steps involved in designing a project starting from choosing a title, exploring the information relating to the title, collection of primary and secondary data, analysing the data, presentation of the project and using various statistical tools and their interpretation and conclusion.

# **SUGGESTED QUESTION PAPER DESIGN**

## **Economics (Code No. 030)**

**Class-XI (2018-19)  
March 2019 (Examination)**

<b>Theory 80 Marks + Project 20 Marks</b>							<b>Duration : 3 hrs.</b>
<b>S.No.</b>	<b>Typology of Questions</b>	<b>Very Short Answer MCQ 1 Mark</b>	<b>Short Answer II 3 Marks</b>	<b>Short Answer I 4 Marks</b>	<b>Long Answer 6 Marks</b>	<b>Total Marks</b>	<b>% age</b>
1.	Remembering (Knowledge Based Simple recall questions, to know specific facts, terms, concepts, principles, or theories; identify, define, or recite, information)	2	-	2	2	22	27%
2.	<b>Understanding</b> (Comprehension to be familiar with meaning and to understand conceptually, interpret, compare, contrast, explain, paraphrase, or interpret information)	2	1	2	1	19	24 %
3.	<b>Application</b> (Use abstract information in concrete situation, to apply knowledge to new situations; Use given content to interpret a situation provide an example, or solve a problem)	2	1	1	1	15	19 %
4.	<b>High Order Thinking Skills</b> (Analysis & Synthesis - Classify compare, contrast, or differentiate between different pieces of information; Organize and/or integrate unique pieces of information from a variety of sources)	1	1	1	1	14	17 %
5.	<b>Evaluation</b> : Appraise, judge and/or justify the values or worth of a decision or outcome, or to predict outcomes based on values).	1	1	-	1	10	13 %
<b>Total</b>		<b><math>8 \times 1 = 8</math></b>	<b><math>4 \times 3 = 12</math></b>	<b><math>6 \times 4 = 24</math></b>	<b><math>6 \times 6 = 36</math></b>	<b><math>80+20</math></b>	<b>100%</b>

**Note :**There will be Internal Choice in questions of 3 marks, 4 marks and 6 marks in both sections (A and B). (Total 3 internal choices in section A and total 3 internal choices in section B).

---

# विषय सूची

---

क्र.सं.	विवरण	पृ.सं.
<b>Part-A</b>		
1.	परिचय	9
2.	उपभोक्ता व्यवहार तथा माँग	20
3.	उत्पादक का व्यवहार और पूर्ति	42
4.	बाजार के प्रमुख रूप तथा पूर्ण प्रतियोगिता में कीमत निर्धारण	68
<b>Part-B</b>		
5.	परिचय (सांख्यिकी)	84
6.	आंकड़ों का संकलन, संगठन एवं प्रस्तुतीकरण	91
7.	केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप	115
8.	परिक्षेपण के माप	124
9.	सहसंबंध	134
10.	सूचकांक	149
	अभ्यास प्रश्न-पत्र-1 (हल सहित)	161
	अभ्यास प्रश्न-पत्र-2 (हल रहित)	172
	अभ्यास प्रश्न-पत्र-3 (हल रहित)	176
	अभ्यास प्रश्न-पत्र-4 (हल रहित)	179

## Part A: Introductory Micro Economics

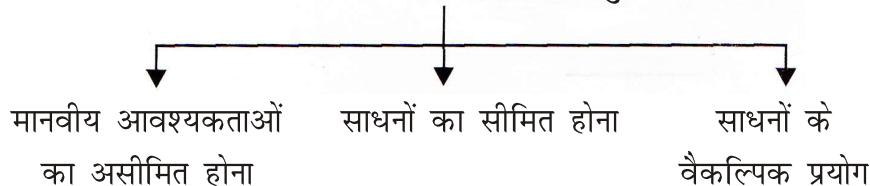
### इकाई-1

## परिचय

### स्मरणीय बिन्दु

- व्यष्टि अर्थशास्त्र, अर्थशास्त्र की वह शाखा है जो व्यक्तिगत स्तर पर आर्थिक समस्याओं का अध्ययन करती है।  
उदाहरण: व्यक्तिगत माँग, एक फर्म का उत्पादन आदि।
- समष्टि अर्थशास्त्र के अन्तर्गत सम्पूर्ण अर्थव्यवस्था तथा उसके समुच्चयों का अध्ययन किया जाता है।  
उदाहरण: समग्र माँग, राष्ट्रीय आय आदि।
- अर्थव्यवस्था वह प्रणाली है जो लोगों को जीविका अर्जित करने के साधन और जीविका प्रदान करती है।
- आर्थिक समस्या असीमित आवश्यकताओं की संतुष्टि हेतु वैकल्पिक उपयोग वाले सीमित संसाधनों के उपयोग के चयन की समस्या है।
- आर्थिक समस्या उत्पन्न होने के मुख्य कारण हैं-

#### आर्थिक समस्या उत्पन्न होने के मुख्य कारण



- एक अर्थव्यवस्था की केन्द्रीय समस्याएँ :
  - (1) क्या उत्पादन किया जाए? (वस्तुओं का चयन)
  - (2) कैसे उत्पादन किया जाए? (तकनीक का चयन)
  - (3) किसके लिए उत्पादन किया जाए? (वस्तुओं अथवा आय के वितरण की समस्या)

- एक अवसर का चयन करने पर दूसरे सर्वश्रेष्ठ अवसर का किया गया त्याग अवसर लागत कहलाता है। इसे सर्वश्रेष्ठ विकल्प की लागत भी कहा जाता है।
- उत्पादन संभावना सीमा (PPF) दो वस्तुओं के उन सभी संयोगों को दर्शाता है जिनका उत्पादन एक अर्थव्यवस्था अपने दिए हुए संसाधनों तथा तकनीकी स्तर का प्रयोग करके कर सकती है, यह मानते हुए कि सभी संसाधनों का पूर्ण एवं कुशलतम उपयोग हो रहा है।
- संसाधनों के मितव्यी प्रयोग से अभिप्राय संसाधनों के सर्वश्रेष्ठ व कुशलतम प्रयोग से है।
- उत्पादन संभावना वक्र की मुख्य विशेषताएँ-
  - (अ) नीचे की ओर ढालू बायें से दायें होता है। इसका कारण यह है कि साधन सीमित होने के कारण यदि एक वस्तु का अधिक मात्रा में उत्पादन किया जाता है तो दूसरी वस्तु के उत्पादन की मात्रा में कमी करनी होती है।
  - (ब) मूल बिन्दु की ओर नतोदर होता है। इसका कारण बढ़ती हुई सीमांत अवसर लागत (MOC) है। अर्थात् एक वस्तु का उत्पादन बढ़ाने के लिए दूसरी वस्तु की इकाइयों का त्याग बढ़ती दर पर करना पड़ता है। क्योंकि कोई भी संसाधन सभी वस्तुओं के उत्पादन में समान रूप से सक्षम नहीं होता। अतः जब कम क्षमता वाले संसाधनों का प्रयोग किया जाता है तो लागत बढ़ती है जिससे MOC बढ़ती है।
- उत्पादन सम्भावना वक्र का दायीं ओर खिसकाव संसाधनों में वृद्धि तथा तकनीकी प्रगति को दर्शाता है।
- उत्पादन संभावना वक्र का बायीं ओर खिसकाव संसाधनों में कमी तथा तकनीकी अवनति को दर्शाता है।
- उत्पादन सम्भावना वक्र उन सभी कारणों से दाईं ओर खिसकेगा जिनसे अर्थव्यवस्था की उत्पादन क्षमता व संसाधनों की मात्रा तथा कुशलता में सुधार होता है।

दाईं ओर खिसकाव के कारण	बाईं ओर खिसकाव के कारण	PPC में कोई परिवर्तन नहीं
1. संसाधनों में वृद्धि 2. तकनीकी प्रगति 3. कौशल भारत अभियान (प्रशिक्षण) 4. सर्व शिक्षा अभियान (शिक्षा) 5. स्वच्छ भारत अभियान (स्वास्थ्य) 6. योगा प्रसार योजनाएँ (स्वास्थ्य)	1. संसाधनों में कमी 2. तकनीकी अवनति 3. प्राकृतिक आपदा (बाढ़, भूकम्प सुनामी, सूखा आदि) 4. सामाजिक कुरीतियाँ 5. प्रवास 6. युद्ध	1. संसाधनों का स्थनांतरण 2. बेरोजगारी उन्मूलन कार्यक्रम

---

<b>बाई और खिसकाव के कारण</b>	<b>बाई और खिसकाव के कारण</b>	<b>PPC में कोई परिवर्तन नहीं</b>
------------------------------	------------------------------	----------------------------------

---

- |   |            |
|---|------------|
| 7. बेटी बचाओ, बेटी पढ़ाओं<br>(शिक्षा)     | 7. आतंकवाद |
| 8. भारत में बनाइए (निवेश)                 |            |
| 9. विदेशी पूँजी में वृद्धि (विदेशी निवेश) |            |
- 

- सीमांत विस्थापन दर एक वस्तु की त्यागी जाने वाली इकाइयों तथा अन्य वस्तु की बढ़ाई गई एक अतिरिक्त इकाई का अनुपात है।

$$MRT = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

सीमांत विस्थापन दर को सीमांत अवसर लागत भी कहते हैं क्योंकि वस्तु की एक अतिरिक्त इकाई बढ़ाने के लिए दूसरी वस्तु की त्यागी गई इकाइयाँ ही अतिरिक्त लागत होती हैं।

- जब MOC बढ़ती है तो PPF मूल बिन्दु के नतोदर होता है। जब MOC घटती है तो PPF मूल बिन्दु के उन्नतोदर होता है। जब MOC स्थिर होती है तो PPF ऋणात्मक ढाल वाली एक सरल रेखा होती है।
- सकारात्मक (वास्तविक) आर्थिक विश्लेषण :** इसके अन्तर्गत यथार्थ (वास्तविकता) का अध्ययन किया जाता है। इसमें क्या था? क्या है? क्या होगा? जैसे वास्तविक कथनों का विश्लेषण सत्यता के आधार पर किया जाता है। उदाहरण के लिए भारत की जनसंख्या 1951 में कितनी थी? वर्तमान में गरीबी रेखा से नीचे रहने वाले लोगों की संख्या कितनी है। इन कथनों की जाँच संभव होती है।
- आदर्शात्मक आर्थिक विश्लेषण :** इसमें 'क्या होना चाहिए' से सम्बन्धित विश्लेषण किया जाता है। इसमें आदर्शात्मक परिस्थितियों का अध्ययन किया जाता है। इसकी प्रकृति सुझाव देने की है। उदाहरण के लिए भारत में आय व धन की असमानताओं को कम करने के लिए सरकार को अमीर लोगों पर अधिक कर लगाने चाहिए, गरीबों को आर्थिक सहायता देनी चाहिए। इन कथनों की जाँच संभव नहीं होती।

## **बहुविकल्पीय प्रश्न**

1. निम्न में से कौन सा व्यष्टि अर्थशास्त्र में अध्ययन किया जाता है।  
(a) मुद्रा पूर्ति                         (b) समग्र माँग  
(c) एक वस्तु की बाजार माँग   (d) राष्ट्रीय आय।
2. निम्न में से कौन-सा विषय समष्टि अर्थशास्त्र में अध्ययन नहीं किया जाता—  
(a) रोजगार स्तर                         (b) समग्र पूर्ति  
(c) राष्ट्रीय आय                             (d) बाजार कीमत का निर्धारण
3. आर्थिक समस्या निम्न कारण से उत्पन्न होती है—  
(a) एक राष्ट्र की उच्च जनसंख्या  
(b) क्रेताओं के बीच प्रतियोगिता  
(c) संसाधनों के वैकल्पिक उपयोग  
(d) उत्पादक अधिकतम लाभ चाहता है।
4. निम्न में से कौन सी अर्थव्यवस्था की केन्द्रीय समस्या है?  
(a) अल्प माँग  
(b) एक अर्थव्यवस्था का संतुलन  
(c) किसके लिए उत्पादन किया जाए  
(d) साधन के घटते प्रतिफल
5. उत्पादन संभावना वक्र (PPF) के बाहर का कोई बिन्दु दर्शाता है:  
(a) संसाधनों का निम्न उपयोग   (b) उत्पादन का अप्राप्य संयोग  
(c) संसाधनों का कुशलतम उपयोग  
(d) संसाधनों में कमी
6. किस स्थिति में उत्पादन संभावना वक्र (PPF) दाईं ओर खिसकता है—  
(a) विदेशी पूँजी निवेश में वृद्धि                     (b) संसाधनों में कमी  
(c) संसाधनों का पूर्ण कुशलतम उपयोग                 (d) रोजगार में वृद्धि।
7. उत्पादन संभावना वक्र एक सीधी रेखा हो सकता है, जब—

- (a) दोनों वस्तुओं के उत्पादन में कमी की जाए।  
(b) दोनों वस्तुओं का अधिक उत्पादन किया जा सकता है।  
(c) सभी संसाधन दोनों वस्तुओं के उत्पादन में समान रूप से कुशल हो।  
(d) सभी संसाधन दोनों वस्तुओं के उत्पादन में समान रूप से कुशल न हो।
8. निम्न में से कौन सी उत्पादन संभावना वक्र की मान्यता है—  
(a) सभी संसाधनों का पूर्ण तथा कुशलम उपयोग होता है।  
(b) तकनीक समान रहती है।  
(c) संसाधन दो वस्तुओं के उत्पादन में समान रूप से कुशल नहीं है।  
(d) उपरोक्त सभी।
9. निम्न में से कौन सा कथन अवसर लागत के लिए सत्य है—  
(a) अवसर लागत सदैव चयन की गई कीमत से अधिक होती है।  
(b) अवसर लागत सदैव चयन की गई कीमत से कम होती है।  
(c) अवसर लागत की गणना सदैव मुद्रा में की जाती है।  
(d) अवसर लागत चयन की गई कीमत से कम, ज्यादा या बराबर हो सकती है।
10. निम्न में से कौन सा आदर्शात्मक अर्थशास्त्र का विषय है—  
(a) भारत की 25 प्रतिशत जनसंख्या निर्धनता रेखा से नीचे है।  
(b) प्रत्यक्ष विदेशी निवेश (FDI) में वृद्धि से भारत की GDP में वृद्धि हुई है।  
(c) आय का समान वितरण भारत को निर्धनता मुक्त बना देगा।  
(d) सरकार द्वारा कल्याणकारी योजनाओं पर उच्च व्यय, समग्र माँग को बढ़ाता है।

उत्तर— 1. (c); 2. (d); 3. (c); 4. (c); 5. (b); 6. (a); 7. (c); 8. (d); 9 (d); 10 (c)

### लघु उत्तर वाले प्रश्न ( 3/4 अंक )

- व्यष्टि अर्थशास्त्र तथा समष्टि अर्थशास्त्र में अंतर लिखिए। उदाहरण भी दीजिए।
- आर्थिक समस्या क्यों उत्पन्न होती है? 'कैसे उत्पादन किया जाए' समस्या की व्याख्या कीजिए।
- 'क्या उत्पादन किया जाए' समस्या का वर्णन कीजिए।
- 'किसके लिए' उत्पादन किया जाए की समस्या को उदाहरण सहित समझाइए।
- अवसर लागत को उदाहरण की सहायता से परिभाषित कीजिए। यह सीमांत अवसर लागत से किस प्रकार भिन्न है?
- रूपांतरण की सीमांत दर क्या है? एक संख्यात्मक उदाहरण की सहायता से समझाइए।
- उत्पादन संभावना सीमा नतोदर (अवतल) क्यों होती है? समझाइए।
- उत्पादन संभावना सीमा क्या है? इसकी मान्यताओं का उल्लेख कीजिए।
- उत्पादन संभावना सीमा की सहायता से निम्न स्थितियों को दर्शाइए-
  - संसाधनों का पूर्ण उपयोग
  - संसाधनों का विकास
  - संसाधनों का अल्प प्रयोग
- उदाहरण की सहायता से वास्तविक तथा आदर्शात्मक कथनों के बीच अंतर कीजिए।
- एक भूकंप में बहुत से लोग मारे गए, अनेक कारखाने भी ध्वस्त हो गए। इसका अर्थव्यवस्था के उत्पादन संभावना वक्र पर क्या प्रभाव होगा?
- निम्नलिखित से सीमांत अवसर लागत की गणना कीजिए। उत्पादन संभावना वक्र की आकृति कैसी होगी तथा क्यों?

संयोग	हरी मिर्च (इकाई)	चीनी (इकाई)
A	100	0
B	95	1

C	85	2
D	70	3
E	50	4
F	25	5

13. यह मानकर कि कोई भी संसाधन सभी वस्तुओं के उत्पादन में एक समान दक्ष नहीं होता, उस वक्र का नाम बताइए जो अर्थव्यवस्था की उत्पादन क्षमता को दिखाता है। कारण बताते हुए इसकी विशेषताएँ बताइए।
14. यदि एक अर्थव्यवस्था अपने उपलब्ध संसाधनों का कुशलता पूर्वक उपयोग नहीं कर पा रही है तो उत्पादन संभावना वक्र पर इसका क्या प्रभाव पड़ेगा। इस परिस्थिति में आप आर्थिक विकास के लिए क्या सुझाव देंगे?
15. सरकार द्वारा रोजगार के अवसरों का सृजन करने के लिए प्रारंभ की गई योजना मनरेगा का PPF पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
16. 'मेक इन इंडिया' कार्यक्रम विदेशी निवेशकों को भारत में निवेश के लिए आकर्षित करने का सरकारी प्रयास है, इसका भारत के उत्पादन संभावना सीमा पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

## परीक्षा उपयोगी प्रश्न

### अति लघु उत्तर वाले प्रश्न (1 अंक)

**Q. 1.** अर्थव्यवस्था को परिभाषित कीजिए।

**Ans.** 'अर्थव्यवस्था वह प्रणाली है जो लोगों को जीविका अर्जित करने के साधन और जीविका प्रदान करती है।'

**Q. 2.** संसाधनों की दुर्लभता का क्या अर्थ है?

**Ans.** संसाधनों की दुर्लभता से अभिप्राय उस स्थिति से है जिसमें किसी संसाधन की पूर्ति, उसकी माँग की तुलना में कम होती है।

**Q. 3.** आर्थिक समस्या का अर्थ लिखिए।

**Ans.** आर्थिक समस्या असीमित आवश्यकताओं की संतुष्टि हेतु, वैकल्पिक उपयोग वाले दुर्लभ संसाधनों के उपयोग के चयन की समस्या है।

**Q. 4.** MRT (सीमांत रूपान्तरण की दर) को परिभाषित कीजिए।

**Ans.** MRT एक वस्तु Y की इकाईयों का वह अनुपात है जिसे दूसरी वस्तु X की एक अतिरिक्त इकाई उत्पादन के लिये त्याग किया जाता है।

$$MRT = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

**Q. 5.** अवसर लागत को परिभाषित कीजिए।

**Ans.** एक अवसर का चयन करने पर दूसरे सर्वश्रेष्ठ अवसर का किया गया त्याग अवसर लागत कहलाता है।

**Q. 6.** सरकार ने विदेशी पूँजी को प्रस्तावित करना शुरू कर दिया है। PPC के संदर्भ में इसका आर्थिक मूल्य क्या है?

**Ans.** विदेशी पूँजी निवेश में वृद्धि से देश का उत्पादन बढ़ेगा और PPC दायीं ओर खिसक जाएगा।

**Q. 7.** ‘संसाधनों की मितव्यिता’ का क्या अर्थ है?

**Ans.** संसाधनों की मितव्यिता का अर्थ उपलब्ध संसाधनों के सर्वश्रेष्ठ व कुशलतम उपयोग से है।

### ( 3-4 अंक वाले प्रश्न )

**Q. 1.** उत्पादन सम्भावना वक्र अवतल (नतोदर) क्यों होता है? समझाइए।

**Ans.** उत्पादन सम्भावना वक्र के नतोदर होने का अर्थ है कि जैसे-जैसे हम वक्र पर नीचे की ओर आते हैं, सीमांत रूपान्तरण दर बढ़ती जाती है।

सीमांत रूपान्तरण दर इस मान्यता के आधार पर बढ़ती है कि कोई भी संसाधन सभी वस्तुओं के उत्पादन में समान रूप से सक्षम नहीं होता। जैसे-जैसे संसाधनों का एक वस्तु के उत्पादन से अन्य वस्तु के उत्पादन में हस्तान्तरण किया जाता है तो कम क्षमता वाले संसाधनों का प्रयोग करना पड़ता है। इससे लागत बढ़ती है और सीमांत रूपान्तरण दर बढ़ती जाती है।

**Q. 2.** एक उत्पादन सम्भावना वक्र की विशेषताएँ बताइए।

**Ans.** उत्पादन सम्भावना वक्र की दो मुख्य विशेषताएँ :

1. उत्पादन सम्भावना सीमा का ढलान नीचे की ओर होता है-इसका कारण

है कि उपलब्ध संसाधनों के उपयोग की स्थिति में दोनों वस्तुओं के उत्पादन को एक साथ नहीं बढ़ाया जा सकता है। एक वस्तु का उत्पादन तभी अधिक किया जा सकता है जब दूसरी वस्तु का उत्पादन कम किया जाए।

2. **मूल बिन्दु की ओर नतोदर होता है-** इसका कारण यह है कि जैसे-जैसे हम एक वस्तु का अधिक उत्पादन करते हैं, सीमान्त रूपान्तरण दर बढ़ती जाती है।

- Q. 3.** ‘क्या उत्पादन करें’ की समस्या की व्याख्या कीजिए।

**Ans.** एक अर्थव्यवस्था अपने दिए हुए संसाधनों से वस्तुओं और सेवाओं के विभिन्न सम्भव सम्मिश्रणों का उत्पादन कर सकती है। समस्या यह है कि अर्थव्यवस्था इन सम्मिश्रणों में से किस सम्मिश्रण का चयन करे। यह वस्तुओं व सेवाओं के चयन की समस्या है। यदि एक वस्तु का उत्पादन अधिक किया जाता है तो अन्य वस्तुओं के उत्पादन के लिए कम संसाधन बचेंगे। अतः अर्थव्यवस्था के समक्ष यह समस्या होती है कि किन-किन वस्तुओं का उत्पादन कितनी-कितनी मात्रा में किया जाए। क्योंकि संसाधन सीमित हैं तथा उनके वैकल्पिक प्रयोग संभव हैं।

- Q. 4.** ‘रूपान्तरण की सीमान्त दर’ क्या है? एक उदाहरण की सहायता से समझाइए।

**Ans.** दो वस्तुएँ उत्पादित करने वाली अर्थव्यवस्था में एक वस्तु की अतिरिक्त इकाई उत्पादित करने के लिए दूसरी वस्तु की जितनी इकाईयों का त्याग करना पड़ता है उसे रूपान्तरण की सीमान्त दर कहते हैं। माना एक अर्थव्यवस्था केवल दो वस्तुओं x तथा y का उत्पादन करती है। जब संसाधनों का पूर्ण तथा कुशलतम प्रयोग किया जाता है, तो अर्थव्यवस्था में  $1x + 10y$  उत्पादन होता है। यदि अर्थव्यवस्था  $2x$  वस्तुओं का उत्पादन करना चाहती है तो y वस्तु का उत्पादन 2 इकाई कम करना पड़ता है। दूसरे शब्दों में x वस्तु की अतिरिक्त इकाई का उत्पादन करने के लिए  $2y$  इकाई का त्याग करना पड़ेगा। रूपान्तरण की सीमान्त

$$\text{दर } 2y : 1x \text{ होगी। MRT} = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

- Q. 5.** ‘किस प्रकार उत्पादन किया जाए?’ की समस्या की व्याख्या कीजिए।

**Ans.** यह समस्या वस्तुओं और सेवाओं के उत्पादन में प्रयुक्त तकनीक के चयन की समस्या है। सामान्यतः तकनीकों को श्रम प्रधान तकनीक (अधिक श्रम और

कम पूँजी) और पूँजी प्रधान तकनीक (अधिक पूँजी और कम श्रम) में वर्गीकृत किया जाता है। श्रम प्रधान तकनीक में अधिक लोगों को रोजगार उपलब्ध होता है, परन्तु उत्पादन पूँजी प्रधान तकनीक की तुलना में कम होता है। इसी प्रकार पूँजी प्रधान तकनीक में उत्पादन अपेक्षाकृत अधिक होता है, लेकिन रोजगार का स्तर अपेक्षाकृत कम होता है। अतः देश के समक्ष यह समस्या है कि वह उत्पादन के लिए किस तकनीक का चयन करें।

उदाहरण के लिए कपड़े का उत्पादन श्रम प्रधान तकनीक से भी हो सकता है, पूँजी प्रधान तकनीक से भी।

- Q. 6.** सरकार ने उन श्रमिकों के लिए जो MNREGA के अंतर्गत कार्य कर रहे हैं, एक वर्ष के दौरान न्यूनतम रोज़गार को 100 से बढ़ाकर 150 दिन कर दिया है। यह अर्थव्यवस्था के वास्तविक तथा संभावित उत्पादन स्तर को कैसे प्रभावित करेगा?

- Ans.** रोज़गार में वृद्धि के कारण उत्पादन का वास्तविक स्तर बढ़ जाएगा। उत्पादन के संभावित स्तर में वृद्धि नहीं होगी। (या PPC में खिसकाव नहीं होगा) क्योंकि PPC इस मान्यता पर आधारित है कि विद्यमान संसाधनों का पूर्ण प्रयोग किया जाता है।

- Q. 7.** ‘किसके लिए उत्पादन किया जाए’ केन्द्रीय समस्या समझाइए।

- Ans.** इस समस्या का सम्बन्ध उस वर्ग के लोगों के चयन से है जो अंततः वस्तुओं का उपभोग करेंगे। दूसरे शब्दों में इस समस्या का अर्थ है कि उत्पादन किस वर्ग को ध्यान में रखकर किया जाए—अमीर लोगों के लिए उत्पादन किया जाए या गरीब लोगों के लिए। स्पष्टतः वस्तुओं का उत्पादन उन लोगों के लिए किया जाता है जिनके पास क्रयशक्ति होती है। इस समस्या का सम्बन्ध उत्पादन के साधनों (भूमि, पूँजी, श्रम, उद्यमशीलता) के बीच आय के वितरण से भी है, जो कि उत्पादन प्रक्रिया में योगदान देते हैं।

- Q. 8.** कारण बताते हुए निम्नलिखित तालिका पर आधारित उत्पादन सम्भावना के आकार पर टिप्पणी कीजिए :

वस्तु X (इकाई)	0	1	2	3	4
----------------	---	---	---	---	---

वस्तु Y (इकाई)	10	9	7	4	0
----------------	----	---	---	---	---

**Ans.**

वस्तु X (इकाई)	वस्तु Y (इकाई)	MRT
0	10	—
1	9	1Y : 1X
2	7	2Y : 1X
3	4	3Y : 1X
4	0	4Y : 1X

क्योंकि रूपान्तरण की सीमान्त दर (MRT) बढ़ रही है, उत्पादन सम्भावना वक्र PPC ऋणात्मक ढाल वाला होगा और मूल बिन्दु के नतोर होगा।

**Q. 9.** जम्मू और कश्मीर में आई बाढ़ का उसकी उत्पादन सम्भावना सीमा (वक्र) पर प्रभाव की व्याख्या कीजिए।

**Ans.** जम्मू और कश्मीर में आई बाढ़ से उसके संसाधनों को नुकसान होगा, उसमें कमी आएगी। परिणाम स्वरूप उसकी उत्पादन क्षमता में कमी होगी और उसका उत्पादन सम्भावना वक्र बायीं ओर खिसक जाएगा।

## इकाई-II

### उपभोक्ता का व्यवहार और माँग

#### स्मरणीय बिन्दु

- **उपभोक्ता :** वह आर्थिक एजेंट है जो अपनी आवश्यकताओं की पूर्ति हेतु अंतिम वस्तुओं व सेवाओं का उपभोग करता है।
- **उपयोगिता:** किसी वस्तु का वह गुण, जो किसी मानवीय आवश्यकता को संतुष्ट करता है, उपयोगिता कहलाती है।
- **कुल उपयोगिता :** एक निश्चित समय में वस्तु की सभी इकाइयों का उपयोग करने पर प्राप्त संतुष्टि का योग कुल उपयोगिता कहलाता है।
- **सीमांत उपयोगिता :** वस्तु की एक अतिरिक्त इकाई का उपभोग करने पर कुल उपयोगिता में होने वाली निवल वृद्धि को सीमांत उपयोगिता कहते हैं।
- **हासमान सीमांत उपयोगिता नियम :** किसी वस्तु की इकाइयों का उत्तरोत्तर उपभोग करने पर प्रत्येक अगली इकाई से प्राप्त होने वाली सीमांत उपयोगिता क्रमशः घटती चली जाती है।
- **उपभोक्ता बंडल :** उपभोक्ता बंडल दो वस्तुओं की मात्राओं का ऐसा संयोजन अथवा समूह है जिन्हें उपभोक्ता वस्तुओं की कीमत तथा अपनी दी हुई आय के आधार पर खरीद सकता है।
- **उपभोक्ता बजट :** उपभोक्ता का बजट उसकी वास्तविक आय या क्रय शक्ति को बताता है जिसके द्वारा वह दी हुई कीमत वाली वस्तुओं की निश्चित मात्रा खरीद सकता है।
- **बजट सेट :** यह उपभोक्ता के समस्त संयोजनों का या बंडलों का सेट है, जो वह अपनी मौद्रिक आय के अन्तर्गत प्रचलित कीमतों पर खरीद सकता है।  
बजट सेट का समीकरण:-  $M \geq Px \cdot X + Py \cdot Y$
- **बजट रेखा :** वह रेखा, जो दो वस्तुओं के उन विभिन्न संयोजनों को दर्शाती है जिसे उपभोक्ता अपनी समस्त आय का व्यय करके वस्तुओं की दी गई कीमत पर खरीद सकता है।

- बजट रेखा का समीकरण :  $M = P_x \cdot X + P_y \cdot Y$
- सीमांत प्रतिस्थापन दर : वह दर जिस पर उपभोक्ता वस्तु  $x$  की अतिरिक्त इकाई प्राप्त करने के लिए वस्तु  $y$  की मात्रा त्यागने के लिए तैयार है।

$$\text{सीमान्त प्रतिस्थापन दर} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \text{ या } \frac{Y \text{ वस्तु की हानि}}{X \text{ वस्तु का लाभ}}$$

- अनधिमान वक्र : अनधिमान वक्र दो वस्तुओं के उन विभिन्न संयोगों को दर्शाता है, जो उपभोक्ता को समान स्तर की उपयोगिता अथवा संतुष्टि प्रदान करता है।
- अनधिमान मानचित्र : अनधिमान वक्रों के समूह को अनधिमान मानचित्र कहते हैं।
- अनधिमान वक्रों की विशेषताएँ :

  1. अनधिमान वक्र ऋणात्मक ढलान वाले होते हैं—क्योंकि एक वस्तु की इकाईयों की अधिक मात्रा का उपभोग बढ़ाने के लिए यह आवश्यक है कि दूसरी वस्तु की इकाईयों का त्याग किया जाए ताकि संतुष्टि स्तर समान रहे।
  2. अनधिमान वक्र मूल बिन्दु की ओर उन्नतोदर होता है—क्योंकि सीमान्त प्रतिस्थापन की दर घटती हुई होती है अर्थात् उपभोक्ता एक वस्तु की अधिक मात्रा का उपभोग बढ़ाने के लिए दूसरी वस्तु की इकाईयों का त्याग घटती दर पर करने के लिए तैयार होता है।
  3. अनधिमान वक्र न तो कभी एक-दूसरे को छूते हैं और न ही कटते हैं—क्योंकि दो अनधिमान वक्र संतुष्टि के दो अलग-अलग स्तरों को प्रदर्शित करते हैं। यदि ये एक दूसरे को काटे तो कटाव बिन्दु पर संतुष्टि का स्तर समान होगा जो कि सम्भव नहीं है।
  4. ऊँचा अनधिमान वक्र संतुष्टि के ऊँचे स्तर को प्रकट करता है—यह एक दिष्ट अधिमान के कारण होता है। उच्च अनधिमान वक्र दो वस्तुओं के उन बंडलों को दिखाता है जिस पर निम्न अनधिमान वक्र की तुलना में एक वस्तु की मात्रा अधिक है तथा दूसरी की कम नहीं है।

- एक दिष्ट अधिमान : उपभोक्ता का अधिमान एक दिष्ट है यदि उपभोक्ता दो बंडलों के मध्य उस बंडल को प्राथमिकता देता है, जिसमें दूसरे बंडल की

तुलना में कम से कम एक वस्तु की अधिक मात्रा होती है और दूसरे वस्तु की मात्रा कम नहीं होती है।

**□ बजट रेखा में परिवर्तन :**

बजट रेखा में छिसकाव (दायें तथा बायें) उपभोक्ता की आय में परिवर्तन तथा वस्तुओं के मूल्य में परिवर्तन के कारण होता है।

**□ उपभोक्ता संतुलन :** एक ऐसी स्थिति जहाँ उपभोक्ता अपनी आय को इस प्रकार व्यय करता है कि उसे अधिकतम संतुष्टि प्राप्त हो।

**□ उपभोक्ता संतुलन की शर्तें :**

1. **उपयोगिता विश्लेषण (उपयोगिता की गणनावाचक अवधारणा) :** इस अवधारणा के अनुसार, उपयोगिता की गणना 'यूटिलिस' में की जा सकती है। 'यूटिलिस' को उपयोगिता की इकाइयाँ कहते हैं।

**शर्तें :** (a) एक वस्तु की स्थिति में -

$$MUm = \frac{MUx}{Px} \left[ \text{अगर } MUm = 1, \text{ तो } MUx = Px \right]$$

यहाँ  $MUm$  = मुद्रा की सीमांत उपयोगिता

$MUx$  = वस्तु  $x$  की सीमांत उपयोगिता

$Px$  = वस्तु  $x$  का मूल्य

$$(b) \text{ दो वस्तु की स्थिति में- (i) } \frac{MUx}{Px} = \frac{MUy}{Py} = MUm$$

वस्तु की सीमांत उपयोगिता निरंतर गिर रही हो।

2. **अनधिमान वक्र विश्लेषण (उपयोगिता की क्रमवाचक अवधारणा) :**

इस अवधारणा के अनुसार उपयोगिता की गणना नहीं की जा सकती, परन्तु उसे क्रम के रूप में प्रदर्शित कर सकते हैं

**शर्तें :**

$$(i) MRS_{xy} = \frac{Px}{Py} \left[ Px = \text{वस्तु } x \text{ का मूल्य} \right]$$

$(ii)$   $MRS$  गिरती हुई हो या तटस्थिता वक्र मूल बिन्दु पर उन्नतोदर होना चाहिए।

**□ माँग मात्रा :** वस्तु की वह मात्रा जिसे उपभोक्ता किसी निश्चित कीमत एवं निश्चित समय पर खरीदता है या खरीदने के लिए तैयार होता है।

□ **बाजार माँग** : कीमत के एक निश्चित स्तर पर किसी बाजार में सभी उपभोक्ताओं द्वारा वस्तु की खरीदी गई मात्राओं का योग 'बाजार माँग' कहलाता है।

□ **माँग फलन** : यह किसी वस्तु की माँग तथा उसे प्रभावित करने वाले कारकों के मध्य फलनात्मक सम्बन्ध को बताता है।

$$D = f(P_x, P_r, Y, T, E, N, Yd).$$

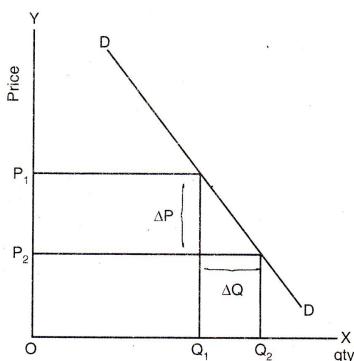
□ **माँग का नियम** : यह बताता है कि यदि अन्य बातें समान हों तो किसी वस्तु की कीमत में वृद्धि होने से उसकी माँग मात्रा घटती है और उस वस्तु की कीमत में कमी होने से उसकी माँग मात्रा बढ़ती है अर्थात् कीमत तथा माँग मात्रा में ऋणात्मक संबंध होता है।

□ **माँग अनुसूची** : माँग अनुसूची वह तालिका है जो विभिन्न कीमत स्तरों पर एक वस्तु की माँग मात्राओं को दर्शाती है।

□ **माँग वक्र** : माँग तालिका (अनुसूची) का रेखाचित्रीय प्रस्तुतीकरण माँग वक्र कहलाता है। अर्थात् माँग वक्र कीमत के विभिन्न स्तरों पर माँग मात्राओं को दर्शाने वाला वक्र है। यह ऋणात्मक ढाल का होता है जो वस्तु की कीमत और उसकी माँग मात्रा में विपरीत सम्बन्ध को बताता है।

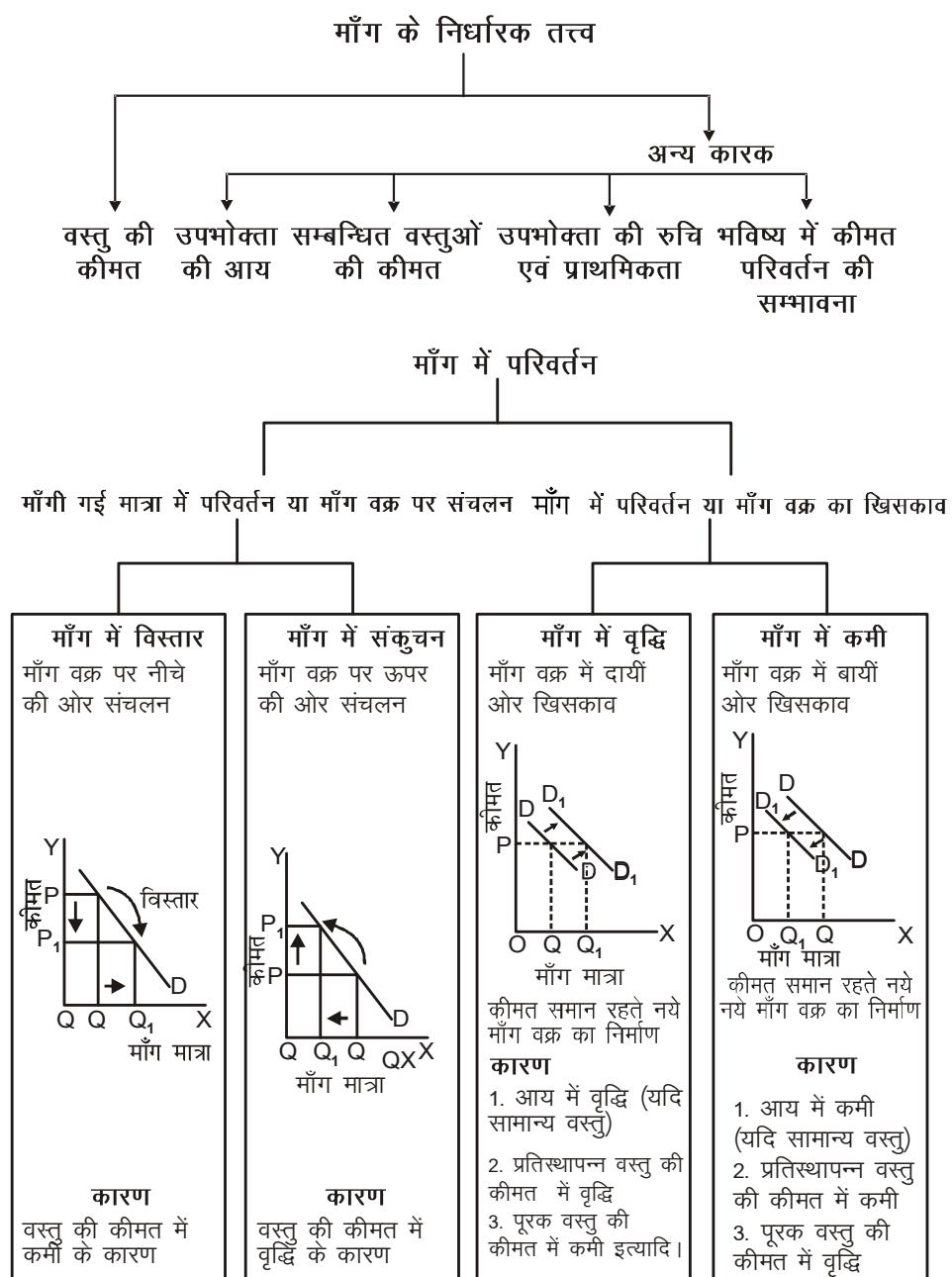
□ **माँग वक्र एवं उसका ढाल** : माँग वक्र का ढाल

$$= \frac{\text{कीमत में परिवर्तन}}{\text{माँगी गई मात्रा में परिवर्तन}}$$



$$\text{माँग वक्र का ढाल} = \frac{\Delta P}{\Delta Q}$$

- **माँग में परिवर्तन** : कीमत के समान रहने पर किसी अन्य कारक में परिवर्तन होने से जब वस्तु की माँग घट या बढ़ जाती है।
- **माँग मात्रा में परिवर्तन** : वस्तु की अपनी कीमत में परिवर्तन के कारण वस्तु की माँग में परिवर्तन जबकि अन्य कारक समान रहें।



- **माँग की कीमत लोच :** माँग की कीमत लोच, कीमत में होने वाले प्रतिशत परिवर्तन के फलस्वरूप माँग की मात्रा में होने वाले प्रतिक्रियात्मक प्रतिशत परिवर्तन को संख्यात्मक रूप में मापती हैं।

**प्रतिशत या आनुपातिक विधि :**

$$E_d = (-) \frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P}{Q} \text{ अथवा } E_d = (-) \frac{Q_1 - Q_0}{P_1 - P_0} \times \frac{P_0}{Q_0}$$

जहाँ पर  $P_0$  = प्रारम्भिक कीमत

$Q_0$  = प्रारम्भिक मात्रा

$P_1$  = अंतिम कीमत

$Q_1$  = अंतिम मात्रा

$\Delta Q$  = माँग में परिवर्तन

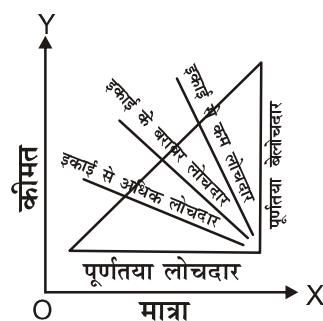
$\Delta P$  = कीमत में परिवर्तन

$E_d$  = माँग की कीमत लोच

अथवा  $E_d = \frac{\text{माँग में प्रतिशत परिवर्तन}}{\text{कीमत में प्रतिशत परिवर्तन}}$

माँग में % परिवर्तन =  $\frac{\Delta Q}{Q_0} \times 100$

कीमत में % परिवर्तन =  $\frac{\Delta P}{P_0} \times 100$



माँग की कीमत लोच को प्रभावित करने वाले कारक -

- (क) वस्तु की प्रकृति
- (ख) उपभोक्ता की आय
- (ग) निकटतम स्थानापन्न वस्तुओं की उपलब्धता
- (घ) उपभोग के स्थगन की सम्भावना
- (ङ) वस्तु पर व्यय होने वाला आय का भाग
- (च) वस्तु के विविध प्रयोग

**बहु विकल्पीय प्रश्न : 1 अंक**

1. एक वस्तु की कुल उपयोगिता अधिकतम होती है जब
  - (a) वस्तु का उपयोग अधिकतम होता है।
  - (b) सीमांत उपयोगिता अधिकतम होती है।
  - (c) औसत उपयोगिता अधिकतम होती है
  - (d) सीमांत उपयोगिता शून्य होती है।
2. एक वस्तु की सीमांत उपयोगिता –
  - (a) मात्रा में वृद्धि होने पर सदैव घटती है
  - (b) केवल कुल उपयोगिता के घटने पर घटती है।
  - (c) घटती है किन्तु सदैव धनात्मक रहती है।
  - (d) पहले बढ़ती है तथा उच्चतम बिन्दु पर पहुँचने के पश्चात् घटती है।
3. एक उपभोक्ता को अधिकतम संतुष्टि प्राप्त होती है जब
  - (a) वस्तु की कीमत निम्नतम हो
  - (b) कुल उपयोगिता अधिकतम हो
  - (c) कुल उपयोगिता मुद्रा के रूप में त्यागी गई उपयोगिता के समान है।

- (d) वस्तु की अंतिम इकाई से मिलने वाली उपयोगिता, मुद्रा के रूप में त्यागी गई उपयोगिता के समान है।
4. एक उपभोक्ता दो वस्तुओं का उपभोग करता है। उपभोक्ता संतुलन की अवस्था में होगा, जब
- दो वस्तुओं की सीमांत उपयोगिता समान है।
  - दो वस्तुओं की कुल उपयोगिता समान है।
  - दो वस्तुओं की कीमत समान है।
  - प्रति रुपया सीमांत उपयोगिता समान है।
5. जब सीमांत उपयोगिता ऋणात्मक है, तब
- कुल उपयोगिता घटती दर से बढ़ती है।
  - कुल उपयोगिता घटती है।
  - कुल उपयोगिता शून्य होती है।
  - कुल उपयोगिता ऋणात्मक होती है।
6. यदि एक वस्तु की कीमत शून्य है, तो उपभोक्ता उपभोग करेगा।
- वस्तु की असीमित मात्रा का
  - जब तक सीमांत उपयोगिता अधिकतम होगी।
  - जब तक सीमान्त उपयोगिता शून्य न हो जाए।
  - जब तक कुल उपयोगिता शून्य हो जाए।
7. एक वस्तु की स्थिति में, निम्न में से कौन सी शर्त उपभोक्ता संतुलन के लिए अनिवार्य है?
- $\frac{MU_m}{MU_x} = P_x$
  - $MU_x = MU_m \times P_x$
  - $\frac{P_x}{MU_x} = MU_m$
  - $\frac{MU_m}{P_x} = MU_x$

8. उपभोक्ता संतुलन के सिद्धान्त के अनुसार एक उपभोक्ता, उपभोक्ता संतुलन पर पहुँचने के लिए कर सकता है—
- (a) वस्तु की कीमत में कमी
  - (b) उपभोक्ता की आय में वृद्धि
  - (c) वस्तु की मात्रा में परिवर्तन
  - (d) दोनों वस्तुओं के उपभोग में वृद्धि
9. एक उपभोक्ता के असंतुलन की स्थिति  $\frac{MU_x}{P_x} > \frac{MU_y}{P_y}$  पैदा होती है
- (a) X वस्तु के उपभोग में वृद्धि के कारण
  - (b) Y वस्तु की कीमत में कमी के कारण
  - (c) X वस्तु की कीमत में वृद्धि के कारण
  - (d) Y वस्तु की कीमत में वृद्धि के कारण
10. दो वस्तुओं के उपभोग की स्थिति में उपभोक्ता संतुलन होगा, जब :

$$(a) \frac{P_x}{MU_X} = \frac{P_y}{MU_y} = MU_M \quad (b) \frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} = MU_M$$

$$(c) \frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} = MRS_{xy} \quad (d) MU_M = \frac{MU_x}{P_x}$$

11. एक उपभोक्ता के बजट सेट की संख्या होती है:
- (a) असीमित, लेकिन बजट रेखा के भीतर।
  - (b) सीमित, उपभोक्ता की आय पर निर्भर।
  - (c) सीमित, वस्तु की कीमत पर निर्भर
  - (d) सीमित, वस्तु की कीमत तथा उपभोक्ता की आय पर निर्भर
12. निम्न में से कौन सी अनधिमान वक्र की विशेषता नहीं है:
- (a) अनधिमान वक्र मूल बिन्दू की ओर उन्नतोदर होता है।



- (b) X वस्तु की 6 इकाइयाँ तथा Y वस्तु की 5 इकाइयाँ  
(c) X वस्तु की 5 इकाइयाँ तथा Y वस्तु की 6 इकाइयाँ  
(d) X वस्तु की 4 इकाइयाँ तथा Y वस्तु की 5 इकाइयाँ
18. एक उपभोक्ता के अनधिमान वक्रों की अधिकतम संख्या क्या है?
- (a) अनधिमान वक्रों की असीमित संख्या।  
(b) उपभोक्ता के अधिकतम संतुष्टि स्तर तक।  
(c) उपभोक्ता की बजट रेखा पर निर्भर है।  
(d) उपभोक्ता के विभिन्न बजट सेट के बराबर
19. माँग वक्र का ढाल शून्य है, माँग की लोच है:
- (a) माँग की लोच शून्य है      (b) माँग की लोच बेलोचदार है।  
(c) माँग की लोच अनन्त है      (d) माँग की लोच लोचदार है।
20. निम्न में से कौन सा माँग की लोच निर्धारिक कारक नहीं है
- (a) वस्तु की प्रकृति                         (b) वस्तु के उपयोगों की संख्या  
(c) स्थानापन्न वस्तुओं की उपलब्धता  
(d) वस्तु की माँगी गई मात्रा

### उत्तर

1. (d); 2. (a); 3. (d); 4. (d); 5. (b); 6. (c); 7. (b); 8. (c); 9. (d); 10. (b); 11. (d);  
12. (d); 13. (a); 14. (b); 15. (d); 16. (d); 17. (c); 18. (a); 19. (c); 20 (d)

### लघु उत्तर वाले प्रश्न ( 3-4 अंक )

- तालिका की सहायता से कुल उपयोगिता एवं सीमांत उपयोगिता में संबंध बताइये?
- एक वस्तु की स्थिति में उपयोगिता अवधारणा की सहायता से उपभोक्ता संतुलन की व्याख्या कीजिए।

3. कुल उपयोगिता में क्या परिवर्तन होगा जबकि-
- सीमांत उपयोगिता वक्र x-अक्ष के ऊपर स्थित हो।
  - सीमांत उपयोगिता वक्र x-अक्ष को स्पर्श कर रहा हो।
  - सीमांत उपयोगिता वक्र X-अक्ष के नीचे स्थित हो।
4. अनधिमान वक्र की तीन विशेषताओं का उल्लेख कीजिए।
5. उपयोगिता विश्लेषण की सहायता से दिखाइए कि एक वस्तु की माँग और उसकी कीमत में विपरीत सम्बन्ध होता है। समझाइए।
6. एक वस्तु X की माँग पर क्या प्रभाव पड़ेगा यदि संबंधित वस्तु की कीमत में वृद्धि हो जाए?
7. उपभोक्ता की आय बढ़ने पर सामान्य वस्तु की माँग क्यों बढ़ती है?
8. माँग की लोच को प्रभावित करने वाले निम्न कारकों की व्याख्या कीजिए।
- वस्तु की प्रकृति
  - प्रतिस्थापन वस्तुओं की उपलब्धि
  - उपभोग का स्थगन
9. एक रेखाचित्र की सहायता से मांग में विस्तार और माँग में वृद्धि में अन्तर स्पष्ट कीजिए?
10. बजट सेट तथा बजट रेखा के बीच अंतर स्पष्ट कीजिए।
11. माँग में परिवर्तन तथा मांगी गई मात्रा में परिवर्तन के बीच अन्तर स्पष्ट कीजिए।
12. माँग की लोच पर निम्न कारकों का क्या प्रभाव होता है?
- क्रेता की आय के स्तर
  - उपभोक्ता का व्यवहार
13. माँग वक्र का ढाल निम्न स्थितियों में कैसा होगा-
- पूर्णतया लोचदार माँग
  - पूर्णतया बेलोचदार माँग
  - इकाई के बराबर लोचदार माँग

14. माँग वक्र में दाई ओर खिसकाव (माँग में वृद्धि) के प्रमुख कारक लिखकर किसी एक की व्याख्या कीजिए।
15. मांग में कमी (माँग वक्र में बाई ओर खिसकाव) के प्रमुख कारक लिखकर किसी एक की व्याख्या कीजिए।

### उच्च स्तरीय बुद्धि कौशल H.O.T.S.

17. रुपये 7 प्रति इकाई पर एक उपभोक्ता वस्तु की 12 इकाई खरीदता है जब कीमत गिरकर रुपये 6 प्रति इकाई हो जाती है वह वस्तु पर रुपये 72 व्यय करता है। प्रतिशत विधि द्वारा कीमत मांग लोच ज्ञात कीजिए। लोच के इस माप के आधार पर माँग वक्र के सम्भावित आकार पर टिप्पणी कीजिए।
18. एक उपभोक्ता रुपये 5 प्रति इकाई पर वस्तु की 20 इकाईयाँ खरीदता है। जब वह उसी वस्तु की 24 इकाईयाँ खरीदता है तो इस पर कुल व्यय रुपये 120 होता है। प्रतिशत विधि द्वारा कीमत मांग की लोच ज्ञात कीजिए। इस सूचना के आधार पर माँग वक्र के सीमित आकार पर टिप्पणी कीजिए।
19. वस्तु X एवं Y की कीमत लोच आपस में बराबर है। वस्तु X की मूल्य में 20% कमी होने से मांगी गई मात्रा 100 इकाई से बढ़कर 250 इकाई हो जाती है। अगर वस्तु Y के मूल्य में 8% की कमी आती है तो मांगी गई मात्रा में प्रतिशत वृद्धि की गणना करें।
20. निम्नलिखित समीकरणों में रिक्त स्थान भरो-

$$(i) \quad MRS = \frac{\Delta Y}{?} \qquad \qquad (ii) \quad ? = \Sigma MU$$

$$(iii) \quad MU_n = TU_n - ? \qquad \qquad (iv) \quad e_d = \frac{\Delta Q}{?} \times \frac{P}{Q}$$

21. अन्तर स्पष्ट कीजिए -  
  - (i) सामान्य वस्तुएँ और निम्न कोटि वस्तुएँ।
  - (ii) पूरक वस्तुएँ एवं प्रतिस्थापन वस्तुएँ।
22. जब सीमान्त उपयोगिता वस्तु की कीमत से कम होती है तो उपभोक्ता वस्तु के अधिक उपभोग को बन्द कर देता है। क्यों? कारण समझाइए।

23. एक उपभोक्ता केवल दो वस्तुओं X तथा Y का उपभोग करता है। उपयोगिता विश्लेषण की सहायता से उपभोक्ता संतुलन की शर्तें बताइए और उनकी व्याख्या कीजिए।
25. वे शर्तें समझाइए जिससे यह निर्धारित होता है कि किसी कीमत पर एक उपभोक्ता वस्तु की कितनी इकाई खरीदेगा।
26. सीमांत प्रतिस्थापन दर की परिभाषा दीजिए। समझाइए कि एक अनधिमान वक्र उन्नतोदर (उत्तल) क्यों होता है।

### **दीर्घ उत्तर वाले प्रश्न (6 अंक)**

1. अनधिमान वक्र विश्लेषण की सहायता से उपभोक्ता संतुलन की शर्तें समझाइए। रेखाचित्र द्वारा समझाइए।
2. उपयोगिता अवधारणा की सहायता से दो वस्तुओं के सम्बन्ध में उपभोक्ता के संतुलन की शर्तें की व्याख्या कीजिए।
3. मांग वक्र का ढलान ऋणात्मक क्यों होता है? किन्हीं तीन कारकों की व्याख्या कीजिए।
4. रेखाचित्रों का प्रयोग करते हुए समझाइए कि निम्नलिखित का वस्तु की मांग पर क्या प्रभाव पड़ता है?
  - (1) उपभोक्ता की आय में कमी
  - (2) सम्बन्धित वस्तुओं की कीमतों में वृद्धि।
5. अनधिमान वक्र विधि के अन्तर्गत उपभोक्ता के संतुलन की शर्तें क्या हैं? यदि शर्तें पूरी नहीं होती तो संतुलन तक पहुँचने में क्या परिवर्तन होंगे? वर्णन कीजिए।
6. अनधिमान वक्रों की तीन विशेषताएँ समझाइए।
7. कारण सहित लिखिए कि निम्न कथन सही हैं अथवा गलत।
  - (क) दो अनधिमान वक्र कभी-भी एक-दूसरे को नहीं काटते।
  - (ख) निम्न कोटि वस्तुओं का आय प्रभाव धनात्मक होता है।

- (ग) माँगी गई मात्रा में परिवर्तन, मांग के नियम की व्याख्या करता है।
8. निम्न कथन सत्य हैं या असत्य। कारण सहित स्पष्ट कीजिए।
- (क) क्रेताओं की संख्या में वृद्धि माँग बढ़ को दाई ओर खिसका देती है।
- (ख) बाजार में किसी वस्तु के प्रतिस्थापन की उपस्थिति के कारण उस वस्तु की माँग लोचदार हो जाती है।
- (ग) सीमांत प्रतिस्थापन दर बढ़ती हुई होती है जिसके कारण अनधिमान बढ़ का ढाल उत्तल होता है।

---

## परीक्षा उपयोगी प्रश्न

---

### 1 अंक वाले प्रश्न

**प्र. 1.** किसी वस्तु को सामान्य वस्तु कब कहा जाता है?

**उत्तर.** जिस वस्तु का आय प्रभाव धनात्मक हो तथा कीमत प्रभाव ऋणात्मक हो, उसे सामान्य वस्तु कहते हैं।

**प्र. 2.** किसी वस्तु को निकृष्ट वस्तु कब कहा जाता है?

**उत्तर.** जिस वस्तु का आय प्रभाव ऋणात्मक हो, उसे निकृष्ट वस्तु कहा जाता है।

**प्र. 3.** पानी की माँग बेलोचदार क्यों होती है?

**उत्तर.** क्योंकि पानी एक अनिवार्य वस्तु है।

**प्र. 4.** बाजार माँग को परिभाषित कीजिए।

**उत्तर.** बाजार माँग से अभिप्राय किसी वस्तु की उन मात्राओं के योग से जिन्हें बाजार के सभी उपभोक्ता एक निश्चित समयावधि में वस्तु की विभिन्न कीमतों पर खरीदने के इच्छुक हैं, योग्य हैं व तैयार हैं।

**प्र. 5.** सीमांत प्रतिस्थापन दर (MRS) से क्या अभिप्राय है?

**उत्तर.** समान संतुष्टि स्तर बनाए रखते हुए, उपभोक्ता एक वस्तु X की एक अतिरिक्त इकाई का उपभोग करने हेतु दूसरी वस्तु Y की जितनी इकाईयों का त्याग करने के लिए तैयार होता है, उसके अनुपात को सीमांत प्रतिस्थापन दर कहते हैं।

**प्र. 6.** एकदिष्ट अधिमान से क्या अभिप्राय है?

**उत्तर.** एकदिष्ट अधिमान से अभिप्राय है कि उपभोक्ता दो बंडलों के मध्य उस बंडल को प्राथमिकता देता है, जिसमें दूसरे बंडल की तुलना में कम-से-कम वस्तु की अधिक मात्रा होती है और दूसरी वस्तु की मात्रा कम नहीं होती है।

**प्र. 7.** बजट रेखा का समीकरण लिखिए।

**उत्तर.**  $M = P_x \cdot X + P_y \cdot Y$

**Q. 8.** बजट सेट का समीकरण लिखिए।

**Ans.**  $P_x \cdot X + P_y \cdot Y \leq M$

### 3-4 अंक वाले प्रश्न

**प्र. 1.** माँग में वृद्धि एवं वस्तु की माँग मात्रा में वृद्धि में भेद कीजिए।

**उत्तर.** किसी वस्तु की कीमत स्थिर रहने पर अन्य कारकों में परिवर्तन के कारण जब माँग बढ़ती है तो उसे माँग में वृद्धि कहते हैं। इसके विपरीत अन्य बातें समान रहने पर जब किसी वस्तु की कीमत में कमी के कारण उसकी माँग बढ़ती है तो उसे माँग मात्रा में वृद्धि कहते हैं।

**प्र. 2.** एक वस्तु की दी गई कीमत पर एक उपभोक्ता यह निर्णय कैसे लेता है कि वह उस वस्तु की कितनी मात्रा खरीदे?

**उत्तर.** उपभोक्ता एक वस्तु की इतनी मात्रा खरीदता है जिस पर सीमान्त उपयोगिता कीमत के बराबर हो। जब तक सीमान्त उपयोगिता कीमत से अधिक होती है वह वस्तु को खरीदता रहता है। जैसे-जैसे वह अधिक इकाई खरीदता है सीमान्त उपयोगिता घटती जाती है और एक स्थिति ऐसी आती है जहाँ सीमान्त उपयोगिता कीमत के बराबर हो जाती है। उपभोक्ता इस स्थिति तक ही वस्तु खरीदेगा।

**प्र. 3.** एक उपभोक्ता केवल दो वस्तुओं x और y का उपभोग करता है। उपयोगिता विश्लेषण की सहायता से उपभोक्ता संतुलन की शर्तें बताइए और उनकी व्याख्या कीजिए।

**उत्तर.** उपभोक्ता के संतुलन की दो शर्तें हैं :

$$(1) \frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} \text{ Or } \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

यदि  $\frac{MU_x}{P_x} > \frac{MU_y}{P_y}$  इस स्थिति में उपभोक्ता को  $y$  वस्तु के मुकाबले  $x$  वस्तु से अधिक प्रति रूपये सीमांत उपयोगिता प्राप्त होती है। अतः वह  $x$  को अधिक तथा  $y$  को कम खरीदेगा। इससे  $MU_x$  में कमी होगी तथा  $MU_y$  बढ़ेगा। उपभोक्ता तब तक  $x$  को खरीदना जारी रखेगा जब तक

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} \text{ न हो जाए।}$$

यदि  $\frac{MU_x}{P_x} < \frac{MU_y}{P_y}$  इस स्थिति में उपभोक्ता को  $x$  वस्तु की अपेक्षा  $y$  वस्तु से अधिक प्रति रूपये सीमांत उपयोगिता प्राप्त होती है। अतः वह  $y$  को अधिक तथा  $x$  को कम खरीदेगा। इससे  $MU_y$  में कमी होगी तथा  $MU_x$  बढ़ेगा। उपभोक्ता  $y$  को तब तक खरीदना जारी रखेगा जब तक

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} \text{ न हो जाए।}$$

- (2) वस्तु की अधिक इकाईयों का उपयोग करने पर उसकी सीमान्त उपयोगिता घटती है। यदि ऐसा न हो तो या तो उपभोक्ता केवल एक ही वस्तु खरीदेगा जो अवास्तविक है या वह कभी सन्तुलन की स्थिति में नहीं पहुँचेगा।

**प्र. 4.** समझाइए कि किसी वस्तु की माँग उसकी सम्बन्धित वस्तुओं की कीमतों से कैसे प्रभावित होती है। उदाहरण दीजिए।

**उत्तर.** सम्बन्धित वस्तुएँ दो प्रकार की होती हैं - (1) प्रतिस्थापन वस्तु (2) पूरक वस्तु।

1. **प्रतिस्थापन वस्तु :** जब प्रतिस्थापन वस्तु की कीमत घटती है तो वह दी हुई वस्तु की तुलना में सस्ती हो जाती है इसलिए उपभोक्ता इसे दी हुई वस्तु के स्थान पर प्रतिस्थापित करता है इससे दी हुई वस्तु की माँग घटती जाएगी। इसी प्रकार प्रतिस्थापन वस्तु की कीमत बढ़ने से दी हुई वस्तु की माँग बढ़ जाएगी। उदाहरण : चाय और कॉफी आदि।

2. **पूरक वस्तुएँ :** जब पूरक वस्तु की कीमत घटती है तो उसकी माँग बढ़ जाती है और उसके साथ दी हुई वस्तु की माँग भी बढ़ जाती है। इसी प्रकार जब पूरक वस्तु की कीमत बढ़ती है तो साथ दी हुई वस्तु की माँग घट जाती है।

**उदाहरण :** कार तथा पेट्रोल आदि।

**प्र. 5.** सामान्य वस्तु और घटिया वस्तु के बीच अन्तर बताइए। प्रत्येक का उदाहरण दीजिए।

**उत्तर.** **सामान्य वस्तुएँ :** सामान्य वस्तुएँ उन वस्तुओं को कहते हैं जिनकी माँग क्रेताओं की आय के बढ़ने पर बढ़ती है। अतः आय और माँग में धनात्मक सम्बन्ध पाया जाता है अथवा आय प्रभाव धनात्मक होता है।

**घटिया वस्तुएँ (निम्नकोटि वस्तुएँ) :** घटिया (निम्नकोटि) वस्तुएँ उन वस्तुओं को कहते हैं जिनकी माँग क्रेताओं की आय के बढ़ने पर घटती है अतः आय और माँग में ऋणात्मक सम्बन्ध पाया जाता है।

**उदाहरण :** मोटा अनाज तथा मोटा कपड़ा

**प्र. 6.** मांग की कीमत लोच को प्रभावित करने वाले किन्हीं चार कारकों की व्याख्या कीजिए।

**उत्तर.** 1. **वस्तु की प्रकृति :** अनिवार्य वस्तुएँ, जैसे नमक, जीवन रक्षक दवाएँ आदि की मांग बेलोचदार होती है तथा विलासिता की वस्तुओं की मांग लोचदार होती है।

2. **प्रतिस्थापन वस्तुओं की उपलब्धता :** ऐसी वस्तुएँ जिनके निकटतम प्रतिस्थापन उपलब्ध होते हैं, उनकी मांग अधिक लोचदार होती है तथा जिन वस्तुओं के प्रतिस्थापन नहीं होते उनकी मांग अपेक्षाकृत बेलोचदार होती है।

3. **उपयोग में विविधता :** जिन वस्तुओं के विभिन्न उपयोग होते हैं उनकी मांग अधिक लोचदार होती है। उदाहरण के लिए बिजली के विभिन्न उपयोग।

4. **उपभोक्ता का व्यवहार :** उपभोक्ताओं को जिन वस्तुओं के उपयोग की आदत पड़ जाती है उनकी मांग बेलोचदार होती है। उदाहरण : शराब, सिगरेट।

**Q. 7.** कुल उपयोगिता तथा सीमान्त उपयोगिता के बीच सम्बन्ध समझाइए। तालिका का प्रयोग कीजिए।

**Ans.**

मात्रा ( इकाइयाँ )	कुल उपयोगिता ( यूटिलिस )	सीमान्त उपयोगिता ( यूटिलिस )
0	0	—
1	8	8
2	14	6
3	18	4
4	20	2
5	20	0
6	18	-2

तालिका से स्पष्ट है-

- (1) जब तक सीमान्त उपयोगिता धनात्मक और घटती है कुल उपयोगिता बढ़ती है।
- (2) जब सीमान्त उपयोगिता शून्य होती है तब कुल उपयोगिता अधिकतम होती है।
- (3) जब सीमान्त उपयोगिता ऋणात्मक होती है, तब कुल उपयोगिता घटना शुरू हो जाती है।

**प्र. 8.** सीमान्त उपयोगिता की परिभाषा दीजिए। हासमान सीमान्त उपयोगिता का नियम बताइए।

**उत्तर.** **सीमान्त उपयोगिता :** वस्तु की एक अतिरिक्त इकाई के उपभोग से कुल उपयोगिता में जो वृद्धि होती है, उसे सीमान्त उपयोगिता कहते हैं।

**हासमान सीमान्त उपयोगिता का नियम :** हासमान सीमान्त उपयोगिता का नियम यह बताता है कि उपभोक्ता जैसे-जैसे किसी वस्तु की इकाइयों का निरंतर उपभोग करता है वैसे-वैसे प्रत्येक अगली इकाई से मिलने वाली सीमान्त उपयोगिता घटती जाती है। इस नियम के अनुसार कुल उपयोगिता घटती दर से बढ़ती है तथा सीमान्त उपयोगिता घटती है।

## 6 अंक वाले प्रश्न

**प्र. 1.** अनधिमान वक्र की तीन विशेषताएँ समझाइए।

**उत्तर.** अनधिमान वक्रों की विशेषताएँ निम्नलिखित हैं:

1. इनका ढलान बाएँ से दाएँ नीचे की ओर होता है - एक वस्तु की इकाइयों का अधिक उपभोग करने के लिए दूसरी वस्तु की कुछ इकाइयों का त्याग करना पड़ता है ताकि संतुष्टि स्तर वही रहे।
2. मूल बिन्दु की ओर उत्तर (उन्नतोदर) हाती है - हासमान सीमान्त उपयोगिता के नियम के कारण सीमान्त प्रतिस्थापन दर निरन्तर घटती है।
3. ऊँचा अनधिमान वक्र अधिक उपयोगिता दर्शाता है - ऊँचा अनधिमान वक्र वस्तुओं के बड़े बंडलों को दर्शाता है। इसका अर्थ है अधिक उपयोगिता, एकदिष्ट अधिमान के नियम के कारण।

**प्र. 2.** अनधिमान वक्र विश्लेषण द्वारा उपभोक्ता सन्तुलन की शर्तें समझाइए। रेखाचित्र का प्रयोग कीजिए।

**उत्तर.** उपभोक्ता के सन्तुलन की दो शर्तें हैं-

(1) सीमान्त प्रतिस्थापन दर = दोनों वस्तुओं की कीमतों का अनुपात  

$$(MRS = Px/Py)$$

(2) सीमान्त प्रतिस्थापन दर निरन्तर घटती है।

**व्याख्या :**

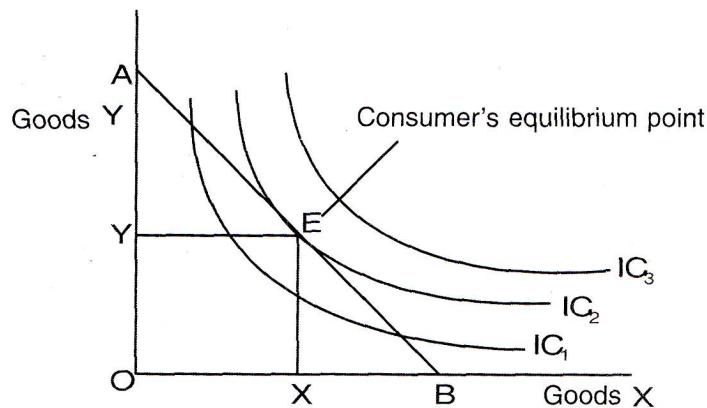
(i) मान लीजिए दो वस्तुएँ x तथा y हैं। उपभोक्ता के सन्तुलन की पहली शर्त है कि

$$MRS = \frac{Px}{Py}.$$

यदि  $MRS > Px/Py$  है तो इसका अर्थ है कि उपभोक्ता x वस्तु की बाजार में जो कीमत है उसमें अधिक देने को तैयार हैं अतः वह X की अधिक मात्रा खरीदेगा। इससे MRS घटेगी और ऐसा तब तक होता रहेगा जब तक कि  $MRS = Px/Py$ .

यदि  $MRS < \frac{Px}{Py}$  है तो इसका अर्थ है कि उपभोक्ता x वस्तु की बाजार में जो कीमत है उससे कम देने को तैयार है अतः वह x की कम मात्रा खरीदेगा। इससे MRS बढ़ेगी और ऐसा तब तक होता रहेगा जब तक कि  $MRS = \frac{Px}{Py}$ .

(2) सीमान्त प्रतिस्थापन दर निरन्तर घटेगी जब तक कि सन्तुलन की स्थिति स्थापित नहीं हो जाती।



**प्र. 3.** उपभोक्ता की आय में परिवर्तन होने से वस्तु की माँग पर पड़ने वाले प्रभाव की व्याख्या कीजिए।

**उत्तर.** उपभोक्ता की आय में परिवर्तन के प्रभाव को दो श्रेणियों में विभाजित करके निम्न प्रकार समझा जा सकता है।

1. **सामान्य वस्तु :** सामान्य वस्तुएँ वे वस्तुएँ होती हैं, जिन पर आय प्रभाव धनात्मक एवं कीमत प्रभाव ऋणात्मक होता है। यदि उपभोक्ता की आय में वृद्धि होती है तो इनकी माँग बढ़ जाती है। इसके विपरीत यदि आय में कमी होती है तो उसकी माँग में कमी हो जाती है।
2. **निम्नकोटि वस्तुएँ :** ये वे वस्तुएँ होती हैं जिन का आय प्रभाव ऋणात्मक होता है। यदि उपभोक्ता की आय में वृद्धि होती है तो इन वस्तुओं की माँग कम हो जाती है। इसकी विपरीत यदि उपभोक्ता की आय में कमी होती है तो इनकी माँग बढ़ जाती है।

**प्र. 4.** माँग वक्र का ढलान ऋणात्मक क्यों होता है? कारण बताइये-

**उत्तर.** माँग वक्र के ऋणात्मक ढाल होने के निम्नलिखित कारण हैं-

**हासमान सीमान्त उपयोगिता नियम :** इस नियम के अनुसार प्रत्येक अगली इकाई का प्रयोग करने से मिलने वाली सीमान्त उपयोगिता क्रमशः घटती चली जाती है, इसलिए प्रत्येक अगली इकाई को खरीदने के लिए उपभोक्ता कम कीमत देने को तैयार होता है।

**प्र. 5.** एक उपभोक्ता केवल दो वस्तुओं x और y का उपयोग करता है। दोनों की बाजार कीमत 3 रु प्रति इकाई है। यदि उपभोक्ता इन दो वस्तुओं के ऐसे संयोग का चुनाव करता है। जिसकी सीमान्त प्रतिस्थापन दर 3 है, तो क्या उपभोक्ता

संतुलन में है? कारण दीजिए। ऐसी स्थिति में एक विवेकी उपभोक्ता क्या करेगा? समझाइये।

**उत्तर.** Given  $P_x = 3$ ,  $P_y = 3$  and  $MRS = 3$ , एक उपभोक्ता संतुलन में तब कहा

$$\text{जायेगा जब} - MRS = \frac{P_x}{P_y}$$

मूल्यों को प्रतिस्थापत करने पर  $3 > \frac{3}{3}$

इसलिए उपभोक्ता संतुलन में नहीं है।  $MRS > \frac{P_x}{P_y}$  का अर्थ है कि उपभोक्ता  $x$  वस्तु की एक और इकाई खरीदने के लिए तैयार है-

- उपभोक्ता  $x$  वस्तु की अधिक इकाईयाँ खरीदेगा।
- हासमान सीमान्त उपयोगिता नियम के कारण सीमान्त प्रतिस्थापन दर घटेगी।
- और यह प्रक्रिया तब तक जारी रहेगी जब तक  $MRS = \frac{P_x}{P_y}$  न हो जाए और इस प्रकार उपभोक्ता संतुलन में आ जायेगा।

**प्र. 6.** एक उपभोक्ता दो वस्तुओं  $x$  तथा  $y$  का उपभोग करता है जिनकी कीमत क्रमशः 4 रु. और 5 रु. प्रति इकाई है। यदि उपभोक्ता दोनों वस्तुओं का ऐसा संयोग चुनता है जिसमें  $x$  की सीमान्त उपयोगिता 5 और 4 की सीमान्त उपयोगिता 4 है, तो क्या उपभोक्ता संतुलन में है। कारण दीजिए। ऐसी स्थिति में एक विवेकी उपभोक्ता क्या करेगा? उपयोगिता विश्लेषण का उपयोग कीजिए।

**Ans.** Given  $P_x = 4$ ,  $P_y = 5$  और  $MU_x = 5$  तथा  $MU_y = 4$ , एक उपभोक्ता

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} \text{ होने पर संतुलन में होगा। मूल्यों को प्रतिस्थापित करने पर}$$

$\frac{5}{4} > \frac{4}{5}$  or  $\frac{MU_x}{P_x} > \frac{MU_y}{P_y}$  प्रति इकाई रु. की  $MU_x$ , प्रति रु.  $MU_y$  की सीमान्त उपभोगिता से ज्यादा है। इसलिए उपभोक्ता संतुलन में नहीं है।

उपभोक्ता  $x$  वस्तु की अधिक तथा  $y$  वस्तु की कम इकाईयाँ खरीदेगा। इसलिए  $MU_x$  कम होगा तथा  $MU_y$  बढ़ेगा जब तक की  $\frac{MU_x}{P_x}$  तथा  $\frac{MU_y}{P_y}$  बराबर नहीं हो जाता।

## इकाइ - III

### उत्पादक का व्यवहार और पूर्ति

#### स्मरणीय बिन्दु

- किसी वस्तु के भौतिक आगतों तथा भौतिक निगर्तों के बीच फलनात्मक सम्बन्ध को उत्पादन फलन कहते हैं।
- उत्पादन फलन दो प्रकार के होते हैं : (i) अल्पकालीन उत्पादन फलन : जिसमें उत्पादन का एक साधन परिवर्तनशील होता है और अन्य स्थिर। इसमें एक साधन के प्रतिफल का नियम लागू होता है। इसमें उत्पादन को परिवर्तनशील साधन की इकाईयों को बढ़ाकर ही बढ़ाया जा सकता है।  
(ii) दीर्घकालीन उत्पादन फलन : जिसमें उत्पादन के सभी साधन परिवर्तनशील होते हैं। इसमें पैमाने के प्रतिफल का नियम लागू होता है। इसमें उत्पादन के सभी साधनों को बढ़ाकर उत्पादन बढ़ाया जाता है।
- कुल उत्पादन : एक निश्चित समय में प्रयुक्त सभी परिवर्ती साधन (कारक) की इकाईयों द्वारा किए गए सीमांत उत्पादन का योग होता है अथवा  $TP = \Sigma MP$
- प्रति इकाई परिवर्ती कारक के उत्पादन को औसत उत्पादन कहते हैं।

$$AP = \frac{\text{कुल उत्पादन}}{\text{परिवर्ती कारक की इकाई}} = \frac{TP}{L}$$

- परिवर्ती कारक की एक अतिरिक्त इकाई का प्रयोग करने पर कुल भौतिक उत्पाद में जो परिवर्तन होता है, उसे सीमांत उत्पादन कहते हैं।

$$MP = \frac{\Delta TP}{\Delta L} \text{ or } MP_n = TP_n - TP_{n-1}$$

- कुल उत्पाद तथा सीमांत उत्पाद में सम्बन्ध
  1. जब कुल उत्पाद बढ़ती हुई दर से बढ़ता है तो सीमांत उत्पाद अधिकतम स्तर तक बढ़ता है।
  2. जब कुल उत्पाद घटती हुई दर से बढ़ता है तो सीमांत उत्पाद घटता है परन्तु धनात्मक होता है।
  3. जब कुल उत्पाद अधिकतम होता है तो सीमांत उत्पाद शून्य होता है।
  4. जब कुल उत्पाद घटने लगता है तो सीमांत उत्पाद ऋणात्मक हो जाता है।

### औसत उत्पाद तथा सीमान्त उत्पाद में संबंध

- जब  $MP > AP$ , तब  $AP$  बढ़ता है।
- जब  $MP = AP$ , तब  $AP$  अधिकतम तथा स्थिर होता है।
- जब  $MP < AP$ , तो  $AP$  घटने लगता है।
- दोनों वक्रों ( $MP$  तथा  $AP$ ) उल्टे 'U' आकार की होती हैं।
- **परिवर्तनशील अनुपात का नियम :** अल्पकाल में स्थिर साधनों की दी हुई मात्रा के साथ परिवर्ती कारक की अतिरिक्त इकाईयों का प्रयोग किया जाता है तो कुल उत्पादन में होने वाले परिवर्तन को कारक के प्रतिफल का नियम कहा जाता है। इस नियम के अनुसार – यदि अन्य साधनों को स्थिर रखते हुये किसी परिवर्ती साधन की जैसे-जैसे अधिक से अधिक इकाइयाँ बढ़ायी जाती हैं तो कुल उत्पादन सर्वप्रथम बढ़ती दर से बढ़ता है, फिर घटती दर से बढ़ता है और अंततः घटने लगता है। इसमें  $TP$  तथा  $MP$  में तीन चरणों में परिवर्तन होता है। (i)  $TP$  बढ़ती दर से बढ़ता है,  $MP$  बढ़ता है। (ii)  $TP$  घटती दर से बढ़ता है,  $MP$  घटता है पर धनात्मक रहता है, (iii)  $TP$  घटता है,  $MP$  ऋणात्मक हो जाता है।
  - **प्रथम चरण :** कुल उत्पाद बढ़ती हुई दर से बढ़ता है : स्थिर साधनों के साथ जब परिवर्ती कारक की इकाइयों को लगातार बढ़ाकर प्रयोग किया जाता है तो प्रारम्भ में कुल उत्पाद बढ़ती दर पर बढ़ता है तथा  $MP$  भी बढ़ता है।
  - **द्वितीय चरण :** कुल उत्पाद घटती हुई दर से बढ़ता है : स्थिर कारकों की निश्चित मात्रा के साथ जब परिवर्ती कारक की इकाइयों का

लगातार बढ़ाकर प्रयोग किया जाता है। तब कुल उत्पाद घटती दर से बढ़ता है अर्थात् कुल उत्पाद वृद्धि अनुपात परिवर्ती कारक अनुपात से कम होता है MP घटने लगता है धनात्मक रहता है। जब TP अधिकतम होता है तो MP शून्य होता है।

- **तृतीय चरण :** कुल उत्पाद घटता है : यह कारक प्रतिफल नियम का अंतिम चरण है। जब स्थिर कारकों की निश्चित मात्रा के साथ परिवर्ती कारक की इकाईयाँ लगातार बढ़ाकर उत्पादन किया जाता है तो अंततः कुल उत्पाद घटने लगता है और सीमांत उत्पाद ऋणात्मक हो जाता है।

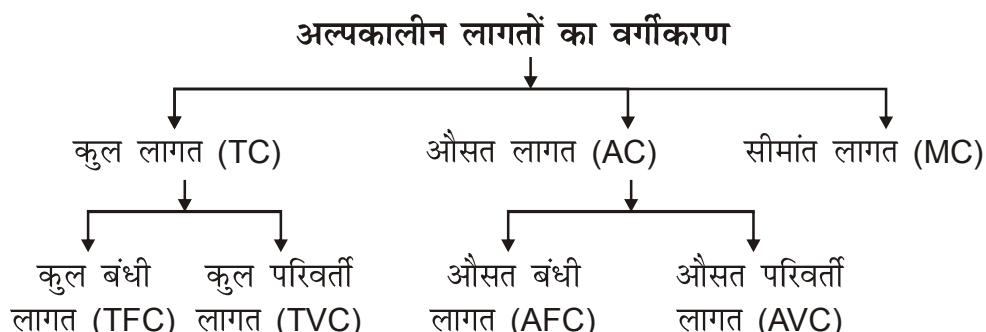
### लागत की अवधारणा

- स्पष्ट तथा अस्पष्ट लागतों तथा सामान्य लाभ के योग को आर्थिक लागत कहते हैं।

$$\text{आर्थिक लागत} = \text{स्पष्ट लागत} + \text{अस्पष्ट लागत} + \text{सामान्य लाभ।}$$

**स्पष्ट लागत:** वे मौद्रिक भुगतान जो उत्पादक द्वारा कारक व गैर कारक आगतों के प्रयोग के लिए किए जाते हैं जिनका स्वामी, उत्पादक स्वयं नहीं है स्पष्ट लागतें कहलाती हैं।

**अस्पष्ट लागत:** अस्पष्ट लागतें उत्पादन प्रक्रिया में उत्पादक द्वारा प्रयुक्त निजी कारकों की अनुमानित लागत है।



**लागत :** यह स्पष्ट लागत अस्पष्ट लागत तथा सामान्य लाभ का योग होती है।

- कुल लागत कुल बंधी लागत तथा कुल परिवर्ती लागत का योग होती है।

$$TC = TFC + TVC$$

- कुल बंधी लागत उत्पादन के सभी स्तरों पर समान रहती है तथा उत्पादन के शून्य स्तर पर भी शून्य नहीं होती। इसका वक्र X-अक्ष के समान्तर होता है।

$$TFC = TC - TVC \quad \text{or} \quad TFC = AFC \times Q$$

- कुल परिवर्ती लागत उत्पादन में होने वाले परिवर्तन के अनुसार परिवर्तित होती है। यह उत्पादन के शून्य स्तर पर शून्य होती है। इसका वक्र कुल लागत वक्र के समांतर होता है।

$$TVC = TC - TFC \quad \text{or} \quad TVC = AVC \times Q.$$

- औसत लागत वस्तु की प्रति इकाई लागत को बताती है। यह औसत बंधी लागत व औसत परिवर्ती लागत का योग होती है।

$$AC = \frac{TC}{Q} \quad \text{or} \quad AC = AFC + AVC$$

- औसत बंधी लागत प्रति इकाई बंधी लागत को बताती है।

$$AFC = \frac{TFC}{Q} \quad \text{or} \quad AFC = AC - AVC$$

- वस्तु की प्रति इकाई परिवर्ती लागत को औसत परिवर्ती लागत कहते हैं।

$$AVC = \frac{TVC}{Q} \quad \text{or} \quad AVC = AC - AFC$$

- वस्तु की एक अतिरिक्त इकाई का उत्पादन करने पर जो कुल लागत में परिवर्तन होता है, उसे सीमांत लागत कहते हैं।  $MC = \Delta TC / \Delta Q$  अथवा  $MC = TC_n - TC_{n-1}$ . किन्तु अल्पकाल में सीमांत लागत की गणना कुल परिवर्ती लागत से होती है।

$$\text{अतः } MC = TVC_n - TC_{n-1} \quad \text{or} \quad MC = \frac{\Delta TVC}{\Delta Q}$$

### अल्पकालीन लागतों के पारस्परिक सम्बन्ध

- कुल लागत वक्र तथा कुल परिवर्ती लागत वक्र एक दूसरे के समान्तर होते हैं दोनों के बीच की लम्बवत् दूरी कुल बंधी लागत के समान होती है। TFC वक्र X-अक्ष के समान्तर होता है जबकि TVC वक्र TC के समांतर होता है।

- उत्पादन स्तर में वृद्धि के साथ औसत बंधी लागत वक्र व औसत लागत वक्र के बीच अंतर बढ़ता चला जाता है, इसके विपरीत औसत परिवर्ती लागत वक्र व औसत लागत वक्र के बीच अंतर में उत्पादन वृद्धि के साथ-साथ कमी आती है, किन्तु AC व AVC एक-दूसरे को कभी नहीं काटते क्योंकि औसत बंधी लागत कभी शून्य नहीं होती।
- सीमांत लागत तथा औसत परिवर्ती लागत में संबंध
  - जब  $MC < AVC$ ,  $AVC$  घटता है।
  - जब  $MC = AVC$ ,  $AVC$  न्यूनतम तथा स्थिर होता है।
  - जब  $MC > AVC$ ,  $AVC$  बढ़ता है।
- सीमांत लागत तथा औसत लागत में संबंध
  - जब  $MC < AC$ ,  $AC$  घटता है।
  - जब  $MC = AC$ ,  $AC$  न्यूनतम तथा स्थिर होता है।
  - जब  $MC > AC$ ,  $AC$  बढ़ता है।

### संप्राप्ति की अवधारणा

- **कुल संप्राप्ति TR :** यह वह मौद्रिक राशि होती है जो एक निश्चित समयावधि में फर्म को उत्पाद की दी हुई इकाईयों की बिक्री से प्राप्त होती है।  

$$TR = \text{कीमत (AR)} \times \text{बेची गई मात्रा (Q)} \quad \text{अथवा} \quad TR = \sum MR$$
- **औसत संप्राप्ति :** बेची गई वस्तु की प्रति इकाई सम्प्राप्ति को औसत संप्राप्ति कहते हैं। यह वस्तु की कीमत के बराबर होती है।

$$AR = \frac{TR}{Q} \quad \text{अथवा} \quad AR = \text{कीमत} \left[ \because \frac{TR}{Q} \quad \text{or} \quad \frac{P \times Q}{Q} = \text{Price} \right]$$

- वस्तु की एक अतिरिक्त इकाई बेचने से कुल संप्राप्ति में होने वाला परिवर्तन सीमांत संप्राप्ति कहलाता है।

$$MR = \frac{\Delta TR}{\Delta Q} \quad \text{or} \quad MR_n = TR_n - TR_{n-1}$$

## MR तथा AR में संबंध

- जब  $MR > AR$ , AR बढ़ता है।
  - जब  $MR = AR$ , AR स्थिर होता है।
  - जब  $MR < AR$ , AR घटता है।
- जब प्रति इकाई कीमत स्थिर रहती है तब औसत, सीमांत व कुल संप्राप्ति में संबंध (पूर्ण प्रतियोगिता)
- (a) औसत व सीमांत संप्राप्ति उत्पादन के सभी स्तरों पर स्थिर रहती है तथा इनका वक्र x-अक्ष के समांतर होता है।
  - (b) कुल संप्राप्ति स्थिर दर से बढ़ती है व इसका वक्र मूल बिन्दु से गुजरने वाली सीधी धनात्मक ढाल वाली  $45^\circ$  रेखा के समान होता है।
- जब वस्तु की अतिरिक्त मात्रा बेचने के लिए प्रति इकाई कीमत घटाई जाए अथवा एकाधिकार व एकाधिकारात्मक बाजार में TR, AR तथा MR में संबंध।
- (a) AR व MR वक्र नीचे की ओर गिरते हुए ऋणात्मक ढाल वाले होते हैं। MR वक्र AR वक्र के नीचे रहता है।
  - (b) MR, AR की तुलना में दो गुणा दर से घटता है, यदि दोनों वक्र सीधी रेखा हो।
  - (c) TR घटते हुए दर से बढ़ता है MR भी घटता है परन्तु धनात्मक रहता है।
  - (d) TR में उस स्थिति तक वृद्धि होती है जब तक MR धनात्मक होता है जहाँ MR शून्य होगा वहाँ TR अधिकतम होता है और जब MR ऋणात्मक हो जाता है तब TR घटने लगता है।

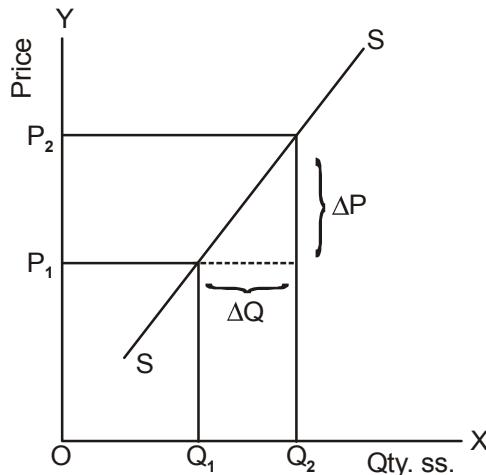
## उत्पादक संतुलन की अवधारणा

- उत्पादक का संतुलन वह अवस्था है, जिसमें उत्पादक को प्राप्त होने वाले लाभ अधिकतम होते हैं। वह उस अवस्था को बदलना नहीं चाहता है।

- सीमांत लागत व सीमांत संप्राप्ति विचारधारा : इस विचारधारा के अनुसार संतुलन की शर्तें निम्न हैं-
  - (a) सीमांत संप्राप्ति व सीमांत लागत समान हों।
  - (b) संतुलन बिन्दु के पश्चात् उत्पादन में वृद्धि की स्थिति में सीमांत लागत संप्राप्ति से अधिक हो।

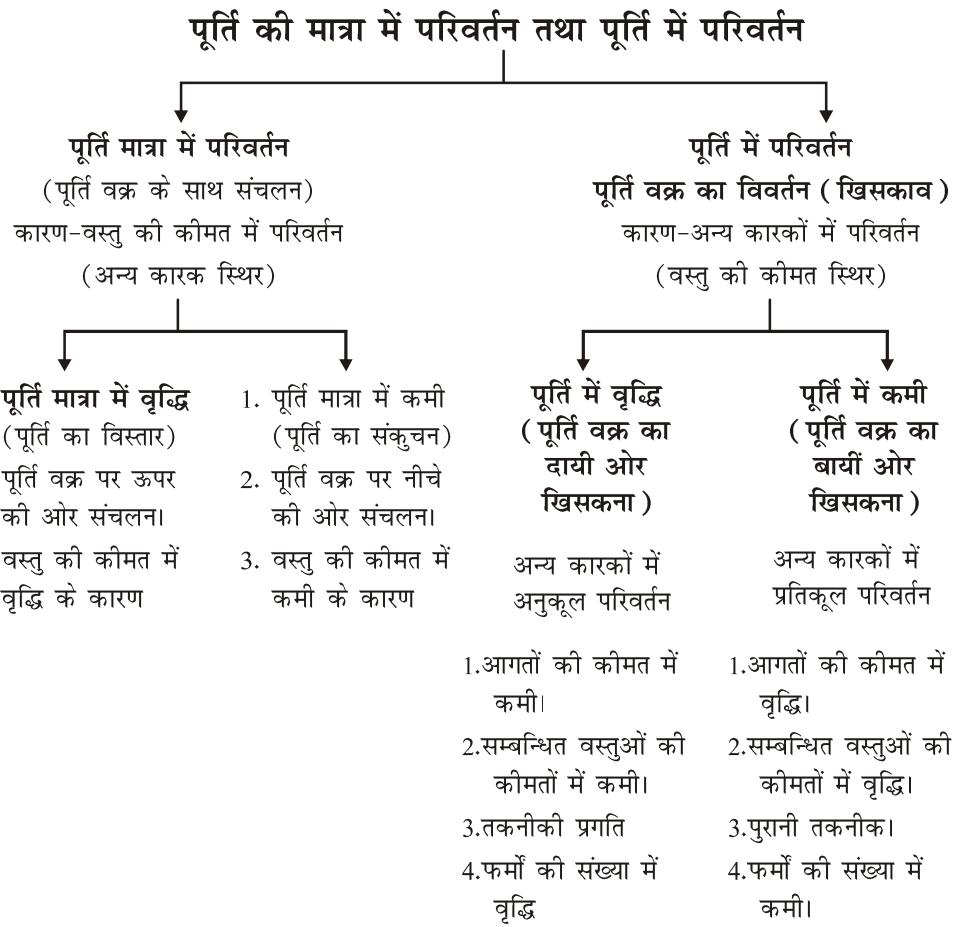
### पूर्ति की अवधारणा

- पूर्ति : जब एक विक्रेता किसी वस्तु की विभिन्न कीमतों पर तथा निश्चित समयावधि में जितनी मात्रा बेचने के लिए तैयार होता है तो उसे उस वस्तु की पूर्ति कहते हैं।
- किसी वस्तु की पूर्ति को प्रभावित करने वाले कारक
  - वस्तु की कीमत
  - अन्य संबंधित वस्तुओं की कीमतें
  - आगातों की कीमतें
  - उत्पादन की तकनीक
  - फर्मों की संख्या
  - फर्मों का उद्देश्य
  - कर तथा आर्थिक सहायता से संबंधित सरकारी नीति।
- पूर्ति वक्र : पूर्ति अनुसूची का रेखाचित्र प्रस्तुतीकरण है जो वस्तु की विभिन्न कीमतों पर पूर्ति की मात्राओं को दर्शाता है।
- पूर्ति वक्र एवं उसका ढाल : पूर्ति वक्र का ढाल धनात्मक होता है। यह वस्तु की कीमत तथा उसकी पूर्ति में प्रत्यक्ष संबंध को बताता है।
- पूर्ति वक्र का ढाल = कीमत में परिवर्तन / पूर्ति मात्रा में परिवर्तन  
 $= \Delta P / \Delta Q$



- **पूर्ति का नियम :** अन्य बातें समान रहने पर वस्तु की कीमत बढ़ने से पूर्ति की मात्रा बढ़ जाती है तथा कीमत कम होने से पूर्ति की मात्रा भी कम हो जाती है।  
 $(P_x \uparrow \rightarrow S_x \uparrow, P_x \downarrow \rightarrow S_x \downarrow)$
- **व्यक्तिगत पूर्ति :** एक व्यक्तिगत विक्रेता द्वारा किसी एक वस्तु की निश्चित कीमत पर तथा निश्चित समयावधि में वस्तु की जितनी मात्रा बेची जाती है उसे व्यक्तिगत पूर्ति कहते हैं।
- **बाजार पूर्ति :** बाजार के सभी विक्रेताओं द्वारा किसी एक वस्तु की निश्चित कीमत पर तथा निश्चित समयावधि में बेची जाने वाली वस्तु की सभी इकाईयों के योग को बाजार पूर्ति कहते हैं।
- **पूर्ति अनुसूची :** किसी वस्तु की विभिन्न संभावित कीमतों पर बेची जाने वाली वस्तु की विभिन्न इकाईयों का सारणीयन प्रस्तुतीकरण ही पूर्ति अनुसूची कहलाती है।
- **पूर्ति की कीमत लोच -** पूर्ति की कीमत लोच वस्तु की कीमत में परिवर्तनों के कारण वस्तु की पूर्ति की मात्रा की अनुक्रियाशीलता को मापती है, अथवा वस्तु की पूर्ति मात्रा में प्रतिशत परिवर्तन तथा वस्तु की कीमत में प्रतिशत परिवर्तन के बीच अनुपात को पूर्ति की कीमत लोच कहते हैं।

$$\text{पूर्ति की कीमत लोच (Es)} = \frac{\text{पूर्ति मात्रा में प्रतिशत परिवर्तन}}{\text{कीमत में प्रतिशत परिवर्तन}}$$



**पूर्ति की कीमत लोच ज्ञात करने की विधि :**

#### प्रतिशत विधि द्वारा

$$E_s = \frac{\text{पूर्ति मात्रा में प्रतिशत परिवर्तन}}{\text{कीमत प्रतिशत में परिवर्तन}} \text{ अथवा } \frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P}{Q}$$

#### **बहु विकल्पीय प्रश्न : 1 अंक**

- एक पूर्ति वक्र के साथ ऊपर की ओर संचलन का कारण है-
  - कीमत में कमी
  - आय में वृद्धि
  - आय में कमी
  - कीमत में वृद्धि

2. जब कुल संप्राप्ति अधिकतम होती है तो सीमांत संप्राप्ति होती है-

(a) न्यूनतम (b) अधिकतम  
(c) शून्य (d) स्थिर

3. जब पूर्ति में प्रतिशत परिवर्तन तथा कीमत में प्रतिशत परिवर्तन दोनों बराबर हो तो पूर्ति की लोच होगी-

(a) एक से अधिक (b) एक के बराबर  
(c) एक से कम (d) शून्य के बराबर

4. जब कुल संप्राप्ति स्थिर दर से बढ़ती है तो औसत संप्राप्ति होगी-

(a) स्थिर (b) बढ़ेगी  
(c) घटेगी (d) शून्य

5. जब सीमांत उत्पाद शून्य होता है तो कुल उत्पाद होता है-

(a) न्यूनतम (b) अधिकतम  
(c) घटेगा (d) शून्य

6. कौन-सी लागत का वक्र X-अक्ष के समान्तर होता है :

(a) AFC (b) TVC  
(c) TFC (d) TC

7. यदि पूर्ति वक्र Y-अक्ष के समान्तर होता है तो पूर्ति की लोच होगी-

(a) शून्य (b) अनंत  
(c) एक (d) एक से अधिक

8. जब प्रति इकाई कीमत स्थिर हो तो-

(a)  $AR > MR$  (b)  $AR < MR$   
(c)  $AR = MR$  (d) उपरोक्त में से कोई नहीं।

9. जब कुल उत्पाद गिरता है, तब सीमांत उत्पाद का व्यवहार होगा

(a) सीमांत उत्पाद अधिकतम होता है

- (b) सीमांत उत्पाद शून्य होता है।
- (c) सीमांत उत्पाद ऋणात्मक होता है।
- (d) सीमांत उत्पाद घटता है।
10. जब औसत उत्पाद अधिकतम होता है, तो
- |               |                       |
|---------------|-----------------------|
| (a) $MP > AP$ | (b) $MP = AP$         |
| (c) $MP < AP$ | (d) $MP$ अधिकतम होगा। |

### **उत्तर**

**1. (d); 2. (c); 3. (b); 4. (a); 5. (b); 6. (c); 7. (a); 8. (c); 9. (c); 10. (b).**

### **3-4 अंकों वाले प्रश्न**

1. कारक के घटते प्रतिफल क्यों लागू होते हैं?
2. सीमांत उत्पादन में परिवर्तन के फलस्वरूप कुल उत्पादन का व्यवहार किस प्रकार का होगा?
3. तालिका की सहायता से कुल उत्पाद के व्यवहार को स्पष्ट कीजिए जब उत्पादन में वृद्धि हेतु केवल एक आगत की इकाईयों को बढ़ाया जाता है।
4. कुल बंधी लागत व कुल परिवर्ती लागत में अंतर कीजिए।
5. रेखाचित्र की सहायता से औसत लागत, औसत परिवर्ती लागत व सीमांत लागत के बीच सम्बन्ध दर्शाइये।
6. अल्पकालीन औसत लागत वक्र 'U' आकार का क्यों होता है?
7. रेखाचित्र की सहायता से औसत लागत, औसत परिवर्ती लागत तथा औसत बंधी लागत के सम्बन्ध की व्याख्या कीजिए।
8. निम्न स्थितियों में कुल संप्राप्ति में क्या परिवर्तन होंगे जबकि
 

(a) सीमांत संप्राप्ति गिर रही हो किन्तु धनात्मक हो।

(b) सीमांत संप्राप्ति शून्य हो।

(c) सीमांत संप्राप्ति ऋणात्मक हो।

9. जब बिक्री बढ़ाने के लिए कीमत घटानी पड़ती है तब सीमांत संप्राप्ति, कुल संप्राप्ति को किस प्रकार प्रभावित करती है, तालिका की सहायता से समझाइए।

### अध्यास प्रश्न

10. निम्नलिखित तालिका को पूरा करो-

उत्पादन की इकाईयाँ	AVC	TC	MR
1.	—	60	20
2.	18	—	—
3.	—	—	18
4.	20	120	—
5.	22	—	—

11. एक फर्म की लागत अनुसूची नीचे दी गई है। 3 इकाईयों का उत्पादन करने पर इसकी औसत बंधी लागत 20 रूपये है।

उत्पाद (इकाईयाँ)	1	2	3
औसत परिवर्ती लागत (रु.)	30	28	32

उत्पाद के दिए हुए प्रत्येक स्तर पर सीमांत लागत और औसत कुल लागत का परिकलन कीजिए।

12. निम्नलिखित तालिका को पूरा करो।

उत्पादन की इकाईयाँ	कीमत (रु.)	सीमांत आगम (रु.)	कुल आगम (रु.)
1.	—	—	10
2.	—	4	—
3.	—	—	—
4.	—	(-3)	—

13. पूर्ति में परिवर्तन तथा पूर्ति की मात्रा में परिवर्तन में अन्तर स्पष्ट कीजिए।
14. पूर्ति में संकुचन तथा पूर्ति में कमी में अंतर कीजिए।
15. आगतों की कीमतों में होने वाले परिवर्तन वस्तु की पूर्ति को किस प्रकार प्रभावित करती है।
16. दो वस्तुओं X तथा Y की कीमत लोच एक समान है। यदि वस्तु X की कीमत में 20% की वृद्धि होती है तो उसकी पूर्ति मात्रा 400 से बढ़कर 500 इकाईयाँ हो जाती है। यदि वस्तु Y की कीमत 8% घट जाए तो उसकी पूर्ति मात्रा में कितनी प्रतिशत की कमी आयेगी।
17. पूर्ति तालिका क्या है? प्रौद्योगिकी में परिवर्तन का किसी वस्तु की पूर्ति पर क्या प्रभाव पड़ता है? समझाइए।
18. निम्न कथन सही है या गलत कारण बताइए।
  - (अ) उत्पादन संतुलन की अवस्था में सीमांत लागत घटती हुई होगी।
  - (ब) AR वक्र MR वक्र के सदैव ऊपर रहता है।
19. निम्न कथन सही है या गलत, कारण दीजिए-
  - (अ) सीमांत संप्राप्ति घटते समय औसत संप्राप्ति से तेजी से घटती है।
  - (ब) औसत लागत तब बढ़ती है जब सीमांत लागत बढ़ती है।
20. निम्न कथन सत्य है या असत्य, कारण सहित समझाइए।
  - (अ) कारक के घटते प्रतिफल तब लागू होते हैं, जब औसत उत्पादन घटना प्रारम्भ कर देता है।
  - (ब) AC तथा AVC वक्र एक दूसरे को कभी नहीं काटते।
21. निम्न कथन सही है अथवा गलत, कारण सहित बताइये-
  - (क) कर की दरों में परिवर्तन का वस्तु की पूर्ति पर विपरीत प्रभाव पड़ता है।
  - (ख) भविष्य में कीमत वृद्धि की संभावना वर्तमान में बाजार पूर्ति में वृद्धि कर देती है।

## 6 अंक वाले प्रश्न

1. जब केवल एक आगत (कारक) में वृद्धि की जाती है तथा अन्य आगतें स्थिर रहती हैं तब कुल उत्पाद पर क्या प्रभाव पड़ता है? रेखाचित्र की सहायता से व्याख्या कीजिए।
2. उत्पादक के संतुलन से क्या अभिप्राय है? 'सीमांत लागत और सीमांत संप्राप्ति' दृष्टिकोण से उत्पादक के संतुलन की शर्तें समझाइए। रेखाचित्र का प्रयोग कीजिए।
3. निम्न कथन सत्य हैं या असत्य, कारण सहित व्याख्या कीजिए।
  - (अ) सीमांत उत्पाद वक्र के अन्तर्गत आने वाला क्षेत्र कुल उत्पाद होता है।
  - (ब) जब सीमांत उत्पाद घटता है तब औसत उत्पाद सदैव घटता है।
  - (स) उत्पाद की पहली इकाई की सीमांत लागत  $MC = AVC$  (औसत परिवर्ती लागत)
4. अपने उत्तर के लिए कारण देते हुए बताइए कि निम्नलिखित कथन सही हैं या गलत-
  - (अ) जब सीमांत संप्राप्ति स्थिर होती है और शून्य नहीं होती तो कुल संप्राप्ति भी स्थिर होगी।
  - (ब) जैसे ही सीमांत लागत बढ़ने लगती है औसत परिवर्ती लागत बढ़ने लगती है।
  - (स) चाहे कारक के हासमान प्रतिफल हों या बढ़ते प्रतिफल हों कुल उत्पाद हमेशा बढ़ता है।
5. कारण देते हुए बताइए कि निम्नलिखित कथन सही है या गलत-
  - (अ) जब कुल संप्राप्ति स्थिर होती है तो औसत संप्राप्ति भी स्थिर होगी।
  - (ब) सीमांत लागत के बढ़ते हुए होने पर भी औसत परिवर्ती लागत घट सकती है।
  - (स) जब सीमांत उत्पाद घटता है तो औसत उत्पाद भी घटेगा।

6. मान लिया जाए कि एक फर्म परिवर्ती अनुपात नियम के तृतीय चरण में उत्पादन कर रहा है तथा अधिक हानि उठा रहा है। हानि कम करने तथा लाभ बढ़ाने के उपाय बताओ।

**हल : आंकिक ( 3-4 अंक वाले )**

10.

उत्पादन की इकाईयाँ	AVC	TC	MC	TVC	TFC
1	20	60	20	20	40
2	18	76	16	36	40
3	18	94	18	54	40
4	20	120	26	80	40
5	22	150	30	110	40

11.

उत्पाद ( इकाईयाँ )	AVC ( रु. )	TVC ( रु. )	AFC ( रु. )	TFC ( रु. )	TC ( रु. )	ATC ( रु. )	MC ( रु. )
1.	30	30	60	60	90	90	30
2.	28	56	30	60	116	58	26
3.	32	96	20	60	156	52	40

12.

उत्पादन की इकाईयाँ	कीमत ( रु. )	सीमांत आगम ( रु. )	कुल आगम ( रु. )
1	10	10	10
2	7	4	14
3	5	1	15
4	3	(-3)	12

$$16. \text{ वस्तु } X \text{ की पूर्ति लोच} = \frac{\text{वस्तु } X \text{ की पूर्ति मात्रा में प्रतिशत परिवर्तन}}{\text{वस्तु } X \text{ की कीमत में प्रतिशत परिवर्तन}}$$

$$= \frac{\frac{500 - 400}{400} \times 100}{20\%} = \frac{25\%}{20\%} = 1.25$$

वस्तु X की पूर्ति लोच = वस्तु Y की पूर्ति लोच

$$1.25\% = \frac{\text{वस्तु } Y \text{ की पूर्ति मात्रा में प्रतिशत परिवर्तन}}{\text{वस्तु } Y \text{ की कीमत में प्रतिशत परिवर्तन}}$$

$$= \frac{\text{वस्तु } Y \text{ की पूर्ति मात्रा में प्रतिशत कमी}}{8\%}$$

वस्तु Y की पूर्ति मात्रा में प्रतिशत कमी

$$= 1.25\% \times 8\% = 10\%.$$

## परीक्षा उपयोगी प्रश्न

### 1 अंक वाले प्रश्न उत्तर

**प्र. 1.** उत्पादन फलन का अर्थ बताइए।

**उत्तर.** आगतों और निर्गतों के बीच के संबंध को बताने वाला उत्पादन फलन कहलाता है।

**प्र. 2.** जब कुल उत्पाद घटती दर से बढ़ता है तब सीमांत उत्पाद में क्या परिवर्तन होंगे?

**उत्तर.** जब कुल उत्पाद घटती दर से बढ़ता है तब सीमांत उत्पाद घटता है लेकिन धनात्मक रहता है।

**प्र. 3.** समस्तर बिन्दु किसे कहते हैं?

**उत्तर.** जिस बिन्दु पर  $TR = TC$  या  $AR = AC$  होता है उसे समस्तर बिंदु कहते हैं।

**प्र. 4.** यदि कीमत में परिवर्तन होने पर वस्तु की मात्रा नहीं बदलती तो पूर्ति की लोच क्या होगी?

- उत्तर.** पूर्ति की लोच शून्य के बराबर होगी।
- प्र. 5.** लागत की परिभाषा दीजिए।
- उत्तर.** अर्थशास्त्र में लागत का अर्थ स्पष्ट लागत तथा अस्पष्ट (निहित) लागत के योग से है जिसमें सामान्य लाभ भी शामिल होता है।
- प्र. 6.** सीमांत लागत को परिभाषित कीजिए।
- उत्तर.** सीमांत लागत से अभिप्राय उत्पादन की एक अतिरिक्त इकाई को उत्पादित करने से कुल लागत में वृद्धि से होता है।
- प्र. 7.** बाजार पूर्ति की परिभाषा दीजिए।
- उत्तर.** बाजार पूर्ति से अभिप्राय एक वस्तु की उस मात्रा से है जिसे सभी फर्में एक निश्चित समय अवधि में एक दी गई कीमत पर बेचने को तैयार होती है।
- प्र. 8.** यदि कीमत में परिवर्तन होने पर वस्तु की मात्रा नहीं बदलती तो पूर्ति की लोच क्या होगी?
- उत्तर.** पूर्ति की लोच शून्य के बराबर होगी।

### 3-4 अंक वाले प्रश्न

- प्र. 1.** कारक के वर्धमान प्रतिफल की अवस्था में कुल उत्पाद के व्यवहार की व्याख्या संख्यात्मक उदाहरण की सहायता कीजिए।
- उत्तर.** वर्धमान प्रतिफल कारक के प्रतिफल नियम की प्रथम अवस्था है जब उत्पादन में वृद्धि हेतु किसी एक परिवर्ती कारक की इकाइयों को लगातार बढ़ाया जाता है तो परिवर्ती कारक का कुल भौतिक उत्पाद एक निश्चित अवस्था तक बढ़ती दर से बढ़ता है।

मशीन	श्रमिक	कुल भौतिक उत्पाद
1	1	10
1	2	24
1	3	42

- प्र. 2.** कुल बंधी लागत व कुल परिवर्ती लागत के बीच उदाहरण की सहायता से अन्तर कीजिए।
- उत्तर.** **कुल बंधी लागत**
1. यह उत्पादन के प्रत्येक स्तर पर समान रहती है अर्थात् उत्पादन के बढ़ने अथवा घटने पर भी स्थिर रहती है।

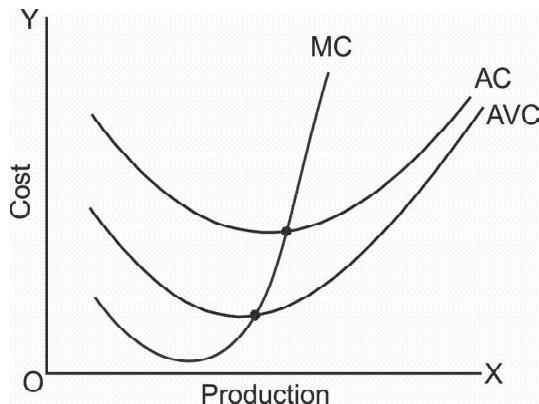
2. उत्पादन के शून्य स्तर पर भी यह शून्य नहीं होती।
3. इसका वक्र X अक्ष के समान्तर होता है।
4. उदाहरण - किराया, स्थाई कर्मचारी का वेतन।

### कुल परिवर्ती लागत

1. यह उत्पादन की मात्रा के अनुसार बढ़ने पर यह बढ़ जाती है तथा उत्पादन में कमी आने पर यह घट जाती है।
2. उत्पादन के शून्य स्तर पर यह शून्य होती है।
3. इसका वक्र कुल लागत वक्र के समान्तर होता है।
4. उदाहरण - दैनिक मजदूरी व कच्चे माल की लागत।

**प्र. 3.** एक ही वक्र पर औसत कुल लागत, औसत परिवर्ती लागत तथा सीमान्त लागत को प्रदर्शित कीजिए/अथवा इनके मध्य सम्बन्ध स्पष्ट कीजिए।

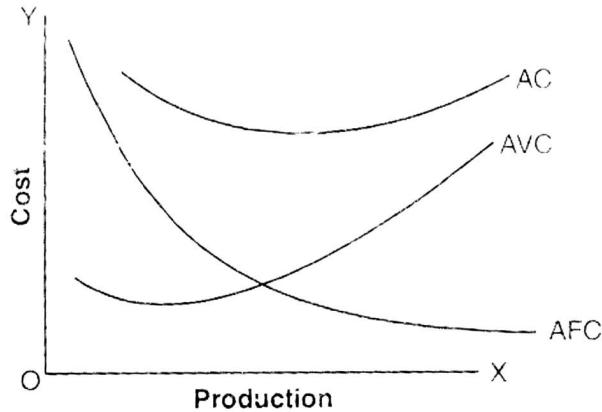
उत्तर.



वक्रों को जांचने के लिए निम्नलिखित बिंदुओं पर ध्यान दिया जाएँ।

1. MC वक्र AC तथा AVC वक्रों को उनके न्यूनतम बिंदुओं पर काटता है।
2. उत्पादन में वृद्धि के साथ AC तथा AVC वक्रों के बीच की दूरी निरंतर घटती है।
3. AC का न्यूनतम बिंदु AVC के न्यूनतम बिंदु के दाईं तरफ होता है। AC, AVC तथा MC में संबंध—  
जब  $MC < AC/AVC$ ,  $AC/AVC$  घटता है।  
 $MC = AC/AVC$ ,  $AC/AVC$  स्थिर होता है।  
 $MC > AC/AVC$ ,  $AC/AVC$  बढ़ता है।

**प्र. 4.** औसत कुल लागत, औसत परिवर्ती लागत तथा औसत बंधी लागत को एक ही वक्र पर प्रदर्शित कीजिए / अथवा इनके मध्य सम्बन्ध स्पष्ट कीजिए।



1. AC, AVC व AFC योग होता है।
2. उत्पादन वृद्धि से AC व AVC का अन्तर कम होने लगता है किन्तु AC व AFC के बीच अन्तर बढ़ता जाता है।
3. AC व AVC के बीच लम्बवत् दूरी AFC के कारण होती है।
4. AC व AVC कभी समान नहीं होती क्योंकि AFC कभी शून्य नहीं होता।

**प्र. 5.** औसत सप्राप्ति एवं सीमान्त सप्राप्ति के सम्बन्ध की व्याख्या कीजिए जब फर्म प्रति इकाई कीमत कम करके वस्तु की अतिरिक्त इकाई बेच सकती है।

- Ans.**
1. AR व MR दोनों घटते हैं।
  2. MR, AR की तुलना में तेजी दर से घटता है।
  3. MR घटते-घटते शून्य व ऋणात्मक हो जाता है किन्तु AR कभी शून्य नहीं होता।

**प्र. 6.** पूर्ति में परिवर्तन तथा पूर्ति की मात्रा में परिवर्तन के बीच अन्तर कीजिए।

**उत्तर.** पूर्ति की मात्रा में परिवर्तन

1. यह वस्तु की कीमत में परिवर्तन के कारण पूर्ति में होने वाला बदलाव है।

2. इस स्थिति में पूर्ति के अन्य निर्धारक तत्व अपरिवर्तित रहते हैं।
3. इस स्थिति में पूर्ति का नियम लागू होता है।
4. पूर्ति बक्र पर इस स्थिति में ऊपर अथवा नीचे की ओर संचलन होता है।

### **पूर्ति में परिवर्तन**

1. यह वस्तु की कीमत के अलावा पूर्ति के अन्य निर्धारकों में परिवर्तन के कारण पूर्ति में होने वाला परिवर्तन है।
  2. इस स्थिति में वस्तु की कीमत अपरिवर्तित रहती है।
  3. इस स्थिति में पूर्ति का नियम क्रियाशील नहीं होता।
  4. पूर्ति बक्र इस स्थिति में दायीं ओर या बायीं ओर खिसक जाता है।
- प्र. 7.** आगतों की कीमतों में परिवर्तन (वृद्धि/कमी) का वस्तु की पूर्ति पर क्या प्रभाव पड़ता है? व्याख्या कीजिए।

**उत्तर.** **आगत कीमत में वृद्धि का पूर्ति पर प्रभाव :** आगतों की कीमतों में वृद्धि से वस्तु की पूर्ति में कमी आती है। क्योंकि आगतों की कीमतों में वृद्धि से उत्पादन लागत बढ़ जाती है। लागत में वृद्धि होने से उत्पादक का लाभ कम होता है जिससे वह वस्तु की पूर्ति कम कर देता है।

**आगत कीमतों में कमी का पूर्ति पर प्रभाव :** आगतों की कीमत में कमी से वस्तु की पूर्ति में वृद्धि होती है क्योंकि आगतों की कीमतों में कमी से वस्तु की उत्पादन लागत घट जाती है। लागत में कमी होने पर उत्पादक के लाभ बढ़ जाते हैं। लाभ में होने वाली वृद्धि उत्पादक को पूर्ति में वृद्धि के लिए प्रेरित करती है।

**प्र. 8.** सम्बन्धित वस्तुओं की कीमत में परिवर्तन (वृद्धि/कमी) का वस्तु की पूर्ति पर क्या प्रभाव पड़ता है। व्याख्या कीजिए।

**उत्तर.** सम्बन्धित वस्तुओं की कीमत में परिवर्तन का किसी वस्तु की पूर्ति पर विपरीत प्रभाव पड़ता है जिसे निम्न प्रकार स्पष्ट किया जा सकता है-

- सम्बन्धित अन्य उत्पाद की कीमत में वृद्धि :** किसी वस्तु से सम्बन्धित अन्य उत्पादों की कीमत में वृद्धि होती है तो इन उत्पादों का उत्पादन लाभप्रद हो जाएगा जिससे इनकी पूर्ति में वृद्धि होगी। परिणामतः दी गई वस्तु की पूर्ति में कमी आएगी।
- सम्बन्धित अन्य उत्पादन की कीमत में कमी :** यदि किसी वस्तु से सम्बन्धित अन्य उत्पादों की कीमत में कमी होती है तो इन उत्पादों के उत्पादन से होने वाले लाभ में कमी आएगी। जिससे अन्य उत्पादों के उत्पादन में कमी आएगी। परिणामतः दी गई वस्तु के तुलनात्मक लाभ बढ़ जायेंगे और इनकी पूर्ति में वृद्धि होगी।

**प्र. 9.** स्पष्ट कीजिए कि तकनीकी प्रगति वस्तु की पूर्ति पर क्या प्रभाव डालती है?

**उत्तर.** तकनीकी में होने वाला परिवर्तन उत्पादन लागत को प्रभावित करता है जिससे वस्तु की पूर्ति प्रभावित होती है। यदि तकनीक में सुधार/प्रगति होती है अथवा फर्म श्रम प्रधान के स्थान पर पूँजी प्रधान तकनीक का प्रयोग करती है तो उत्पादन लागत में कमी आएगी तथा उत्पादन क्षमता में वृद्धि होगी। लाभ में होने वाली वृद्धि से पूर्ति में वृद्धि होगी।

**प्र. 10.** जैसे-जैसे उत्पादन में वृद्धि की जाती है, औसत स्थिर लागत का व्यवहार क्या रहता है? ऐसा क्यों होता है?

**उत्तर.** जैसे-जैसे उत्पादन में वृद्धि होती है, औसत स्थिर लागत लगातार गिरती है। ऐसा इसलिए होता है, क्योंकि उत्पादन के प्रत्येक स्तर पर कुल स्थिर लागत समान रहती है तथा औसत स्थिर लागत ज्ञात करने के लिए कुल स्थिर लागत को उत्पादन की मात्रा से भाग किया जाता है।

**प्र. 11.** पूर्ति तालिका क्या होती है? यदि किसी वस्तु के उत्पादन पर सरकार आर्थिक सहायता देती है तो उस वस्तु की पूर्ति पर क्या प्रभाव पड़ता है? समझाइए।

**उत्तर.** वह तालिका जो एक समय के दौरान विभिन्न कीमतों पर पूर्ति की गई मात्रा को दर्शाती है, पूर्ति तालिका कहलाती हैं।

सरकार द्वारा दी गई आर्थिक सहायता से लागत के अपरिवर्तित रहने पर लाभ बढ़ जाते हैं। इसके फलस्वरूप पूर्ति बढ़ जाती है।

## 6 अंक वाले प्रश्न

**प्र. 1.** परिवर्ती अनुपातों के नियम की व्याख्या रेखाचित्र / अनुसूची की सहायता से कीजिए।

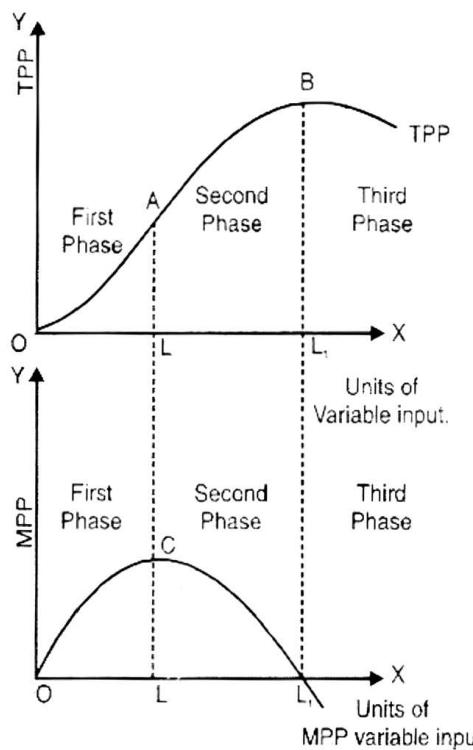
### अथवा

उत्पादन में वृद्धि हेतु जब किसी एक कारक की इकाइयों को लगातार बढ़ाया जाता है उस स्थिति में कुल उत्पाद के व्यवहार की व्याख्या कीजिए। रेखाचित्र व अनुसूची का प्रयोग कीजिए।

**उत्तर.** परिवर्ती अनुपातों का नियम यह स्पष्ट करता है कि किसी परिवर्ती कारक की इकाईयों में लगातार वृद्धि का भौतिक उत्पादन पर क्या प्रभाव पड़ता है। अल्पकाल में जब उत्पाद वृद्धि हेतु स्थिर कारकों के साथ किसी एक परिवर्ती कारक की इकाइयों को लगातार बढ़ाया जाता है तब भौतिक उत्पाद में निम्न परिवर्तन आते हैं—

1. कुल भौतिक उत्पाद बढ़ती दर से बढ़ता है तथा सीमान्त उत्पाद में भी वृद्धि होती है और यह अधिकतम हो जाता है।
2. कुल भौतिक उत्पाद घटती दर से बढ़ता है तथा सीमान्त उत्पाद घटने लगता है और घटते-घटते शून्य हो जाता है।
3. कुल भौतिक उत्पाद घटने लगता है और सीमान्त उत्पाद ऋणात्मक हो जाता है।

मशीन	श्रम की इकाइयाँ	कुल भौतिक उत्पाद ( इकाई में )	सीमान्त उत्पाद ( इकाई में )
1	1	3	3
1	2	7	4
1	3	12	5
1	4	16	4
1	5	19	3
1	6	21	2
1	7	22	1
1	8	22	0
1	9	21	-1



**पहला चरण :** कुल भौतिक उत्पाद A बिन्दु तक बढ़ती दर से बढ़ता है। सीमान्त उत्पाद बढ़ते हुए बिन्दु C पर अधिकतम हो जाता है।

**दूसरा चरण :** कुल भौतिक उत्पाद B बिन्दु तक घटती दर से बढ़ते हुए अधिकतम हो जाता है। सीमान्त उत्पाद घटकर D बिन्दु पर शून्य हो जाता है।

**तीसरा चरण :** B बिन्दु के पश्चात् कुल भौतिक उत्पाद घटने लगता है। सीमान्त उत्पाद ऋणात्मक हो जाता है।

**ध्यान देने योग्य बातें :**

- उपरोक्त प्रश्न का उत्तर लिखते समय ध्यान रखने योग्य मुख्य बिन्दु प्रश्न-पत्र में यदि उपरोक्त प्रश्न के स्पष्टीकरण हेतु यदि अनुसूची का प्रयोग करने का निर्देश हो तो रेखाचित्र न बनाएँ।
- यदि प्रश्न में उपरोक्त प्रश्न की व्याख्या हेतु कुल भौतिक उत्पाद का व्यवहार ही स्पष्ट करने का निर्देश हो तो सीमान्त उत्पाद की व्याख्या व अनुसूची तथा रेखाचित्र में सीमान्त उत्पाद का वर्णन न करें।
- यदि प्रश्न-पत्र में उपरोक्त प्रश्न की व्याख्या हेतु सीमान्त उत्पाद का व्यवहार ही स्पष्ट करने का निर्देश हो तो कुल भौतिक उत्पाद के व्यवहार की व्याख्या व अनुसूची तथा रेखाचित्र में कुल भौतिक उत्पाद का वर्णन न करें।

**प्र. 2.** सीमान्त सम्प्राप्ति व सीमान्त लागत विचारधारा का प्रयोग करते हुए उत्पादक सन्तुलन की शर्तों की व्याख्या कीजिए। रेखाचित्र, तालिका का प्रयोग कीजिए।

**उत्तर.** उत्पादक सन्तुलन से अभिप्राय ऐसी अवस्था से है जब उत्पादक अपने दिए गए साधनों की सहायता से उत्पादन के उस स्तर को प्राप्त करता है जहाँ उसे प्राप्त होने वाले लाभ अधिकतम होते हैं। सीमान्त सम्प्राप्ति व सीमान्त लागत विचारधारा के अनुसार उत्पादक सन्तुलन निर्धारण की प्रमुख शर्तें निम्नलिखित हैं-

1. सीमान्त सम्प्राप्ति व सीमान्त लागत बराबर हो।
2. सीमान्त लागत बढ़ती हुई हो।
3. सन्तुलन स्तर के पश्चात उत्पाद वृद्धि से सीमान्त लागत सम्प्राप्ति से अधिक हो जाए।

### उत्पादक संतुलन निर्धारण का रेखाचित्र व तालिका द्वारा स्पष्टीकरण

उत्पादन की इकाईयाँ	सीमान्त सम्प्राप्ति (रूपये में)	सीमान्त लागत (रूपये में)
1	4	5
2	4	4
3	4	3
4	4	4
5	4	5

**OR**

उत्पादन की इकाईयाँ	सीमान्त सम्प्राप्ति (रूपये में)	सीमान्त लागत (रूपये में)
1	10	5
2	8	4
3	6	3
4	4	4
5	2	5

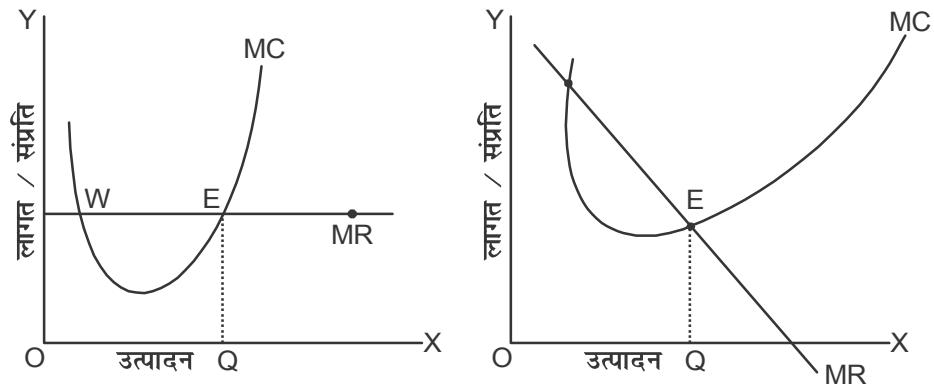
दोनों तालिका व रेखाचित्रों में से किसी एक प्रयोग करें।

#### सन्तुलन शर्तों की व्याख्या-

- (1) सीमान्त लागत जब सीमान्त सम्प्राप्ति से कम होती है उस अवस्था में उत्पादक को प्राप्त होने वाले लाभ बढ़ते हैं। लाभ में होने वाली वृद्धि उत्पादक को अधिक उत्पादन करने के लिए प्रेरित करती है और उत्पादक उत्तरोत्तर संतुलन की अवस्था को प्राप्त कर लेता है।
- (2) जब सीमान्त लागत सीमान्त सम्प्राप्ति से अधिक हो जाती है उस स्थिति में उत्पादक को प्राप्त होने वाले लाभ कम होने लगते हैं।

उपरोक्त प्रश्न के उत्तर हेतु यदि प्रश्न-पत्र में तालिका हेतु निर्देश हो तो रेखाचित्र का प्रयोग न करें। इसके विपरीत यदि रेखाचित्र के प्रयोग हेतु निर्देश हो तो तालिका का प्रयोग न करें।

## उत्पादक सन्तुलन - रेखाचित्र



## इकाई-IV

### बाजार के प्रमुख रूप तथा पूर्ण प्रतियोगिता में कीमत निर्धारण

#### स्मरणीय बिन्दु

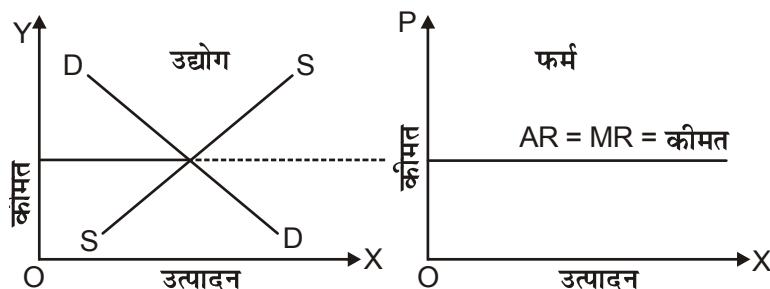
- बाजार से अभिप्राय एक ऐसी व्यवस्था से है जिसमें एक वस्तु के क्रेता व विक्रेता क्रय-विक्रय हेतु एक-दूसरे के सम्पर्क में रहते हैं।
- बाजार निम्न आधार पर वर्गीकृत किए जाते हैं:-
  - (i) क्रेताओं एवं विक्रेताओं की संख्या
  - (ii) वस्तु की प्रक्रिया
  - (iii) फर्मों के प्रवेश तथा बहिर्गमन की स्वतंत्रता
  - (iv) कीमत निर्धारण

#### बाजार के प्रमुख रूप:

1. पूर्ण प्रतियोगिता
2. एकाधिकार
3. एकाधिकारी प्रतियोगिता
4. अल्पाधिकार

**पूर्ण प्रतियोगिता :** पूर्ण प्रतियोगिता बाजार का वह रूप है जिसमें बहुत बड़ी संख्या में क्रेता और विक्रेता उद्योग द्वारा निर्धारित कीमत पर समरूप वस्तु का क्रय-विक्रय करते हैं।

- पूर्ण प्रतियोगिता में प्रति इकाई कीमत स्थिर रहने के कारण औसत व सीमांत संप्राप्ति समान रहते हैं। अतः इनके वक्र  $Ox$ -अक्ष के समांतर होते हैं।



- पूर्ण प्रतियोगिता में कीमत निर्धारण उद्योग द्वारा किया जाता है जो कि माँग एवं पूर्ति की शक्तियों से प्रभावित होता है। समरूप वस्तु होने के कारण कोई भी व्यक्तिगत फर्म या उपभोक्ता किसी वस्तु की कीमत को प्रभावित नहीं कर पाता। अतः उद्योग कीमत निर्धारक तथा फर्म कीमत स्वीकारक होती है।

### पूर्ण प्रतियोगिता की विशेषताएँ एवं निहितार्थ

(a) क्रेताओं एवं विक्रेताओं की अत्यधिक संख्या	कोई भी व्यक्तिगत क्रेता एवं विक्रेता कीमत को प्रभावित नहीं कर सकता, अतः कीमत एक समान रहती है।
(b) फर्मों के बाजार में स्वतंत्र प्रवेश एवं बहिर्गमन	सभी फर्में दीर्घकाल में केवल सामान्य लाभ अर्जित करती है
(c) समरूप उत्पाद	बाजार में एक समान कीमत रहती है
(d) बाजार का पूर्ण ज्ञान।	बाजार में एक समान कीमत रहती है।
(e) मांग वक्त पूर्णतया लोचदार होता है।	

### एकाधिकार बाजार

- एक ऐसी बाजार व्यवस्था जहाँ एक अकेली फर्म ऐसी वस्तु का उत्पादन करता हो जिसका कोई निकट स्थानापन्न उपलब्ध न हो। एवं फर्मों के प्रवेश पर प्रतिबंध होते हैं।

#### विशेषताएँ :

- (a) एक विक्रेता
  - (b) नए फर्मों के प्रवेश तथा बहिर्गमन पर प्रतिबंध
  - (c) निकट स्थानापन्न वस्तु का अभाव
  - (d) फर्म कीमत निर्धारक होती हैं।
  - (e) कीमत विभेद।
- मांग वक्त ऋणात्मक ढाल वाला होता है तथा मांग वक्त बेलोचदार (कम लोचदार) होता है।

## एकाधिकारिक प्रतियोगिता

- एक ऐसी बाजार व्यवस्था जिसमें क्रेताओं एवं विक्रेताओं की संख्या अधिक होती है तथा विक्रेता विभेदीकृत वस्तुओं को बेचते हैं जो रंग, आकार व रूप में एक-दूसरे से भिन्न होती हैं।

### विशेषताएँ :

- (a) क्रेता व विक्रेता की संख्या अधिक
- (b) वस्तु विभेद : वस्तुएँ विभेदीकृत होती हैं तथा एक-दूसरे के पूर्ण स्थानापन्न न होकर निकट स्थानापन्न होते हैं।
- (c) विक्रय लागत-वस्तुओं के विज्ञापन एवं विक्रय प्रोत्साहन पर होने वाले व्यय अधिक
- (d) फर्मों के प्रवेश एवं निकास पर कोई प्रतिबंध नहीं।
- (e) पूर्ण ज्ञान का अभाव
- (f) मांग वक्र लोचदार होता है।

## अल्पाधिकार

- अल्पाधिकार बाजार का ऐसा स्वरूप है जिसमें वस्तु की कुछ ही बड़ी फर्म होती हैं। तथा कीमत तथा उत्पादन संबंधी निर्णयों में फर्मों में अन्तर्निर्भरता पायी जाती है।

### विशेषताएँ

- (अ) सभी फर्में समरूप या विभेदात्मक वस्तुओं का उत्पादन करती हैं।
- (ब) कुछ बड़ी फर्में
- (स) अल्पाधिकार बाजार में नई फर्म का प्रवेश असंभव नहीं लेकिन कठिन होता है।
- (द) अल्पाधिकार बाजार में मांग वक्र अनिश्चित होता है।
- (इ) अल्पाधिकार बाजार में कीमत तथा मात्रा निर्धारण हेतु फर्मों में अंतर्निर्भरता होती है।

□ अल्पाधिकार को निम्न भागों में वर्गीकृत किया जा सकता है-

- (1) **सहयोगी अल्पाधिकार** : अल्पाधिकार का वह रूप जिसमें सभी फर्म आपसी सहयोग के आधार पर उत्पादन की मात्रा तथा कीमत निर्धारित करती है।
- (2) **असहयोगी अल्पाधिकार** : अल्पाधिकार का वह रूप जिसमें कीमत तथा उत्पाद की मात्रा निर्धारित करते समय फर्मों के बीच सहयोगी व्यवहार की अपेक्षा प्रतियोगी व्यवहार होता है तथा प्रत्येक फर्म अपनी प्रतियोगी फर्मों की प्रतिक्रिया को ध्यान में रखती है।
- (3) **पूर्ण अल्पाधिकार** : पूर्ण अल्पाधिकार में सभी फर्में सजातीय (समरूप) वस्तुओं का उत्पादन करती है
- (4) **अपूर्ण अल्पाधिकार** : अपूर्ण अल्पाधिकार में फर्में विभेदात्मक वस्तुओं का उत्पादन करती है।

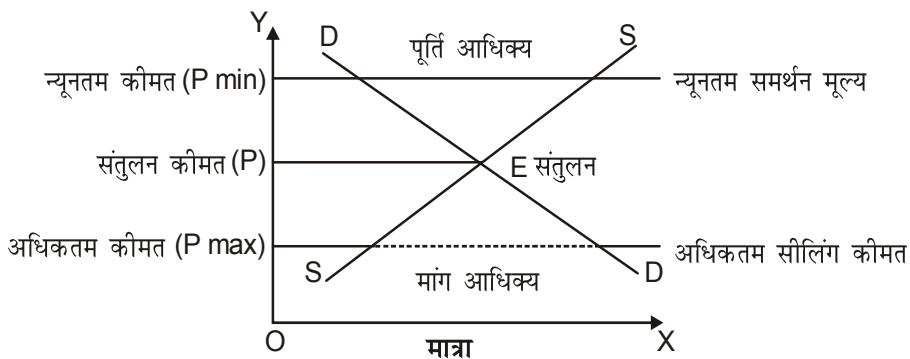
### बाजार के विभिन्न रूपों में तुलनात्मक अध्ययन

तुलना का आधार	पूर्ण प्रतियोगिता	एकाधिकार	एकाधिकारिक प्रतियोगिता	अल्पाधिकार
1. विक्रेताओं की संख्या 2. उत्पाद/वस्तु की प्रकृति 3. फर्मों का प्रवेश तथा बहिर्गमन 4. फर्म का मांग बक्र 5. विक्रय लागत 6. कीमत नियंत्रण की स्थिति 7. मांग की लोच	1. अधिक संख्या 2. समरूप वस्तु 3. स्वतंत्र प्रवेश एवं बहिर्गमन 4. X-अक्ष के समान्तर तथा $AR = MR$ 5. आवश्यक नहीं 6. नियंत्रण नहीं 7. $ed \approx p\text{-रूपतया लोचदार}$	1. एक विक्रेता 2. वस्तु का स्थापन नहीं 3. प्रवेश तथा बहिर्गमन पर प्रतिबंध 4. ऋणात्मक ढाल 5. आवश्यक नहीं 6. कीमत पर पूर्ण नियंत्रण होता है 7. $ed < 1$ बेलोचदार	1. अधिक संख्या 2. वस्तु विभेद 3. स्वतंत्र प्रवेश तथा बहिर्गमन पर प्रतिबंध 4. ऋणात्मक ढाल $AR > MR$ 5. बहुत अधिक 6. कीमत पर सीमित नियंत्रण होता है। 7. $ed > 1$ लोचदार	1. सीमित बड़े विक्रेता 2. समरूप व विभेदीकृत 3. प्रवेश तथा बहिर्गमन पर प्रतिबंध 4. अनिर्धारणीय 5. अधिक 6. कीमत कठोरता 7. निर्धारण नहीं

- **संतुलन कीमत** : वह कीमत है जिस पर बाजार मांग तथा बाजार पूर्ति बराबर होते हैं।
- **बाजार संतुलन** : वह अवस्था है जिसमें बाजार मांग तथा बाजार पूर्ति बराबर होते हैं। बाजार में अतिरिक्त मांग या अतिरिक्त पूर्ति की स्थिति का अभाव होता है।

## उच्चतम कीमत तथा न्यूनतम कीमत का निर्धारण

- जब सरकार ऐसा देखती है कि आवश्यक वस्तुओं की स्थिति में संतुलन कीमत इतनी अधिक हो जाती है कि एक आम उपभोक्ता उस कीमत पर वस्तु नहीं खरीद पाता। ऐसी स्थिति में सरकार एक अधिकतम कीमत निर्धारण करती है जो संतुलन कीमत से कम होती है। साथ ही राशन दुकानों के माध्यम से आवश्यक वस्तुओं को बाजार में उपलब्ध कराती है।
- दूसरी ओर न्यूनतम कीमत / समर्थित मूल्य निर्धारित करके उत्पादकों के हितों की रक्षा करती है। जब वस्तुओं का उत्पादन इतना अधिक हो जाता है कि संतुलन कीमत अत्यधिक निम्न हो जाती है, तो ऐसी स्थिति में उत्पादकों, किसानों को हानि होती है। तब सरकार न्यूनतम समर्थित मूल्य का निर्धारण करती है, जो संतुलन कीमत से अधिक होती है।



## बहुविकल्पीय प्रश्न ( 1 अंक )

1. किस बाजार में  $AR = MR$  होता है-
 

(a) एकाधिकार	(b) पूर्ण प्रतियोगिता
(c) एकाधिकार प्रतियोगिता	(d) अल्पाधिकार
2. किस बाजार में नये फर्मों के प्रवेश पर प्रतिबंध है-
 

(a) पूर्ण प्रतियोगिता	(b) एकाधिकार प्रतियोगिता
(c) एकाधिकार	(d) उपरोक्त में से कोई नहीं।
3. किस बाजार में फर्म कीमत स्वीकारक होती है-
 

--	--

- (a) पूर्ण प्रतियोगिता                         (b) एकाधिकार
- (c) एकाधिकारिक प्रतियोगिता             (d) अल्पाधिकार
4. अल्पाधिकार में
- (a) विक्रेताओं की संख्या अधिक होती है।
- (b) अल्प विक्रेता
- (c) एक विक्रेता                                 (d) उपरोक्त में से कोई नहीं।
5. जिस कीमत पर उपभोक्ता वस्तु खरीदने का इच्छुक हो तथा विक्रेता बेचने को तैयार हो तो उस कीमत को कहते हैं-
- (a) न्यूनतम कीमत                                 (b) अधिकतम कीमत
- (c) संतुलन कीमत                                 (d) उपरोक्त में से कोई नहीं।
6. जब एक एकाधिकारी फर्म विभिन्न उपभोक्ताओं को विभिन्न कीमतों पर एक ही वस्तु बेचता है, तो उसे कहते हैं-
- (a) मात्रा विभेद                                 (b) वस्तु विभेद
- (c) कीमत विभेद                                 (d) उपभोक्ता विभेद।
7. संतुलन कीमत पर वस्तु की बेची तथा खरीदी जाने वाली मात्रा को कहते हैं-
- (a) अधिकतम मात्रा                                 (b) न्यूनतम मात्रा
- (c) दोनों (a) तथा (b)                             (d) संतुलन मात्रा
8. जब किसी दी हुई बाजार कीमत पर वस्तु की मांग उसके पूर्ति से अधिक हो जाती है तो उसे मांग आधिक्य कहते हैं। यहाँ दी हुई कीमत-
- (a) संतुलन कीमत से कम होती है।
- (b) संतुलन कीमत से अधिक होती है।
- (c) संतुलन कीमत से कम या बराबर होती है।
- (d) संतुलन कीमत से अधिक या बराबर होती है।
9. अधिकतम कीमत का अर्थ है-

- (a) अधिकतम खुदरा मूल्य  
(b) अधिकतम कीमत जो क्रेता देना चाहता हो  
(c) अधिकतम कीमत जिस पर विक्रेता बेचने का तैयार हो।  
(d) अधिकतम कीमत जिसे उत्पादक/विक्रेता कानून वसूल करता है।
10. अल्पाधिकार की कौन सी विशेषता इसे अन्य बाजारों से अलग करती है। (सही विकल्प चुनें)  
(a) फर्मों की अंतर्रिभरता                         (b) वस्तु विभेद  
(c) विक्रय लागत   (d) क्रेताओं की संख्या अधिक
11. निम्नलिखित बाजारों में कौन सा बाजार वास्तविकता में नहीं होता (सही विकल्प चुनें)  
(a) पूर्ण प्रतियोगिता                                     (b) एकाधिकार  
(c) अल्पाधिकार   (d) एकाधिकारिक प्रतियोगिता

### बहुविकल्पीय प्रश्नों के उत्तर

1. (b); 2. (c); 3. (a); 4. (b); 5. (c); 6. (c); 7. (d); 8. (a); 9. (d); 10. (a); 11. (a).

### 3-4 अंक वाले प्रश्न

- बाजार में निर्बाध प्रवेश की स्वतंत्रता पूर्ण प्रतियोगिता में फर्म के लाभ पर क्या प्रभाव डालती है।
- एकाधिकारी प्रतियोगिता का मांग वक्र पूर्ण प्रतियोगिता के मांग वक्र से किस प्रकार भिन्न होता है।
- पूर्ण प्रतियोगिता के अन्तर्गत फर्म कीमत स्वीकारक क्यों होती है?
- पूर्ण प्रतियोगिता में बाजार का पूर्ण ज्ञान क्रेता के लिए किस प्रकार लाभदायक होता है, स्पष्ट कीजिए।
- पूर्ण प्रतियोगिता में ‘बड़ी संख्या में विक्रेता’ विशेषता के महत्व/निहितार्थ समझाइए।

6. माँग तथा पूर्ति पर क्या प्रभाव पड़ेगा यदि बाजार में प्रचलित कीमत संतुलन कीमत से अधिक हो।
7. अल्पाधिकार बाजार एकाधिकार बाजार से किस प्रकार भिन्न है?
8. आधिक्य माँग को चित्र की सहायता से समझाइये।
9. अल्पाधिकार गठबंधन व गैर गठबंधन अल्पाधिकार में अंतर बताइये।
10. पूर्ण प्रतियोगी बाजार में संतुलन कीमत का निर्धारण किस प्रकार होता है? तालिका की सहायता से समझाइये।
11. समझाइये कि किसी वस्तु की संतुलन कीमत उसी उत्पादन स्तर पर क्यों निर्धारित होती है जिस पर उस वस्तु की माँग और पूर्ति बराबर होती है।
12. पूर्ण प्रतियोगिता में  $MR = AR$ , परन्तु एकाधिकार व एकाधिकारिक प्रतियोगिता में  $MR < AR$  क्यों होता है।
13. किस स्थिति में मांग में कमी होने पर भी वस्तु की कीमत में कमी नहीं होती।
14. एक अल्पाधिकार बाजार में फर्म परस्पर निर्भर क्यों रहती है?
15. निकटतम स्थानापन्न वस्तु की उपलब्धता किस प्रतियोगिता में पायी जाती है? यह कीमत पर क्या प्रभाव डालती है?
16. पूर्ण प्रतियोगिता की स्थिति में 'फर्मों के प्रवेश और निकासी की स्वतंत्रता' के परिणाम समझाइए।
17. पूर्ण अल्पाधिकार तथा अपूर्ण अल्पाधिकार में अंतर स्पष्ट कीजिए।

## 6 अंक वाले प्रश्न

1. एकाधिकारिक प्रतियोगिता की विशेषताओं का वर्णन करो।
2. पूर्ण प्रतियोगिता में निम्नलिखित विशेषताएँ तथा इसके निहितार्थ समझाइए।
  - (क) क्रेताओं और विक्रेताओं की बड़ी संख्या
  - (ख) समरूप उत्पाद
3. अल्पाधिकार की मुख्य विशेषताओं का वर्णन कीजिए।
4. एक वस्तु का बाजार संतुलन में है। उस वस्तु की पूर्ति में 'वृद्धि' हो जाती है। इस परिवर्तन के कारण पड़ने वाले प्रभावों की श्रृंखला की व्याख्या कीजिए। एक संख्यात्मक उदाहरण दीजिए।

5. एक वस्तु का बाजार संतुलन में है। उस वस्तु की माँग और पूर्ति में एक साथ वृद्धि होती है। बाजार कीमत पर उसका प्रभाव समझाइए।
6. बाजार संतुलन का अर्थ समझाइए। उन परिवर्तनों की श्रृंखला की व्याख्या कीजिए, जो बाजार कीमत के संतुलन कीमत से अधिक होने पर होंगे।
7. चाय की कीमत में कमी कॉफी की संतुलन कीमत को कैसे प्रभावित करेंगी? प्रभावों की श्रृंखला समझाइए।
8. एक वस्तु की माँग में 'कमी' का उसकी संतुलन कीमत और मात्रा पर पड़ने वाले प्रभावों की व्याख्या एक रेखाचित्र की सहायता से कीजिए।
9. मांग व पूर्ति में एक साथ कमी होने पर किस स्थिति में निम्न परिणाम प्राप्त होंगे।
  - (क) साम्य कीमत में कोई परिवर्तन नहीं।
  - (ख) संतुलन कीमत में कमी।
10. मान लें कि एक पूर्ण प्रतियोगिता बाजार में आवश्यक वस्तुओं की कीमतें संतुलन कीमत से अत्यधिक हैं। एक सामान्य उपभोक्ता हेतु सुझाव दें कि संतुलन कीमत को कैसे निम्न स्तर पर लाया जा सकता है, जिससे आम उपभोक्ता वस्तु खरीद सकें।
11. मान लो कि सरकार एक वस्तु पर लगे उत्पाद शुल्क की दर को घटा दे तथा आर्थिक सहायता बढ़ा दे तो वस्तु के बाजार पर इसका क्या प्रभाव पड़ेगा। वक्र का उपभोग करके बताओ।

### **उत्तर ( 3-4 अंक वाले प्रश्नों के लिए संकेत )**

14. क्योंकि वस्तु विशेष को बेचने वाली चंद फर्में होती हैं इसलिए आपसी मेल-जोल और सामूहिक व्यवहार नई फर्मों के प्रवेश करने से रोकने का प्रयास करते हैं। तत्त

### **6 अंक वाले प्रश्नों के लिए संकेत**

7. स्थानापन वस्तु की कीमत में कमी होने पर उस वस्तु की माँग कम हो जायेगी अतः संतुलन कीमत कम हो जायेगी और स्थानापन वस्तु की कीमत बढ़ने पर वस्तु की संतुलन कीमत बढ़ जायेगी।

---

## परीक्षाप्रयोगी प्रश्न

---

### एक अंक वाले प्रश्न

**प्र. 1.** बाजार संतुलन क्या है?

**उत्तर.** बाजार संतुलन से अभिप्राय उस अवस्था से होता है जब बाजार मांग बाजार पूर्ति के बराबर होती है।

**प्र. 2.** पूर्ण प्रतियोगिता को परिभाषित करें।

**उत्तर.** पूर्ण प्रतियोगिता से अभिप्राय एक ऐसी बाजार संरचना से होता है जहाँ बहुत बड़ी संख्या में क्रेता और विक्रेता बाजार शक्तियों द्वारा निर्धारित कीमत पर समरूप वस्तु का लेन-देन करते हैं।

**प्र. 3.** सगुट (कार्टेल) या व्यापार समूह क्या है?

**उत्तर.** व्यापार समूह कुछ फर्मों का समूह होता है जो आपस में मिलकर अपने उत्पादन और कीमत को तय करते हैं ताकि एकाधिकारी शक्ति का प्रयोग कर सकें।

**प्र. 4.** 'उच्चतम कीमत' को परिभाषित करें?

**उत्तर.** उच्चतम कीमत से अभिप्राय एक वस्तु की अधिकतम कीमत को संतुलन कीमत से कम स्तर पर तय करने से होता है।

**प्र. 5.** एक वस्तु की अतिरेग माँग (अधिक माँग) का अर्थ बताइये?

**उत्तर.** अतिरेक माँग से अभिप्राय उस अवस्था से होता है जब प्रचलित बाजार कीमत पर माँगी गई मात्रा पूर्ति की गई मात्रा से अधिक होती है।

### 3-4 अंक वाले प्रश्न

**प्र. 1.** एक पूर्णतया प्रतियोगी बाजार में क्रेताओं की बड़ी संख्या से क्या परिणाम निकलता है? समझाइए।

**उत्तर.** इसका परिणाम यह होता है कि कोई भी अकेला क्रेता स्वयं बाजार कीमत को

प्रभावित करने की स्थिति में नहीं होता क्योंकि वह वस्तु के कुल उत्पादन की नगण्य मात्रा खरीदता है।

**प्र. 2.** एक अल्पाधिकार बाजार में फर्में परस्पर निर्भर क्यों रहती हैं? समझाइए।

**उत्तर.** फर्मों की परस्पर निर्भरता का कारण यह है कि कोई भी फर्म कीमत और उत्पादन के बारे में कोई निर्णय विरोधी फर्मों की प्रतिक्रिया को ध्यान में रखकर ही लेती है।

**प्र. 3.** पूर्ण प्रतियोगिता की स्थिति में फर्मों के प्रवेश और निकासी की स्वतंत्रता के परिणाम समझाइए।

**उत्तर.** उद्योग में मौजूद फर्म जब असामान्य लाभ प्राप्त कर रही होती है तो नई फर्म प्रवेश करती है, उससे उद्योग का उत्पादन बढ़ जाता है और बाजार कीमत घट जाती है। फलस्वरूप लाभ घट जाते हैं नई फर्मों का प्रवेश तब तक जारी रहता है जब तक कि असामान्य लाभ घटकर सामान्य लाभ (शून्य) न हो जाए। जब फर्मों को हानि होती है तो वे उद्योग को छोड़ने लगती हैं परिणामस्वरूप उत्पादन घटता है, कीमत बढ़ती है और हानि घटने लगती है। यह प्रक्रिया तब तक जारी रहती है जब तक हानी, सामान्य लाभ में परिवर्तित न हो जाए।

**प्र. 4.** पूर्ण प्रतियोगिता की स्थिति में बाजार के बारे में पूर्ण ज्ञान के परिणाम समझाइए।

**उत्तर.** बाजार के बारे में पूर्ण जानकारी का अर्थ है कि सभी क्रेताओं और विक्रेताओं को बाजार कीमत की पूर्ण जानकारी है। अतः कोई भी फर्म बाजार कीमत से भिन्न कीमत नहीं ले सकती और कोई भी क्रेता बाजार कीमत से अधिक कीमत नहीं देगा। अतः बाजार में एक ही कीमत रहेगी।

**प्र. 5.** एकाधिकार प्रतियोगिता के अन्तर्गत मांग वक्र एकाधिकार के अन्तर्गत मांग वक्र की तुलना में अधिक लोचदार क्यों होता है? समझाइए।

**उत्तर.** जिस वस्तु का निकटतम स्थानापन्न होता है उसकी मांग अधिक लोचदार होती है तथा एकाधिकार प्रतियोगिता के अन्तर्गत उत्पादित वस्तु का निकटतम स्थानापन्न होता है। अतः मांग वक्र अधिक लोचदार होता है तथा एकाधिकार वस्तु का निकटतम स्थानापन्न नहीं होता इसलिए मांग वक्र कम लोचदार होता है।

**प्र. 6.** एक फर्म पूर्ण प्रतियोगिता के अन्तर्गत कीमत स्वीकारक तथा एकाधिकार में कीमत निर्धारक क्यों होती है? संक्षेप में समझाइए।

**उत्तर.** पूर्ण प्रतियोगिता में फर्म कीमत स्वीकारक होती है। इसके निम्नलिखित कारण हैं-

1. **फर्मों की संख्या :** पूर्ण प्रतियोगिता में फर्मों की संख्या इतना अधिक होती है कि कोई भी एक फर्म अपनी स्वयं की पूर्ति में कोई प्रभावपूर्ण परिवर्तन नहीं कर सकती। अतः बाजार कीमत अप्रभावित रहती है।
2. **समरूप वस्तु :** पूर्ण प्रतियोगिता में एक उद्योग की सभी फर्मों का उत्पादन समरूप होता है अतः कीमत भी समान रहती है।
3. **पूर्ण जानकारी :** सभी क्रेताओं तथा विक्रेताओं को बाजार कीमत की पूर्ण जानकारी होती है, अतः कोई भी फर्म बाजार कीमत से भिन्न कीमत नहीं ले सकती। अतः बाजार में एक ही कीमत होगी।

एकाधिकार में फर्म कीमत निर्धारक होती है। इसके निम्नलिखित कारण हैं-

1. एकाधिकार में एक ही फर्म होती है। अतः पूर्ति पर उसका पूर्ण नियन्त्रण होता है।
2. एकाधिकार में वस्तु का कोई निकट स्थानापन्न नहीं होता। इसलिए वस्तु की मांग कम लोचदार होती है।
3. नई फर्मों के प्रवेश पर कानूनी, तकनीकी तथा प्राकृतिक प्रतिबंध होते हैं इसलिए बाजार पूर्ति में वृद्धि का कोई डर नहीं होता।

**प्र. 7.** कीमत विभेद तथा वस्तु विभेद के बीच अन्तर स्पष्ट कीजिए।

**उत्तर.** **कीमत विभेद :** वह स्थिति है जिसमें एकाधिकारी एक ही वस्तु के विभिन्न क्रेताओं से भिन्न-भिन्न कीमत लेता है। सामान्यतया ये लाभ को अधिकतम करने के लिए किया जाता है।

**वस्तु विभेद :** वस्तु विभेद वह स्थिति है जिसमें एकाधिकार प्रतियोगिता के अन्तर्गत विभिन्न उत्पादक अपनी वस्तु को उसकी बनावट आकार, पैकिंग, ट्रेडमार्क या ब्राण्ड नाम के अनुसार विभेदीकृत या भिन्न प्रकार का बनाने का प्रयत्न करते हैं। यह वे इसलिए करते हैं ताकि बाजार में विरोधी फर्मों से ग्राहकों को अपने उत्पाद की ओर आकर्षित कर सकें।

**प्र. 8.** पूर्ण प्रतियोगिता तथा एकाधिकार में अन्तर स्पष्ट कीजिए।

**उत्तर.** **पूर्ण प्रतियोगिता**

1. क्रेताओं तथा विक्रेताओं की अधिक संख्या
2. वस्तु समरूप होती है।
3. फर्मों के प्रवेश तथा बहिर्गमन की स्वतंत्रता।
4. कीमत पर कोई नियन्त्रण नहीं होता।

**एकाधिकार**

1. एक विक्रेता तथा अधिक क्रेता।
2. वस्तु का निकट स्थानापन्न नहीं होता।
3. फर्मों के प्रवेश पर प्रतिबन्ध।
4. कीमत पर पूर्ण नियन्त्रण होता है।

**प्र. 9.** एकाधिकार तथा एकाधिकारी प्रतियोगिता में भेद स्पष्ट कीजिए।

**उत्तर.** **एकाधिकार**

1. एक विक्रेता तथा अधिक क्रेता।
2. वस्तु का निकट स्थानापन्न नहीं होता।
3. फर्मों के प्रवेश पर प्रतिबन्ध।
4. विक्रय लागत शून्य

**एकाधिकारी प्रतियोगिता**

1. क्रेताओं तथा विक्रेताओं की अधिक संख्या
2. विभेदीकृत वस्तु होती है।
3. फर्मों के प्रवेश तथा बहिर्गमन की स्वतंत्रता।
4. ऊँची विक्रय लागतें होती हैं।

**प्र. 10.** अल्पाधिकार किसे कहते हैं? अल्पाधिकार की विशेषताएँ बताइए?

**उत्तर.** अल्पाधिकार : यह बाजार का वह रूप है जिसमें किसी वस्तु के कुछ ही बड़े विक्रेता और बड़ी संख्या में क्रेता होते हैं। कीमत तथा उत्पादन नीति के सन्दर्भ में विक्रेताओं के बीच अन्तनिर्भरता पायी जाती है।

अल्पाधिकार की विशेषताएँ निम्नलिखित हैं-

1. कुछ ही फर्में
2. अन्तनिर्भरता की ऊँची मात्रा
3. गैर-कीमत प्रतियोगिता
4. फर्मों के प्रवेश की बाधा
5. व्यापार-गुटों का निर्माण

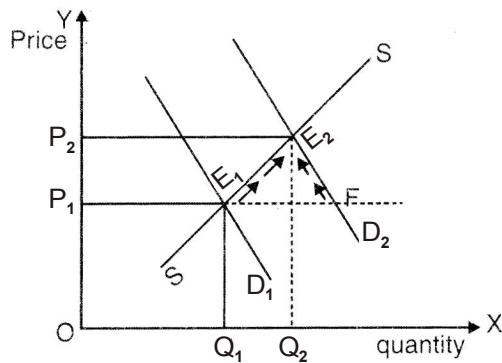
## 6 अंक वाले प्रश्न

**प्र. 1.** सहयोगी और गैर-सहयोगी अल्पाधिकार के बीच अन्तर बताइए। समझाइए कि कैसे अल्पाधिकारी फर्में कीमत और उत्पादन के बारे में निर्णय लेने के लिए एक-दूसरे पर निर्भर रहती हैं?

**उत्तर.** सहयोगी अल्पाधिकारी के अन्तर्गत फर्म कीमत और उत्पादन का स्तर निर्धारित करते समय एक-दूसरे के साथ सहयोग करती है जबकि गैर-सहयोगी अल्पाधिकार में फर्म एक-दूसरे के साथ प्रतिस्पर्द्धा करती है। प्रत्येक फर्म अपने उत्पादन और कीमत के बारे में निर्णय लेते समय अपनी विरोधी फर्मों की सम्भव प्रतिक्रिया को ध्यान में रखती है। अतः फर्मों में परस्पर निर्भरता होती है। अन्य फर्मों की सम्भव प्रतिक्रिया के कारण अपने उत्पादन व कीमत में परिवर्तन करने के निर्णय पर पुनः विचार करना पड़ सकता है।

**प्र. 2.** एक वस्तु बाजार में है। उस वस्तु की मांग में वृद्धि हो जाती है। इस परिवर्तन के कारण होने वाले प्रभावों की शृंखला की व्याख्या कीजिए। रेखाचित्र का प्रयोग कीजिए।

**उत्तर.** मांग में वृद्धि के कारण मांग वक्र  $D_1$  दायीं ओर खिसक जाती है। रेखाचित्र में  $D_2$  नया मांग वक्र है। इससे दी हुई कीमत  $P_1$  पर  $E_1F$  के बराबर मांग आधिक्य हो जाता है। इस कीमत पर उपभोक्ता वस्तु की उतनी मात्रा खरीदना चाहते हैं। इसलिए क्रेताओं में प्रतिस्पर्द्धा होती है जिससे कीमत बढ़ जाती है।



कीमत के बढ़ने से मांग घटने लगती है और पूर्ति बढ़ने लगती है जैसा कि रेखाचित्र में दिखाया गया है। इसमें परिवर्तन तब तक होते रहेंगे जब तक कि मांग और पूर्ति बराबर न हो जाए। मांग बढ़कर  $OQ_2$  और कीमत बढ़कर  $OP_2$  हो जाती है।

**प्र. 3.** एक वस्तु बाजार सन्तुलन में है। उस बाजार कीमत पर वस्तु की मांग तथा पूर्ति में एक साथ 'कमी' होती हैं। इसका प्रभाव समझाइए।

**उत्तर.** तीन संभावनाएँ हैं-

1. यदि मांग में सापेक्षिक (प्रतिशत) कमी पूर्ति में कमी से अधिक है तो कीमत घटेगी। बाजार में पूर्ति आधिक्य होने के कारण कीमत घटेगी।
2. यदि मांग में सापेक्षित (प्रतिशत) कमी पूर्ति में कमी से कम है तो कीमत बढ़ेगी। बाजार में मांग आधिक्य होने के कारण कीमत बढ़ेगी।
3. यदि मांग में सापेक्षित (प्रतिशत) कमी पूर्ति में कमी के बराबर है तो कीमत अपरिवर्तित रहेगी। कीमत अपरिवर्तित रहने का कारण यह है कि बाजार में न तो मांग आधिक्य है और न ही पूर्ति आधिक्य।

**प्र. 4.** समझाइए कि किसी वस्तु की सन्तुलन कीमत उसी उत्पादन स्तर पर क्यों निर्धारित होती है जिस पर उस वस्तु की मांग और पूर्ति बराबर होती है?

**उत्तर.** यदि मांग पूर्ति से अधिक है तो क्रेता उतनी वस्तुएँ नहीं खरीद पाएँगे, जितनी वह खरीदना चाहते हैं अतः क्रेताओं में प्रतिस्पर्द्ध होगी, जिसके परिणामस्वरूप कीमत बढ़ने लगती है, जिसके कारण मांग गिरने लगती है तथा पूर्ति बढ़ने लगती है और यह प्रक्रिया तब तक चलती रहती है जब तक कि मांग और पूर्ति बराबर न हो जाए।

इसके विपरीत यदि पूर्ति, मांग से अधिक है तो विक्रेता उतनी वस्तुएँ नहीं बेच पायेंगे। जितनी वह बेचना चाहते हैं। अतः विक्रेताओं में प्रतिस्पर्द्ध होगी जिसके परिणाम स्वरूप कीमतें गिरने लगती हैं, जिसके कारण मांग बढ़ने लगती है तथा पूर्ति गिरने लगती है और यह प्रक्रिया तब तक चलती रहती है, जब तक कि मांग और पूर्ति बराबर न हो जाए।

अतः वस्तु की सन्तुलन कीमत उसी उत्पादन स्तर पर निर्धारित होती है जिस पर वस्तु की मांग तथा पूर्ति बराबर होती है।

**प्र. 5.** ‘न्यूनतम कीमत सीमा’ निर्धारण का अर्थ समझाइए। न्यूनतम कीमत सीमा के निहितार्थ की व्याख्या कीजिए।

**उत्तर.** न्यूनतम कीमत सीमा निर्धारण से अभिप्राय उस न्यूनतम कीमत से है जिसे सरकार द्वारा निर्धारित किया जाता है तथा कोई भी उत्पादक अपने उत्पाद को इस कीमत से कम कीमत पर नहीं बेच सकता है।

यह कीमत संतुलन कीमत से अधिक होती है इसलिए बाजार में पूर्ति आधिक्य की स्थिति होती है अतः उत्पादक अपने उत्पाद को इस कीमत पर नहीं बेच पाता तथा वह गैर-कानूनी रूप से न्यूनतम कीमत से कम कीमत पर अपने उत्पाद को बेचने का प्रयत्न करता है।

न्यूनतम कीमत सीमा निर्धारण के सबसे प्रसिद्ध उदाहरण - न्यूनतम सर्वथन मूल्य (MSP) तथा न्यूनतम मजदूरी अधिनियम है।

**प्र. 6.** ‘उच्चतम कीमत सीमा’ को परिभाषित कीजिए। उच्चतम कीमत सीमा के निहितार्थ की व्याख्या कीजिए।

**उत्तर.** ‘उच्चतम कीमत सीमा’ निर्धारण से अभिप्राय उस उच्चतम कीमत से है जिसे सरकार द्वारा निर्धारित किया जाता है तथा कोई भी उत्पादक अपने उत्पाद को इस कीमत से अधिक कीमत पर नहीं बेच सकता है।

क्योंकि यह कीमत संतुलन कीमत से कम होती है इसलिए बाजार में मांग आधिक्य की स्थिति होती है अतः उपभोक्ता इस कीमत पर इतना नहीं खरीद पाता जितना कि वह खरीदना चाहता है अतः वह गैर-कानूनी रूप से उच्चतम कीमत से अधिक कीमत पर उत्पाद को खरीदने का प्रयत्न करता है परिणामस्वरूप काला बाजारी की उत्पत्ति होती है।

उच्चतम कीमत सीमा के सबसे प्रसिद्ध उदाहरण डेंगू टेस्ट की कीमत तथा हृदय की शल्य प्रक्रिया में प्रयुक्त होने वाले स्टेन्ट की कीमत है।

## **Part B: Statistics for Economics**

### **इकाई—1**

#### **परिचय (सांख्यिकी)**

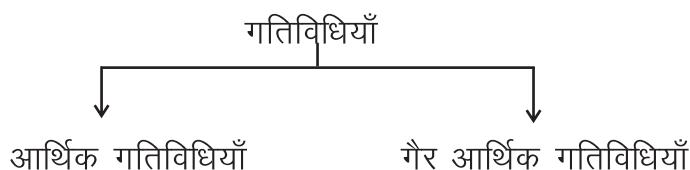
**अर्थशास्त्र:** कोई व्यक्ति या समाज अपने वैकल्पिक प्रयोग वाले दुर्लभ संसाधनों का प्रयोग अपनी आवश्यकताओं की संतुष्टि के लिए तथा उनका वितरण समाज में विभिन्न व्यक्तियों और समुहों के बीच उपभोग के लिए कैसे करें, इसका अध्ययन अर्थशास्त्र के अंतर्गत किया जाता है।

**उपभोक्ता** — एक उपभोक्ता वह होता है जो अपनी आवश्यकताओं की संतुष्टि के लिए मुद्रा व्यय करके वस्तुओं और सेवाओं का उपभोग करता है।

**उत्पादक** — वह है जो आय के सृजन के लिए वस्तुओं व सेवाओं का उत्पादन करता है।

**सेवाप्रदाता** — वह है जो किसी को भुगतान के बदले में किसी किसी सेवा प्रदान करता है।

**सेवाधारक** — वह है जो किसी अन्य व्यक्ति के लिए कार्य करता है और इसके लिए मजदूरी या वेतन के रूप में भुगतान प्राप्त करता है।



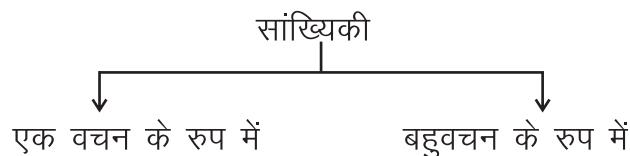
**आर्थिक गतिविधियाँ** — वे सभी गतिविधियाँ जो अर्थव्यवस्था में आय के प्रवाह में वृद्धि करती हैं, आर्थिक गतिविधियाँ कहलाती हैं। उदाहरण: उत्पादन, उपभोग आदि।

**गैर आर्थिक गतिविधियाँ** — वे सभी गतिविधियाँ जो अर्थव्यवस्था में आय के प्रवाह में वृद्धि नहीं करती हैं, गैर आर्थिक गतिविधियाँ कहलाती हैं। उदाहरण: रक्तदान।

**दुर्लभता** — दुर्लभता से अभिप्रायः उस अवस्था से है, जिसमें किसी वस्तु सेवा या संसाधन की पूर्ति, उसकी मांग की तुलना में कम होती है।

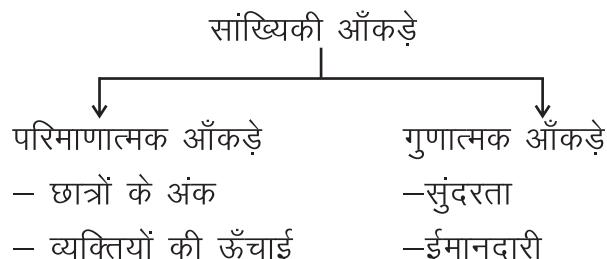
## सांख्यिकी

सांख्यिकी को दो अर्थों में परिभाषित किया जा सकता है



**एकवचन के रूप में सांख्यिकी:** एक वचन के रूप में सांख्यिकी वह विज्ञान है जो किसी विषय पर प्रकाश डालने के उद्देश्य से संग्रह किए गए आकड़ों के संग्रहण, वर्गीकरण, प्रदर्शन, तुलना और व्याख्या करने की विधियों का विवेचन करता है।

**बहुवचन के रूप में सांख्यिकी:** बहुवचन के रूप में सांख्यिकी से अभिप्रायः संख्यात्मक तथ्यों के समूह है, जिन्हें एक-दूसरे से संबंधित रूप में प्रस्तुत किया जा सकता है तथा जो पर्याप्त सीमा तक अनेक प्रकार के कारणों से प्रभावित होते हैं।



## सांख्यिकी के कार्य

1. जटिल तथ्यों को सरल करना।
2. तथ्यों को निश्चित स्वरूप में प्रस्तुत करना।
3. नीति निर्माण में सहायता करना।
4. पूर्वानुमान में सहायता करना।
5. तथ्यों की तुलना करना।
6. व्यक्तिगत ज्ञान और अनुभव को बढ़ाना।

## अर्थशास्त्र में सांख्यिकी का महत्व

1. अर्थशास्त्र की प्रत्येक शाखा इसके विभिन्न आर्थिक सिद्धांतों को सिद्ध करने के लिए सांख्यिकी से सहायता लेती है।

2. आर्थिक समस्या को समझने और हल करने में सहायता करता है।
3. बाज़ार संरचनाओं का अध्ययन करने में सहायता करती है।
4. गणितीय संबंध स्थापित करने में सहायता करती है।
5. विभिन्न आर्थिक अवधारणाओं के व्यवहार के अध्ययन में सहायक हैं।

### **सांख्यिकी का क्षेत्र**

आज के युग में सांख्यिकी का महत्व बहुत अधिक बढ़ गया है। ऐसा कोई क्षेत्र प्रतीत नहीं होता जहाँ सांख्यिकी का प्रयोग न होता है। विभिन्न क्षेत्रों में सांख्यिकी का प्रयोग होता है।

सभी क्षेत्रों जैसे बैंकिंग राजनीति, आर्थिक अनुसंधान, व्यवसाय आदि में सांख्यिकी का प्रयोग होता है। सरकार को कुशल प्रशासन और नीति निर्माण के लिए भी सांख्यिकी की आवश्यकता होती है।

### **सांख्यिकी की सीमाएँ**

1. गुणात्मक घटनाओं का अध्ययन नहीं करती।
2. व्यक्तिगत इकाईयों से सरोकार नहीं रखती।
3. निष्कर्ष केवल औसत रूप में सत्य होते हैं।
4. केवल विशेषज्ञ ही इसका सर्वोत्तम प्रयोग कर सकते हैं।
5. सांख्यिकी ऑकड़े एक समान और समरूप होने चाहिए।
6. सांख्यिकी का दुरुपयोग हो सकता है।

### **प्रश्नावली**

#### **एक अंक वाले प्रश्न —**

1. अर्थशास्त्र की परिभाषा लिखिए।
2. आर्थिक क्रिया का एक उदाहरण दीजिए।
3. अर्थव्यवस्था को परिभाशित करो।
4. दुर्लभता का क्या अर्थ है?
5. उपभोग क्या है?

6. आर्थिक गतिविधि से क्या अभिप्राय है ?
7. गैर—आर्थिक गतिविधि से क्या अभिप्राय है?
8. उत्पादन को परिभाषित कीजिए।

#### **तीन/चार अंक वाले प्रश्न**

1. अर्थशास्त्र में सांख्यिकी का क्या महत्व है ?
2. सांख्यिकी को एकवचन और बहुवचन के रूप में परिभाषित कीजिए।
3. सांख्यिकी के कार्य—क्षेत्र को समझाइए।
4. सांख्यिकी की कोई तीन सीमाएँ बताइए।
5. परिमाणात्मक तथा गुणात्मक आँकड़ों में अन्तर कीजिए।
6. सांख्यिकी के कोई तीन कार्य बताइए।
7. निम्न को परिमाणात्मक व गुणात्मक आँकड़ों में वर्णिकृत कीजिए—
  - a) श्रमिकों की मजदूरी
  - b) परिवार का व्यय
  - c) छात्रों की ईमानदारी
8. उत्पादन, उपभोग व वितरण आर्थिक क्रियाएँ हैं। वर्णन कीजिए।

#### **एक अंक वाले प्रश्नों के उत्तर —**

1. अर्थशास्त्र इसका अध्ययन है कि कोई व्यक्ति या समाज अपने वैकल्पिक प्रयोग वाले दुर्लभ संसाधनों का प्रयोग अपनी आवश्यकताओं की संतुष्टि के लिए तथा उनका वितरण समाज में विभिन्न व्यक्तियों और समूहों के बीच उपयोग के लिए कैसे करें।
2. कारखाने में कार्यरत श्रमिक।
3. अर्थव्यवस्था वह प्रणाली है, जो जीविका कमाने हेतु साधन प्रदान करती है।
4. दुर्लभता से अभिप्रायः उस अवस्था से है, जिसमें किसी वस्तु सेवा या संसाधन की पुर्ति उसकी मांग की तुलना में कम होती है।
5. मानवीय आवश्यकताओं की संतुष्टि के लिए वस्तुओं व सेवाओं का प्रयोग करना उपभोग कहलाता है।
6. वे सभी गतिविधियाँ, जो अर्थव्यवस्था में आय के प्रवाह में वृद्धि करती है आर्थिक गतिविधियाँ कहलाती हैं।

7. वे सभी गतिविधियाँ जो आय के प्रवाह में वृद्धि नहीं करती है, गैर आर्थिक गतिविधियां कहलाती है।

### बार बार दोहराये जाने वाले प्रश्न

1. अर्थशास्त्र में सांख्यिकी का क्या महत्व है ?

उत्तर अनेक आर्थिक समस्याओं को सांख्यिकी की सहायता से समझा जा सकता है। यह आर्थिक नीतियों के निर्माण में सहायक है। अर्थशास्त्र के विभिन्न क्षेत्रों में सांख्यिकी का महत्व इस प्रकार है।

क) **उपभोग के अन्तर्गत सांख्यिकी** – भिन्न-भिन्न आय वाले व्यक्ति अपनी आय का प्रयोग किस प्रकार करते हैं, यह हम उपभोग सम्बन्धी ऑकड़ों के द्वारा जान सकते हैं। उपभोग सम्बन्धी ऑकड़े व्यक्तियों को अपना बजट बनाने एवं जीवन स्तर को सुधारने में उपयोगी एवं सहायक सिद्ध होते हैं।

ख) **उत्पादन के अन्तर्गत सांख्यिकी** – सांख्यिकी की सहायता से उत्पादन प्रक्रियाओं का तुलनात्मक अध्ययन किया जाता है। उत्पादन सम्बन्धी ऑकड़े मांग तथा पूर्ति में सामंजस्य स्थापित करने में उपयोगी एवं सहायक हैं क्योंकि इनके आधार पर वस्तु के उत्पादन की मात्रा को निर्धारित किया जाता है।

ग) **वितरण के अन्तर्गत सांख्यिकी** – उत्पादन के विभिन्न कारकों (भूमि, श्रम, पूंजी और उद्यम) के मध्य राष्ट्रीय आय के वितरण की समस्या का समाधान करने में सांख्यिकी विधियों का प्रयोग किया जाता है।

2. सांख्यिकी के महत्वपूर्ण कार्यों का वर्णन कीजिये ?

उत्तर सांख्यिकी महत्वपूर्ण कार्य करती है जो कि इस प्रकार है –

1) आर्थिक समस्या को समझने में सहायक :— किसी अर्थशास्त्री के लिये सांख्यिकी एक ऐसा अपरिहार्य साधन है जो किसी आर्थिक समस्या को समझने में उसकी सहायता करता है। इसकी विभिन्न आर्थिक विधियों का प्रयोग करते हुये किसी आर्थिक समस्या के कारणों को मात्रात्मक तथ्यों की सहायता से खोजने का प्रयास किया जाता है।

2) तथ्यों को निश्चित रूप में प्रस्तुत करने योग्य बनाता है : जब आर्थिक तथ्यों को सांख्यिकीय रूप में व्यक्त किया जाता है तब वे यथार्थ तथ्य बन जाते हैं। यथार्थ तथ्य अस्पष्ट कथनों की अपेक्षा अधिक विश्वसनीय होते हैं। तथा उन्हें सही प्रकार से समझा जा सकता है।

- 3) सांख्यिकी आँकड़ों को संक्षिप्त रूप में प्रस्तुत करती है :— सांख्यिकी आँकड़ों के समूह को कुछ संख्यात्मक मापों (जैसे माध्य, प्रसरण आदि) के रूप में संक्षिप्त करने में सहायता करती है। ये संख्यात्मक माप आँकड़ों के संक्षिप्तीकरण में सहायता करते हैं। उदाहरण के लिए यदि किसी समहों में लोगों की संख्या बहुत अधिक है, तो उन सबकी आय को याद रख पाना असंभव है। फिर सांख्यिकीय रूप से प्राप्त संक्षिप्त अंकों जैसे औसत आय को याद रखना आसान है। इस प्रकार सांख्यिकी के द्वारा आँकड़ों के समूह के विषय में सार्थक एवं समग्र सूचनाएं प्रस्तुत की जाती है।
- 4) सांख्यिकी आर्थिक कारकों के मध्य संबंधों की स्थापना करती है :— सांख्यिकी का प्रयोग विभिन्न आर्थिक कारकों के बीच संबंधों को ज्ञान करने के लिए किया जाता है। किसी अर्थशास्त्री की रुचि यह जानने में हो सकती है कि जब किसी वस्तु की कीमत में कमी अथवा वृद्धि होती है तो उसकी मांग पर क्या प्रभाव पड़ता है। ऐसे प्रश्नों का उत्तर तभी दिया जा सकता है जब विभिन्न आर्थिक घटकों के बीच किसी प्रकार का परस्पर संबंध विद्यमान हो। उनमें इस प्रकार का कोई परस्पर संबंध विद्यमान है या नहीं, इसे सांख्यिकीय विधियों का प्रयोग करके सरलता से पता लगाया जा सकता है।
- 5) सांख्यिकी आर्थिक योजनाओं एवं नीतियों के निर्माण में सहायता करती है :— सांख्यिकी विधियां ऐसी उपयुक्त आर्थिक नीतियों के निर्माण में सहायता देती हैं जिनके द्वारा आर्थिक समस्याओं का समाधान हो सकता है।
3. सांख्यिकी विषय की सीमाओं का उल्लेख कीजिये ?
- उत्तर सांख्यिकी विषय की कुछ सीमाएँ हैं जो कि इस प्रकार से हैं —
- 1) सांख्यिकी व्यक्तिगत इकाईयों का अध्ययन नहीं करती :— सांख्यिकी केवल सामूहिक तथ्यों का अध्ययन करती है, व्यक्तिगत इकाईयों का नहीं।
  - 2) सांख्यिकी केवल संख्यात्मक तथ्यों का अध्ययन करती है :— सांख्यिकी गुणात्मक तथ्यों जैसे ईमानदारी, सुन्दरता का अध्ययन नहीं करती। यह केवल संख्यात्मक तथ्यों का अध्ययन करती है।
  - 3) सांख्यिकी नियम केवल औसतन सत्य उत्तरते हैं :— जिस प्रकार भौतिक विज्ञान एवं रसायन विज्ञान के नियम हमेशा सत्य होते हैं,

किन्तु सांख्यिकी के नियम पूर्ण रूप से शुद्ध एवं विश्वसनीय नहीं होते हैं। ये केवल औसतन रूप में सत्य होते हैं।

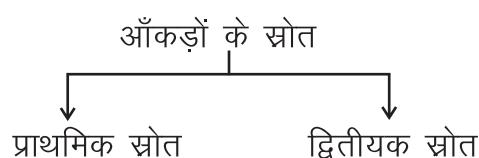
- 4) सांख्यिकी का प्रयोग केवल विशेषज्ञों द्वारा ही सम्भव है :— सांख्यिकी का प्रयोग केवल विशेषज्ञों द्वारा ही किया जा सकता है। क्योंकि सांख्यिकी विधि के प्रयोग के लिए सांख्यिकी ज्ञान की आवश्यकता होती है अन्यथा निष्कर्ष अशुद्ध हो सकते हैं।
- 5) आँकड़ों की एकरूपता एवं सजातीयता :— जिन आँकड़ों की तुलना करनी हो, उनके लिये यह अति आवश्यक है कि उनमें एकरूपता एवं सजातीयता के गुण हो। विजातीयता होने पर आँकड़ों की तुलना नहीं की जा सकती है।

## इकाई—2

### आँकड़ों का संकलन, संगठन एवं प्रस्तुतीकरण

#### (अ) आँकड़ों का संकलन

'आँकड़ा' एक ऐसा साधन है जो सूचनाएँ प्रदान कर समस्या को समझने में सहायक होता है। अतः आँकड़ों के संग्रह का उद्देश्य किसी समस्या के स्पष्ट एवं ठोस समाधान के लिए साक्ष्य को जुटाना है। इसलिए सांख्यिकीय अनुसंधान के लिए आँकड़ों का संकलन सबसे प्रथम एवं प्रमुख कार्य है।



**प्राथमिक आँकड़े** — वे आँकड़े जो अनुसंधान की क्रिया में प्रथम बार आरम्भ से अन्त तक बिल्कुल नए सिरे से एकत्रित किए जाते हैं, प्राथमिक आँकड़े कहलाते हैं। ये आँकड़े मौलिक होते हैं।

प्राथमिक आँकड़े एकत्रित करने की विधियाँ —

- 1) वैयक्तिक साक्षात्कार
- 2) डाक द्वारा सर्वेक्षण (प्रश्नावली भेजना)
- 3) टेलीफोन साक्षात्कार

**द्वितीयक आँकड़े** — वे आँकड़े जिसे अनुसंधानकर्ता स्वयं एकत्रित न करके किसी अन्य अनुसंधानकर्ता द्वारा एकत्रित आँकड़ों का प्रयोग करता है द्वितीयक आँकड़े कहलाते हैं।

द्वितीयक आँकड़े एकत्रित करने के स्रोत —

- 1) प्रकाशित स्रोत
- 2) अप्रकाशित स्रोत
- 3) अन्य स्रोत — वेबसाइट

एक अच्छी प्रश्नावली के गुण —

- 1) अन्वेषक का परिचय तथा अन्वेषक के उद्देश्य का विवरण।
- 2) प्रश्नावली बहुत लम्बी न हो।
- 3) प्रश्नावली सामान्य प्रश्नों से आरम्भ होकर विशिष्ट प्रश्नों की ओर बढ़नी चाहिए।

- 4) प्रश्न सरल व स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्न दोहरी नकारात्मक वाले नहीं होने चाहिए।
- 6) संकेतक प्रश्न नहीं होने चाहिए।
- 7) प्रश्न से उत्तर के विकल्प का संकेत नहीं मिलना चाहिए।

### **प्रतिदर्श की विधियाँ**

दैव प्रतिदर्श या	अदैव प्रतिदर्श
यादृच्छिक प्रतिचयन	अयादृच्छिक प्रतिचयन
क) सरल दैव प्रतिदर्श	क) सविचार प्रतिदर्श
ख) प्रतिबद्ध प्रतिदर्श	ख) अभ्यंश प्रतिदर्श
— स्तरीय प्रतिदर्श	ग) सुविधानुसार प्रतिदर्श
— व्यवस्थित प्रतिदर्श	
— बहुस्तरीय प्रतिदर्श	

**जनगणना सर्वेक्षण** — अन्वेषण की इस विधि में समग्र की प्रत्येक इकाई को समिलित किया जाता है।

**प्रतिदर्श सर्वेक्षण** — अन्वेषण की इस विधि में समग्र की कुछ प्रतिनिधि इकाईयों का अध्ययन किया जाता है।

**प्रतिचयन त्रुटियाँ** — प्रतिचयन त्रुटियाँ प्रतिदर्श आकलन तथा समष्टि विशेष के वास्तविक मूल्य के बीच का अन्तर प्रकट करती है।

**अप्रतिचयन त्रुटियाँ** — ये त्रुटियाँ जनगणना विधि या प्रतिदर्श विधि द्वारा संकलित आंकड़ों में पायी जाती हैं।

### **त्रुटियों के प्रकार**

प्रतिचयन त्रुटियाँ	अप्रतिचयन त्रुटियाँ
1. पक्षपात पूर्ण त्रुटियाँ	1. आँकड़ा अर्जन में त्रुटियाँ
2. अपक्षपात पूर्ण त्रुटियाँ	2. अनुत्तर संबंधी त्रुटियाँ
	3. मापन त्रुटियाँ

भारतीय जनगणना तथा राष्ट्रीय प्रतिदर्श सर्वेक्षण संगठन

### **CENSUS OF INDIA & NSSO**

भारतीय जनगणना देश की जन सांख्यिकी स्थिति से संबंधित पूर्ण जानकारी प्रदान करती है। जैसे जनसंख्या का आकार, वृद्धि दर, वितरण, प्रक्षेपण, घनत्व, लिंग अनुपात और साक्षरता।

राष्ट्रीय प्रतिदर्श सर्वेक्षण संगठन की स्थापना भारत सरकार द्वारा सामाजिक – आर्थिक मुद्दों पर (जैसे रोजगार, शिक्षा, मातृत्व–शिशु देखभाल, सार्वजनिक वितरण विभाग का उपयोग आदि) राष्ट्रीय स्तर के सर्वेक्षण के लिए की गई है।

NSSO द्वारा संगृहित आँकड़े समय–समय पर विभिन्न रिपोर्टों एवं इसकी त्रैमासिक पत्रिका “सर्वेक्षण” में प्रकाशित किए जाते हैं।

### प्रश्नावली

#### एक अंक वाले प्रश्न

1. आँकड़े से आप क्या समझते हैं?
2. प्राथमिक आँकड़े का अर्थ बताइए ?
3. द्वितीयक आँकड़े से क्या अभिप्राय है ?
4. सांख्यिकी में ‘जनसंख्या’ का अर्थ लिखो ?
5. प्रतिदर्श से आप क्या समझते हैं ?
6. NSSO क्या है ?
7. प्रतिदर्श त्रुटियाँ किसे कहते हैं?
8. अप्रतिदर्श त्रुटियाँ क्या होती है ?
9. आँकड़ों के दो मुख्य स्रोत लिखिए।
10. प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसंधान किसे कहते हैं।
11. यादृच्छिक प्रतिचयन को परिभाषित कीजिए।
12. द्वितीयक आँकड़ों के दो स्रोत लिखिए।
13. डाक प्रश्नावली विधि की मुख्य कमी यह है कि उत्तरदाता—
  - (i) प्रश्नों के उत्तर नहीं देते।
  - (ii) प्रश्नों के उत्तर ध्यानपूर्वक नहीं पढ़ते।
  - (iii) प्रश्नावली को वापस नहीं भेजते।
  - (iv) उपरोक्त सभी।
14. प्रश्नावली में किस प्रकार के प्रश्न शामिल नहीं करने चाहिए।
  - (i) सरल
  - (ii) बहुविकल्पीय
  - (iii) व्यक्तिगत
  - (iv) विशिष्ट।
15. भारत की जनगणना के आँकड़े किससे संबंधित होते हैं
  - (i) उद्योग
  - (ii) राष्ट्रीय आय
  - (iii) कृषि
  - (iv) जनांकिकीय।

### **तीन/चार अंक वाले प्रश्न**

1. प्राथमिक एवं द्वितीयक आँकड़ों में अन्तर स्पष्ट करो ?
2. समग्र तथा प्रतिदर्श में अन्तर बनाइए ?
3. प्रतिचयन तथा अप्रतिचयन त्रुटियों में अन्तर स्पष्ट करो ?
4. स्तरीय निर्दर्शन की उदाहरण देकर व्याख्या करो ?
5. जनगणना विधि के दो गुण व दो दोष बताइए ?
6. प्रतिदर्श विधि की चार कमियाँ लिखो ?
7. यादृच्छिक प्रतिदर्श को समझाइए ?
8. प्रयोगिक सर्वेक्षण किसे कहते हैं? इसकी विशेषताएँ लिखो।
9. प्रतिदर्श के आवश्यक तत्व कौन से हैं ?
10. भारत की जनगणना द्वितीयक आँकड़ों का मुख्य स्रोत है | वर्णन करो |
11. द्वितीयक आंकड़े प्रयोग करते समय क्या-क्या सावधनियां अपनाई जाती हैं | समझाइए।
12. प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसंधान तथा अप्रत्यक्ष अनुसुधान के मध्य अंतर स्पष्ट कीजिए।
13. कुछ निश्चित स्थितियों में प्रतिदर्श आवश्यक है | स्पष्ट करें।
14. NSSO की रिपोर्ट तथा अन्य प्रकाशनों में क्या जानकारी शामिल होती है।
15. प्रश्नावली तथा अनुसूची में अन्तर स्पष्ट कीजिए।

### **छ: अंक वाले प्रश्न**

1. प्रतिदर्श एकत्र करने की यादृच्छिक प्रतिचयन विधि का विस्तारपूर्वक वर्णन करो ?
2. राष्ट्रीय प्रतिदर्श सर्वेक्षण संगठन के कार्यों की व्याख्या करो ?
3. जनगणना विधि के गुण व दोशों का वर्णन करो ?
4. वैयक्तिक साक्षात्कार विधि के गुण व दोशों का वर्णन करो ?
5. प्रश्नावली किस कहते हैं? एक अच्छी प्रश्नावली की विशेषताएँ लिखिए।
6. प्रतिदर्श सर्वेक्षण को जनगणना विधि से वरीयता दी जाती है व्याख्या कीजिए।
7. टेलीफोन साक्षात्कार विधि के गुण तथा दोष लिखिए।

### **एक अंक वाले प्रश्नों के उत्तर**

1. आँकड़ों से तात्पर्य उन संख्यात्मक तथ्यों से है जो पर्याप्त सीमा तक अनेक प्रकार के कारणों से प्रभावित होते हैं।

## बार-बार दोहराये जाने वाले प्रश्न

1. प्राथमिक और द्वितीयक ऑकड़ों में अन्तर स्पष्ट कीजिये ?

## प्राथमिक आँकडे

- प्राथमिक आँकड़े वे होते हैं जो अनुसंधानकर्ता द्वारा अपने उद्देश्य के लिये सर्वप्रथम स्वयं एकत्रित किये जाते हैं।
  - प्राथमिक आँकड़े मौलिक होते हैं क्योंकि अनुसंधानकर्ता स्वयं उनके मौलिक स्रोत से एकत्रित करता है।
  - प्राथमिक आँकड़ों को एकत्रित करने में अधिक धन समय और परिश्रम की आवश्यकता होती है।
  - यदि अनुसंधानकर्ता ग्यारहवी कक्षा के विद्यार्थियों से पूछकर अर्थशास्त्र विषय की अंक सूची बनाता है तो इस तरह से प्राप्त आँकड़े प्राथमिक आँकड़े माने जायेंगे।

### **द्वितीयक आँकड़े –**

1. द्वितीयक आँकड़े वे होते हैं जो पहले एकत्रित किये जा चुके होते हैं। ये किसी दूसरे उद्देश्य के लिये किसी अन्य संस्था द्वारा संग्रहित किये हुये होते हैं।
2. द्वितीयक आँकड़े मौलिक नहीं होते क्योंकि अनुसंधानकर्ता उन्हें अन्य व्यक्तियों अथवा संस्थाओं के अभिलेखों से प्राप्त करता है।
3. द्वितीयक आँकड़ों को एकत्रित करने में अधिक धन, समय और परिश्रम की आवश्यकता नहीं होती है।
4. यदि अनुसंधानकर्ता कक्षा अध्यापक के माध्यम से स्कूल रिकार्ड जैसे अंक सूची या रिजल्ट रजिस्टर से जानकारी प्राप्त करके ग्यारहवीं कक्षा की अर्थशास्त्र की अंक सूची बनाता है तो यह द्वितीयक आँकड़े माने जायेंगे।

2. प्राथमिक आँकड़े एकत्र करने की वैयक्तिक साक्षात्कार विधि क्या है ? इसके गुण—दोषों का वर्णन कीजियें ?

उत्तर वैयक्तिक साक्षात्कार विधि :— यह विधि तभी उपभोग में लाई जाती है जब शोधकर्ता सभी सदस्यों के पास जा सकता हो। इसमें शोधकर्ता आमने सामने होकर उत्तरदाता से साक्षात्कार करता है। शोधकर्ता को यह अवसर मिलता है कि वह उत्तरदाता को अध्ययन के उद्देश्य के बारे में बता सके तथा उत्तरदाता की किसी भी पूछताछ का जवाब दे सके।

गुण—

1. इस विधि से उच्चतम उत्तर दर प्राप्त होती है।
2. इससे गलत व्याख्या तथा गलतफहमी से बचा जा सकता है।
3. उत्तरदाता की प्रतिक्रियाओं को देखकर कुछ संपूरक सूचनाये भी प्राप्त हो सकती है।
4. अस्पष्ट प्रश्नों के लिये स्पष्टीकरण का अवसर मिलता है।

दोष —

1. यह काफी खर्चीली होती है।
  2. इसमें प्रशिक्षित साक्षात्कार कर्त्ताओं की जरूरत होती है।
  3. इसमें सर्वेक्षण पूरा करने में काफी समय लगता है।
  4. कभी कभी शोधकर्ता की उपस्थिति के कारण उत्तरदाता सही बात नहीं भी बताते।
3. जनगणना(संगणना) एवं प्रतिदर्श (निर्दर्शन) विधि में अन्तर कीजियें ?
- उत्तर जनगणना एवं प्रतिदर्श विधि में अन्तर :—
- 1) जनगणना विधि के अन्तर्गत सभी इकाईयों/व्यष्टियों को सम्मिलित किया जाता है।

- 2) चूंकि जनगणना विधि के अन्तर्गत सभी इकाईयों का अध्ययन किया जाता है इसीलिये उच्च स्तर की परिशुद्धता पायी जाती है।
- 3) इस विधि में सभी इकाईयों का अध्ययन किया जाता है इसीलिये यह बहुत ही खर्चीली है। इसमें समय और श्रम भी अधिक लगता है।
- 4) कुछ परिस्थितियों में संगणना विधि का प्रयोग कठिन होता है या प्रयोग किया ही नहीं जा सकता है। जैसे डॉक्टर द्वारा रोगी के खून की जांच।
- 5) जहां समग्र की इकाइयां विजातीय होती हैं वहां जनगणना विधि ही उपयुक्त होती है।
- 6) जहां अनुसंधान का क्षेत्र तुलनात्मक रूप से छोटा हो वहां जनगणना विधि उपयुक्त होती है।

#### **प्रतिदर्श विधि**

1. प्रतिदर्श, समष्टि से चयनित किया गया एक छोटा समूह होता है जिसके द्वारा संबंधित सूचनाएं प्राप्त की जा सकती है।
2. चूंकि प्रतिदर्श विधि के अन्तर्गत केवल प्रतिनिधित्व इकाईयों का ही अध्ययन किया जाता है इसीलिए कम परिशुद्धता होती है। यद्यपि त्रुटियों की पहचान आसानी से करने के पश्चात उन्हें दूर किया जा सकता है।
3. इस विधि में केवल प्रतिनिधित्व इकाइयों का ही अध्ययन किया जाता है इसीलिये यह विधि कम खर्चीली है। इसमें समय और श्रम भी कम लगता है।
4. अतः जिन परिस्थितियों में संगणना विधि का प्रयोग नहीं किया जा सकता वहां निर्देशन विधि की सहायता से ही सूचनायें प्राप्त की जाती है।
5. जहां समग्र की इकाइयां सजातीय होती हैं वहां प्रतिदर्श विधि ही उपयुक्त होती है।
6. जहां अनुसंधान का क्षेत्र बड़ा हो प्रतिदर्श विधि उपयुक्त होती है।

## इकाई-2

### (ब) आँकड़ों का संगठन

#### स्मरणीय बिन्दु:

- अपरिष्कृत आँकड़ों को सरल, संक्षिप्त तथा व्यवस्थित ढंग से प्रस्तुत करने को आँकड़ों का व्यवस्थितिकरण कहा जाता है ताकि उन्हें आसानी से आगे के सांख्यिकीय विश्लेषण के योग्य बनाया जा सके।
  - एकत्रित आँकड़ों को उनकी समानता और असमानताओं के आधार पर विभिन्न वर्गों व समूहों में विभाजित करना वर्गीकरण कहलाता है।
  - **वर्गीकरण की विशेषताएँ –**
    1. स्पष्टता
    2. व्यापकता
    3. सजातीयता
    4. अनुकूलता
    5. लोचदार
    6. स्थिरता
  - **वर्गीकरण का आधार –**
    1. कालानुक्रमिक वर्गीकरण :— जब आँकड़ों को समय के संदर्भ जैसे — वर्ष, तिमाही, मासिक या साप्ताहिक आदि रूप में आरोही या अवरोही क्रम में वर्गीकृत किया जा सकता है।
    2. स्थानिक वर्गीकरण :— जब आँकड़ों को भौगोलिक स्थितियों जैसे देश, राज्य, शहर, जिला, कस्बा आदि में वर्गीकृत किया जाता है।
    3. गुणात्मक वर्गीकरण :— विशेषताओं पर आधारित आँकड़ों के वर्गीकरण को गुणात्मक वर्गीकरण कहा जाता है। जैसे राष्ट्रीयता, साक्षरता, लिंग, वैवाहिक स्थिति आदि।
    4. मात्रात्मक वर्गीकरण :— जब विशेषताओं की प्रकृति मात्रात्मक होती है। जैसे ऊँचाई, भार, आयु, आय, छात्रों के अंक आदि। **उदाहरण:** ऊँचाई, भार आदि।
- चर – चर से अभिप्राय किसी तथ्य की वह विशेषता है जिसमें परिवर्तन होते रहते हैं तथा जिन्हें किसी इकाई द्वारा मापा जा सकता है।**

### **चर के प्रकार —**

1. संतत चर— वे चर हैं जो मापदण्डों की इकाइयों में होते हैं और अपने वर्गों में विभक्त किए जा सकते हैं। इन्हें भिन्नात्मक रूप में लिखा जा सकता है। जैसे— ऊँचाई, भार आदि।
2. विविक्त चर — ये चर केवल निश्चित मान वाले हो सकते हैं। इसके मान केवल परिमित 'उछाल' से बदलते हैं। यह उछाल एक मान से दूसरे मान के बीच होते हैं, परन्तु इसके बीच में कोई मान नहीं आता है। उदाहरण— विद्यार्थियों की संख्या, कर्मचारियों की संख्या।
  - बारम्बारता वितरण — यह अपरिष्कृत आँकड़ों को एक मात्रात्मक चर में वर्गीकृत करने का एक सामान्य तरीका है। यह दर्शाता है कि किसी चर के भिन्न मान विभिन्न वर्गों में अपने अनुरूप वर्गों में बारम्बारताओं के साथ कैसे वितरित किए जाते हैं।
  - वर्ग — निश्चित सीमाओं के विस्तार को जिसमें मर्दें शामिल होती हैं, वर्ग कहा जाता है जैसे 0–10, 10–20, 20–30 आदि।
  - वर्ग सीमाएँ — प्रत्येक वर्ग की दो सीमाएँ होती हैं — निम्न सीमा तथा ऊपरी सीमा। उदाहरण के लिए 10–20 के वर्ग में 10 निम्न सीमा ( $L_1$ ) तथा 20 ऊपरी सीमा ( $L_2$ ) है।
  - वर्गान्तर — वर्ग की ऊपरी सीमा तथा निम्न सीमा के अन्तर को वर्गान्तर कहते हैं। उदाहरण के लिए 10–20 का वर्गान्तर 10 है।
  - वर्ग आवृति — किसी वर्ग में शामिल मर्दों की संख्या को उस वर्ग की आवृति या बारम्बारता कहते हैं। इसे फ़द्दारा प्रदर्शित करते हैं।
  - मध्य मूल्य — किसी वर्ग के वर्गान्तर का मध्य बिन्दु ही मध्य मूल्य कहलाता है। इसे वर्ग की ऊपरी सीमा व निम्न सीमा के योग को 2 से भाग देकर प्राप्त किया जा सकता है। इसे वर्ग चिन्ह भी कहते हैं।
  - अपवर्जी विधि — इसके द्वारा वर्गों का गठन इस प्रकार किया जाता है कि एक वर्ग की उच्च सीमा, अगले वर्ग की निम्न सीमा के बराबर होती है जैसे — 0–10, 10–20।
  - समावेशी श्रृंखला — वह श्रृंखला जिसमें किसी वर्ग की सभी आवृतियाँ शामिल होती हैं अर्थात् एक वर्ग की ऊपरी सीमा का मूल्य भी उसी वर्ग में शामिल होता है। जैसे 0–9, 10–19।
  - सूचना की हानि — बारम्बारता वितरण के रूप में आँकड़ों के वर्गीकरण में एक अन्तर्निहित दोष पाया जाता है। यह परिष्कृत आँकड़ों को सारांश में प्रस्तुत कर उन्हे संक्षिप्त एवं बोधगम्य तो बनाता है, परन्तु इसमें वे विस्तृत विवरण प्रकट नहीं हो पाते जो अपरिष्कृत आँकड़ों में पाए जाते हैं। अतः अपरिष्कृत आँकड़ों को वर्गीकृत करने में सूचना की हानि होती है।

- **परास** : अधिकतम एवं न्यूनतम प्रेक्षणों के बीच का अंतर परास कहलाता है।
- **एक विचर बारंबारता वितरण** : जब आंकड़ों को एक चर के आधार पर वर्गीकृत किया जाता है तो वितरण एक विचर बारंबारता वितरण कहलाता है।
- **द्विचर बारंबारता वितरण**: जब आंकड़ों को दो चरों के आधार पर वर्गीकृत किया जाता है तो वितरण द्विचर बारंबारता वितरण कहलाता है।

#### **श्रृंखला के प्रकार –**

1. **व्यक्तिगत श्रृंखला** – वह श्रृंखला है जिसमें प्रत्येक इकाई का अलग-अलग माप प्रकट किया जाता है, जो कि निम्न उदाहरण से स्पष्ट है—

अनुक्रमांक	अंक
1	18
2	95
3	82
4	59
5	92

2. **खण्डित या विविक्त श्रृंखला (बारंबारता सारणी)** – वह श्रृंखला है जिसमें आंकड़ों को इस प्रकार प्रस्तुत किया जाता है कि प्रत्येक मद का निश्चित माप स्पष्ट हो जाता है, जो कि निम्न उदाहरण से स्पष्ट है –

परिवार का आकार	परिवारों की संख्या
1	15
2	10
3	20
4	30
5	15
6	10

3. **सतत या अविच्छिन श्रृंखला (बारंबारता वितरण)** – वह श्रृंखला है जिसमें इकाईयों का निश्चित माप संभव नहीं होता इसलिए इन्हें वर्ग सीमाओं में प्रकट किया जाता है जो कि निम्न उदाहरण से स्पष्ट है –

प्राप्तांक	आवृति
0–10	5
10–20	7
20–30	10
30–40	8

## प्रश्नावली

### एक अंक वाले प्रश्न –

1. वर्गीकरण का अर्थ बताओ ?
2. गुणात्मक वर्गीकरण का अर्थ स्पष्ट करो ?
3. चर किसे कहते हैं ?
4. मध्य मूल्य का अर्थ लिखो ?
5. खण्डित श्रृंखला को परिभाषित करो ?
6. वर्गान्तर किसे कहते हैं ?
7. अपवर्जी श्रृंखला से क्या अभिप्राय है ?
8. बारम्बारता का अर्थ लिखो ?
9. वर्ग से आप क्या समझते हैं ?
10. विविक्त चर किसे कहते हैं ?

### तीन / चार अंक वाले प्रश्न –

1. वर्गीकरण के मुख्य उद्देश्य बताइए ?
2. आदर्श वर्गीकरण के आवश्यक तत्व लिखो ?
3. संतत चर तथा विविक्त चर के बीच भेद कीजिए ?
4. वर्गीकरण के 3 महत्व बताइए ?
5. नीचे 10 विद्यार्थियों के अंक दिए गए हैं। इन्हें आरोही तथा अवरोही क्रम में व्यवस्थित करो –  
48, 50, 35, 40, 60, 55, 25, 75, 45, 65
6. निम्न आँकड़ों से अपवर्जी व समावेशी दोनों वर्गान्तर प्रयोग करते हुए आवृति वितरण की रचना करो –  
33, 10, 17, 15, 20, 12, 18, 16, 20, 22, 29, 23, 24, 16, 11, 16, 19, 24, 30, 29, 18, 42, 26, 32, 14, 40, 20, 23, 27, 30, 12, 15, 18, 24, 36, 18, 48, 21, 28

### छ: अंक वाले प्रश्न –

1. वर्गीकरण की विभिन्न विधियों का वर्णन कीजिए ?
2. सांख्यिकीय श्रृंखला को परिभाषित करो ? यह कितने प्रकार की होती है ? व्याख्या करो।
3. क्या आप इस बात से सहमत हैं कि वर्गीकृत आँकड़े अपरिष्कृत आँकड़ों की अपेक्षा बेहतर होते हैं ? समझाइए ।

### एक अंक वाले प्रश्नों के उत्तर—

1. एकत्रित आँकड़ों को उनकी समानता और असमानताओं के आधार पर विभिन्न वर्गों व समूहों में विभाजित करना वर्गीकरण कहलाता है।
2. विशेषताओं पर आधारित आँकड़ों के वर्गीकरण को गुणात्मक वर्गीकरण कहा जाता है। जैसे राष्ट्रीयता, साक्षरता, लिंग, वैवाहिक स्थिति आदि।
3. किसी तथ्य की वह विशेषता जिसमें परिवर्तन होते रहते हैं तथा जिन्हें किसी इकाई द्वारा मापा जाता है, चर कहलाता है।
4. किसी वर्ग की उच्च सीमा तथा निम्न सीमा के योग को 2 से भाग देकर मध्य मूल्य प्राप्त हो जाता है।
5. वह श्रृंखला जिसमें आँकड़ों को इस प्रकार प्रस्तुत किया जाता है कि प्रत्येक मद का निश्चित माप स्पष्ट हो जाता है, खण्डित श्रृंखला कहते हैं।
6. वर्ग की उच्च सीमा व निम्न सीमा के अन्तर को वर्गान्तर कहते हैं।
7. इसके द्वारा वर्गों का गठन इस प्रकार किया जाता है कि एक वर्ग की उच्च सीमा अगले वर्ग की निम्न सीमा के बराबर होती है। जैसे – 0–10, 10–20।
8. किसी वर्ग में शामिल मदों की संख्या को उस वर्ग की बारम्बारता कहते हैं।
9. निश्चित माप को स्पष्ट करने वाले चरों को विविक्त चर कहते हैं।
10. निश्चित माप को स्पष्ट करने वाले चरों को विविक्त चर कहते हैं।

### बार-बार दोहराये जाने वाले प्रश्न

1. आँकड़ों के वर्गीकरण के विभिन्न तरीकों / विधियों की व्याख्या करें ?

उत्तर अपरिष्कृत आँकड़ों को विभिन्न तरीकों से वर्गीकृत किया जा सकता है जो अध्ययन के उद्देश्य पर निर्भर करता है। वर्गीकरण के प्रकार निम्न प्रकार से है।

- 1) कालानुक्रमिक वर्गीकरण :— इस प्रकार के वर्गीकरण में आँकड़ों को समय के संदर्भ — जैसे वर्ष, तिमाही, मासिक या साप्ताहिक आदि के रूप में आरोही या अवरोही क्रम में वर्गीकृत किया जा सकता है।
- 2) स्थानिक वर्गीकरण :— इस वर्गीकरण के अन्तर्गत आँकड़ों का भौगोलिक स्थितियों जैसे कि देश, राज्य, शहर, जिला, कस्बा आदि के अनुसार वर्गीकृत किया जाता है।
- 3) गुणात्मक वर्गीकरण :— ऐसी विशेषताएँ जैसे राष्ट्रीयता, साक्षरता, धर्म, लिंग, वैवाहिक स्थिति आदि को गुण कहते हैं। इन्हें मापा नहीं जा सकता है। इन गुणों को गुणात्मक विशेषता की उपस्थिति या अनुपस्थिति के आधार पर वर्गीकृत कर सकते हैं। विशेषताओं पर आधारित आँकड़ों के ऐसे वर्गीकरण को गुणात्मक वर्गीकरण कहा जाता है।
- 4) मात्रात्मक वर्गीकरण :— ऊँचाई, भार, आयु, छात्रों के अंक आदि विशेषताओं की प्रकृति मात्रात्मक है। जब ऐसी विशिष्टताओं के संगृहित आँकड़ों को वर्गों में समूहित किया जाता है जो यह वर्गीकरण मात्रात्मक वर्गीकरण कहलाता है।

2. वर्गीकरण की मुख्य विशेषताओं का वर्णन कीजिये ?

उत्तर वर्गीकरण की मुख्य विशेषताएँ इस प्रकार से हैं –

- 1) सजातीयता – प्रत्येक वर्ग की इकाईयों में सजातीयता होनी चाहिये। किसी वर्ग विशेष की सभी इकाईयां उस गुण के आधार पर होनी चाहिये, जिसके आधार पर वर्गीकरण किया गया है।
- 2) स्पष्टता – वर्गीकरण इस प्रकार किया जाना चाहिये कि उनमें स्पष्टता सरलता के गुण विद्यमान हों। किसी प्रकार का संशय नहीं होना चाहिये। कोई पद केवल एक ही वर्ग में शामिल होना चाहिये, तभी ठीक वर्गीकरण प्राप्त किया जा सकता है।
- 3) लोचशीलता – एक आदर्श वर्गीकरण में लोचशीलता का गुण होना अति आवश्यक है। लोचशीलता से अभिप्राय है कि आवश्यकतानुसार एवं परिस्थितियों के साथ—साथ वर्गों में संशोधन किया जा सके।
- 4) व्यापकता – वर्गीकरण में व्यापकता का गुण होना आवश्यक है। व्यापकता का अभिप्राय है कि प्रत्येक इकाई किसी न किसी वर्ग में अवश्य सम्मिलित हो जाये। अतः वर्गीकरण करते समय इस बात का विशेष ध्यान रखना चाहिये कि वर्ग उचित एवं व्यापक हो।
- 5) अध्ययन के उद्देश्य के अनुकूल – वर्गीकरण करने के लिये आधार या सिद्धान्त का चयन सांख्यिकीय अध्ययन के अनुरूप होना चाहिये। यदि आधार का चुनाव अध्ययन के अनुरूप नहीं होगा तो किया गया समस्त कार्य निरर्थक हो जायेगा।

3. आरोही क्रम में व्यवस्थित करते हुये निम्न आंकड़ों की सहायता से विविक्त (खण्डित) आवृति श्रेणी की रचना कीजिए।

6    6    5    7    9    8    7    4    8    4

6    5    7    5    9    7    8    5    6    5

उत्तर

अंक	मिलान चिन्ह	बारंबारता
4	II	2
5	III	5
6	III	4
7	III	4
8	III	3
9	II	2
योग		20

4. निम्नलिखित आंकड़ों के आधार पर 7 का वर्ग अंतराल लेकर समावेशी विधि द्वारा एक बारंबारता वितरण तैयार कीजिए।

28	17	15	22	29	21	23	27	18	12	7	2
9	4	1	8	3	10	5	20	16	12	8	4
33	27	15	3	36	27	18	9	2	4	6	32
31	29	18	14	13	15	11	9	7	1	5	37
32	28	26	24	20	19	25	19	20	6	9	21

उत्तर: बारंबारता वितरण

वर्ग—अंतराल	मिलान चिन्ह	आवृति/बारंबारता
1 — 7		15
8 — 14		12
15 — 21		15
22 — 28		09
29 — 35		07
36 — 42		02
कुल		60

5. वर्गीकृत आंकड़ों में 'सूचना की क्षति' का क्या अर्थ है?

उत्तर आवृति वितरण अपरिष्कृत आंकड़ों को संक्षिप्त और समझने योग्य बनाता है। परन्तु वह उस वर्णन को नहीं दर्शाता जो कि अपरिष्कृत आंकड़ों में पाया जाता है और जिससे सूचना की क्षति होती है। जब अपरिष्कृत आंकड़ों को वर्गों में समूहीकृत किया जाता है। तब एक व्यक्तिगत अवलोकन का सांख्यिकीय गणना में कोई महत्व नहीं होता। उदाहरण के लिए माना वर्ग 20 — 30 में 5 मूल्य 22, 25, 23, 28 तथा 27 शामिल है। जब ऐसे आंकड़ों को वर्ग 20 — 30 के रूप में समूहित किया जाता है तब व्यक्तिगत मूल्यों का कोई महत्व नहीं होता और केवल आवृति अर्थात् 5 को लिखा जाता है न कि उनके वास्तविक मूल्यों को। इस वर्ग के सभी मूल्यों को वर्ग अन्तराल या वर्ग चिन्ह के मध्य मूल्य के बराबर मान लिया जाता है सांख्यिकी गणना वास्तविक मूल्यों के बजाय केवल वर्ग—चिन्ह के मूल्य पर आधिकृत होती है। परिणामस्वरूप, इससे सूचना की व्यापक हानि होती है।

## इकाई-2

### (स) आंकड़ों का प्रस्तुतीकरण

सामान्यतः आँकड़े जटिल होते हैं अतः उन्हें स्पष्ट एवं व्यवस्थित रूप में प्रस्तुत करना आवश्यक होता है। आंकड़ों के प्रस्तुतीकरण की तीन विधियां –

1. सारणीयन प्रस्तुतीकरण
2. चित्रमय प्रस्तुतीकरण
3. ग्राफीय प्रस्तुतीकरण

#### सारणीयन प्रस्तुतीकरण –

इसमें आंकड़ों को स्तम्भों तथा पंक्तियों के रूप में प्रस्तुत किया जाता है। इस विधि का प्रमुख लाभ यह है कि यह आंकड़ों को पुनः सांख्यिकीय व्यवहार तथा निर्णय प्रक्रिया के लिए व्यवस्थित करता है।

सारणी निर्माण के लिए आवश्यक है कि अच्छी सारणी के भागों को जाना जाये जिसके व्यवस्थित क्रमबद्ध तरीके से सारणी का निर्माण हो सके। सारणी निर्माण की सबसे सरल प्रक्रिया आंकड़ों का स्तम्भों और पंक्तियों में कुछ व्याख्यात्मक नोट के साथ प्रस्तुत करना है।

गुणों की संख्या के आधार पर एक गुणी, द्विगुणी और बहुगुणी वर्गीकरण का उपयोग सारणीयन में किया जा सकता है। एक अच्छी सारणी द्विगुणी में निम्न तत्व आवश्यक हैं –

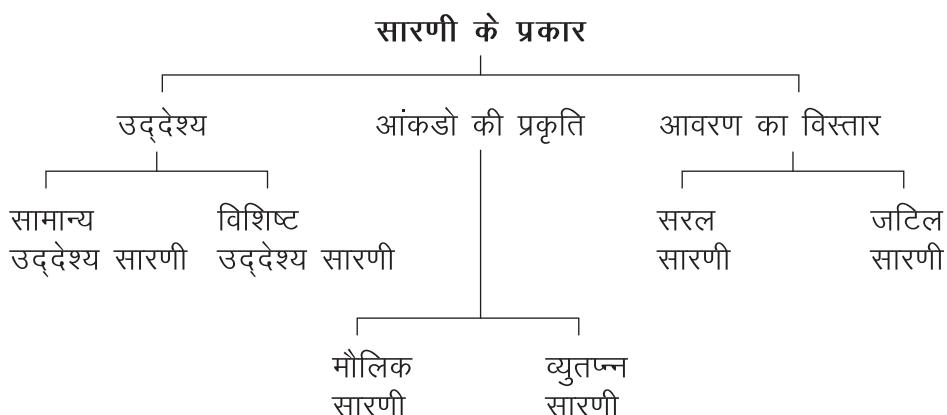
1. सारणी संख्या
2. शीर्षक
3. स्तम्भ शीर्षक (Caption)
4. पंक्ति शीर्षक (Row)
5. सारणी का आकार
6. मापन की इकाई
7. स्रोत नोट
8. फुटनोट (Footnote)

सारणी संख्या.....  
शीर्षक .....  
(शीर्ष नोट) .....

पंक्ति शीर्षक	स्तम्भ		कुल (पंक्ति)
	मुख्य	भाग	
कुल (स्तम्भ)			

स्रोत नोट .....  
फुट नोट .....

## सारणी के प्रकार



### सारणीय प्रस्तुतीकरण के गुण –

1. सरल एवं संक्षिप्त प्रस्तुतीकरण
2. सरल विश्लेषण
3. तुलना में सुविधा
4. मितव्ययी
5. आंकड़ों की विशेषताएं स्पष्ट हो जाती हैं।

### चित्रीय प्रस्तुतीकरण –

इस विधि में पाठ्य तथा सारणीयन प्रस्तुतीकरण कि तुलना में आकड़ों के द्वारा अँकड़ों का प्रभावपूर्ण तथा तुलनात्मक अध्ययन आसान हो जाता है।

चित्र सारणी की तुलना में कम या अधिक शुद्ध प्रस्तुतीकरण कर सकता है। सामान्य प्रयोग में प्रस्तुतीकरण के कई प्रकार हैं उनमें कुछ महत्वपूर्ण निम्न हैं –

1. ज्यामितीय चित्र
2. आवृत्ति चित्र
3. रेखीय ग्राफ

### ज्यामितीय चित्र –

इस श्रेणी में दण्ड आरेख तथा वृत्तीय आरेख आते हैं।

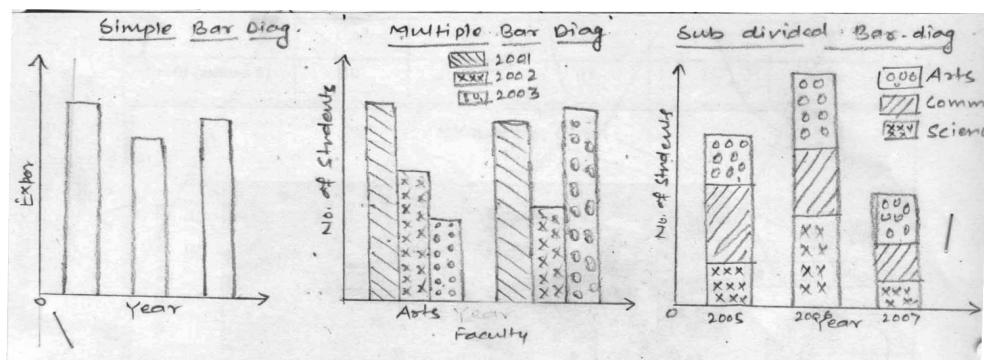
### दण्ड आरेख –

दण्ड आरेख प्रत्येक वर्ग के आंकड़ों के लिये आयताकार दण्ड का समूह है। दण्ड की ऊँचाई या लम्बाई आंकड़ों के परिमाण पर निर्भर करती है दण्ड आरेख के दण्ड को देखकर उनकी सापेक्षिक ऊँचाई के आधार पर आंकड़ों की तीव्रतर तुलना की जा सकती है।

### उदाहरण –

Year	1989	1990	1991	1992	1993
Profit	10	12	18	25	42

## विभिन्न दण्ड आरेखों का वित्तीय प्रस्तुतीकरण

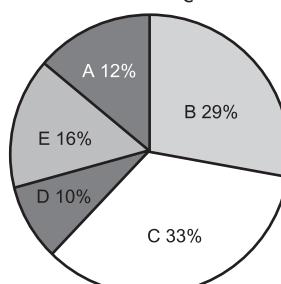


### वृत्तीय चित्र –

यह एक घटक चित्र है जिसमें वृत्त का क्षेत्र आनुपातिक रूप से प्रस्तुत घटकों के मध्य विभाजित होता है। इसे पाई चार्ट, वृत्तीय आरेख, पिज्जा चार्ट और सेक्टर आरेख भी कहा जाता है।

वृत्त घटकों के अनुसार विभिन्न भागों में विभाजित होता है तथा प्रत्येक विभाजन के लिए वृत्त के केन्द्र से परिधि तक सीधी रेखा खींची जाती है।

1. वृत्तीय चित्र वर्ग के निरपेक्ष मूल्य से नहीं बनाया जाता है। प्रत्येक वर्ग का मूल्य कुल मूल्य के प्रतिशत में प्रस्तुत किया जाता है।
2. वृत्त को  $3.6^\circ$  ( $360/100$ ) के 100 समान भागों में बाँटा जा सकता है। प्रत्येक घटक कोणीय मान को वृत्त में प्रस्तुत करने के लिए उसके प्रतिशत भाग को  $3.6^\circ$  से गुणा कर के प्राप्त किया जाता है।
3. यह जानना रुचिपूर्ण है कि ऑकड़ों के द्वारा प्रदर्शित घटकों को ठीक-ठीक वृत्त में दर्शाया जा सकता है। इसकी एकमात्र आवश्यक शर्त है कि उनके निरपेक्ष मूल्य को प्रतिशत मूल्य में बदलने के उपरान्त ही वृत्तीय आरेख में उपयोग किया जाये।



### ग्राफीय प्रस्तुतीकरण

#### आवृत्ति चित्र –

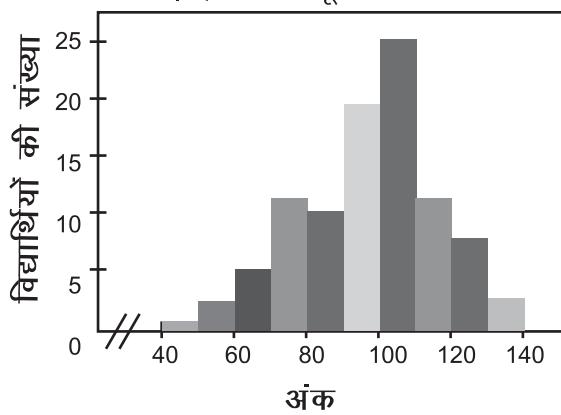
सामूहिक आवृत्ति वितरण के रूप में ऑकड़े सामान्यतः आवृत्ति चित्रों जैसे आयत

चित्र, बहुभुज तथा ओजाइव वक्र के रूप में प्रस्तुत किए जाते हैं।

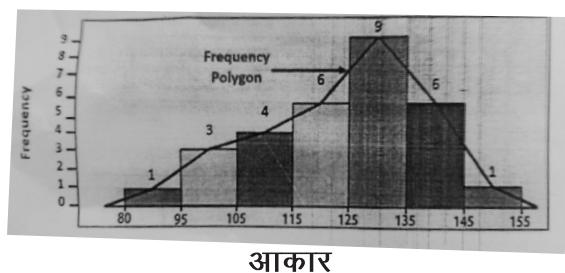
### आयत चित्र –

यह एक द्वि विमीय चित्र है। इसमें वर्ग अन्तराल तथा उनकी आवृत्तियों को आयत के रूप में प्रस्तुत करके बनाया जाता है।

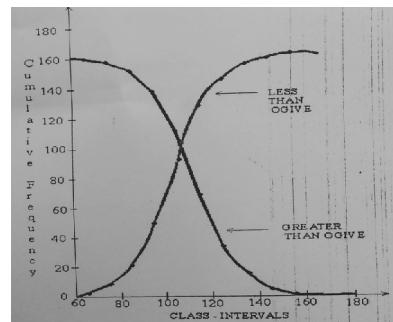
- आँकड़ों को आयत चित्र में प्रस्तुत करने के लिए आयत की ऊँचाई (आवृत्ति) और आधार (वर्ग अन्तराल) होता है।
- खण्डित चर के लिए आयत चित्र सम्भव नहीं है।
- यदि वर्ग सतत नहीं है तो पहले उन्हें सतत वर्ग में परिवर्तित किया जाता है।
- आयत चित्र में दो आयत के मध्य कोई रिक्तता नहीं रहती जबकि दण्ड आरेख में ऐसा होता है।
- दण्ड आरेख में आयत की चौड़ाई महत्वपूर्ण नहीं होती जबकि आयत चित्र में ऊँचाई के साथ—साथ चौड़ाई भी महत्वपूर्ण होती है।



**बहुभुज** – आवृत्ति बहुभुज चार या चार से अधिक रेखाओं से घिरी हुई होती है। यह आयत चित्र का विकल्प है और आयत चित्र से ही प्राप्त किया जाता है। एक आवृत्ति बहुभुज आयतचित्र के अनुरूप बनाया गया वक्र है। इसे बनाने की सबसे सामान्य विधि है – आयतचित्र के शीर्ष मध्य बिन्दुओं को सरल रेखा द्वारा मिलाते हुए दोनों सिरों को बढ़ाकर आधार रेखा तक बन्द कर दिया जाता है।



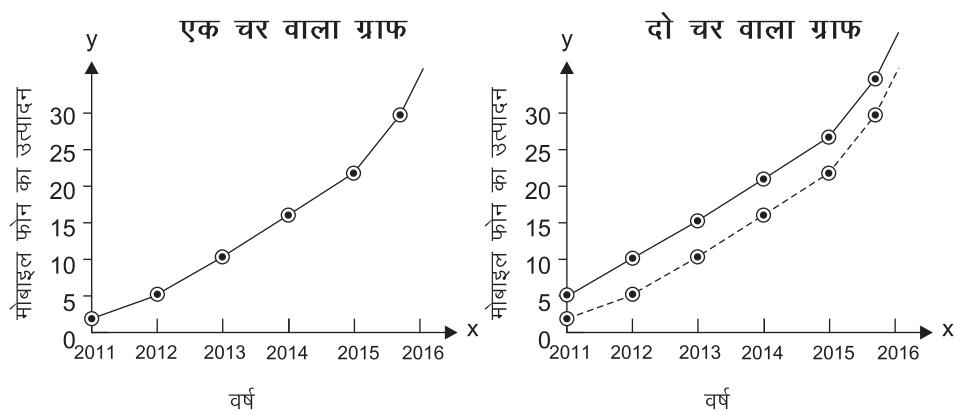
**ओजाइव या संचयी आवृत्ति वक्र** – ओजाइव को संचयी आवृत्ति वक्र भी कहते हैं। जैसा कि संचयी आवृत्ति के दो प्रकार (से कम) या (से अधिक) होते हैं। अतः हमारे पास दो प्रकार की संचयी आवृत्ति वक्र हैं। आवृत्ति बहुभुज की तुलना में इसमें  $y$ -अक्ष पर संचयी आवृत्ति को दर्शाया जाता है। तथा  $x$ -अक्ष पर वर्ग-अंतराल को। “से कम” विधि में वर्ग आवृत्ति में पिछले वर्ग अंतराल की आवृत्तियों को जोड़ा जाता है जबकि “से अधिक” में घटाया जाता है। इस प्रकार अनुरूप वर्ग अंतराल की उपरी और निम्न सीमा के अनुसार अंकित करते हैं तथा प्राप्त बिन्दुओं को मुक्त हस्त से मिला दिया जाता है। दो संचयी आवृत्ति वक्रों की विशिष्ट विशेषता होती है कि इनका प्रतिच्छेदन पद माध्यिका का मूल्य प्रदान करता है।



**कालिक श्रृंखला ग्राफ या रेखीय ग्राफ** – आंकड़ों के चित्रीय प्रस्तुतीकरण की रेखीय ग्राफ विधि को कालिक श्रृंखला ग्राफ विधि भी कहा जाता है। इसमें समय (घंटा, मिनट, सेकण्ड, दिन, महीना, वर्ष इत्यादि) को  $x$ -अक्ष पर अंकित किया जाता है तथा आश्रित चर को  $y$ -अक्ष पर अंकित किया जाता है तथा आश्रित चर को  $y$ -अक्ष पर अंकित किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त इन बिन्दुओं को सरल रेखा से मिलाने पर रेखीय ग्राफ प्राप्त किया जाता है। यह सामयिक चलन (ट्रेड) को समझने में सहायक है।

### ग्राफ के प्रकार

1. एक चर वाले ग्राफ
2. दो या दो से अधिक चरों वाले ग्राफ



चित्रों व ग्राफ बनाने के सामान्य नियमः

- (i) उचित आकार
- (ii) उपयुक्त शीर्षक
- (iii) उचित पैमाना
- (iv) केवल चिन्हों व रंगों का प्रयोग
- (v) शब्दों अथवा अंकों का कम प्रयोग
- (vi) सरल
- (vii) आंकड़ों का विवरण
- (viii) आकर्षक एवं प्रभावशाली

चित्रीय तथा ग्राफिक प्रस्तुतिकरण की सीमाएँः

- (i) सीमित उपयोग
- (ii) दुरुपयोग
- (iii) केवल प्राथमिक निष्कर्ष

### प्रश्नावली

एक अंक वाले प्रश्न—

1. सारणीयन से क्या अभिप्राय है ?
2. सारणी के अंतर्गत क्षेत्र या कलेवर से क्या अभिप्राय है ?
3. बहुगुणी सारणी से क्या अभिप्राय है ?
4. दण्ड आरेख से क्या अभिप्राय है ?
5. उपविभाजित दण्ड आरेख या अंतर्विभक्त दण्ड आरेख को परिभाषित कीजिए।
6. वृत्तीय आरेख को परिभाषित कीजिए।
7. आयत चित्र से क्या अभिप्राय है ?
8. आवृत्ति वक्र किसे कहा जाता है ?
9. आयत चित्र के मध्य बिन्दुओं को सरल रेखा द्वारा मिलाकर बनाए गए चित्र को किस नाम से जाना जाता है ?
10. ओजाइव (तोरण) वक्र को परिभाषित कीजिए।
11. कृत्रिम आधार रेखा का प्रयोग क्यों किया जाता है ?

तीन / चार अंक वाले प्रश्न

1. आदर्श सारणी की प्रमुख विशेषताएँ लिखिए।
2. सारणीयन प्रस्तुतीकरण के प्रमुख लाभ / गुण लिखिए।
3. वृत्तीय व चित्रमय प्रदर्शन के बीच कोई तीन अंतर लिखिए।

4. सारणीयन व चित्रमय प्रदर्शन के बीच कोई तीन अंतर लिखिए।  
 5. निम्नलिखित आँकड़ों को बहुगुणी दण्ड आरेख द्वारा प्रस्तुत कीजिए –

वर्ष	कला	विज्ञान	कॉमर्स
2011–12	500	300	200
2012–13	600	250	300
2013–14	700	350	400

6. निम्नलिखित आँकड़ों के आधार पर एक परिवार के उपभोग व्यय को वृत्तीय चित्र की सहायता से प्रस्तुत कीजिए।

मद्दें	व्यय (प्रति वर्ष में)
वस्त्र	15
भोजन	60
शिक्षा	10
बिजली	5
अन्य	10

7. निम्नलिखित आँकड़ों की सहायता से आयत चित्र बनाइए।

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0–9	4
10–19	17
20–29	25
30–39	32
40–49	13
50–59	6

8. विद्यालय निर्माण लागत के आँकड़ों को वृत्तीय आरेख द्वारा प्रस्तुत कीजिए।

मदे	प्रतिशत व्यय
मजदूरी	27.2
ईंटें	12.9
इस्पात	15.4
सीमेंट	15.9
लकड़ी	12.5
निरीक्षण	16.5

#### छ: अंक वाले प्रश्न

- आदर्श सारणी के प्रमुख भागों की व्याख्या कीजिए।
- आदर्श सारणी का निर्माण करते समय रखी जाने वाली प्रमुख सावधानियों का उल्लेख कीजिए।
- निम्नलिखित आँकड़ों की सहायता से 'से कम' तथा 'से अधिक' ओजाइव (तोरण) बनाइए :—

अंक	छात्रों की संख्या
0—10	7
10—20	12
20—30	15
30—40	30
40—50	22
50—60	14

4. निम्न आँकड़ों की सहायता से आयत चित्र तथा आवृति बहुभुज बनाइए।

अंक	छात्रों की संख्या
30–35	10
35–40	12
40–45	20
45–50	26
50–55	38
55–60	28
60–65	18
65–70	12

#### एक अंक वाले प्रश्नों के उत्तर –

1. यह संकलित आँकड़ों को प्रस्तुत करने की ऐसी विधि है जिसमें आँकड़ों को स्तम्भों (कॉलम) तथा पंक्तियों के रूप में प्रस्तुत किया जाता है।
2. क्षेत्र या कलेवर सारणी का वह भाग है जिसमें सभी सूचनाएँ दिखाई जाती हैं।
3. आँकड़ों की तीन से अधिक विशेषताओं को प्रदर्शित करने वाली सारणी बहुगुणी सारणी कहलाती है।
4. दण्ड आरेख ऐसा वक्र है जिसमें आँकड़ों को दण्ड व आयतों के रूप में प्रस्तुत करता है।
5. उपविभाजित दण्ड चित्र ऐसा आरेख है जो किसी तथ्यों के कुल मूल्य तथा उपविभाजन को प्रस्तुत करता है।
6. इसे कोणीय आरेख भी कहा जाता है यह ऐसी वक्र है जिसमें वृत्त को विभिन्न भागों में आँकड़ों के प्रतिशत, सापेक्ष व कोणीय मूल्यों के आधार पर बांटा जाता है।
7. आयत चित्र मदों तथा उनकी आवृत्तियों को आयत के रूप में प्रदर्शित करके बनाया जाता है।
8. आवृति वक्र आवृति बहुभुज वक्र का वह सरलतम रूप है जिसे आयत चित्र के सभी आयतों के शीर्ष के मध्य बिन्दुओं को मुक्त हस्त रीति द्वारा रेखा खींचकर बनाया जाता है।
9. ओजाइव वक्र संचयी आवृत्तियों (से कम, से अधिक) को अंकित करके बनाया जाता है।
10. आवृति बहुभुज।

11. शून्य तथा चर के न्यूनतम मूल्य में यदि बहुत अधिक अंतर हो तो इस अंतर को कम करने के लिए कृत्रिम आधार रेखा का प्रयोग किया जाता है।

#### बार—बार दोहराये जाने वाले प्रश्न—

10. सारणीयन से अभिप्राय है ?

उत्तर सार्विकी अँकड़ों को स्तम्भों और पंक्तियों के रूप में प्रस्तुत करने की क्रिया को सारणीयन कहते हैं।

11. आयत चित्र, आवृत्ति बहुभुज एवं संचयी आवृत्ति वक्र के निर्माण संबंधी बातें बतायें।

(3 / 4 अंक)

उत्तर आयत चित्र — सभी चित्र के उपरी भागों के मध्य बिन्दुओं को सरल रेखा द्वारा जोड़े।

आवृत्ति बहुभुज — सभी चित्र के उपरी भागों के मध्य बिन्दुओं को सरल—रेखा द्वारा जोड़े।

संचयी आवृत्ति वक्र — आयत चित्र के उपरी भागों के मध्य बिन्दुओं को मुक्त हस्त द्वारा जोड़े।

12. सारणी के प्रमुख अंगों (भागों) का वर्णन कीजिए। (6 अंक )

उत्तर निम्न से किसी छः अंगों का वर्णन —

- अ) सारणी संख्या
- ब) शीर्षक
- स) उपशीर्षक
- द) पंक्ति शीर्षक
- य) टिप्पणी
- र) स्रोत
- ल) सारणी का कलेवर
- व) माप की इकाई

## इकाई-3

### (क) केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप

- केन्द्रीय प्रवृत्ति वह एक संख्यात्मक मूल्य है जो आंकड़ों के पूरे समूह का प्रतिनिधित्व करता है।
- समान्तर माध्य – किसी श्रृंखला के सभी मूल्यों के योग को उसकी संख्या से भाग देने पर प्राप्त संख्या समान्तर माध्य कहलाती है।
- समान्तर माध्य के प्रकार
  - क) सामान्य अथवा सरल समान्तर माध्य – सभी पदों को समान महत्व देते हुए जो समान्तर माध्य प्राप्त होता है उसे सरल समान्तर माध्य कहते हैं।
  - ख) भारित माध्य – यदि श्रृंखला के सभी मदों को उनके महत्व के अनुसार भार देते हुए जब माध्य ज्ञात करते हैं, उसे भारित माध्य कहते हैं।

- समान्तर माध्य ज्ञात करने के सूत्र

श्रेणी व्यक्तिगत	प्रत्यक्ष विधि $\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$	लघु विधि $\bar{x} = A + \frac{\sum d}{N}$	पद विचलन विधि $\bar{x} = A + \frac{\sum d^l}{N} \times i$
खण्डित	$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$	$\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{N}$	$\bar{x} = A + \frac{\sum fd^l}{N} \times i$
अखण्डित	$\bar{x} = \frac{\sum fm}{N}$	$\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{N}$	$\bar{x} = A + \frac{\sum fd^l}{N} \times i$

- भारित माध्य = 
$$\frac{\sum wx}{\sum w}$$
- सामान्तर माध्य के गुण तथा दोष –
 

गुण	दोष
1. गणना में सरल	1. सीमांत मूल्यों का प्रभाव
2. सभी मूल्यों पर आधारित	2. गलत निष्कर्ष संभव
3. समान्तर माध्य का मान निश्चित	3. यदि आँकड़े गुणात्मक हो तो माध्य संभव नहीं।
4. आंकड़ों को व्यवस्थित करने की आवश्यकता नहीं	4. ग्राफ से माध्य संभव नहीं

- माध्यिका – वह मूल्य जो श्रेणी को दो बराबर भाग में बाँटता हो उसे माध्यिका कहते हैं। इसे द्वितीय चतुर्थक भी कहते हैं।
- चतुर्थक – वह मूल्य जो श्रेणी को चार भागों में विभाजित करे उसे चतुर्थक कहते हैं।

प्रथम या निम्न चतुर्थक → Q1

द्वितीय या मध्यम चतुर्थक → Q2 → (मध्यिका)

तृतीय या उच्च चतुर्थक → Q3

- माध्यिका एवं चतुर्थक ज्ञात करने का सूत्र –

माप श्रेणी

व्यक्तिगत श्रेणी

खण्डित श्रेणी

अखण्डित श्रेणी

$$Q1 \quad \left(\frac{N+1}{4}\right) \text{वां पद} \quad \left(\frac{N+1}{4}\right) \text{वां पद} \quad \frac{N}{4} \text{ वां पद.} = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - c.f}{f} \times i$$

$$Q2(M) \quad \left(\frac{N+1}{2}\right) \text{वां पद} \quad \left(\frac{N+1}{2}\right) \text{वां पद} \quad \frac{N}{2} \text{ वां पद.} = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - c.f}{f} \times i$$

$$Q3 \quad 3\left(\frac{N+1}{4}\right) \text{वां पद} \quad \left(\frac{N+1}{4}\right) \text{वां पद} \quad 3\left(\frac{N}{4}\right) \text{ वां पद.} = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - c.f}{f} \times i$$

- माध्यिका के गुण एवं दोष –

गुण

1. गणना सरल है
2. इसे ग्राफ से ज्ञात कर सकते हैं
3. सीमांत मूल्य से अप्रभावित
4. श्रेणी के अपूर्ण होने पर भी ज्ञात करना सम्भव

दोष

1. औँकड़ों को व्यवस्थित करना पड़ता है।
2. सभी मूल्यों पर आधारित नहीं है।
3. जब आवृत्तियाँ अनियमित हो तब माध्यिका श्रेणी का प्रतिनिधित्व नहीं करता है।
4. बीजगणितीय उपयोग संभव नहीं

- बहुलक – वह मूल्य जो श्रृंखला में सबसे अधिक बार आता है।

$$\text{बहुलक } (Z) = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$L_1$  = बहुलक वर्ग की निम्न सीमा

$f_2$  = बहुलक वर्ग के बाद की आवृत्ति

$f_1$  = बहुलक वर्ग की आवृत्ति

$i$  = बहुलक वर्ग का वर्ग अन्तराल

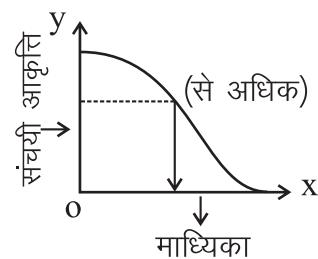
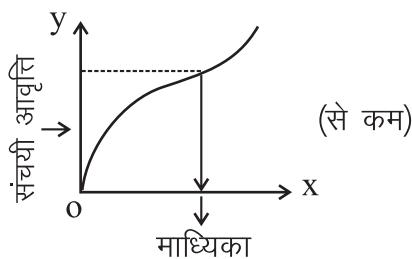
$f_0$  = बहुलक वर्ग के पूर्व की आवृत्ति

- बहुलक के गुण तथा दोष:

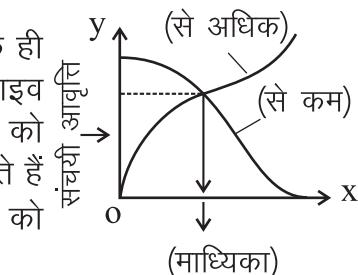
- गुण
  - सरल माप
  - ग्राफ द्वारा ज्ञात करना संभव
  - सीमांत मूल्य का प्रभाव नहीं
- दोष
  - सभी मूल्यों पर आधारित नहीं
  - समूहीकरण की विधि जटिल
  - बीजगणितीय उपयोग संभव नहीं

- $\boxed{\text{बहुलक} = 3 \text{ (माध्यिका)} - 2 \text{ (माध्य)}}$

- माध्यिका ज्ञात करने की ग्राफीय विधि
- विधि-1 से कम से अधिक विधि – सबसे पहले श्रेणी को ‘से कम’ या ‘से अधिक’ वितरण में बदला जाता है। उसके बाद ऑकड़ों को ग्राफ में प्रदर्शित करते हैं। शृंखला की  $N/2$ वां पद निर्धारित करके,  $X$  अक्ष पर लम्ब डाला जाता है उसके बाद माध्यिका ज्ञात कर सकते हैं

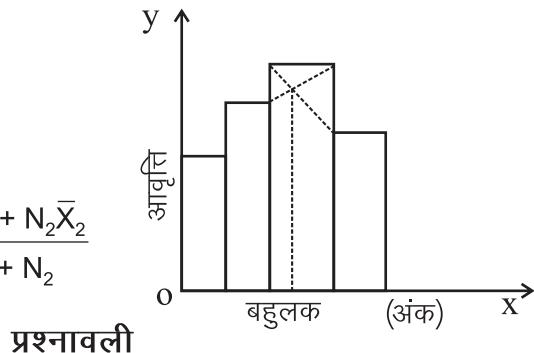


- विधि-2 से कम तथा से अधिक विधि – एक ही ग्राफ पर ‘से कम’ एवं ‘से अधिक’ दोनों ओजाइव खीच कर दोनों वक्र जहाँ पर एक दूसरे को काटते हैं उस बिन्दु से  $x$  अक्ष पर लम्ब डालते हैं  $x$  अक्ष पर जहाँ लम्ब गिरता है उस मूल्य को माध्यिका कहते हैं।
- बहुलक – शृंखला को आयत चित्र में प्रस्तुत करते हैं उसके बाद सबसे ऊँचे आयत वर्ग को बहुलक वर्ग कहते हैं। बहुलक वर्ग के एक कोने को दूसरे आयत वर्ग के किनारे से मिलाते हैं बहुलक वर्ग के



दूसरे कोने को सामने वाले आयत वर्ग से मिलाते हैं ये दोनों रेखाएं जहाँ भी एक दूसरे को काटते हैं वहाँ से X अक्ष पर लम्ब डाला जाता है लम्ब बिन्दु को बहुलक कहते हैं

- सयुक्त माध्य  $\bar{X}_c = \frac{N_1\bar{X}_1 + N_2\bar{X}_2}{N_1 + N_2}$



#### एक अंक वाले प्रश्न—

1. समांतर माध्य कितने प्रकार के होते हैं ?
2. यदि बहुलक का मूल्य 64 और मध्यका 48 है तो समांतर माध्य क्या होगा ?
3. किसीश्रेणी में माध्य से विचलन का योग क्या होगा ?
4. चार छात्रों के अंक 10, 20, 15, 5 हैं | माध्य ज्ञात करो |
5. सामूहिक माध्य का सूत्र लिखो |
6. माध्यिका का एक दोष लिखो |
7. बहुलक का कोई एक गुण बताओ |
8. माध्य, माध्यिका एवं बहुलक में सम्बंध लिखो |
9. 8, 15, 17, 20, 20, 21, 20, 25, 20 के लिए बहुलक ज्ञात करो |
10. भारित माध्य के लिए सूत्र लिखो |
11. माध्यिका को परिभाषित कीजिए |
12. चतुर्थक को परिभाषित कीजिए |
13. सबसे लोकप्रिय सांख्यिकीय औसत का नाम लिखिए |
14. औसत का एक उद्देश्य लिखिए |
15. मध्यिका का सूत्र लिखिए |

#### तीन या चार अंक वाले प्रश्न—

1. माध्यिका के दो गुण तथा दोष लिखो ?
2. बहुलक के तीन लाभ लिखो ?

3. 30 विद्यार्थियों द्वारा सांख्यिकी में 52 औसत अंक प्राप्त किए गए। यदि सबसे ऊपर के 6 विद्यार्थियों का औसत 31 हो तो अन्य विद्यार्थियों के औसत प्राप्तांक ज्ञात करो। उत्तर 57.25

4. 100 विद्यार्थियों का औसत प्राप्तांक 40 पाया गया। बाद में पाया गया कि 53 को गलती से 83 पढ़ लिया गया। सही माध्य ज्ञात करो? उत्तर 39.  
7

5. माध्य की गणना करो

वर्ग अन्तराल : 1–10    11–20    21–30    31–40    41–50

बारम्बारता :    4            10            20            1            3

उत्तर ( $\bar{X} = 25.7$ )

6. प्रथम चतुर्थक तथा तृतीय चतुर्थक का ज्ञात करो—

6, 8, 10, 12, 18, 19, 23, 23, 24, 28, 37, 48, 49, 53, 56, 60.

उत्तर (Q1=12, Q3=48)

7. दर्शाइए कि गणितीय माध्य से चरों के मानों के विचलनों का योग भून्य होता है।

#### छ: अंक वाले प्रश्न :

1. यदि  $\bar{X} = 52$  हो तो लुप्त बारम्बारता ज्ञात करो—

वर्ग अन्तराल: 10–20    20–30    30–40    40–50    50–60    60–70    70–80

बारम्बारता :    5            3            4            ?            2            6            13

उत्तर — 7

2. निम्न सूचना के आधार पर लघु विधि द्वारा माध्य की गणना करो—

अंक : 0–10    10–20    20–30    30–40    40–50

विद्यार्थियों की संख्या :    4            6            10            20            10

उत्तर ( $\bar{X} = 30.2$ )

3. पद विचलन विधि द्वारा माध्य ज्ञात करो—

वर्ग अन्तराल: 5–15    15–25    25–35    35–45    45–55    55–65

बारम्बारता :    8            12            6            14            7            3

उत्तर ( $\bar{X} = 31.8$ )

4. माध्यिका की गणना कीजिए –

आयु : 55–60	20–25	25–30	30–35	35–40	40–45	45–50	50	—	5	5
व्यक्तियों की सं. : 50	70	100	180	150	120	70	60			
उत्तर ( $M=40$ )										

5. बहुलक ज्ञात कीजिए –

वर्ग अंतराल : 35–40	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25	25–30	30	—	3	5
बारम्बारता : 50	7	9	11	28	30	22	7	5		
उत्तर ( $Z=21$ )										

6. प्रथम तथा तृतीय चतुर्थक ज्ञात करो ज्ञात कीजिए –

वर्ग अंतराल : 30–35	35–40	40–45	45–50	50–55	55–60	60–65
बारम्बारता : 50	14	16	18	23	18	8
उत्तर ( $Q1=38.43, Q3=51.11$ )						

7. निम्न आंकड़ों द्वारा माध्य, माध्यिका तथा बहुलक की गणना करो –

अंक : 35–40	40–45	45–50	50–55	55–60	60–65
विद्यार्थियों की संख्या : 50	7	9	11	28	30
उत्तर ( $\bar{X}=37.3, M=36.7, Z=36$ )					

8. ग्राफीय निरूपण द्वारा माध्यिका ज्ञात करो –

वर्ग अंतराल : 0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
बारम्बारता : 50	6	11	20	12	6
उत्तर ( $M=26.5$ )					

एक अंक वाले प्रश्नों के उत्तर :

- समान्तर माध्य दो प्रकार का होता है।  
(क) सरल समान्तर      (ख) भारित समान्तर माध्य
- बहुलक = 3 माध्यिका – 2 माध्य

$$64 = 3 \times 48 - 2 \bar{X}$$

$\bar{X} = 40$
----------------

3. शून्य

4.  $\bar{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{10+20+15+5}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$

5.  $\bar{X}_c = \frac{N_1\bar{X}_1 + N_2\bar{X}_2}{N_1 + N_2}$

6. सभी मूल्यों पर आधारित नहीं है।

7. ग्राफ द्वारा ज्ञात करना संभव।

8. बहुलक = 3 माध्यिका – 2 माध्य

9. बहुलक = 20

10.  $\bar{X}_w = \frac{\sum wx}{\sum w}$

11. वह मूल्य जो श्रेणी को दो बराबर भागों में विभाजित करें, उसे माध्यिका कहते हैं।

12. वह मूल्य जो श्रेणी को चार बराबर भागों में विभाजित करे, उसे चतुर्थक कहते हैं।

13. समान्तर माध्य

14. यह विशाल आंकड़ों को संक्षिप्त रूप से प्रस्तुत करता है।

15. माध्यिका =  $I_1 + \frac{N/2 - C.F.}{f} \times i$

## **बार बार पूछे जाने वाले प्रश्न**

प्र. 1 निम्न स्थितियों में कौन—सा औसत उपयुक्त होगा :—

- अ) तैयार वस्त्रों का औसतन आकार ।
- ब) एक कारखाने की औसत मजदूरी ।
- स) जब चरों की मात्रा अनुपात में हो ।

उ. अ) बहुलक

- ब) समान्तर माध्य
- स) समान्तर माध्य

प्र. 2 माध्य एवं माध्यिका के गुण – दोष बताइए?

उ. माध्य के गुण –

- अ) गणना सरल
- ब) श्रेणी के प्रत्येक मूल्य का प्रभाव
- स) बीजगणितीय विवेचन सम्भव

माध्यिका के गुण –

- अ) गणना सरल
- ब) मूल्य निश्चित
- स) ग्राफ द्वारा गणना संभव

माध्य के दोष –

- अ) चित्र द्वारा प्रदर्शन संभव नहीं
- ब) गुणात्मक आंकलन कार्य हेतु उपयोगी नहीं
- स) सभी मूल्यों का मान गणना के लिए आवश्यक

माध्यिका के दोष –

- अ) आँकड़ों को व्यवस्थित करना आवश्यक
- ब) बीजगणितीय विवेचन संभव नहीं।
- ग) सीमान्तः मूल्यों का प्रभाव नगण्य।

प्र. 3 एक आदर्श औसत के आवश्यक तत्व क्या है ?

(6 अंक)

उ. अ) सरल व समझने योग्य

- ब) सभी मदों पर आधारित

- द) बीजगणितीय उपयोग संभव

- य) चरम मूल्यों द्वारा अप्रभावित

- र) निरपेक्ष संख्या

- ल) प्रतिदर्श के परिवर्तन से कम प्रभावित हो

- प्र. 4 औसत के मुख्य उद्देश्य तथा कार्य लिखिए।
- उ. औसत के मुख्य उद्देश्य तथा कार्य निम्नलिखित है:
1. यह विभिन्न समूहों के मध्य संबंध स्थापित करता है।
  2. यह विशाल आंकड़ों को संक्षिप्त रूप में प्रस्तुत करता है।
  3. यह तुलना को आसान करता है।
  4. यह निर्णय लेने में सहायता करता है।
- प्र. 5 समान्तर माध्य की विशेषताएँ लिखिए।
- उ. समान्तर माध्य की विशेषताएँ निम्नलिखित हैं।
1. समान्तर माध्य से अवलोकनों के विचलनों का योग हमेशा शून्य होता है।
  2. समान्तर माध्य से मदों के विचलनों के वर्गों का योग न्यूनतम होता है।
  3. यदि एक श्रेणी के प्रत्येक अवलोकन को एक स्थिरांक जैसे  $K$  द्वारा बढ़ाया या घटाया जाता है तो नई श्रेणी का समान्तर माध्य भी  $K$  से बढ़ाया घट जाता है।
  4. यदि एक श्रेणी के सभी मदों को एक स्थिरांक से गुणा या भाग कर दिया जाता है तो इन अवलोकनों का माध्य भी इससे गुणा या भाग हो जाता है।

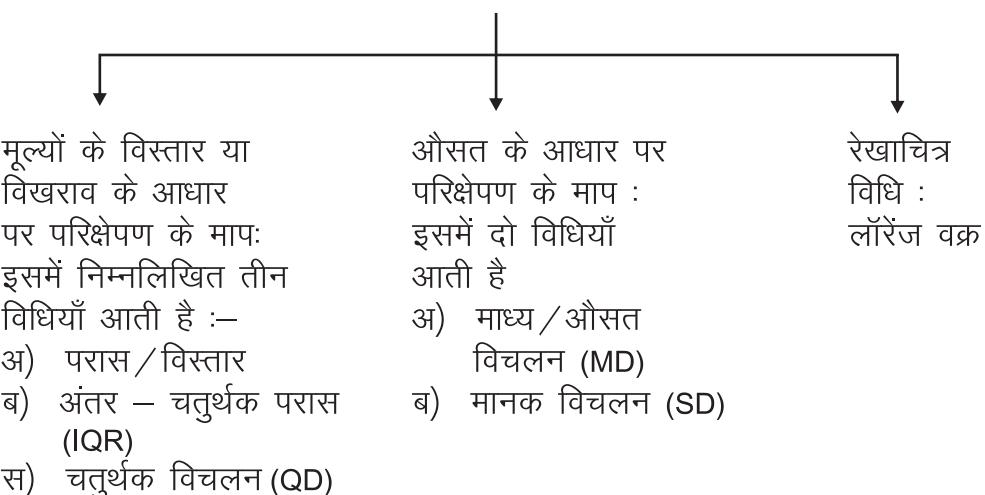
## इकाई-3

### (ख) परिक्षेपण के माप

#### परिक्षेपण

केन्द्रीय मूल्यों से आँकड़े के फैलाव को परिक्षेपण कहा जाता है। यह बताता है कि वितरण का मान उसके औसत मान से कितना भिन्न है।

#### परिक्षेपण मापन की विधियाँ



#### प्रक्षेपण के माप

**निरपेक्ष माप:** प्रक्षेपण के वे मान जिन्हें श्रेणी की मूल इकाइयों के रूप में व्यक्त किया जाता है निरपेक्ष माप कहलाते हैं। निरक्षेप मापों को साकार इकाइयों में अभिव्यक्त किया जाता है। अर्थात् ऐसी इकाइयों से जिनमें आँकड़ों को प्रदर्शित किया जाता है जैसे रूपये, मीटर आदि। ऐसे माप दो वितरणों के विचरणों की तुलना करने में उपयुक्त नहीं होते हैं जिन्हें मापने की विभिन्न इकाइयों में अभिव्यक्त किया जाता है।

**साक्षेप माप:** प्रक्षेपण के वे माप जिन्हें औसत के प्रतिशत या अनुपात के रूप में मापा जाता है, सापेक्ष माप कहलाते हैं। सापेक्ष माप को कई बार परिक्षेपण के गुणांक भी कहा जाता हैं क्योंकि गुणांक मापने की इकाई से स्वतंत्र होता है। दो या दो से अधिक श्रेणियों की तुलना भी साक्षेप माप की सहायता से की जाती है जबकि श्रेणियों की इकाइयां भी विभिन्न होती हैं।

### निरपेक्ष माप

$$(1) \text{ परास} = L - S$$

(2) चतुर्थक विचलन

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

(3) माध्य विचलन

$$MD_x^- = \frac{\sum |dx|}{N}$$

(4) मानक विचलन

$$S.D. \text{ or } \sigma = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{N}}$$

### सापेक्ष माप

$$(1) \text{ परास गुणांक} = \frac{L - S}{L + S}$$

(2) चतुर्थक विचलन गुणांक—

$$= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

(2) माध्य विचलन गुणांक

$$= \frac{MD_{\bar{x}}}{\bar{X}}$$

(4) मानक विचलन

$$\text{गुणांक} = \frac{S.D.}{\bar{X}}$$

$$(5) \text{ विचरण गुणांक (C.V)} = \frac{S.D.}{\bar{X}} \times 100$$

मूल्यों के विस्तार के आधार पर परिक्षेपण के माप

1. परास / विस्तार (R) = अधिकतम मान – न्यूनतम मान

$$R = L - S$$

$$\text{परास / विस्तार का गुणांक (CR)} = \frac{L - S}{L + S}$$

टिप्पणी : परास का अधिक मान अधिक परिक्षेपण को तथा कम मान निम्न परिक्षेपण को व्यक्त करता है।

2. अंतर – चतुर्थक विस्तार / परास (IQR)

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

जहाँ  $Q_3$  = तृतीयक चतुर्थक

$Q_1$  = प्रथम चतुर्थक

टिप्पणी :

1. यह किसी वितरण में माध्य के 50% मानों पर आधारित होता है।

2. यह चरम मानों के द्वारा प्रभावित नहीं होता है।

3. चतुर्थक – विचलन (QD) :-

$$QD = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

इसे अर्द्ध अंतर – चतुर्थक विस्तार भी कहते हैं।

$$\text{चतुर्थक विचलन गुणांक (CQD)} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

चतुर्थक – ज्ञात करने की विधि इकाई-3 में दी गई है।

औसत के आधार पर परिक्षेपण की माप :

- माध्य विचलन यह किसी केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप (माध्य, माध्यिका या बहुलक) से विभिन्न मूल्यों के विचलनों के माध्य से निकाला जाता है। इसमें केवल निरपेक्ष मूल्य लिए जाते हैं। धनात्मक तथा ऋणात्मक चिह्नों की अवहेलना कर दी जाती है। इसके लिए दो समान्तर खड़ी रेखाएँ का प्रयोग करते हैं। इसमें केवल निरपेक्ष मूल्य ही लिए जाते हैं।

श्रेणी के यह सभी मानों पर आधारित होता है। यदि इसे माध्य के बजाय माध्यिका से ज्ञात किया जाए तो यह निम्नतम होगा।

माध्य / औसत विचलन (MD)

माध्य से माध्य विचलन ज्ञात करना :–

व्यक्तिगत श्रेणी	खण्डित तथा अखण्डित श्रेणी
$MD_x^- = \frac{\sum  X - \bar{X} }{N} = \frac{\sum  dx }{N}$ $\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$ $N = \text{मदों की संख्या}$	$MD_x^- = \frac{\sum f  X - \bar{X} }{\sum f} = \frac{\sum f  dx }{\sum f}$ $\sum f = \text{आवृत्तियों का योग}$ $f = \text{आवृत्ति}$ $\bar{X} = \frac{\sum fx}{\sum f}$

$$\text{माध्य विचलन गुणांक} = \frac{MD_x}{\bar{X}} \quad \text{जहाँ } \bar{X} = \text{समान्तर माध्य}$$

## 2. माध्यिका से माध्य विचलन ( $MD_m$ )

व्यक्तिगत श्रेणी	खण्डित तथा अखण्डित श्रेणी
$MD_m = \frac{\sum  X - M }{N}$ $= \frac{\sum  dm }{N}$	$MD_m = \frac{\sum f  X - M }{\sum f} = \frac{\sum f  dm }{\sum f}$

	खण्डित	अखण्डित
$m = \left(\frac{N+1}{2}\right)$ वें मद का आकार $M = \text{माध्यिका}$	$m = (N+1)$ वें मद का आकार $N = \sum f$	$m = L_1 + \frac{N}{2} - cf$ $M = \frac{N}{2}$ वें मद का आकार

$$\text{माध्य विचलन गुणांक} = \frac{MD_m}{M}$$

## 2. मानक विचलन (S.D.)

मानक विचलन समान्तर माध्य से निकाले गए विचलनों के वर्गों के माध्य का वर्गमूल कहलाता है। इसे ग्रीक अक्षर 'सिग्मा' ( $\sigma$ ) से व्यक्त किया जाता है।

यह परिक्षेपण का सर्वश्रेष्ठ माप है। इसमें माध्य विचलन के गणितीय त्रुटियों का निराकरण हो जाता है। यह श्रृंखला की सभी इकाइयों पर आधारित रहता है तथा इसका मूल्य स्थिर रहता है।

मानक विचलन ज्ञात करने की विधियाँ :—

### व्यक्तिगत श्रेणी

वास्तविक माध्य विधि	कल्पित माध्य विधि	पद विचलन विधि	प्रत्यक्ष विधि
$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$	$\bar{X} = A + \frac{\sum d}{N}$	$\bar{X} = A + \frac{\sum d'}{N} \times i$	$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$
$SD = \sqrt{\frac{\sum(X-\bar{X})^2}{N}}$ या $SD = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N}}$	$SD = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N} - \left(\frac{\sum d}{N}\right)^2}$	$SD = \sqrt{\frac{\sum d'^2}{N} - \left(\frac{\sum d'}{N}\right)^2} \times i$	$SD = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N} - \left(\frac{\sum X}{N}\right)^2}$ या $SD = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N} - (\bar{X})^2}$
$x = X - \bar{X}$	$d = X - A$	$d' = \frac{X - A}{i}$	
$x = \text{वास्तविक माध्य से विचलन}$	$d = \text{कल्पित माध्य से विचलन}$	$i = \text{पद मूल्यों के बीच अंतर}$	
	$A = \text{कल्पित माध्य}$		

### खण्डित श्रेणी तथा अखण्डित श्रेणी

वास्तविक माध्य विधि	कल्पित माध्य विधि	पद विचलन विधि	प्रत्यक्ष विधि
$\bar{X} = \frac{\sum fx}{\sum f}$	$\bar{X} = A + \frac{\sum fd}{\sum f}$	$\bar{X} = A + \frac{\sum d}{\sum f} \times i$	$\bar{X} = \frac{\sum fx}{\sum f}$
$SD = \sqrt{\frac{\sum f(X-\bar{X})^2}{\sum f}}$ or $SD = \sqrt{\frac{\sum fX^2}{\sum f}}$	$SD = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fd}{\sum f}\right)^2}$	$SD = \sqrt{\frac{\sum f d'^2}{\sum f} \times \left(\frac{\sum fd}{\sum f}\right)^2} \times i$	$SD = \sqrt{\frac{\sum fX^2}{\sum f} - (\bar{X})^2}$ or $SD = \sqrt{\frac{\sum fX^2}{\sum f} - (\bar{X})^2}$
	$d = X - A$	$d' = \frac{X - A}{i}$	

$$\text{मानक विचलन का गुणांक} = \frac{SD}{\bar{X}}$$

जहाँ  $X$  = खण्डित श्रेणी में पद मूल्यों के लिए जबकि अखण्डित श्रेणी मध्यमान के लिए प्रयोग किया गया है।

परिक्षेपण का सर्वाधिक प्रयुक्त होने वाला सापेक्षिक माप विचरण गुणांक है। जब मानक विचलन गुणांक को 100 से गुणा कर दिया जाए तो यह प्राप्त होता है।

$$\text{विचरण गुणांक (CV)} = \frac{\text{मानक विचलन}}{\text{माध्य}} \times 100 = \frac{SD}{\bar{X}} \times 100$$

जिन समूह श्रेणियों में विचरण गुणांक अधिक होता है उनमें विचरणशीलता अधिक होती है, इसके विपरीत जिन समूहों या श्रेणियों में विचरण गुणांक कम होता है उनमें स्थिरता, विश्वसनीयता, संलग्नता, एकरूपता आदि अधिक होता है।

### (लॉरेंज वक्र) :-

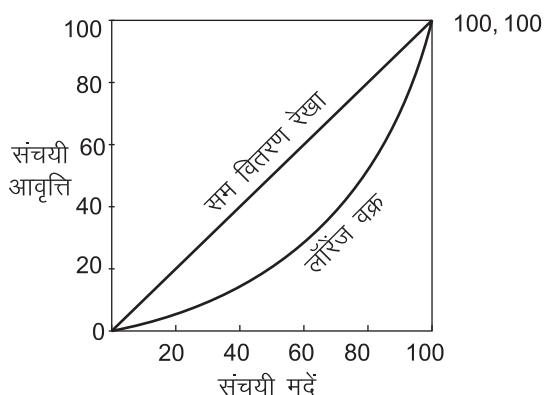
इस विधि का विकास डॉ. मैक्स ओ. लॉरेंज ने किया। इस विधि के द्वारा परिक्षेपण के विषय में एक अनुमान लगाया जाता है न कि संख्यात्मक मान। इस विधि का प्रयोग आय तथा धन के वितरण का अध्ययन करने के लिए किया जाता है। इन वितरणों की सूचनाओं को संचयी रूप में ज्ञात कर के उनका प्रतिशत निकाला जाता है। इन्हें बिन्दु रेखा द्वारा अंकित किया जाता है। प्राप्त लॉरेंज वक्र समान वितरण रेखा से दूर है तो विचरण अधिक और नजदीक है तो विचरण कम।

### लॉरेंज वक्र का उपयोग

- आय तथा धन का वितरण
- मजदूरी का वितरण
- उत्पादन का वितरण आदि
- लाभ का वितरण
- क्रय एवं विक्रय का वितरण

### लॉरेंज वक्र के निर्माण की विधि

- दिये हुए मूल्यों या वर्गों के मध्य मूल्य का संचयी योग निकालना। संचयी योग को 100 मानकर विभिन्न संचयी योगों का प्रतिशत निकाला जाता है।



2. आवृत्ति वितरण का भी संचयी योग निकाला जाता है। अंतिम संचयी योग को 100 मानकर अन्य संचयी योगों का प्रतिशत निकाला जाता है।
3. सभी संचयी आवृत्तियों को ( $x$ -अक्ष) पर और संचयी मूल्यों को ( $y$ -अक्ष) पर प्रकट किया जाता है।
4. दोनों अक्षों पर विभिन्न मूल्यों को 0–100 तक मापदण्ड दिया जाता है।
5. वक्र अक्ष के 0 मापदण्ड को वक्र अक्ष के मापदण्ड से मिलाने के लिए जो रेखा खींची जाती है उसे समान वितरण रेखा कहते हैं।
6. वास्तविक आंकड़ों को ग्राफ पेपर पर चिन्हित किया जाता है और इन विभिन्न बिन्दुओं को मिलाकर एक वक्र प्राप्त किया जाता है जिसे लॉरेंज वक्र कहते हैं।

### प्रश्नावली

- **एक अंक वाले प्रश्न**

1. अन्तर चतुर्थक विस्तार क्या है?
2. विचरण गुणांक ज्ञात करने का सूत्र क्या है?
3. लॉरेंज वक्र क्या है?
4. विस्तार की गणना कीजिए। 22, 35, 32, 45, 42, 48, 39
5. परिक्षेपण को मापने के लिए किस ग्राफीय विधि का प्रयोग करते हैं?
6. परिक्षेपण का क्या अर्थ है?
7. माध्य विचलन गुणांक की गणना कैसे की जाती है?
8. परिक्षेण का कौन–सा माप बीच के 50 प्रतिशत मूल्यों से संबंधित है?
9. माध्य विचलन का कोई एक प्रमुख दोष बताईये?
10. परिक्षेपण के माप की सापेक्षित माप क्या है?
11. परास को परिभाषित कीजिए।
12. मानक विचलन को माध्य विचलन से अच्छा क्यों माना जाता है?

- **लघु उत्तरीय प्रश्न (3–4 अंक)**

1. परिक्षेपण के प्रमुख माप क्या हैं?
2. माध्य विचलन के कोई दो गुण व दो दोष बताइए।
3. माध्य विचलन व प्रमाप विचलन के बीच अंतर बताइए।
4. विस्तार गुणांक की गणना करो – 22, 35, 32, 45, 42, 48, 39

- परिक्षेपण के मापों के रूप में विस्तार, माध्य विचलन एवं प्रमाण विचलन के सापेक्षित गुणों का विवेचन कीजिए।
- निम्नलिखित आँकड़ों से विस्तार एवं विस्तार गुणांक ज्ञात कीजिए।

अंक	10	20	30	40	50	60	70
विद्यार्थियों की संख्या	8	12	7	30	10	5	2

(विस्तार – 60 अंक, विस्तार गुणांक – 0.75)

- परिक्षेपण के माप के गुणांक की गणना क्यों जाती है? उदाहरण सहित समझाइये।
- परिक्षेपण के माप के महत्व की व्याख्या कीजिए।
- मानक विचलन को परिक्षेपण के माप की सर्वश्रेष्ठ माप क्यों माना जाता है?
- चतुर्भुज विचलन तथा इसका गुणांक ज्ञात कीजिए।

मजदूरी	50	55	58	60	70	90	95	110
आवृत्ति	5	7	12	10	8	6	2	2

- सोने तथा चांदी की कीमत से ज्ञात कीजिए कि किसका मूल्य ज यादा स्थिर है।

सोना	410	440	430	480	450	460	490	500	420	400
चांदी	910	930	960	920	900	970	990	940	980	950

- खुले सिर वाले आवृत्ति वितरण से परास ज्ञात क्यों नहीं किए जाते?
- लॉरेंज वक्र के दो गुण तथा दो दोष लिखिए।
- माध्य से माध्य विचलन तथा माध्य विचलन का गुणांक ज्ञात कीजिए।

X	10 – 20	20 – 30	30 – 50	50 – 70	70 – 80
Y	5	8	16	8	3

- प्रत्यक्ष विधि द्वारा मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

अंक	0 – 10	10 – 20	20 – 30	40 – 50	50 – 60
विद्यार्थी	5	10	25	20	10

- छ: अंको वाले प्रश्न

1. दस मूल्यों का योग 100 है तथा उनके वर्गों का योग 1090 है तो विचरण गुणांक ज्ञात करो? उत्तर (30%)

2. माध्य विचलन की गणना करो तथा श्रंखला A तथा श्रंखला B के विचलन की तुलना करो—

श्रंखला A : 10      12      16      20      25      27      30

श्रंखला B : 10      20      22      25      27      31      40

उत्तर ( $MD_A = 6.28$   $MD_B = 6.57$ )

( $CMD_A = .31$   $CMD_B = .26$ )

A में अधिक विचलन है।

3. प्रमाप विचलन तथा इसका गुणांक ज्ञात कीजिए—

वर्ग अन्तराल : 0–5      5–10      10–15      15–20      20–25      25–30      30–35

बारम्बारता : 4      6      10      16      12      8      4

उत्तर ( $\bar{X} = 18$ ,  $SD = 7.89$ ,  $CSD = .44$ )

4. अंतर चतुर्थक परास, चतुर्थक विचलन तथा चतुर्थक विचलन गुणांक की गणना करो—

वर्ग अन्तराल : 0–5      5–10      10–15      15–20      20–25      25–30

बारम्बारता : 3      9      15      23      30      20

उत्तर ( $IQD = 9.84$ ,  $QD = 4.92$ ,  $CQD = .25$ )

5. लारेन्ज वक्र का निर्माण करो—

आय : 200 से कम 200–500 500–1000 1000–2000 2000–3000

फैकट्री A : 6      10      14      12

फैकट्री B : 7      12      15      10      6

- एक अंक वाले प्रश्नों के उत्तर

1. अन्तर चतुर्थक विस्तार तृतीय चतुर्थक एवम् प्रथम चतुर्थक का अन्तर होता है।

$$\text{विचरण गुणांक} = \frac{\Sigma}{\bar{X}} \times 100$$

3. लॉरेंज वक्र अपकिरण को प्रदर्शित करने वाली एक ग्राफीय विधि है।

4. विस्तार = सबसे बड़ा मूल्य – सबसे छोटा मूल्य ( $48 - 22 = 26$ )

5. अपकिरण को मापने के लिए लॉरेंज वक्र विधि का प्रयोग किया जाता है।

6. किसी श्रेणी में केन्द्रीय माध्यों से समंकों के विस्तार के माप को अपकिरण कहते हैं।

7. माध्य विचलन गुणांक =  $\frac{MD_x}{\bar{X}}$
8. अंतर चतुर्थक विस्तार
9. माध्य विचलन का प्रमुख दोष इसका ( $\pm$ ) धनात्मक तथाऋणात्मक चिन्हों को त्यागना है।
10. अपक्रियण के सापेक्ष माप को अनुपात या प्रतिशत में व्यक्त किया जाता है।
11. श्रृंखला के उच्चतम तथा निम्नतम मूल्य के अन्तर का परास कहते हैं।
12. मानक विलचन का मान स्थिर रहता है तथा इसका अंकगणितीय व्यवहार संभव है।

#### **बार बार पूछे जाने वाले प्रश्न :-**

- प्र. लॉरेंज वक्र क्या है ?
- उ. लॉरेंज वक्र अपक्रियण को प्रदर्शित करने की एक ग्राफीय विधि है, जो आय, संपत्ति, लाभ मजदूरी आदि के वितरण का अध्ययन करती है।
- प्र. प्रसरण (विचरण मापांक) क्या है ?
- उ. प्रमाण विचलन के वर्ग को प्रसरण (विचरण मापांक) कहते हैं।
- प्र. निम्न आंकड़ों से यह ज्ञात कीजिए कि कौन—सी फैक्ट्री अधिक समरूप है —

श्रमिकों की संख्या

मजदूरी रु. में	फैक्ट्री 'क'	फैक्ट्री 'ख'
20	30	45
60	25	35
100	30	25
140	45	40
180	25	25
220	13	20
260	24	5
300	8	3

- उ. सर्वप्रथम दोनों फैक्ट्री का माध्य एवं प्रमाण विचलन की गणना करें। फिर निम्न सूत्र की सहायता से दोनों फैक्ट्री का विचरण गुणांक निकालें :—

$$\text{विचरण गुणांक (C.V)} = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$$

जिस फैक्ट्री का (C.V) कम हो वह अधिक समरूप है।

फैक्ट्री 'क' — माध्य — 137, प्र. विचलन : 80.8, (C.V) = 52%

फैक्ट्री 'ख' — माध्य — 114, प्र. विचलन : 75.6, (C.V) = 66%

अतः फैक्ट्री 'क' अधिक समरूप है।

## इकाई—3

### (ग) सहसंबंध

सहसंबंध एक सांख्यिकीय उपकरण है जो दो चरों के मध्य संबंध का एक संख्यात्मक अध्ययन करता है। यह चरों के बीच संबंधों की गहनता एवं दिशा का अध्ययन एवं मापन करता है। यह प्रसरण का मापन तो करता है परन्तु कार्य—कारण संबंध का मापन नहीं करता है।

1. धनात्मक एवं ऋणात्मक संहसंबंध : जब दोनों चर मूल्यों में परिवर्तन एक ही दिशा में हो तो उन्हें धनात्मक सहसंबंध कहते हैं जबकि परिवर्तन विपरीत दिशा में हो तो उन्हें ऋणात्मक सहसंबंध कहते हैं।

जैसे तापमान का बढ़ना तथा A.C. की बिक्री में धनात्मक सहसंबंध जबकि तापमान का बढ़ना तथा हीटर की बिक्री में ऋणात्मक सहसंबंध आदि।

2. रेखीय एवं अरेखीय सहसंबंध : जब दोनों चर मूल्यों में परिवर्तन समान अनुपात से है तो रेखीय सहसंबंध कहेंगे जब परिवर्तन असमान अनुपात से हो तो अरेखीय सहसंबंध कहेंगे।
3. सरल, आंशिक एवं बहुगुणी सहसंबंध : जब केवल दो चरों के बीच सहसंबंध का अध्ययन किया जाता है तो उसे सरण सहसंबंध कहते हैं। इसके एक चर आश्रित तथा दूसरा चर स्वतंत्र होता है।

जब दो चर मूल्यों के बीच सहसंबंध का अध्ययन करते समय अन्य चर मूल्यों के प्रमाण को स्थिर मान लिया जाता है उसे आंशिक सहसंबंध कहते हैं।

जब एक आश्रित चर मूल्य दो या दो से अधिक स्वयं चर मूल्यों के सम्मिलित प्रभाव का अध्ययन किया जाता है उसे बहुगुणी सहसंबंध कहते हैं।

### सहसंबंध का परिमाण

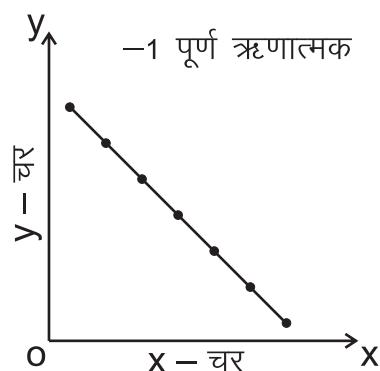
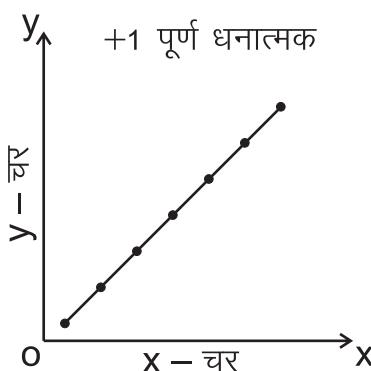
परिमाण	धनात्मक	ऋणात्मक
पूर्ण	+1	-1
उच्च	+ 0.75 से + 1 के बीच	- 0.75 से - 1 के बीच
मध्यम	+ 0.25 से + 1 के बीच	- 0.25 से - 1 के बीच
निम्न	0 से + 0.25 के बीच	0 से - 0.25 के बीच
शून्य (सहसंबंध की अनुपस्थिति)	0	0

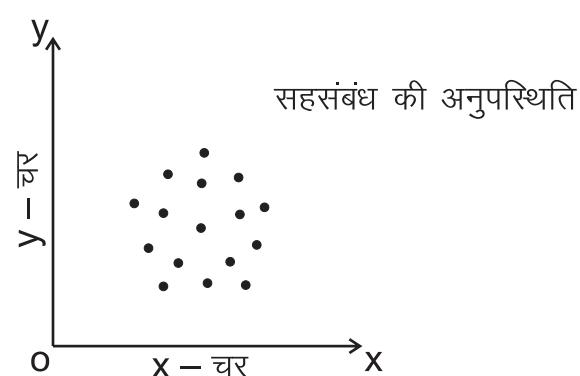
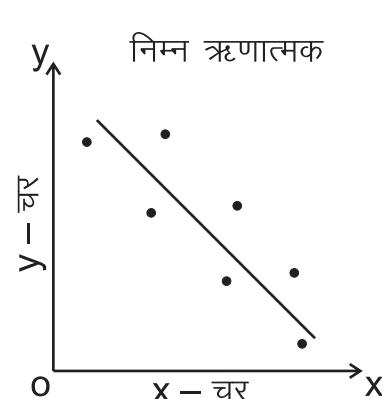
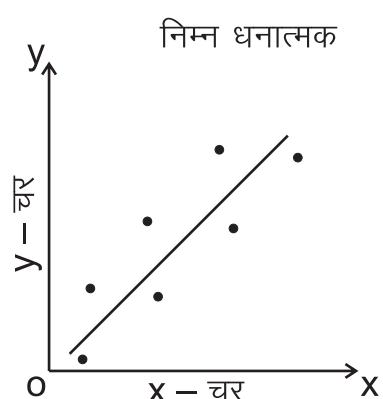
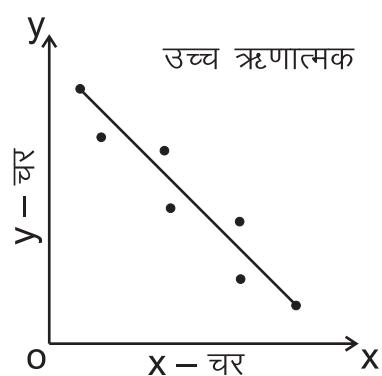
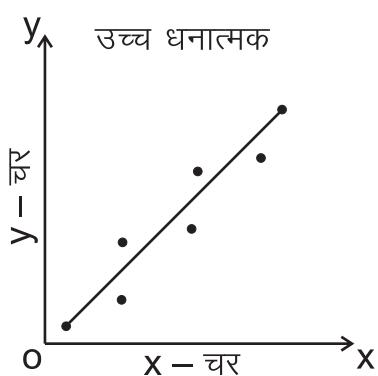
### सहसंबंध को मापने की विधियाँ

इसकी निम्न विधियाँ हैः—

#### 1. प्रकीर्ण आरेख विधि :

यह एक रेखा चित्र विधि है। इसके द्वारा संहसंबंध के परिमाण को रेखा चित्र के द्वारा ज्ञात किया जाता है। दोनों चरों के मान को ग्राफ पेपर पर बिन्दु के रूप में आरेखित किया जाता है। आरेखित बिन्दुओं के इस गुच्छ को प्रकीर्ण आरेख कहा जाता है। यदि सभी बिन्दु एक रेखा पर होते हैं तो सहसंबंध पूर्ण माना जाता है। और यदि प्रकीर्ण बिन्दु रेखा से दूर होते जाते हैं तो संहसंबंध का परिमाण कम होता जाता है।





### कार्ल पियरसन का सहसंबंध गुणक

इसे गणन आधूर्ण सहसंबंध भी कहा जाता है। इसे γ द्वारा व्यक्त करते हैं। यह समांतर माध्य तथा मानक विचलन पर आधारित है।

मान ले कि X तथा Y चर हैं। चर X की श्रेणी का माध्य  $\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$   
तथा चर-Y की श्रेणी का माध्य  $\bar{Y} = \frac{\sum Y}{N}$  है तथा उनके मानक विचलन

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}} \quad \text{तथा} \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{N}} \quad \text{हैं जहाँ } x = X - \bar{X} \quad \text{तथा} \quad y = Y - \bar{Y}.$$

$$\begin{aligned} \text{चर } X \text{ तथा } Y \text{ के सहप्रसरण } \text{Cov.}(x, y) &= \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{N} \\ &= \frac{\sum xy}{N} \end{aligned}$$

तो चर X तथा Y में कार्ल पियरसन सहसंबंध

$$r = \frac{\text{Cov.}(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

OR

$$r = \frac{\sum xy}{N \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}$$

OR

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\frac{\sum x^2}{N}} \times \sqrt{\frac{\sum y^2}{N}}}$$

OR

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2} \times \sqrt{\sum y^2}} = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2} \sqrt{\sum (Y - \bar{Y})^2}}$$

कार्ल पियरसन सहसंबंध की गणना के निम्नलिखित विधियाँ हैं—

- वास्तविक माध्य विधि

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2} \cdot \sqrt{\sum y^2}} \quad \text{जहाँ } x = X - \bar{X}; y = Y - \bar{Y}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}; \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y}{N}$$

## 2. कल्पित माध्य विधि

$$r = \frac{N \sum dxdy - (\sum dx)(\sum dy)}{\sqrt{N \cdot \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \quad \sqrt{N \cdot \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

अथवा  
जहाँ  $dx = x - A$   
 $dy = y - A$   
 $A = \text{कल्पित माध्य}$

$$r = \frac{\sum dxdy - \frac{(\sum dx)(\sum dy)}{N}}{\sqrt{\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{N}} \quad \sqrt{\sum dy^2 - \frac{(\sum dy)^2}{N}}}$$

## 3. पद विचलन विधि

$$r = \frac{N \cdot \sum dx'dy' - (\sum dx')(\sum dy')}{\sqrt{N \cdot \sum dx'^2 - (\sum dx')^2} \quad \sqrt{N \cdot \sum dy'^2 - (\sum dy')^2}}$$

अथवा

$$r = \frac{\sum dx'dy' - \frac{(\sum dx')(\sum dy')}{N}}{\sqrt{\sum dx'^2 - \frac{(\sum dx')^2}{N}} \quad \sqrt{\sum dy'^2 - \frac{(\sum dy')^2}{N}}}$$

$$dx' = \frac{X - A}{i}; \quad dy' = \frac{Y - A}{i}$$

यदि यह मान ले कि

$$d = dx' = U = \frac{X - A}{i} \quad \text{तथा} \quad dy' = V = \frac{Y - A}{i}$$

तो उपरोक्त सूत्र निम्न प्रकार हो सकता है सकता है

$$r = \frac{\sum UV - \frac{(\sum U)(\sum V)}{N}}{\sqrt{\sum U^2 - \frac{(\sum U)^2}{N}} \quad \sqrt{\sum V^2 - \frac{(\sum V)^2}{N}}}$$

जहाँ  $X$  तथा  $Y$  में सहसंबंध  $r_{xy} = r_{uv}$

#### 4. प्रत्यक्ष विधि

$$r = \frac{N \cdot \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{N \cdot \sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{N \cdot \sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

अथवा

$$r = \frac{\sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{N}}{\sqrt{\frac{\sum X^2 - (\sum X)^2}{N}} \sqrt{\frac{\sum Y^2 - (\sum Y)^2}{N}}}$$

#### सहसंबंध गुणांक के विशेषताएँ

- i) सहसंबंध गुणांक ( $r$ ) की कोई इकाई नहीं होती है।
  - ii)  $r$  का ऋणात्मक मान ऋणात्मक सहसंबंध को व्यक्त करता है जबकि धनात्मक मान धनात्मक सहसंबंध को।
  - iii)  $r$  का अधिकतम मान + 1 तथा न्यूनतम मान -1 होता है अथवा  $-1 \leq r \leq +1$ .
  - iv)  $r = 0$  हो तो इसका अर्थ है दोनों चरों में सहसंबंध नहीं है।
  - v)  $r$  का उच्चमान सुदृढ़ रेखीय संबंध को तथा निम्न मान दुर्बल रेखीय संबंध को प्रदर्शित करता है।
  - vi) यदि  $r = +1$  हो तो दोनों चरों में पूर्ण धनात्मक सहसंबंध तथा यदि  $r = -1$  हो तो दोनों चरों में पूर्ण ऋणात्मक सहसंबंध होता है।
  - vii)  $r$  का मान उद्गम परिवर्तन या पैमाने के परिवर्तन से प्रभावित नहीं होता है इसका प्रमाण पद विचलन विधि द्वारा सहसंबंध ज्ञात करके देखा जा सकता है।
- स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध –
- इस विधि का प्रयोग तब किया जाता है जब चरों मूल्यों का संख्यात्मक माप नहीं किया जाता है। जैसे – ईमानदारी, चरित्र, सुंदरता, मौलिकता, नेतृत्व, बुद्धिमता, साक्षरता आदि। इन गुणात्मक सूचनाओं का परिमाणीकरण करने के बजाय कोटि निर्धारित करना अधिक अच्छा विकल्प है, इसलिए स्पीयरमैन द्वारा प्रतिपादित विधि को कोटि अंतर या कोटि गुणन आधूर्ण सहसंबंध भी कहते हैं। इसे  $r_k$  से कोटि सहसंबंध की गणना में तीन प्रकार की स्थितियाँ –

**1. जब कोटियाँ दी गई हैं –**

$$r_k = 1 - \frac{6 \sum D^2}{N^3 - N}$$

जहाँ  $N$  = प्रेक्षणों की संख्या

$D$  = दोनों चरों की कोटियों के बीच विचलन

**2. जब कोटियाँ नहीं दी गई हो –**

- इसमें सर्वप्रथम दिए गए आंकड़ों का कोटि (श्रेणी) में दर्शायें। कोटि आरोही अथवा अवरोही दोनों प्रकार से दर्शायी जा सकती है। सबसे बड़ी मद को प्रथम कोटि, उससे छोटी मद को द्वितीय कोटि। इसी प्रकार सभी मदों को कोटि में दर्शाया जाता है।

- दोनों कोटियों का अंतर ( $D$ ) ज्ञात करें

$$r_k = 1 - \frac{6 \sum D^2}{N^3 - N}$$

**3. जब कोटियों की पुनरावृत्ति की गई हो –**

- जब दो या दो से अधिक मद समान मूल्य के होते हैं तो उनके औसत कोटि दिए जाते हैं।
- अगले मद के लिए अलग से कोटि दी जायेगी जो पहले दी गई कोटि के बाद होगी
- स्पीयरमैन कोटि सहसंबंध गुणांक ज्ञात करने के लिए निम्नसूत्र का प्रयोग करेगे

$$r_R = 1 - \frac{6 \left[ \sum D^2 + \frac{1}{12} (m_1^3 - m_1) \frac{1}{12} (m_2^3 - m_2) + \dots \right]}{N^3 - N}$$

जहाँ  $m_1, m_2, \dots$  कोटियों की पुनरावृत्ति संख्याएँ हैं तथा

$\frac{1}{12} (m_1^3 - m_1), \frac{1}{12} (m_2^3 - m_2), \dots$  उनके संगत संशोधन गुणांक हैं।

**कार्ल पियरसन के सहसंबंध गुणांक और कोटि सहसंबंध गुणांक में समानता**

- दोनों का मान  $- 1$  तथा  $+ 1$  के बीच होता है।

- जब  $r_k = -1$  हो तो इसका अर्थ है कि पूर्ण असहमति अर्थात् कोटि के क्रम विपरीत दिशा में है।
- जब  $r_k = +1$  हो तो इसका अर्थ है कि पूर्ण सहमति अर्थात् कोटि के क्रम एक समान दिशा में है।

### असमानताएँ

1. कोटि सहसंबंध गुणांक में सभी सूचनाओं के अंकों का प्रयोग नहीं होता है इसलिए इस विधि से प्राप्त सहसंबंध कार्ल पियरसन विधि की तुलना में परिशुद्ध नहीं होता है।
2. जब चरों को परिशुद्ध रूप से मापना संभव न हो, तो वहाँ कोटि सहसंबंध का प्रयोग कार्ल पियरसन सहसंबंध की तुलना में अधिक सार्थक हो सकता है।

## प्रश्नावली

### एक अंक वाले प्रश्न

1. सहसंबंध से आप क्या समझते हैं ?
2. कुछ ऐसे चरों की सूची दो जिनका परिशुद्ध मापन कठिन हो।
3. ऋणात्मक सहसंबंध क्या है ?
4. धनात्मक सहसंबंध का अर्थ बताइये।
5. साधारण सहसंबंध गुणांक का परास बताइये।
6. उस प्रकार के सहसंबंध का नाम बताइये जब दो चरों में समान अनुपात में परिवर्तन होता है।
7. धनात्मक सहसंबंध के दो उदाहरण दीजिए।
8. प्रकीर्ण आरेख विधि का मुख्य अवगुण बतायें।
9. ऋणात्मक सहसंबंध के दो उदाहरण दीजिए।
10. कोटि सहसंबंध गुणांक विधि का प्रयोग कब किया जाता है ?
11. सहसंबंध ज्ञात करने की विभिन्न विधियों के नाम दीजिए।
12. स्पीयरमैन के कोटि सहसंबंध विधि का मुख्य अवगुण क्या है ?
13. कार्ल पियरसन के सहसंबंध गुणांक का मुख्य दोष बताइये।
14. यदि  $r_{xy}=0$  तब चर x और y के बीच संबंध
  - i) रेखीय संबंध होगा
  - ii) रेखीय संबंध नहीं होगा
  - iii) स्वतंत्र होगा
15. कद (फुटों में) तथा वजन (कि.ग्रा. में) के बीच सहसंबंध गुणांक की इकाई है :
  - i) कि.ग्राम / फुट
  - ii) प्रतिशत
  - iii) अविद्यमान
16. निम्नलिखित तीनों मापों में, कौन सा माप किसी भी प्रकार के संबंध की माप कर सकता है।
  - क) कार्ल पियरसन सहसंबंध गुणांक
  - ख) स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध
  - ग) प्रकीर्ण आरेख

- लघु उत्तर रूपी प्रश्न (3–4 अंक वाले प्रश्न)
  1. सहसंबंध से क्या आशय है ? सहसंबंध गुणांक के गुण बताइये ।
  2.  $r$  (सहसंबंध गुणांक) के विभिन्न मानों  $+1, -1$  तथा  $0$  की व्याख्या करें ।
  3. X और Y के मध्य सहसंबंध गुणांक की गणना करें और उनके संबंध पर टिप्पणी करें ।

X	-3	-2	-1	1	2	3
Y	9	4	1	1	4	9

(उत्तर  $r = 0$ )

4. X और Y के मध्य सहसंबंध गुणांक की गणना करें और उनके संबंध पर टिप्पणी कीजिए ।

X	1	2	3	4	5
Y	3	4	6	7	10

(उत्तर 0.98)

5. निम्नलिखित आँकड़ों से प्रकीर्ण आरेख बनाइए और परिणाम पर टिप्पणी कीजिए ।

X	11	10	15	13	10	16	13	8	17	14
Y	6	7	9	9	7	11	9	6	12	11

6. निम्नलिखित आँकड़ों से कार्ल पियरसन के सहसंबंध गुणांक की गणना कीजिए :

X	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Y	16	20	23	25	33	38	46	50	55

(उत्तर  $r = 0.99$ )

7. निम्नलिखित आँकड़ों से X और Y के मध्य गुणन आधूर्ण सहसंबंध की गणना कीजिए ।

	X श्रेणी	Y श्रेणी
क) मदों की संख्या	15	15
ख) समान्तर माध्य	25	18
ग) समान्तर माध्य से लिए विचलनों का वर्ग	136	138
घ) X और Y श्रेणी के उनके क्रमशः समान्तर माध्य से प्राप्त विचलनों के गुणनफलों का योग = 122		(उत्तर r = 0.89)

8. X और Y श्रेणी के अवलोकन के जोड़ों की संख्या = 10

X श्रेणी : समान्तर माध्य = 65

प्रमाप विचलन (S.D.) = 23.33

X श्रेणी : समान्तर माध्य = 66

प्रमाप विचलन (S.D.) = 14.9

X तथा Y श्रेणी में इनके समान्तर माध्य से लिए विचलनों के गुणनफल का योग = 2704 X तथा Y का गुणन सहसंबंध ज्ञात कीजिए ।  
(उत्तर r = 0-78)

9. निम्नलिखित आँकड़ों से स्पीयरमैन के कोटि सहसंबंध गुणांक की गणना कीजिए :

X	10	12	8	15	20	25	40
Y	15	10	6	25	16	12	8

(उत्तर r = +0.14)

10. एक सौंदर्य प्रतियोगिता में दो निर्णायकों ने 12 प्रतिभागियों को निम्नलिखित कोटि – क्रम प्रदान किये ?

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	12	9	6	10	3	5	4	7	8	2	11	1

(उत्तर r = +0.45)

11. निम्नलिखित आँकड़ों से कोटि सहसंबंध गुणांक परिकलन कीजिए :

X	68	75	90	75	50	62	40	35
Y	10	12	14	10	10	13	9	8

(उत्तर  $r = 0.76$ )

12. क्या सहसंबंध के द्वारा कार्यकारण संबंध की जानकारी मिलती है ।  
 13. क्या शून्य सहसंबंध का अर्थ स्वतंत्रता है ?  
 14. कार्ल पियरसन सहसंबंध गुणांक, कोटि सहसंबंध गुणांक से क्यों भिन्न है ?  
 15. सरल सहसंबंध गुणांकों में कोटि सहसंबंध गुणांक कब अधिक परिशुद्ध होता है ?

- **दीर्घ उत्तर रूपी प्रश्न**

1. सहसंबंध गुणांक ज्ञात करने की कार्ल पियरसन विधि की व्याख्या कीजिए ।  
 इसके गुणों तथा सीमाओं का वर्णन कीजिए ।  
 2. एक सौंदर्य प्रतियोगिता में तीन निर्णायकों ने 10 प्रतियोगियों को निम्नलिखित कोटि क्रम प्रदान किए :

निर्णायक I    1    6    5    10    3    2    4    9    7    8

निर्णायक II    3    5    8    4    7    10    2    1    6    9

निर्णायक III    6    4    9    8    1    2    3    10    5    7

स्पीयरमैन के कोटि सहसंबंध गुणांक द्वारा यह ज्ञात कीजिए कि निर्णायकों के किस युग्म की सौंदर्य के प्रति सामान्य रुचि है ?

3. कार्ल पियरसन के सहसंबंध गुणांक की तुलना से स्पीयरमैन कोटि सहसंबंध गुणांक के क्या लाभ है ? स्पीयरमैन के कोटि सहसंबंध गुणांक की गणन विधि की व्याख्या कीजिए ।  
 4. एक कक्षा के 10 विद्यार्थियों की लंबाई तथा वजन इस प्रकार है । एक प्रकीर्ण आरेख बनाइए तथा यह बताइए कि संबंध धनात्मक है या ऋणात्मक ।

लंबाई (इंचों में)    72    60    63    66    70    75    58    78    72    62

वजन (कि.ग्रा. में)    65    54    55    61    60    54    50    63    65    50

5. 12 विद्यार्थियों द्वारा गणित तथा सांख्यिकी में प्राप्तांको का सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए तथा निर्वाचन भी कीजिए ।

अंक (गणित में)	50	54	56	59	60	62	61	65	67	71	71	74
अंक (सांख्यिकी में)	22	25	34	28	26	30	32	30	28	34	36	40

• **एक अंक वाले प्रश्नों के उत्तर :—**

1. सहसंबंध एक सांख्यिकीय उपकरण है जो दो चरों के मध्य संबंध का अध्ययन करता है ।
2. सुन्दरता, वीरता, बुद्धिमत्ता, योग्यता आदि ।
3. जब चरों में परिवर्तन विपरीत दिशा की ओर होता है तो उसे ऋणात्मक सहसंबंध कहते हैं ।
4. जब चरों में परिवर्तन एक ही दिशा की ओर होता है तो उसे धनात्मक सहसंबंध कहते हैं ।
5.  $-1 \leq r \leq 1$
6. पूर्ण सहसंबंध
7. क) वस्तु की कीमत और पूर्ति की मात्रा  
ख) लंबाई में वृद्धि और वजन में वृद्धि
8. प्रकीर्ण आरेख सहसंबंध का निश्चित संख्यात्मक मान प्रस्तुत नहीं करता है ।
9. क) तापमान में वृद्धि से गर्म कपड़ों की बिक्री में कमी ।  
ख) अधिक कृषि उपज से कीमतों में कमी ।
10. जब चर गुणात्मक प्रकृति के हों जैसे – सुन्दरता, ईमानदारी आदि ।
11. क) प्रकीर्ण आरेख विधि  
ख) कार्ल पियरसन का सहसंबंध गुणांक  
ग) स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध

12. इस विधि का प्रयोग सामूहिक आवृत्ति वितरण में सहसंबंध ज्ञात करने के लिये नहीं किया जा सकता है ।
13. सहसंबंध गुणांक का मूल्य सीमान्त मर्दों से प्रभावित होता है ।
14. स्वतंत्र होगा
15. अविद्यमान
16. कार्ल पियरसन का सहसंबंध गुणांक

### पुनरावृत्ति प्रश्न

- प्र 1 सहसम्बन्ध की श्रेणी अन्तर विधि का प्रतिपादन किसने किया ?
- उ. प्रो. चाल्स एडवर्ड स्पियर मैन
- प्र. 2 सहसम्बन्ध को परिभाषित करें, सकारात्मक व नकारात्मक सहसम्बन्धों का प्रत्येक का एक उदाहरण दें।
- संकेत : सकारात्मक सहसम्बन्ध – कीमत में वृद्धि व पूर्ति में वृद्धि  
नकारात्मक सहसम्बन्ध – कीमत में वृद्धि व मांग में कमी
- प्र. 3 निम्नलिखित आँकड़ों से कार्ल पिर्यसन विधि द्वारा सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए ?

X	10	12	11	13	12	14	9	12	14	13
Y	7	9	12	9	13	8	10	12	7	13

संकेत

- अ) दोनों श्रेणियों का समांतर माध्य ज्ञात करो । (x, y)
- ब) माध्य में विचलन ज्ञात करो । (x, y)
- स) विचलनों का वर्ग ज्ञात करें । ( $x^2, y^2$ )
- द) विचलनों का गुणनफल ज्ञात करो । (xy)
- य) निम्न सूत्र का प्रयोग करो –

$$r = \frac{\sum xy}{\sum x^2 \times (\sum y)^2} = -0.115$$

यह x तथा y श्रेणी में निम्न स्तर का ऋणात्मक सहसंबंध दर्शाता है ।

प्र. 4 निम्न लिखित कोटि के श्रेणी अन्तर सह—सम्बन्ध ज्ञात कीजिए —

X	80	78	75	75	58	67	60	59
Y	12	13	14	14	14	16	15	17

X	R1	Y	R2	D=R1-R2	D <sup>2</sup>
80	1	12	8	-7	49
78	2	13	7	-5	25
75	3.5	14	5	-1.5	2.25
75	3.5	14	5	-1.5	2.25
58	8	14	5	3	9
67	5	16	2	3	9
60	6	15	3	3	9
59	7	17	1	6	36

$$\sum D^2 = 141.5$$

$$rk = 1 - \frac{6 \left[ \sum D^2 + \frac{1}{12} (m_1^3 - m_1) \frac{1}{12} (m_2^3 - m_2) \right]}{N^3 - N}$$

$$rk = 1 - \frac{6 \left[ 141.5 + \frac{2^3 - 2}{12} + \frac{3^3 - 3}{12} \right]}{8^3 - 8}$$

$$= 1 - \frac{6 (141.5 + 0.5 + 2)}{512 - 8}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 144}{504}$$

$$= \frac{504 - 864}{504}$$

$$= \frac{-360}{504}$$

$$= -0.71$$

## इकाई-3

### (घ) सूचकांक

**सूचकांक :** सूचकांक एक ऐसा सांख्यिकी माप है जो समय, स्थान या अन्य विशेषता के आधार पर किसी चर या चर मूल्यों के समूह में होने वाले परिवर्तनों को प्रदर्शित करता है।

सूचकांक की विशेषताएँ:

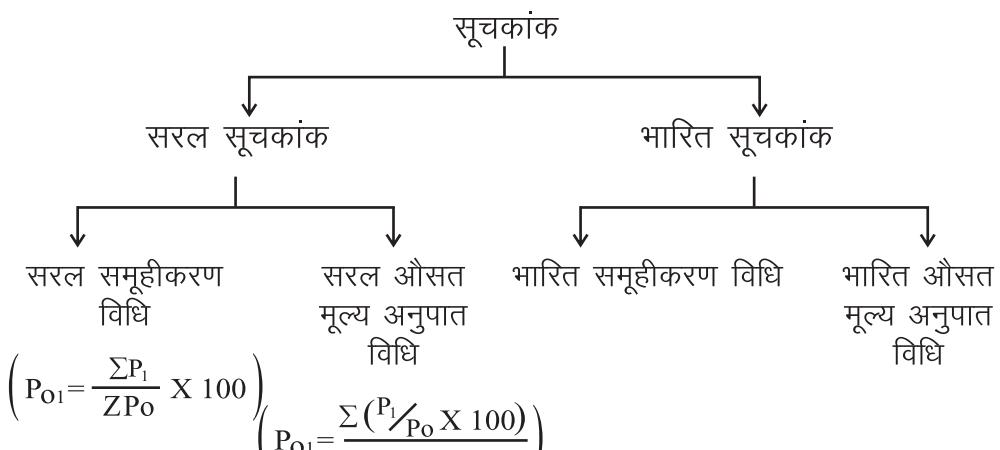
- (i) सूचकांक संख्यात्मक तथ्य है जो किसी चर में होने वाले संख्यात्मक तथ्यों को प्रदर्शित करता है।
- (ii) सूचकांक केवल औसतन परिवर्तन दर्शाता है।
- (iii) सूचकांक सापेक्ष या प्रतिशत परिवर्तनों को प्रदर्शित करता है।

सूचकांक के प्रकार निम्न हैं :

- 1) कीमत सूचकांक :— यह एक निश्चित समय अवधि में कीमतों में होने वाले परिवर्तनों को मापता है। वर्तमान सूचकांक के उदाहरण हैं : थोक मूल्य कीमत सूचकांक, उपभोक्ता कीमत सूचकांक या जीवन निर्वाह लागत सूचकांक
- 2) मात्रात्मक सूचकांक :— जैसा कि नाम से स्पष्ट है यह उत्पादित या उपभोग वस्तुओं की मात्रा में परिवर्तन की माप है। जैसे : औद्योगिक उत्पाद सूचकांक।
- 3) मूल्य सूचकांक :— इसके अन्तर्गत उत्पादित या आयातित या निर्यातित वस्तुओं के मौद्रिक मूल्य में परिवर्तन की तुलनात्मक माप की जाती है।

**थोक कीमत सूचकांक (WPI) :**— इसके अन्तर्गत उत्पादन की गई वस्तुओं के थोक मूल्यों में होने वाले परिवर्तनों का अध्ययन किया जाता है। वर्तमान में (WPI) 2011–12 को आधर वर्ष माना जाता है।

## सूचकांक निर्माण की विधियाँ –



### भारित समूहीकरण विधि –

1. लास्पीयर विधि (L)       $P_{O1} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$

$P_1$  = चालू वर्ष की कीमत

$P_0$  = आधार वर्ष की कीमत

2. पास्चे विधि (P)       $P_{O1} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$

$Q_0$  = आधार वर्ष की मात्रा

$Q_1$  = चालू वर्ष की मात्रा

3. फिशर विधि (F)       $P_{O1} = \sqrt{L \times P} = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}} \times 100$

फिशर के सूचकांक को आदर्श सूचकांक माना जाता है क्योंकि –

1. यह आधार वर्ष तथा चालू वर्ष दोनों की मात्रा को भागिल करता है।
2. यह गुणोत्तर माध्य पर आधारित है, जो कि सर्वश्रेष्ठ माध्य माना जाता है।
3. यह समय उत्क्राम्यता परीक्षण (Time Reversal Test) तथा कारक उत्क्राम्यता (Factor Reversal Test) परीक्षण को संतुष्ट करता है।

सापेक्ष कीमत भारित औसत विधि –

$$P_{O1} = \frac{\sum RW}{\sum W}$$

यहाँ  $R = \frac{P_1}{P_0} \times 100$

$W$  = भार

(यदि भार न दिया हो तो  $W = P_0 Q_0$ )

उपभोक्ता कीमत सूचकांक (CPI) या निर्वाह लागत सूचकांक (COLI) :— यह खुदरा कीमतों में होने वाले औसत परिवर्तनों को मापता है। इसे दो विधियों द्वारा मापा जाता है

1. सामूहिकृत व्यय विधि द्वारा

$$CPI = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

2. पारिवारिक बजट विधि द्वारा

$$CPI = \frac{\sum RW}{\sum W}$$

जहाँ  $W$  = भारांश (यदि  $W$  का मान न दिया हो तो  $P_0 q_0$ )

$$R = \frac{P_1}{P_0} \times 100 \quad \begin{aligned} P_1 &= \text{चालू वर्ष में कीमत} \\ P_0 &= \text{आधार वर्ष में कीमत} \end{aligned}$$

औद्योगिक उत्पाद सूचकांक (IIP) :— यह औद्योगिक उत्पादन के स्तर में आधार वर्ष की तुलना में चालू वर्ष में हुए अल्पकालीन, सापेक्षिक परिवर्तन को मापने के लिए प्रयुक्त किया जाता है।

$$IIP = \frac{\sum \left( \frac{Q_1}{Q_0} \right) W}{\sum W} \times 100$$

जहाँ

$Q_1$  = चालू वर्ष में उत्पाद स्तर

$Q_0$  = आधार वर्ष में उत्पाद स्तर

$W$  = विभिन्न औद्योगिक उत्पादन का सापेक्षिक महत्व या भार

मुद्रास्फीति और सूचकांक :— विशिष्ट समय अवधि में वस्तुओं और सेवाओं के समूह की कीमत स्तर में प्रतिशत वृद्धि मुद्रास्फीति कहलाती है।

$$\text{मुद्रास्फीति दर} = \frac{I_2 - I_1}{I_1} \times 100$$

$I_2$  = चालू अवधि में सूचकांक

$I_1$  = पिछली अवधि में सूचकांक

## प्रश्नावली

- **1 अंक के प्रश्न**

1. सूचकांक से आप क्या समझते हैं ?
2. आधार वर्ष को परिभाषित कीजिए ।
3. तीन विभिन्न सूचकांकों के नाम लिखिए ।
4. मुद्रास्फीति की दर की गणना करने हेतु सूत्र लिखिए ।

- **3 और 4 अंक वाले प्रश्न**

1. सूचकांक के तीन लाभ बताइए ?
2. वर्ष 2011 को आधार वर्ष लेते हुए वर्ष 2017 के लिए सापेक्ष कीमत सरल औसत मूल्यानुपात विधि द्वारा कीमत सूचकांक का निर्माण करो—

मद	A	B	C	D	E
2011 (कीमतें)	15	22	38	25	50
2017 (कीमतें)	30	25	57	35	63

उत्तर—  $P_{01} = 145.9$

3. सूचकांक की सीमाओं का वर्णन कीजिए ।

- **6 अंक वाले प्रश्न**

1. सूचकांक का निर्माण करते समय आने वाली कठिनाइयों को विस्तारपूर्वक समझाइए ।
2. सूचकांक के महत्व का वर्णन कीजिए ।
3. पास्चे तथा लास्पीयर द्वारा सूचकांक की गणना करो—

मद	आधार वर्ष		चालू वर्ष	
	मात्रा	कीमत	मात्रा	कीमत
A	10	10	20	15
B	3	25	5	30
C	4	20	10	15
D	15	5	18	7
E	2	30	4	30

(पास्चे-115.10, लास्पीयर-136.67)

4. पारिवारिक बजट विधि द्वारा उपभोक्ता कीमत सूचकांक की गणना करो –

मदें	भार	आधार वर्ष की कीमत	चालू वर्ष की कीमत
भोजन	45	300	350
किराया	20	200	225
ईंधन	8	100	110
कपड़ा	10	150	175
अन्य	17	250	300

(उत्तर-115.87)

- एक अंक वाले प्रश्नों के उत्तर

- सूचकांक एक समूह से संबंधित चर मूल्यों के आकार में होने वाले परिवर्तनों की माप करने की एक विधि है।
- वह वर्ष जिससे तुलना करके वर्तमान वर्ष में परिवर्तन को मापा जाता है।
- (a) उपभोक्ता कीमत सूचकांक      (b) थोक कीमत सूचकांक  
(c) ओद्योगिक उत्पादन सूचकांक
- मुद्रास्फीति की दर =  $\frac{I_2 - I_1}{I_1} \times 100$

यहाँ  $I_1$  = पहले सप्ताह का WPI

$I_2$  = दूसरे सप्ताह का WPI

## पुनरावृत्ति प्रश्न

- प्र. 1 आधार वर्ष के मूल्य के लिए संकेताक्षर क्या है ?  
संकेत P<sub>o</sub>
- प्र. 2 सूचकांकों की विशेषतायें बताइयें ।  
संकेत 1) संख्या द्वारा व्यक्त  
2) सापेक्ष माप  
3) प्रतिशतों का माध्य  
4) तुलना का आधार  
5) सार्वभौम उपयोगिता
- प्र. 3 थोक कीमत सूचकांक की कोई तीन उपयोगिताएँ बताओ ।  
संकेत 1) मांग व पूर्ति सम्बन्धी अनुमान  
2) समूहों में वास्तविक परिवर्तन का निर्माण  
3) मुद्रस्फीति की दर का सूचक

## परीक्षा उपयोगी प्रश्न

- प्र. 1 सूचकांक की रचना में क्या कठिनाइयां या समस्या आती है?  
उत्तर. सूचकांक निर्माण में निम्नलिखित समस्याएं आती हैं।
- सूचकांक का उद्देश्य:** भिन्न-भिन्न सूचकांक, अलग-अलग उद्देश्यों की पूर्ति करता है अतः सूचकांक निर्माण से पूर्व यह निश्चित करना आवश्यक है कि किस उद्देश्य के लिए सूचकांक बनाया जा रहा है।
  - आधार वर्ष का चुनाव:** आधार वर्ष वह वर्ष होता है जिसकी कीमतों से वर्तमान कीमतों की तुलना की जाती है। यह वर्ष सामान्य वर्ष होना चाहिए। जिसमें सामान्य कीमत स्तर न हो बहुत अधिक रहा हो और न ही बहुत कम। अतः इसका निर्धारण बहुत ही सावधानी पूर्वक करना चाहिए।
  - वस्तुओं तथा सेवाओं का चुनाव:** सूचकांक निर्माण में किन-किन वस्तुओं और सेवाओं को शामिल किया है, इसका निर्धारण भी एक

महत्वपूर्ण पहलू है। इसलिए यह आवश्यक है कि सूचकांक के उद्देश्य को ध्यान में रखकर, वस्तुओं व सेवाओं का चुनाव करना चाहिए।

4. **विधि का चुनाव:** सूचकांक निर्माण की अनेक विधियां हैं। भिन्न-2 विधियों से भिन्न-भिन्न परिणाम आते हैं। अतः किसी विधि का चुनाव किया जाए, यह एक समस्या है।

प्र. 2 उपभोक्ता कीमत सूचकांक की रचना के पद बताइए।

उत्तर. उपभोक्ता कीमत सूचकांक को जीवन निर्वाह लागत सूचकांक भी कहा जाता है। इसकी रचना के पद निम्नलिखित है—

1. **उपभोक्ता वर्ग का चुनाव:** CPI की रचना से पूर्व यह तय करना आवश्यक है कि सूचकांक किस उपभोक्ता वर्ग के लिए बनाया जा रहा है — औद्योगिक कर्मचारियों के लिए, कृषि श्रमिक के लिए आदि।
2. **पारिवारिक बजट की जानकारी:** उपभोक्ता वर्ग का चुनाव करने के पश्चात् चुने हुए परिवारों के बजट संबंधी आंकड़े इकट्ठे किए जाते हैं अर्थात् वे किन-किन वस्तुओं का प्रयोग करते हैं, कितनी-कितनी मात्रा में करते हैं और उनका मूल्य क्या है।
3. **आधार वर्ष का चुनाव:** इसके पश्चात् आधार वर्ष का चुनाव किया जाता है। यह सामान्य वर्ष होना चाहिए।
4. **कीमतों के विषयों में जानकारी—** इसके पश्चात् चयन की गई वस्तुओं और सेवाओं की फुटकर कीमतों संबंधी आंकड़े एकत्र किए जाते हैं।
5. **भारांकन:** इसके पश्चात् चुनी हुई वस्तुओं और सेवाओं को उनके महत्व के अनुसार भार दिया जाता है।
6. **विधि का चुनाव:** अंत में यह निश्चित किया जाता है कि CPI निर्धारण हेतु किस विधि का प्रयोग किया जाए।

प्र.3. उपभोक्ता कीमत सूचकांक का क्या महत्व है।

उत्तर. 1. यह सरकार को विभिन्न विषयों जैसे: कर, कीमत, नियंत्रण, सामान्य आर्थिक और राजकोषीय संबंधी नीतियों के निर्माण में सहायक है।  
2. इसके आधार पर सरकार महँगाई भत्ते का निर्धारण करती है जिसके आधार पर बढ़ती हुई कीमतों तथा कर्मचारियों के वेतन में सामंजस्य स्थापित किया जाता है।

3. यह वास्तविक मूल्यों के माप और वास्तविक आय के निर्धारण मापन में सहायक है।

प्र. 4. सूचकांक की सीमाएं लिखिए।

उत्तर. 1. यह केवल सापेक्षिक परिवर्तनों को मापता है।

2. यह केवल संख्यात्मक परिवर्तनों को मापता है।

3. सूचकांक पूर्णतः सत्य नहीं होते।

4. सूचकांक की विभिन्न विधियों से भिन्न-भिन्न परिणाम आते हैं।

### अर्थशास्त्र में प्रयुक्त कुछ गणितीय उपकरण

दो चरों के बीच सम्बन्ध को तीन प्रकार से प्रकट किया जा सकता है—

1) एक तालिका के रूप में

2) एक रेखाचित्र के रूप में

3) एक गणितीय समीकारण के रूप में

वर्तमान में अर्थशास्त्री भिन्न-भिन्न आर्थिक चरों के बीच के सम्बन्ध का गणितीय समीकारण के रूप में वर्णन करना पसंद करते हैं।

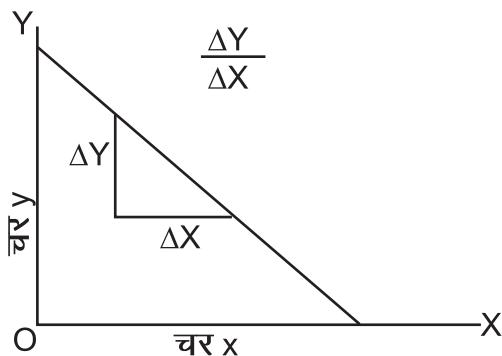
**फलनात्मक सम्बन्ध** — यह चरों के बीच में कारण तथा प्रभाव सम्बन्ध को दर्शाता है।

1) एक रेखा का ढाल (रेखीय वक्र)

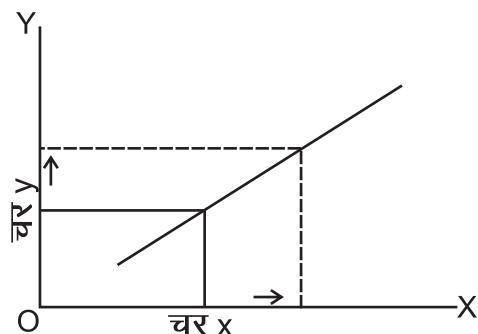
सरल रेखा का ढाल एक समान होता है। इसका अर्थ है कि दूसरे चर में इकाई परिवर्तन के कारण एक चर में परिवर्तन सरल रेखा के किसी भी स्थान पर समान रहता है। एक सरल रेखा के ढाल की निम्न प्रकार से गणना की जाती है—

ढाल =

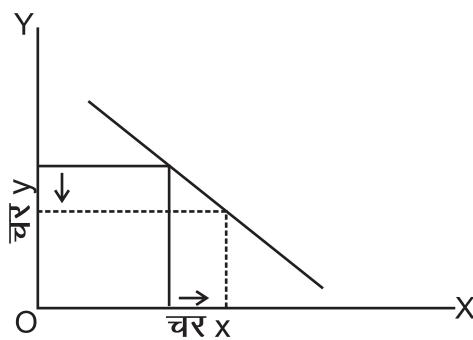
$$\frac{Y - \text{अक्ष पर चर में परिवर्तन}}{X - \text{अक्ष पर चर में परिवर्तन}}$$



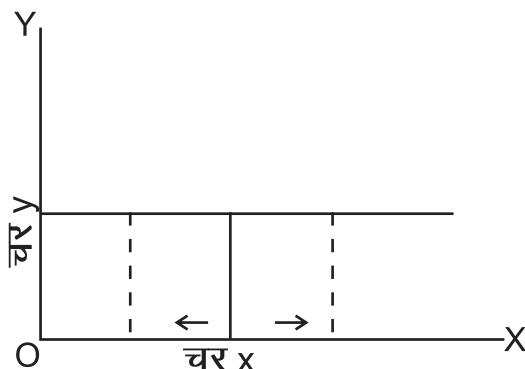
- 1) धनात्मक ढाल – यदि रेखा ऊपर की ओर उठती हुई है तब दो चर प्रत्यक्ष रूप से सम्बंधित होते हैं।



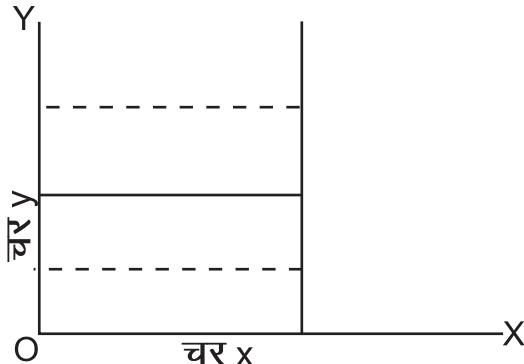
- 2) ऋणात्मक ढाल – जब रेखा नीचे की ओर ढाल वाली होती है तब दो चर विपरीत रूप से सम्बन्धित होते हैं।



- 3) शून्य ढाल – एक क्षैतिज़ सरल रेखा की ढाल शून्य होता है क्योंकि  $\Delta y$  शून्य होता है ।



- 4) अनन्त ढाल – एक उर्ध्वाधर सरल रेखा की स्थिति में ढाल अनन्त होता है क्योंकि  $\Delta y$  इतना अधिक बड़ा होता है कि इसे मापा नहीं जा सकता ।

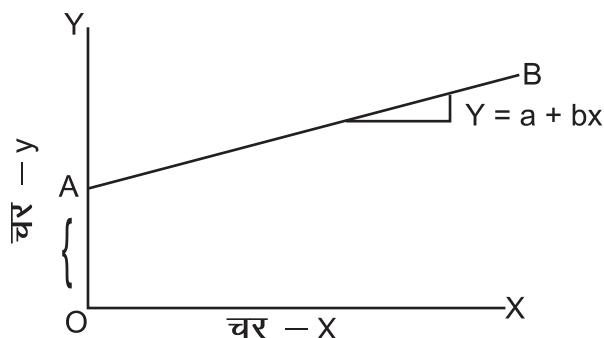


### (II) सरल रेखा का समीकरण

सरल रेखा की स्थिति में ढलान स्थिर रहती है । सीधी रेखा की ढलान  $y = a + bx$  या  $y = a - bx$  प्रकार की होती है ।

- 1) ऊपर की दहिनी ओर ढालू सीधी रेखा –

ऊपर की ओर जाती हुई सीधी रेखा की ढलान को निम्न प्रकार से व्यक्त किया जाता है ।



$a = AB$  रेखा की  $y$  अक्ष अंतः खण्ड जो कि  $OA$  के समान है।

$$b = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \text{ जो कि स्थिर है}$$

$X = \text{स्वतंत्र चर}$

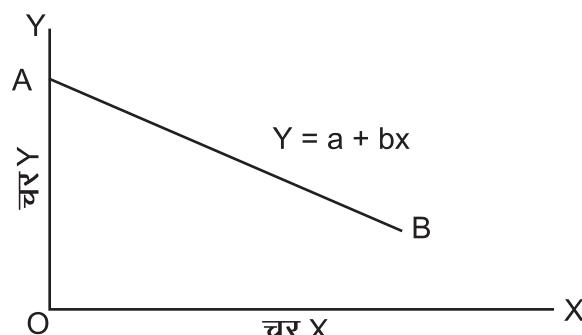
इस समीकरण में  $a$  का मूल्य रेखा के मूल बिन्दु पर निर्भर करता है।

2) नीचे की दाहिनी ओर ढालू सीधी रेखा।

ऐसी स्थिति में समीकरण निम्न होगा,

$$y = a - bx$$

(-) चिन्ह  $= x$  और  $y$  के बीच विपरीत सम्बन्ध को दर्शाता है।



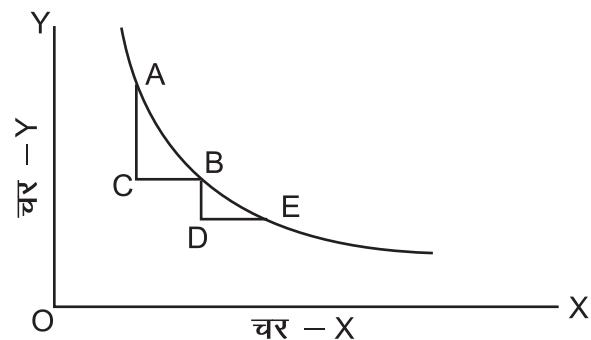
### (III) एक चक्र का ढाल (आरेखीय वक्र)

आरेखीय वक्र वह होता है जिसका ढाल बदलता रहता है। एक सरल रेखा के ढाल के विपरीत एक वक्र का ढाल लगातार बदलता रहता है।

(a) नीचे की दायीं ओर ढालू वक्र का ढलान। (उन्नतोदर वक्र)

ढलान मापने के लिए  $A$  से  $B$  की ओर चलन को लेते हैं।

$$\text{ढलान} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{AC}{CB}$$

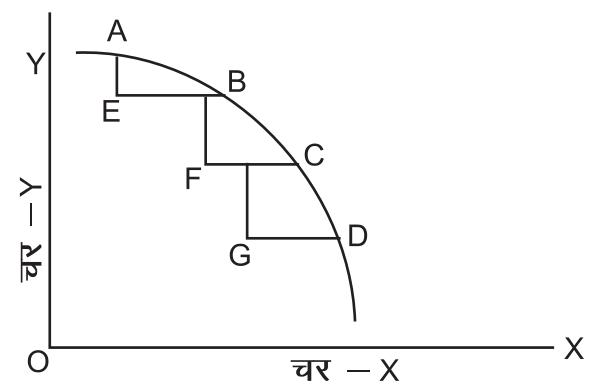


जब A से बिन्दु B, B से E, और इस प्रकार

$$\text{ढलान} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{BD}{DE}$$

अतः ढलान जो  $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$  है, गिरती जाती है।

- (b) नीचे की दायीं ओर ढालू नतोदर वक्र।  
नीचे की दायीं ओर ढालू वक्र की ढलान बढ़ती जाती है।



## अभ्यास प्रश्न-प्रत्र-1 (हल सहित)

### खण्ड 'अ'

प्र. 1. आदर्शात्मक अर्थशास्त्र को परिभाषित कीजिए। (1)

प्र. 2. एक उपभोक्ता दो वस्तुओं का उपभोग करता है। उपभोक्ता संतुलन की अवस्था में होगा जब— (1)

(i) दो वस्तुओं की सीमान्त उपयोगिता समान होगी।

(ii) दो वस्तुओं की कल उपयोगिता समान होगी।

(iii) दो वस्तुओं की प्रति रूपए सीमान्त उपयोगिता समान होगी।

(iv) दो वस्तुओं की संख्या समान होगी।

प्र. 3. माँग वक्र दाई ओर खिसकता है जब— (1)

(i) वस्तु की कीमत में कमी होती है।

(ii) स्थानापन्न वस्तु की कीमत में कमी होती है।

(iii) पूरक वस्तु की कीमत में कमी होती है।

(iv) आय की असमानता बढ़ती है।

प्र. 4. एक उपभोक्ता किस बण्डल (संयोग) को सबसे अधिक प्राथमिकता देगा यदि उसका अधिमान एकदिष्ट है— (1)

(i) X वस्तु की 6 इकाइयाँ तथा Y वस्तु की 5 इकाइयाँ।

(ii) X वस्तु की 5 इकाइयाँ तथा Y वस्तु की 5 इकाइयाँ।

(iii) X वस्तु की 5 इकाइयाँ तथा Y वस्तु की 6 इकाइयाँ।

(iv) X वस्तु की 6 इकाइयाँ तथा Y वस्तु की 6 इकाइयाँ।

प्र. 5. सरकार ने ग्रामीण क्षेत्र में रोज़गार बढ़ाने के लिए MGNREGA योजना शुरू की है। इसका उत्पादन संभावना वक्र पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

प्र. 6. एक वस्तु की पूर्ति लोच 1.5 है। इसकी कीमत में 10 प्रतिशत वृद्धि होने पर इसकी पूर्ति 30 इकाइयों से बढ़ जाती है। आरंभिक कीमत पर इसकी पूर्ति की गणना कीजिए। (3)

या

'आगतों की कीमत में वृद्धि' किस प्रकार पूर्ति को प्रभावित करती है, समझाइये।

प्र. 7. बजट सेट और बजट रेखा के बीच अन्तर कीजिए। (4)

प्र. 8. परिवर्ती अनुपात का नियम क्या दर्शाता है? यह दीर्घकाल में लागू क्यों नहीं होता? (3)

प्र. 9. पूर्ण प्रतियोगिता और एकाधिकारात्मक प्रतियोगिता में कोई चार अन्तर कीजिए।

या

अल्पाधिकार बाजार में 'गैर-कीमत प्रतियोगिता' के निहितार्थ को समझाइये।

प्र. 10. एक उपभोक्ता दो वस्तुओं X तथा Y का उपभोग करता है तथा वह संतुलन की अवस्था में है। यदि Y वस्तु की कीमत कम हो जाए तो एक विवेकशील उपभोक्ता का क्या व्यवहार होगा। तटस्थता (अनाधिमान) वक्र विश्लेषण विधि द्वारा समझाइये। (6)

या

'माँग में विस्तार' तथा 'माँग में वृद्धि' में अन्तर कीजिए। अपने दैनिक जीवन का कोई उदाहरण भी दीजिए।

प्र. 11. (i) सीमान्त लागत (MC) तथा औसत लागत (AC) के बीच संबंध बताइये।  
(ii) जब उत्पादन के सभी स्तरों पर कीमत एक समान रहती है तब कुल आगम (संप्राप्ति) वक्र का आकार कैसा होता है। (3 × 2 = 6)

प्र. 12. एक वस्तु की संतुलन कीमत तथा संतुलन मात्रा किस प्रकार प्रभावित होती है, जब प्रतिस्थापन वस्तु की कीमतों में परिवर्तन होता है? (6)

### खण्ड 'ब'

प्र. 13. कौन-सी केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप बीजगणितीय प्रयोग के लिए उपयुक्त नहीं है? (1)

प्र. 14. बारंबारता सारणी क्या है? (1)

प्र. 15. उपभोक्ता मूल्य सूचकांक का प्रयोग नहीं होता है— (1)

(a) मजदूरी निर्धारण में (b) कीमत निर्धारण में

(c) कराधान नीति में (d) उत्पादन नीति में

प्र. 16. अन्तर चतुर्थक परास ज्ञात करने के लिए सूत्र लिखिए। (1)

प्र. 17. वर्गीकृत आँकड़ों में 'सूचना की हानि' क्या है? (3)

- प्र. 18.** वर्तमान में कृषि श्रमिकों का उपभोक्ता कीमत सूचकांक (CPiAL) 215 है। इस महीने में मैट्रो का किराया 50% बढ़ गया है। कृषि श्रमिकों के उपभोक्ता कीमत सूचकांक (CPIAL) पर इसके प्रभाव को कारण सहित विवरण दीजिए। (3)

या

100 परिवारों की आय के आँकड़ों में 5 परिवारों की आय अत्यधिक उच्च है। तथा 8 परिवारों की आय अत्यधिक निम्न है। इस स्थिति में आप किस परिक्षेपण के माप के प्रयोग को प्राथमिकता देगें? कारण सहित बताएं।

- प्र. 19.** निम्नलिखित आँकड़ों से माध्य की गणना कीजिए। (4)

मद	0 से अधिक	10 से अधिक	20 से अधिक	30 से अधिक	40 से अधिक
आवृत्ति	28	24	14	4	0

- प्र. 20.** एक कक्षा के 100 छात्रों द्वारा प्राप्त प्रतिशत अंक दिए गए हैं। प्रथम चतुर्थक तथा तृतीय चतुर्थक की गणना कीजिए। (4)

अंक	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65
छात्रों की संख्या	14	16	18	23	18	8	3

- प्र. 21.** निम्न आँकड़ों से पाश्चर्च विधि द्वारा भारित समूहित सूचकांक की गणना कीजिए। (4)

मदें	आधार वर्ष कीमत	वर्तमान वर्ष कीमत	आधार वर्ष मात्रा	वर्तमान वर्ष मात्रा
A	20	24	10	12
B	15	21	15	16
C	30	33	8	10
D	5	7	20	22
E	12	18	30	40

अथवा

निधि गुप्ता वर्ष 2018 में ₹80,000 वेतन प्राप्त करती है तथा इस समय CPI 850 है। उसके पिताजी आधार वर्ष 2001 में ₹11,000 वेतन प्राप्त करते थे। कौन जीवन का बेहतर स्तर बनाए रखने में आगे था?

- प्र. 22.** आयतचित्र द्वारा निम्न आँकड़ों का प्रस्तुतीकरण कीजिए तथा बहुलक भी दर्शाये।

अंक	0 से अधिक	10 से अधिक	20 से अधिक	30 से अधिक	40 से अधिक
छात्रों की संख्या	40	38	30	20	6

प्र. 23. निम्न आंकड़ों से माध्यिका द्वारा माध्य विचलन तथा माध्य विचलन गुणांक की गणना कीजिए—

अंक	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
श्रमिकों की संख्या	8	12	20	16	4

प्र. 24. निम्न आंकड़ों से कार्ल पियरसन सह संबंध गुणांक ज्ञात कीजिए—

X	30	40	60	70	100
Y	90	110	140	150	160

या

निम्न आंकड़ों से रिप्यसैन कोटि सहसंबंध गुणांक की गणना कीजिए।

X	60	50	45	55	65
Y	85	60	55	65	75

## अंक योजना

1. आदर्शात्मक अर्थशास्त्र यह बताता है कि क्या होना चाहिये या आर्थिक समस्यायें किस प्रकार हल की जानी चाहिए।
2. (c)
3. (c)
4. (d)
5. रोजगारी कम करने का देश की उत्पादन संभावना वक्र पर कोई प्रभाव नहीं होगा ऐसा इस कारण होगा क्योंकि संभावना क्षमता पूर्ण रोजगार की मान्यता से निर्धारित होता है। इसलिए बेरोजगारी कम होने से संभावना क्षमता पर पहुँचने में ही मदद मिलेगी।

6. 
$$\Sigma S = \frac{\text{पूर्ति की गई मात्रा में प्रतिशत परिवर्तन}}{\text{कीमत में प्रतिशत परिवर्तन}}$$

$$1.5 = \frac{\text{पूर्ति की गई मात्रा में प्रतिशत परिवर्तन}}{10\%}$$

$$15\% = \text{पूर्ति की गई मात्रा में प्रतिशत परिवर्तन}$$

$$\text{आरंभिक पूर्ति का } 15\% = 30 \Rightarrow Q = \frac{30}{15} \times 100 = \boxed{Q = 200}$$

अथवा

आगतों की कीमत में वृद्धि उत्पादन की लागत को बढ़ा देती है और लाभ मार्जिन को घटा देती है परिणामस्वरूप उसी कीमत पर पूर्ति घट जायेगी।

7. **बजट सेट :** दो वस्तुओं के सभी संभव संयोगों का सेट है जिन्हें एक उपभोक्ता बाजार में कीमतों और दी गई आय से प्राप्त कर सकता है।
8. **बजट रेखा :** दो वस्तुओं के उन सभी संभव संयोगों का ग्राफीय निरूपण है जिन्हें दी गई आय और कीमतों से खरीदा जा सकता है जब उपभोक्ता अपनी समस्त आय खर्च करता है।
8. **परिवर्ती अनुपातों का नियम:** यह नियम बताता है कि जब हम अन्य आगतों को स्थिर रखते हुए केवल एक आगत की मात्रा को बढ़ाते हैं तो कुल उत्पाद प्रारंभ में बढ़ती दर से बढ़ता है, फिर घटती दर से बढ़ता है तथा अंत में गिरता है। यह नियम दीर्घ काल में लागू नहीं होता क्योंकि दीर्घ काल में सभी आगतों को एक साथ समान अनुपात में परिवर्तित करके उत्पाद को बढ़ाया जा सकता है।

9. पूर्ण प्रतियोगिता बाजार का वह रूप है जहाँ बहुत सारे क्रेता तथा बहुत सारे विक्रेता समरूप वस्तु को एक दी हुई कीमत पर खरीदते तथा बेचते हैं, तथा कीमत का निर्धारण उदयोग द्वारा किया जाता है।

**पूर्ण प्रतियोगिता की विशेषताएँ:**

1. समरूप उत्पाद
2. पूर्ण ज्ञान
3. कीमत पर कोई निमंत्रण नहीं।
4. माँग वक्र पूर्णतया: लोचदार होता है। जबकि एकाधिकार प्रतियोगिता बाजार का वह रूप है जिसमें बहुत सारे विक्रेता निकट संबंधी लेकिन विभेदीकृत वस्तुओं को बेचती है।

**एकाधिकारिक प्रतियोगिता का विशेषताएँ:**

1. विभेदीकृत वस्तु
2. पूर्ण ज्ञान का अभाव
3. कीमत पर आंशिक नियंत्रण
4. माँग वक्र ऋणात्मक ढलान वाला तथा लोचदार

**अथवा**

अल्पाधिकार बाजार में कीमत स्थिर रहती है चाहे माँग तथा पूर्ति की स्थितियों में परिवर्तन हो। वे कीमत दृढ़ता की नीति की अपनाती है तथा फर्म विज्ञापन, बेहतर ग्राहक सेवा, उत्पाद के साथ मुफ्त उपहार आदि तरीकों से एक दूसरे से प्रतियोगिता करती है।

10. उपभोक्ता संतुलन की शर्तें

$$(1) MRS = \frac{P_x}{P_y}$$

(2) MRS लगातार गिरती है।

जब वस्तु की कीमत गिरती है तो

$MRS < \frac{P_x}{P_y}$  तब इसका अर्थ होता है कि उपभोक्ता X वस्तु के लिए बाजार में

प्रचलित कीमत से कम कीमत देने को तत्पर है। इससे उपभोक्ता X को कम और Y

को अधिक खरीदने को प्रेरित होता है। इस कारण MRS बढ़ती जाती है। जब तक यह कीमतों के अनुपात के बराबर नहीं हो जाती संतुलन स्थापित नहीं हो जाता है।

अथवा

**मांग में विस्तार:** जब अन्य कारक के यथास्थिर रहने पर कीमत में कमी के कारण माँगी जाने वाली मात्रा बढ़ जाती है तो इसे मांग में विस्तार कहते हैं।

**उदाहरण :** जब मोबाइल फोन की कीमत कम होने से इसकी माँगी गई मात्रा बढ़ जाती है।

**मांग में वृद्धि:** जब वस्तु की अपनी कीमत के अतिरिक्त अन्य किसी भी कारक के कारण वस्तु की मांग बढ़ जाती है। तो इसे मांग में वृद्धि कहते हैं।

**उदाहरण :** उपभोक्ता के आय बढ़ने से वर्तमान कीमतों पर कार की मांग में वृद्धि

11. (A) AC तथा MC संबंध:

जब  $AC > MC$ , AC घटता है।

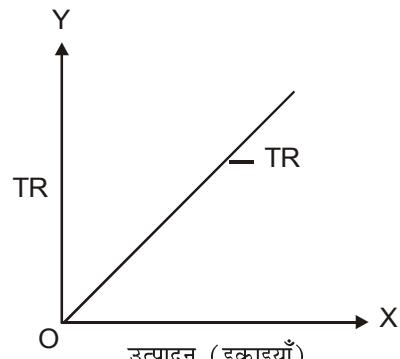
$AC = MC$ , AC स्थिर है।

$AC \ll MC$ , AC बढ़ता है।

(B) उत्पादन कीमत = AR TR

इकाइयाँ

1	10	10
2	10	20
3	10	30
4	10	40
5	10	50



TR स्थिर दर से बढ़ता है।

12. जब प्रतिस्थापन वस्तु की कीमत बढ़ती है तो वस्तु की मांग बढ़ जाती है जिससे दी गई कीमत पर माँग आधिक्य की स्थिति उत्पन्न हो जाती है। माँग आधिक्य के फलस्वरूप क्रेताओं में प्रतिस्पर्धा होती है जिसमें कारण कीमत बढ़ जाती है जिससे पूर्ति में विस्तार तथा मांगों में संकुचन होता है तथा यह प्रक्रिया जब तक चलती है जब तक कि माँग तथा पूर्ति बराबर न हो जाए अतः संतुलन बढ़ जाएगी तथा माँग मात्रा भी बढ़ जाएगी।

## खण्ड 'ब'

13. बहुलक तथा माध्यिका
14. बारंबारता सारणी वह श्रृंखला है जिसमें आंकड़ों की मदों की वास्तविक माप को आवृत्ति द्वारा दर्शाया जाता है।
15. उत्पादन नीति में।
16.  $Q_3 - Q_1$  तृतीय चतुर्थक – प्रथम चतुर्थक
17. एक बार जब आँकड़ों को वर्गों में समूहित कर दिया जाता है तब व्यष्टि प्रेक्षणों का आगे सांख्यिकी परिकलनों में कोई महत्व नहीं होता तथा उनकी सूचना की हानि हो जाती है।
18. मेट्रो रेल को किराया बढ़ने पर CPIAL पर कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा क्योंकि कृषि श्रमिक इसका प्रयोग नहीं करते तथा यह उनकी उपभोक्ता टोकरी का भाग नहीं है

या

इस स्थिति में चतुर्थक विचलन का प्रयोग करूँगा क्योंकि यह उच्चतम 25% तथा निम्नतम 25% मदों से प्रभावित नहीं होता है।

19.	वर्ग अन्तराल	f	M	FM	माध्य $\bar{X} = \frac{\sum fM}{\sum f} = \frac{560}{28}$
	0-10	4	5	20	$= 20$
	10-20	10	15	150	माध्य $\bar{X} = 20$
	20-30	10	25	250	
	30-40	4	35	140	
		$\sum f=28$		$\sum fM=560$	

अंक	छात्रों की संख्या	संचयी आवृत्ति
30-35	14	14
35-40	16	30
40-45	18	48
45-50	23	71
50-55	18	89
55-60	8	97
60-65	3	100

$$Q_1 = \frac{N}{4} \text{ वीं मद का आकार}$$

= 25वें मद का आकार

35-40 वर्ग अंतराल में है।

$$Q_1 = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - C - F}{F} \times i$$

$$= 35 + \frac{25 - 14}{16} \times 5$$

$$= 35 + 3.43$$

$$Q_1 = 38.43$$

$$Q_3 = 3\left(\frac{N}{4}\right) \text{ वीं मद का आकार}$$

= 75वीं मद का आकार

50-55 वर्ग अंतराल में है।

$$Q_3 = L_1 + \frac{3\left(\frac{N}{4}\right) - C.F}{F} \times i$$

$$= 50 + \frac{75 - 71}{18} \times 5$$

$$= 50 + 1.11$$

$$Q_3 = 51.11$$

मर्दें	$p_0$	$p_1$	$q_0$	$q_1$	$P_1 q_1$	$p_0 q_1$
A	20	24	10	12	288	240
B	15	21	15	16	336	240
C	30	33	8	10	330	300
D	5	7	20	22	154	110
E	12	18	30	40	720	480
					1828	1370

पाश्चे की कीमत सूचकांक  $P_{01} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 100 = \frac{1828}{1370} \times 100$

$$P_{01} = 133.43$$

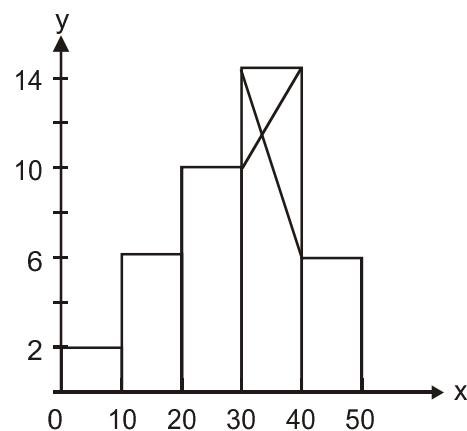
निधि गुप्ता की वास्तविक आय =  $\frac{80,000}{850} \times 100 = 941.76$

निधि के पिता की आधारवर्ष में आय = 11,000

निधि के पिताजी बेहतर जीवन स्तर बनाए रखने में आगे थे।

22.

अंक	छात्रों की संख्या
0 - 10	2
10 - 20	8
20 - 30	10
30 - 40	14
40 - 50	6



23.	आयु	संख्या	संचयी	मध्यन	$ dM $	$f dM $
	20 - 30	8	8	25	20	160
	30- 40	12	20	35	10	120
	40-50	20	40	45	0	0
	50-60	16	56	55	10	160
	60-70	4	0	65	20	<u>80</u>
						520

माध्यिका से माध्य विचलनए  $MDM = \frac{\sum f|dm|}{\sum f} = \frac{520}{60} = 8.67$

माध्यिका  $M = \frac{N}{2}$  वां पद

$= \frac{60}{2} = 30$  वें पद का आकार

वर्ग अंतराल 40-50 में शामिल

$$M = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - C.F}{F} \times i$$

$$= 40 + \frac{30 - 20}{20} \times 10$$

$M = 45$

## अभ्यास प्रश्न-प्रत्र-2 (हल रहित)

### खण्ड 'अ'

प्र. 1. उत्पादन के प्रत्येक स्तर पर सीमांत आगम (MR) कीमत के समान है। औसत आगम (संप्राप्ति) AR (1)

- (a) उत्पादन बढ़ने के साथ बढ़ता जाएगा।
- (b) पहले बढ़ेगा तथा फिर घटने लगेगा।
- (c) उत्पादन के प्रत्येक स्तर पर समान रहेगा।
- (d) सीमांत आगम से अधिक रहेगा।

प्र. 2. संसाधनों के कौन से गुण आर्थिक समस्या को जन्म देते हैं?

प्र. 3. जब सीमांत लागत (MC) न्यूनतम होती है तब—

- (a) सीमांत लागत (MC) औसत लागत (AC) के बराबर होती है।
- (b) कुल लागत (TC) अधिकतम होती है।
- (c) औसत लागत (AC) भी न्यूनतम होती है।
- (d) कुल लागत स्थिर होती है।

प्र. 4. पूर्ति वक्र दाई ओर खिसकता है जब—

- (a) वस्तु की कीमत में वृद्धि होती है।
- (b) संबंधित वस्तु की कीमत में वृद्धि होती है।
- (c) आगतों की कीमत में कमी होती है।
- (d) फर्मों की संख्या में कमी होती है।

प्र. 5. अर्थव्यवस्था की केन्द्रीय समस्या 'किसके लिए उत्पादन किया जाए' को समझाएँ।

प्र. 6. एक उपभोक्ता ₹10 प्रति इकाई कीमत पर वस्तु की 40 इकाइयाँ खरीदता है। वस्तु की कीमत ₹11 प्रति इकाई होने पर उपभोक्ता कितनी इकाइयाँ यदि वस्तु की माँग की कीमत लोच (-1.5) है। गणना कीजिए। (3)

या

'स्थानापन्न वस्तु की उपलब्धता' कस प्रकार माँग की कीमत लोच को प्रभावित करती है? उदाहरण सहित बताइये।

**प्र. 7.** एकदिष्ट अधिमान का क्या अर्थ है? समझाइये उच्च अनाधिमान (तटस्थता) वक्र उच्च संतुष्टि स्तर को क्यों दर्शाता हैं?

**प्र. 8.** 'अल्पकाल क्या है' एक विवेकशील उत्पादक अल्पकाल में परिवर्ती अनुपात के नियम के किस चरण में उत्पादन करेगा?

**प्र. 9.** 'फर्मों के स्वतंत्र प्रवेश और बर्हिमान' का निहितार्थ समझाइये।

या

पूर्ण अल्पाधिकार तथा अपूर्ण अल्पाधिकार के बीच अन्तर कीजिए।

**प्र. 10.** "एक वस्तु की कीमत तथा मांगी गई मात्रा में ऋणात्मक संबंध होता है"। इस तथ्य की उपयोगिता विश्लेषण विधि द्वारा समझाइए।

**प्र. 11.** उत्पादक का संतुलन क्या है एक संख्यात्मक उदाहरण की सहायता से उत्पादक के संतुलन की शर्तों को समझाइये।

या

पूर्ति फलन का क्या अर्थ है? बाजार पूर्ति को प्रभावित करने वाले कोई चार कारकों को समझाइए।

**प्र. 12.** एक वस्तु की संतुलन कीमत तथा संतुलन मात्रा किस प्रकार प्रभावित होती है जब उस वस्तु का उत्पादन करने वाली फर्मों की संख्या में परिवर्तन होता है।

### खण्ड 'ब'

**प्र. 13.** 'यादृच्छिक प्रतिचयन' का कोई अन्य नाम लिखिए। (1)

**प्र. 14.** निम्न में से कौन-सी केन्द्रीय प्रवृत्ति सीमान्त मूल्यों से सर्वाधिक प्रभावित होती है?

- |             |              |     |
|-------------|--------------|-----|
| (a) माध्य   | (b) माध्यिका | (1) |
| (c) चतुर्थक | (d) बहुलक    |     |

**प्र. 15.** परिक्षेपण की माप 'मानक विचलन' की शुरूआत किसने की थी? (1)

**प्र. 16.** सेंसेक्स (SENSEX) सूचकांक दर्शाता हैं—

- |  |
|--|
| (a) बाम्बे स्टॉक एक्सचेन्ज के 50 शीर्ष शेयरों की कीमत में परिवर्तन   |
| (b) नेशनल स्टॉक एक्सचेन्ज के 50 शीर्ष शेयरों की कीमत में परिवर्तन    |
| (c) बोम्बे स्टॉक एक्सचेन्ज के शीर्ष 30 शेयरों की कीमत में परिवर्तन   |
| (d) बोम्बे स्टॉक एक्सचेन्ज में बेचे गए शेयरों की संख्या में परिवर्तन |

**प्र. 17.** सांख्यिकी का अर्थशास्त्र में क्या महत्व है? किन्हीं तीन की व्याख्या कीजिए।

**प्र. 18.** अपवर्जी श्रृंखला तथा समावेशी श्रृंखला में उदाहरण सहित अंतर कीजिए (3)

या

इन्टरनेट से द्वितीयक स्ट्रोत से आँकड़े प्राप्त करते समय आप किन बातों का ध्यान रखेंगे? कोई तीन कारण बताइये?

**प्र. 19.** निम्न आवृति वितरण में माध्यिका की गणना कीजिए। (4)

अंक (से अधिक)	0	10	20	30	40	50	60
छात्रों की संख्या	50	46	40	20	10	3	0

**प्र. 20.** निम्न आकड़ों से बहुलक की गणना कीजिए। (4)

मजदूरी	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
मजदूरों की संख्या	7	10	27	15	12	8

**प्र. 21.** निम्नलिखित आँकड़ों से भारित औसत कीमत अनुपात द्वारा सूचकांक की गणना कीजिए।

मद	आधार वर्ष की कीमत	वर्तमान वर्ष की कीमत	भार
A	40	64	52
B	100	140	8
C	10	18	18
D	50	60	12
E	20	50	10

या

मास	जनवरी	फरवरी	मार्च	अप्रैल	मई	जून
WPI	200	210	231	245	255	278

उपरोक्त आँकड़ों के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दो।

(i) किस महीने में महंगाई दर में सबसे अधिक वृद्धि हुई।

(ii) किस महीने में महंगाई दस में सबसे कम वृद्धि हुई।

**प्र. 22.** तोरण द्वारा निम्न आंकड़ों का प्रस्तुतीकरण करते हुए माध्यिका का पता लगाइये।

वर्ग अन्तराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
आवृत्ति	6	9	15	12	8

प्र. 23. निम्नलिखित आँकड़ों से लारेंज वक्र की रचना कीजिए तथा दोनों फर्मों में मजदूरी के वितरण के तुलना कीजिए। (6)

मजदूरी A	फर्म- A मजदूरों की संख्या	फर्म- B मजदूरों की संख्या
100-200	20	150
200-300	15	100
300-400	20	90
400-500	25	110
500-600	20	50

प्र. 24. निम्न आँकड़ों से कार्ल पियरसन सह-संबंध गुणाक की गणना कीजिए। (6)

X:	28	29	30	31	33	35	36
Y:	23	24	25	26	28	29	30

प्र. 25. निम्न आँकड़ों से स्पियरमैन कोटि सह-संबंध गुणाक की गणना कीजिए। (6)

X:	36	25	75	82	92	62	65	35
Y:	51	60	68	60	86	58	35	49

## अभ्यास प्रश्न-पत्र-3 (हल रहित)

### कक्षा-ग्यारहवीं

### विषय-अर्थशास्त्र

समय : 3 घंटे

अधिकतम अंक : 80

#### खण्ड 'अ'

- प्र. 1.** इनमें से कौन-सा आर्थिक क्रिया का उदाहरण है? (1)  
 (a) उत्पादन    (b) उपभोग  
 (c) विनिमय    (d) उपरोक्त सभी
- प्र. 2.** अवसर लागत को परिभाषित कीजिए। (1)
- प्र. 3.** माँग के संकुचन से क्या अभिप्राय है? (1)
- प्र. 4.** समविच्छेद बिंदु क्या दर्शाता है।
- प्र. 5.** किसके लिए उत्पादन किया जाए की केन्द्रीय समस्या की व्याख्या कीजिए। (3)
- प्र. 6.** बंधी लागतों तथा परिवर्ती लागतों में भेद कीजिए। प्रत्येक के दो-दो उदाहरण दीजिए। (3)
- प्र. 7.** एक उपभोक्ता ₹5 प्रति इकाई पर वस्तु Y की 100 इकाइयाँ खरीदता है उस वस्तु की मांग की कीमत लोच 2 है किस कीमत पर वह वस्तु Y की 140 इकाइयाँ खरीदने को तैयार होगा? (4)
- प्र. 8.** उपभोक्ता संतुलन अवस्था में कैसे पहुंचता है जब वह केवल एक ही वस्तु खरीद रहा है? (4)
- प्र. 9.** माँग की लोच को प्रभावित करने वाले कोई चार कारकों की व्याख्या कीजिए। (4)
- प्र. 10.** अल्पाधिकार की मुख्य विशेषताओं की व्याख्या कीजिए। गठबंधन तथा गैर-गठबंधन अल्पाधिकार में अंतर स्पष्ट कीजिए। (6)
- प्र. 11.** एक वस्तु की मांग पर निम्नलिखित प्रभावों की रेखाचित्रों द्वारा व्याख्या कीजिए।  
 (i) क्रेताओं की आय में वृद्धि    (ii) क्रेताओं की आय में कमी (6)

**प्र. 12.** एक उत्पादन की लागत/प्राप्ति अनुसूची दी गई है। उत्पादन के किस स्तर पर उत्पादक संतुलन में है। कारण सहित पुष्टि करें।

इकाइयाँ	कीमत ₹ प्रति इकाई	कुल लागत ₹	(6)
1	15	14	
2	16	24	
3	17	30	
4	18	51	
5	19	75	

### खण्ड 'ब'

**प्र. 13.** निम्नलिखित में से कौन-सा द्वितीयक आंकड़ों का एक स्रोत हैं— (1)

- |                       |                  |
|-----------------------|------------------|
| (a) सरकारी प्रकाशन    | (b) निजी प्रकाशन |
| (c) भारतीय स्टेट बैंक | (d) उपरोक्त सभी  |

**प्र. 14.** सारणीयन किसे कहते हैं? (1)

**प्र. 15.** चर को परिभाषित कीजिए। (1)

**प्र. 16.** दण्ड आरेख (1)

- |                      |                        |
|----------------------|------------------------|
| (a) एक विमी आरेख है  | (b) द्विवमी आरेख है    |
| (c) विम रहित आरेख है | (d) इनमें से कोई नहीं। |

**प्र. 17.** प्रतिदर्श विधि के तीन प्रमुख गुण बताइए? (3)

**प्र. 18.** प्राथमिक व द्वितीयक आंकड़ों में अन्तर स्पष्ट करें। (3)

**प्र. 19.** पदविचलन विधि से माध्य ज्ञात करें। (4)

अंक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
विद्यार्थी की संख्या	17	24	39	8	20

**प्र. 20.** वृत्तीय आरेख से आप क्या समझते हैं। एक श्रमिक परिवार के व्यय से संबंधित आंकड़ों को वृत्तीय आरेख द्वारा दिखाइए। (4)

व्यय की मद्दें	भोजन	वस्त्र	घर	ईधन व प्रकाश	अन्य
व्यय की गई प्रतिशत आय	65	15	12	5	3

प्र. 21. सूचकांक क्या है? इसकी सीमाओं का वर्णन करें। (4)

प्र. 22. निम्न तालिका का बहुलक ज्ञात कीजिए। (6)

आकार	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30
आवृत्ति	20	30	50	40	10

प्र. 23. सह संबंध की अवधारणा का वर्णन करें। (6)

(i) समरेखीय तथा अरेखीय सह संबंध तथा

(ii) धनात्मक और ऋणात्मक सह संबंध में मूल अंतर क्या है।

प्र. 24. निम्नलिखित 10 विद्यार्थियों के अंकों का मानक विचलन ज्ञात कीजिए। (6)

क्रमांक	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
अंक	43	48	65	57	31	60	37	48	78	59

## अभ्यास प्रश्न-पत्र-4 (हल रहित)

### कक्षा-ग्यारहवीं

### विषय-अर्थशास्त्र

समय : 3 घंटे

‘खण्ड अ’

अधिकतम अंक : 80

**प्र.** 1. प्रारंभ में  $\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y}$  : y की कीमत में कमी होने से वस्तु Y का उपभोग:

(a) घटता है (b) बढ़ता है (1)

(c) स्थिर रहता है (d) शून्य हो जाता है

**प्र.** 2. सीमांत लागत को परिभाषित कीजिए। (1)

**प्र.** 3. जब उत्पादन का स्तर शून्य होता है तब बंधी लागत होती है। (1)

(a) शून्य (b) ऋणात्मक

(c) धनात्मक (d) परिवर्ती लागत के बराबर

**प्र.** 4. अल्पाधिकार को परिभाषित कीजिए? (1)

**प्र.** 5. वास्तविक तथा आदर्शात्मक अर्थशास्त्र में अन्तर स्पष्ट कीजिए? (3)

**प्र.** 6. निम्नलिखित तालिका को पूरा कीजिए? (3)

उत्पादन (इकाइयाँ)	कुल परिवर्ती लागत (₹)	औसत परिवर्ती लागत (₹)	सीमांत लागत
1	20	—	—
—	—	16	12
3	54	—	—
—	—	20	26

**प्र.** 7. मांग वक्र का ढलान ऋणात्मक क्यों होता है? व्याख्या कीजिए। (4)

**प्र.** 8. एक काल्पनिक संख्यात्मक उदाहरण की सहायता से बजट रेखा के समीकरण के व्याख्या कीजिए? (4)

प्र. 9. पूर्ण प्रतियोगी बाजार की क्या विशेषताएँ हैं वर्णन कीजिए? (4)

प्र. 10. एक रेखाचित्र की सहायता से कुल भौतिक उत्पाद के व्यवहार के रूप में परिवर्ती अनुपात के नियमों की व्याख्या कीजिए। (6)

प्र. 11. उत्पादक संतुलन से क्या अभिप्राय है सीमांत लागत व सीमान्त आगम की सहायता से उत्पादक संतुलन की शर्तें बताओ। (6)

प्र. 12. मांग की कीमत लोच को प्रभावित करने वाले कारकों की व्याख्या कीजिए। (6)

### ‘खण्ड ब’

प्र. 13. समग्र से क्या अभिप्राय है। (1)

प्र. 14. यादृच्छिक प्रतिदर्शी के विधि के अंतर्गत समग्र की प्रत्येक इकाई के प्रतिदर्शी के रूप में चुने जाने के ..... अवसर होते हैं। (1)

(a) समान

(b) असमान

(c) शून्य

(d) इनमें से कोई नहीं।

प्र. 15. वर्ग-विस्तार को परिभाषित कीजिए। (1)

प्र. 16. रेखीय-ग्राफ को ..... भी कहा जाता है (1)

(a) समरेखीय ग्राफ

(b) अरेखीय ग्राफ

(c) कालिक शृंखला ग्राफ

(d) इनमें से कोई नहीं।

प्र. 17. निम्नलिखित आवृत्ति वितरण की माध्यिका ज्ञात कीजिए। (3)

मजदूरों की दर 0-10 10-20 20-30 30-40 40-50

श्रमिकों की संख्या 22 38 46 35 20

प्र. 18. बहुलक के किन्हीं तीन गुणों को लिखिए। (3)

प्र. 19. माध्य विचलन की गणना करें (सामान्तर माध्य द्वारा) (4)

लाभ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
दूकानों	5	10	15	0	25

प्र. 20. सांख्यिकीय वर्गीकरण क्या है? इस वर्गीकरण का क्या महत्व है। (4)

प्र. 21. दण्ड आरेख से क्या अभिप्राय है? इसके प्रकारों की व्याख्या कीजिए। (4)

प्र. 22. संगणना विधि एवं निर्दर्शन विधि को परिभाषित करते हुए अन्तर स्पष्ट कीजिए। (6)

प्र. 23. X तथा Y के बीच श्रेणी अंतर सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए। (6)

X:	46	56	39	45	54	58	36	40
Y:	30	60	40	50	70	70	30	50

प्र. 24. मानक विचलन ज्ञात कीजिए। (6)

दैनिक मजदूरी	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
मजदूरों की संख्या	2	7	10	5	3

□□□

## નોટ્સ

## नोट्स

## नोट्स