PAPER - III

MODEL QUESTION PAPER
MATHEMATICS
CLASS - XII

Time 3 Hrs   M.M. 100

सामान्य निर्देश :-

(i) सभी प्रश्न अनिवार्य है।

(ii) इस प्रश्न पत्र में 29 प्रश्न है जो चार खण्डो में विभाजित है "अ", "ब" "स" तथा "द" खण्ड "अ" में चार प्रश्न है जिसमें से प्रत्येक एक अंक का है। खण्ड "ब" में 8 प्रश्न है। जिसमें से प्रत्येक 4 अंक का है खण्ड "स" में 14 प्रश्न है। जिसमें प्रत्येक 4 अंक का है। खण्ड द में 6 प्रश्न है। जिसमें प्रत्येक 6 अंक का है।

(iii) पूर्ण प्रश्न पत्र में विकल्प नही है फिर भी चार अंको वाले 3 प्रश्नों में तथा 6 अंको वाले 2 प्रश्नो में आन्तरिक विकल्प ऐसे सभी प्रश्नो में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

(iv) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नही है। यदि आवश्यक है तो आप लघुगणकीय सारणियाँ माँग सकते है।

SECTION - A
खण्ड - "अ"

प्रश्न संख्या 1 से 4 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

प्रश्न- 1 यदि $\begin{bmatrix} -8 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix} = A + \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ है तो आव्यूह A का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 2. $\sqrt{x}$ का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए।

प्रश्न 3 अवकल समीकरण $xy\frac{d^2y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\frac{dy}{dx} = 0$ की कोटि एवं घात बताइए

प्रश्न 4. सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

SECTION - B

खण्ड - "ब"

(प्रश्न संख्या 5 से 12 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है)

प्रश्न 5. सिद्ध कीजिए $\tan^{-1}\frac{2}{11} + \tan^{-1}\frac{7}{24} = \tan^{-1}\frac{1}{2}$

प्रश्न 6. यदि $A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 5 & 4 & -9 \end{vmatrix}$ हो तो $|A|$ ज्ञात कीजिए

प्रश्न 7. x के सापेक्ष $\sec(\tan\sqrt{x})$ का अवकलन कीजिए

प्रश्न 8 यदि $x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1-\cos\theta)$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए

प्रश्न 9. $\int \frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} dx$ का समाकलन कीजिए

प्रश्न 10 यदि $e^x \tan y \, dx + (1-e^x)\sec^2 y \, dy = 0$ वाले अवकल समीकरण को हल करो

प्रश्न 11 दो समतलों $3x - 6y + 2z = 7$ और $2x + 2y - 2z = 5$ के बीच कोण ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 12 यदि $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ और $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$, तो $P(A/B)$ ज्ञात कीजिए।

SECTION - C

खण्ड "स"

(प्रश्न संख्या 13 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।)

प्रश्न 13 सिद्ध कीजिए कि $f(x) = [x]$ द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन $f: R \to R$ न तो एकैकी है। और न आच्छादक है, जहाँ $[x]$, x से कम या उसके बराबर महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है।

अथवा

माना $n \in N$ के लिए $f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, & \text{यदि } n \text{ विषम है} \\ \frac{n}{2} & \text{यदि } n \text{ सम है।} \end{cases}$

द्वारा परिभाषित एक फलन $f: N \to R$ है, बताइए कि क्या फलन f एकैकी आच्छादक है, अपने उत्तर का औचित्य भी बताइए।

प्रश्न 14 सिद्ध कीजिए कि $\sin^{-1}\frac{3}{5} - \sin^{-1}\frac{8}{7} = \cos^{-1}\frac{84}{85}$

अथवा

$\tan^{-1}\left[2\cos\left(2\sin^{-1}\frac{1}{2}\right)\right]$ का मान ज्ञात कीजिए

प्रश्न 15 सारणिक के गुणधर्म का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए

$$\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ca & cb & c^2+1 \end{vmatrix} = 1+a^2+b^2+c^2$$

प्रश्न 16. $f(3.02)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए जहाँ $f(x) = 3x^2+5x+3$ है।

अथवा

एक स्थिर झील में एक पत्थर डाला जाता है और तरंगें वृत्तों में 4 cm/s गति से चलती हैं। जब वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या 10 cm है। तो उस क्षण, घिरा हुआ

क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है।

प्रश्न 17 फलन $\frac{1}{1-\tan x}$ का समाकलन कीजिए।

प्रश्न 18 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - y = \cos x$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 19. एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ द्वारा निर्धारित है।

प्रश्न 20 दो सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के परिमाण ज्ञात कीजिए, यदि इनके परिमाण समान है और इन के बीच का कोण $60°$ है तथा इनका अदिश गुणनफल $\frac{1}{2}$ है।

प्रश्न 21 यदि $y^x = x^y$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए

प्रश्न 22 एक विशेष समस्या को A और B द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकता क्रमश $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$ यदि दोनो स्वतंत्र रूप से समस्या हल करने का प्रयास करते है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि

1. समस्या हल हो जाती है।
2. उनमें से तथ्यतः कोई एक समस्या हल कर लेता है।

प्रश्न 23 एक पासे को तीन बार उछाला जाता है। तो कम से कम एक बार विषम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

SECTION - D

खण्ड - द

(प्रश्न संख्या 24 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है)

प्रश्न 24. आव्यूह $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ को एक

सममित तथा विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

प्रश्न 25. यदि $y = (\tan^{-1} x)^2$ है तो दर्शाइए कि

$(x^2+1)^2 y_2 + 2x(x^2+1) y_1 = 2$ है।

प्रश्न 26 $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 27. समाकलन का उपयोग करते हुए ऐसे त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $(-1, 0), (1, 3)$ एवं $(3, 2)$ है।

अथवा

वक्र $x^2 = 4y$ एवं रेखा $x = 4y - 2$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 28 समतलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ और $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = 5$ के प्रतिच्छेदन तथा बिन्दु $(1, 1, 1)$ से जाने वाले समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

अथवा

रेखाओं $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ और

$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ के बीच

की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 29. एक निर्माणकर्ता नट और बोल्ट का निर्माण करता है एक पैकट नटो के निर्माण में मशीन A पर एक घंटा और मशीन B पर 3 घंटे काम करना पड़ता है। जबकि एक पैकट बोल्ट के निर्माण में 3 घंटे मशीन A पर और 1 घंटा मशीन B पर काम करना पड़ता है। वह नटो से Rs-17.50 प्रति पैकट और बोल्टो पर Rs = 7.00 प्रति पैकट लाभ कमाता है। यदि प्रति दिन मशीनो का अधिकतम उपयोग 12 घंटे किया जाय तो प्रत्येक (नट और बोल्ट) के कितने पैकट ~~अपरिमित~~ उत्पादित किए जाँए ताकि अधिकतम लाभ कमाया जा सके।