

# **शिक्षा निदेशालय**

राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

सहायक सामग्री  
( 2017-2018 )

कक्षा : नवमी

## **गणित**

मार्गदर्शनः

श्रीमती पुण्य सलिला श्रीवास्तव  
सचिव (शिक्षा)

श्रीमती सौम्या गुप्ता  
निदेशक (शिक्षा)

डॉ. सुनीता शुक्ला कौशिक  
अतिरिक्त शिक्षा निदेशक (स्कूल एवं परीक्षा)

समन्वयकः

श्रीमती रजनी रावल अधिकारी (परीक्षा)	श्रीमती शारदा तनेजा विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)	डॉ. सतीश कुमार विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)
--	---	--

उत्पादन मंडल

अनिल कुमार शर्मा  
दीपक तंवर

दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो में अनिल कौशल, सचिव, दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो, 25/2,  
पंखा रोड, संस्थानीय क्षेत्र, नई दिल्ली द्वारा प्रकाशित तथा मैसर्स अरिहन्त ऑफसेट, नई दिल्ली  
द्वारा मुद्रित।

**Smt. Punya Salila Srivastava**  
IAS



सचिव ( शिक्षा )  
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र  
दिल्ली सरकार  
पुराना सचिवालय, दिल्ली-110054  
दूरभाष : 23890187 टेलीफ़ोन : 23890119

Secretary (Education)  
Government of National Capital Territory of Delhi  
Old Secretariat, Delhi-110054  
Phone : 23890187 Telefax : 23890119  
e-mail : secyedu@nic.in

### **SUBJECTWISE SUPPORT MATERIAL**

#### **PREFACE**

It is a matter of great pleasure for me to present the Support Material for various subjects prepared for the students of classes IX to XII by a team of dedicated and sincere teachers and subject experts from the Directorate of Education.

The subject wise Support Material is designed to enhance the academic performance of the students and improve their understanding of the subject. It is hoped that this comprehensive study material will be put to good use by both the students and the teachers in order to achieve academic excellence.

I commend the efforts of the team of respective subject teachers and their group leaders who worked sincerely and tirelessly under the able guidance of the officers of the Directorate of Education to complete this remarkable work in time.

*Punya Salile*  
(Punya S. Srivastava)

**Saumya Gupta, IAS**



**Director**

Education & Sports, Govt. of NCT of Delhi  
Old Secretariat, Delhi - 110054  
Tel.: 23890172, Fax : 23890355  
E-mail : diredu@nic.in  
Website : www.edudel.nic.in

D.O. No. ९५/८८/२०१७/३०४

Date : ३०/०८/२०१७

प्रिय विद्यार्थियों,

इस पुस्तक के माध्यम से आपके साथ सीधे संवाद का अवसर मिल रहा है। और अपने विद्यार्थियों के साथ जुड़ने के इस अवसर का मैं पूरा लाभ उठाना चाहती हूँ।

दिल्ली में आपके विद्यालय जैसे कोई १०३० राजकीय विद्यालय हैं, जिनका संचालन 'शिक्षा निदेशालय' करता है। शिक्षा निदेशालय वा मुख्यालय पुराना सचिवालय (ओल्ड सेक्रेटरिएट), दिल्ली-७४ में स्थित हैं।

इस निदेशालय में सभी अधिकारी दिन रात कार्य करते हैं ताकि हमारे स्कूल और अच्छे बन सकें; हमारे शिक्षक आपको नए-नए व बेहतर तरीकों से पढ़ा सकें; परीक्षा में हमारे सभी विद्यार्थी और अच्छे अंक ला सकें तथा उनका भविष्य सुनिश्चित हो।

इसी क्रम में पिछले कुछ वर्षों से शिक्षा निदेशालय ने कक्षा नवीं से बारहवीं तक के अपने विद्यार्थियों के लिए विभिन्न विषयों में 'सहायक सामग्री' उपलब्ध करवाना प्रारंभ किया है।

प्यारे बच्चों, आपके हाथ में यह जो पुस्तक है, इसे कई उत्कृष्ट अध्यापकों ने मिलकर विशेष रूप से आप ही के लिए तैयार किया है। इसे तैयार करवाने में काफी मेहनत और धन खर्च हुआ है। इसलिए अपनी मुख्य पाठ्यपुस्तक के साथ-साथ यदि आप इस सहायक सामग्री का भी अच्छे से अभ्यास करेंगे तो परीक्षा में आपकी सफलता तो सुनिश्चित होगी ही, आपको बाजार में बिकने वाली महंगी सहायक पुस्तकें भी खरीदने की जरूरत नहीं पड़ेंगी। और हाँ, इस पुस्तक को हर साल हम CBSE के पाठ्यक्रम के अनुसार संवर्धित और परिमार्जित भी करते हैं ताकि छात्र छात्राओं की परीक्षा-तैयारी अध्यतन रहे।

अंततः, एक बात और। अपने विद्यार्थी काल के जिस पड़ाव से आप आज गुजर रहे हैं, यह आपके शेष जीवन की नींव के निर्माण का समय है। मुझे आप पर पूरा विश्वास है कि आप इस समय का सदुपयोग करेंगे, खूब अध्ययन करेंगे तथा अपने एवं अपने देश के लिए एक सार्थक भविष्य की नींव डालेंगे।

मेरी द्वारा शुभकामनाएं।

*सौम्या गुप्ता*

आपकी  
सौम्या गुप्ता

**Dr. Sunita S. Kaushik**  
Addl. Director of Edn. (School)/Exam



Govt. of N. C. T. of Delhi  
Directorate of Education  
Old Secretariat, Delhi-54  
Tel. : 23890283

D. O. No. P.D./H.A.L./D.E/Sch/3  
Dated. 14/09/2017

## विषयवार सहायक सामग्री

### प्रस्तावना

शिक्षा निदेशालय के अनुभवी एवं विषय विशेषज्ञ शिक्षकों द्वारा कक्षा 9वीं से 12वीं के छात्रों हेतु नवीनतम सहायक सामग्री को प्रस्तुत करते हुए मुझे अपार हर्ष हो रहा है।

गत वर्ष से विद्यार्थियों को उपलब्ध करायी जा रही सहायक सामग्री हमारे विद्यालयों के उन छात्रों के लिए वरदान सिद्ध हो रही है जो बाजार से गुणात्मक विषय रामग्री खरीदने में अक्षम हैं। निदेशालय द्वारा उपलब्ध कराई जाने वाली सामग्री ऐसे छात्रों को सार्वजनिक परीक्षाओं में बेहतर प्रदर्शन करने का मौका प्रदान करती है। इस सहायक-सामग्री में निर्धारित शब्दों को स्पष्ट एवं व्यापक ढंग से प्रस्तुत किया गया है।

आध्यापकों से उम्मीद की जाती है कि वे विद्यार्थियों को इस सहायक-सामग्री का प्रयोग अभ्यास करायेंगे जिससे इन छात्रों के शैक्षिक प्रदर्शन में वृद्धि हो और साथ ही छात्रों से भी यह उम्मीद की जाती है कि वे इस सहायक सामग्री का अधिकतम उपयोग कर प्रत्येक विषय को ठीक ढंग से समझ सकें।

मैं, इस सहायक सामग्री को तैयार करने वाले सभी शिक्षकों का उनके बहुमूल्य योगदान के लिए अभार प्रकट करती हूँ।

डॉ. सुनीता शुक्ला कौशिक  
अतिरिक्त शिक्षा निदेशक (विद्यालय एवं परीक्षा)



**शिक्षा निदेशालय**  
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

**सहायक सामग्री**  
**(2017-2018)**

**गणित**  
कक्षा : नवमी  
( हिन्दी माध्यम )

**निःशुल्क वितरण हेतु**

---

**दिल्ली पाठ्य-पुस्तक ब्यूरो द्वारा प्रकाशित**



# **MATHEMATICS**

## **Class (IX)**

# **TEAM MEMBERS**

1.	Sh. S.B. Tripathi	V.PL., CRGSKV No. 2, Ghonda, Delhi <b>(Group Leader)</b>
2.	Mrs. Ritu Tiwari	TGT Maths RPVV, Surajmal Vihar, Delhi
3.	Mr. Neeraj Gupta	TGT Maths RPVV, Civil Lines, Delhi
4.	Mr. Jaspal Singh Negi	TGT Maths GBSSS, J&K Block, Dilshad Garden, Delhi
5.	Mrs. Kavita Yadav	TGT Maths CRGSKV No. 2, Ghonda, Delhi

## विषय सूची

क्र. सं.	अध्याय	पृष्ठ संख्या
1.	संख्या पद्धति	11
2.	बहुपद	23
3.	निर्देशांक ज्यामिति	31
4.	दो चरों वाले रैखिक समीकरण	39
5.	यूकिलिड की ज्यामिति का परिचय	50
6.	रेखाएँ और कोण	57
7.	त्रिभुज	69
8.	चतुर्भुज	80
9.	समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल	89
10.	वृत्त	99
11.	रचनाएँ	112
12.	हीरोन का सूत्र	115
13.	पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	124
14.	सांख्यिकी	134
15.	प्रायिकता	146
	अभ्यास प्रश्नपत्र—1	156
	अभ्यास प्रश्नपत्र—2	170
	अभ्यास प्रश्नपत्र—3	175

## **COURSE STRUCTURE**

### **MATHEMATICS (IX)** **(Code No. 041)**

The Syllabus in the subject of Mathematics has undergone changes from time to time in accordance with growth of the subject and emerging needs of the society. The present revised syllabus has been designed in accordance with National Curriculum Framework 2005 and as per guidelines given in the Focus Group on Teaching of Mathematics which is to meet the emerging needs of all categories of students. For motivating the teacher to relate the topics to real life problems and other subject areas, greater emphasis has been laid on applications of various concepts.

The curriculum at Secondary stage primarily aims at enhancing the capacity of students to employ Mathematics in solving day-to-day life problems and studying the subject as a separate discipline. It is expected that students should acquire the ability to solve problems using algebraic methods and apply the knowledge of simple trigonometry to solve problems of height and distances. Carrying out experiments with numbers and forms of geometry, framing hypothesis and verifying these with further observations form inherent part of Mathematics learning at this stage. The proposed curriculum includes the study of number system, algebra, geometry, trigonometry, mensuration, statistics, graphs and coordinate geometry, etc.

The teaching of Mathematics should be imparted through activities which may involve the use of concrete materials, models, patterns, charts, pictures, posters, games, puzzles and experiments.

#### **Objectives**

The broad objectives of teaching of Mathematics at secondary stage are to help the learners to:

- consolidate the Mathematical knowledge and skills acquired at the upper primary stage;
- acquire knowledge and understanding, particularly by way of motivation and visualization, of basic concepts, terms, principles and symbols and underlying processes and skills;
- develop mastery of basic algebraic skills;

- develop drawing skills;
- feel the flow of reason while proving a result or solving a problem;
- apply the knowledge and skills acquired to solve problems and wherever possible, by more than one method;
- to develop ability to think, analyze and articulate logically;
- to develop awareness of the need for national integration, protection of environment, observance of small family norms, removal of social barriers, elimination of gender biases;
- to develop necessary skills to work with modern technological devices and mathematical softwares.
- to develop interest in mathematics as a problem-solving tool in various fields for its beautiful structures and patterns, etc.
- to develop reverence and respect towards great Mathematicians for their contributions to the field of Mathematics;
- to develop interest in the subject by participating in related competitions;
- to acquaint students with different aspects of Mathematics used in daily life;
- to develop an interest in students to study Mathematics as a discipline.

#### **COURSE STRUCTURE CLASS -IX**

<b>Units</b>	<b>Unit Name</b>	<b>Marks</b>
I	NUMBER SYSTEMS	08
II	ALGEBRA	17
III	COORDINATE GEOMETRY	04
IV	GEOMETRY	28
V	MENSURATION	13
VI	STATISTICS & PROBABILITY	10
	Total	80

#### **UNIT I: NUMBER SYSTEMS**

##### 1. REAL NUMBERS

1. Review of representation of natural numbers, integers, rational numbers on the number line. Representation of terminating / non-

terminating recurring decimals on the number line through successive magnification. Rational numbers as recurring/ terminating decimals. Operations on real numbers.

2. Examples of non-recurring/non-terminating decimals. Existence of non-rational numbers (irrational numbers) such as  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$  and their representation on the number line. Explaining that every real number is represented by a unique point on the number line and conversely, viz. every point on the number line represents a unique real number.
3. Definition of  $n^{\text{th}}$  root of a real number.
4. Existence of  $\sqrt{x}$  for a given positive real number  $x$  and its representation on the number line with geometric proof.
5. Rationalization (with precise meaning) of real numbers of the type  $\frac{1}{a+b\sqrt{x}}$  and  $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$  (and their combinations) where  $x$  and  $y$  are natural number and  $a$  and  $b$  are integers.
6. Recall of laws of exponents with integral powers. Rational exponents with positive real bases (to be done by particular cases, allowing learner to arrive at the general laws.)

## UNIT II: ALGEBRA

### 1. POLYNOMIALS

Definition of a polynomial in one variable, with examples and counter examples. Coefficients of a polynomial, terms of a polynomial and zero polynomial. Degree of a polynomial. Constant, linear, quadratic and cubic polynomials. Monomials, binomials, trinomials. Factors and multiples. Zeros of a polynomial. Motivate and State the Remainder Theorem with examples. Statement and proof of the Factor Theorem. Factorization of  $ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$  where  $a$ ,  $b$  and  $c$  are real numbers, and of cubic polynomials using the Factor Theorem.

Recall of algebraic expressions and identities. Verification of identities:

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$(x \pm y)^3 = x^3 \pm y^3 \mp 3xy(x \mp y)$$

$$x^3 \pm y^3 = (x \mp y)(x^2 \pm xy + y^2)$$

$x^3+y^3+z^3-3xyz=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$  and their use in factorization of polynomials.

## 2. LINEAR EQUATIONS IN TWO VARIABLES

Recall of linear equations in one variable. Introduction to the equation in two variables.

Focus on linear equations of the type  $ax+by+c=0$ . Prove that a linear equation in two variables has infinitely many solutions and justify their being written as ordered pairs of real numbers, plotting them and showing that they lie on a line. Graph of linear equations in two variables. Examples, problems from real life, including problems on Ratio and Proportion and with algebraic and graphical solutions being done simultaneously.

## UNIT III: COORDINATE GEOMETRY

### COORDINATE GEOMETRY

The Cartesian plane, coordinates of a point, names and terms associated with the coordinate plane, notations, plotting points in the plane.

## UNIT IV: GEOMETRY

### 1. INTRODUCTION TO EUCLID'S GEOMETRY

History - Geometry in India and Euclid's geometry. Euclid's method of formalizing observed phenomenon into rigorous Mathematics with definitions, common/ obvious notions, axioms/postulates and theorems. The five postulates of Euclid. Equivalent versions of the fifth postulate. Showing the relationship between axiom and theorem, for example:

(Axiom) 1. Given two distinct points, there exists one and only one line through them.

(Theorem) 2. (Prove) Two distinct lines cannot have more than one point in common.

### 2. LINES AND ANGLES

1. (Motivate) If a ray stands on a line, then the sum of the two adjacent angles so formed is  $180^\circ$  and the converse.

2. (Prove) If two lines intersect, vertically opposite angles are equal.
3. (Motivate) Results on corresponding angles, alternate angles, interior angles when a transversal intersects two parallel lines.
4. (Motivate) Lines which are parallel to a given line are parallel.
5. (Prove) The sum of the angles of a triangle is  $180^\circ$ .
6. (Motivate) If a side of a triangle is produced, the exterior angle so formed is equal to the sum of the two interior opposite angles.

### 3. TRIANGLES

1. (Motivate) Two triangles are congruent if any two sides and the included angle of one triangle is equal to any two sides and the included angle of the other triangle (SAS Congruence).
2. (Prove) Two triangles are congruent if any two angles and the included side of one triangle is equal to any two angles and the included side of the other triangle (ASA Congruence).
3. (Motivate) Two triangles are congruent if the three sides of one triangle are equal to three sides of the other triangle (SSS Congruence).
4. (Motivate) Two right triangles are congruent if the hypotenuse and a side of one triangle are equal (respectively) to the hypotenuse and a side of the other triangle. (RHS Congruence)
5. (Prove) The angles opposite to equal sides of a triangle are equal.
6. (Motivate) The sides opposite to equal angles of a triangle are equal.
7. (Motivate) Triangle inequalities and relation between 'angle and facing side' inequalities in triangles.

### 4. QUADRILATERALS

1. (Prove) The diagonal divides a parallelogram into two congruent triangles.
2. (Motivate) In a parallelogram opposite sides are equal, and conversely.
3. (Motivate) In a parallelogram opposite angles are equal, and conversely.
4. (Motivate) A quadrilateral is a parallelogram if a pair of its opposite sides is parallel and equal.

5. (Motivate) In a parallelogram, the diagonals bisect each other and conversely.
6. (Motivate) In a triangle, the line segment joining the mid points of any two sides is parallel to the third side and in half of it and (motivate) its converse.

## 5. AREA

Review concept of area, recall area of a rectangle.

1. (Prove) Parallelograms on the same base and between the same parallels have the same area.
2. (Motivate) Triangles on the same (or equal base) base and between the same parallels are equal in area.

## 6. CIRCLES

Through examples, arrive at definition of circle and related concepts-radius, circumference, diameter, chord, arc, secant, sector, segment, subtended angle.

1. (Prove) Equal chords of a circle subtend equal angles at the center and (motivate) its converse.
2. (Motivate) The perpendicular from the center of a circle to a chord bisects the chord and conversely, the line drawn through the center of a circle to bisect a chord is perpendicular to the chord.
3. (Motivate) There is one and only one circle passing through three given non-collinear points.
4. (Motivate) Equal chords of a circle (or of congruent circles) are equidistant from the center (or their respective centers) and conversely.
5. (Prove) The angle subtended by an arc at the center is double the angle subtended by it at any point on the remaining part of the circle.
6. (Motivate) Angles in the same segment of a circle are equal.
7. (Motivate) If a line segment joining two points subtends equal angle at two other points lying on the same side of the line containing the segment, the four points lie on a circle.

8. (Motivate) The sum of either of the pair of the opposite angles of a cyclic quadrilateral is  $180^\circ$  and its converse.

## 7. CONSTRUCTIONS

1. Construction of bisectors of line segments and angles of measure  $60^\circ, 90^\circ, 45^\circ$  etc., equilateral triangles.
2. Construction of a triangle given its base, sum/difference of the other two sides and one base angle.
3. Construction of a triangle of given perimeter and base angles.

## UNIT V: MENSURATION

### 1. AREAS

Area of a triangle using Heron's formula (without proof) and its application in finding the area of a quadrilateral.

### 2. SURFACE AREAS AND VOLUMES

Surface areas and volumes of cubes, cuboids, spheres (including hemispheres) and right circular cylinders/cones.

## UNIT VI: STATISTICS & PROBABILITY

### 1. STATISTICS

Introduction to Statistics: Collection of data, presentation of data — tabular form, ungrouped / grouped, bar graphs, histograms (with varying base lengths), frequency polygons. Mean, median and mode of ungrouped data.

### 2. PROBABILITY

History, Repeated experiments and observed frequency approach to probability.

Focus is on empirical probability. (A large amount of time to be devoted to group and to individual activities to motivate the concept; the experiments to be drawn from real - life situations, and from examples used in the chapter on statistics).

## QUESTIONS PAPER DESIGN 2017-18 CLASS-IX

**Mathematics (Code No. 041)                  Time : 3 hrs                  Marks: 80**

S. No.	Typology of Questions	Very Short Answer (VSA) (1 Mark)	Short Answer -I (SA) (2 Marks)	Short Answer -II (SA) (3 Marks)	Long Answer (LA) (4 Marks)	Total Marks	% Weightage (approx.)
1	<b>Remembering</b> (Knowledge based-Simple recall questions, to know specific facts, terms, concepts, principles or theories; Identify, define, or recite, information)	2	2	2	2	20	25%
2	<b>Understanding</b> (Comprehension-to be familiar with meaning and to understand conceptually, interpret, compare, contrast, explain, paraphrase, or interpret information)	2	1	1	4	23	29%
3	<b>Application</b> (Use abstract information in concrete situation, to apply knowledge to new situation; Use given content to interpret a situation, provide an example, or solve a problem)	2	2	3	1	19	24%
4	<b>Higher Order Thinking Skills</b> (Analysis & Synthesis- Classify, compare, contrast, or differentiate between different pieces of information; Organize and / or integrate unique pieces of information from variety of sources)	-	1	4	-	14	17%
5	<b>Evaluation</b> (Judge, and/or justify the value or worth of a decision or outcome, or to predict outcomes based on values)	-	-	-	1	4	5%
	Total	6x1=6	6x2=12	10x3=30	8x4=32	80	100%

Note: One of the LA will be to assess the values inherent in the texts.

### INTERNAL ASSESSMENT

- Periodical Test
- Note Book Submission
- Lab Practical (Lab activities to be done from the prescribed books)

**20 Marks**

10 Marks

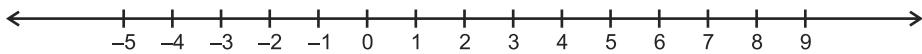
05 Marks

05 Marks

## अध्याय-1

### संख्या पद्धति

#### महत्वपूर्ण बिंदु



- 1, 2, 3.....प्राकृत संख्याएँ हैं, जिन्हें N से प्रदर्शित करते हैं।
- 0, 1, 2, 3 पूर्ण संख्याएँ हैं, जिन्हें W से प्रदर्शित करते हैं।
- .....-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3.....पूर्णांक हैं, जिन्हें Z या I से प्रदर्शित करते हैं।
- एक संख्या को परिमेय संख्या कहते हैं, यदि—  
(a) उसे  $\frac{p}{q}$  के रूप में लिखा जा सकता है, जहाँ p तथा q कोई पूर्णांक है तथा  $p \neq 0$ .

या

- (b) उसका दशमलव प्रसार सांत दशमलव है जैसे ( $\frac{2}{5} = 0.4$ )

या

- (c) उसका दशमलव प्रसार असांत आवर्ती (अनवसानी आवर्ती) है, जैसे—  
( $0.\overline{1234} = 0.1\overset{\circ}{2}\overset{\circ}{3}\overset{\circ}{4} = 0.12341234\dots$ )

- किसी संख्या को अपरिमेय संख्या कहते हैं, यदि  
(a) उस संख्या को  $\frac{p}{q}$  के रूप में नहीं लिखा जा सकता है, जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं और  $q \neq 0$ .

या

- (b) उसका दशमलव प्रसार असांत अनावर्ती है : जैसे ( $0.1010010001\dots$ )

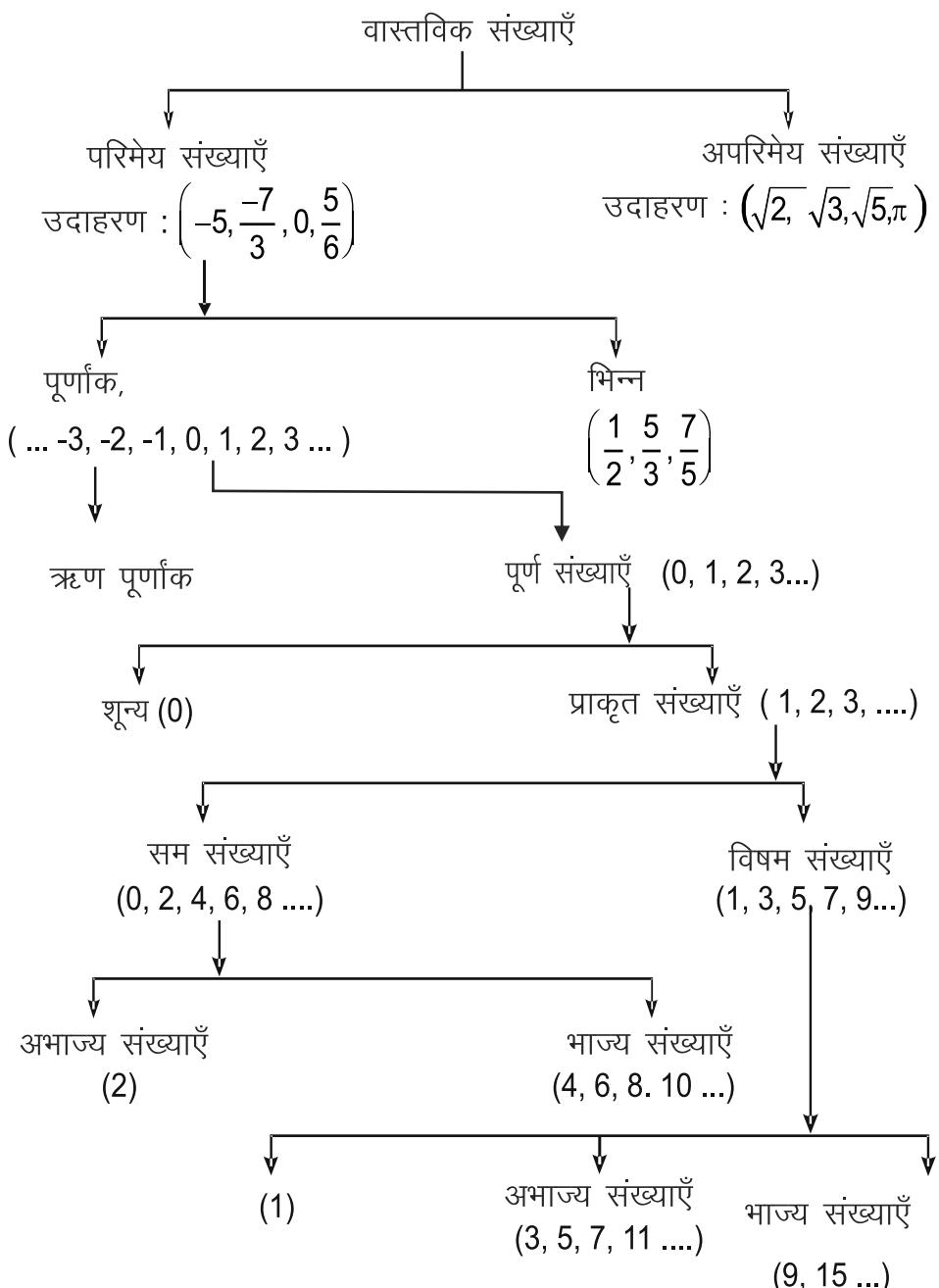
- सभी परिमेय व अपरिमेय संख्याओं के समूह को वास्तविक संख्या कहते हैं।
- किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के बीच में असंख्य परिमेय संख्याएँ होती हैं।
- संख्या रेखा पर किसी भी बिन्दु को एक अद्वितीय वास्तविक संख्या से प्रदर्शित करते हैं। अर्थात् संख्या रेखा के प्रत्येक बिंदु के संगत एक वास्तविक संख्या होती है साथ ही, प्रत्येक वास्तविक संख्या के संगत संख्या रेखा पर एक बिंदु होता है।
- परिमेयीकरण का तात्पर्य है कि अपरिमेय हर को परिमेय के रूप में बदलना।

- $\frac{1}{\sqrt{a} + b}$ , के हर के परिमेयीकरण के लिए हम इसे  $\frac{\sqrt{a} - b}{\sqrt{a} - b}$ , से गुणा करते हैं जहाँ  $a$  तथा  $b$  पूर्णांक हैं।
- घातांक के नियमः— यदि  $a > 0$  एक वास्तविक संख्या है तथा  $m$  व  $n$  परिमेय संख्याएँ हैं, तब
 

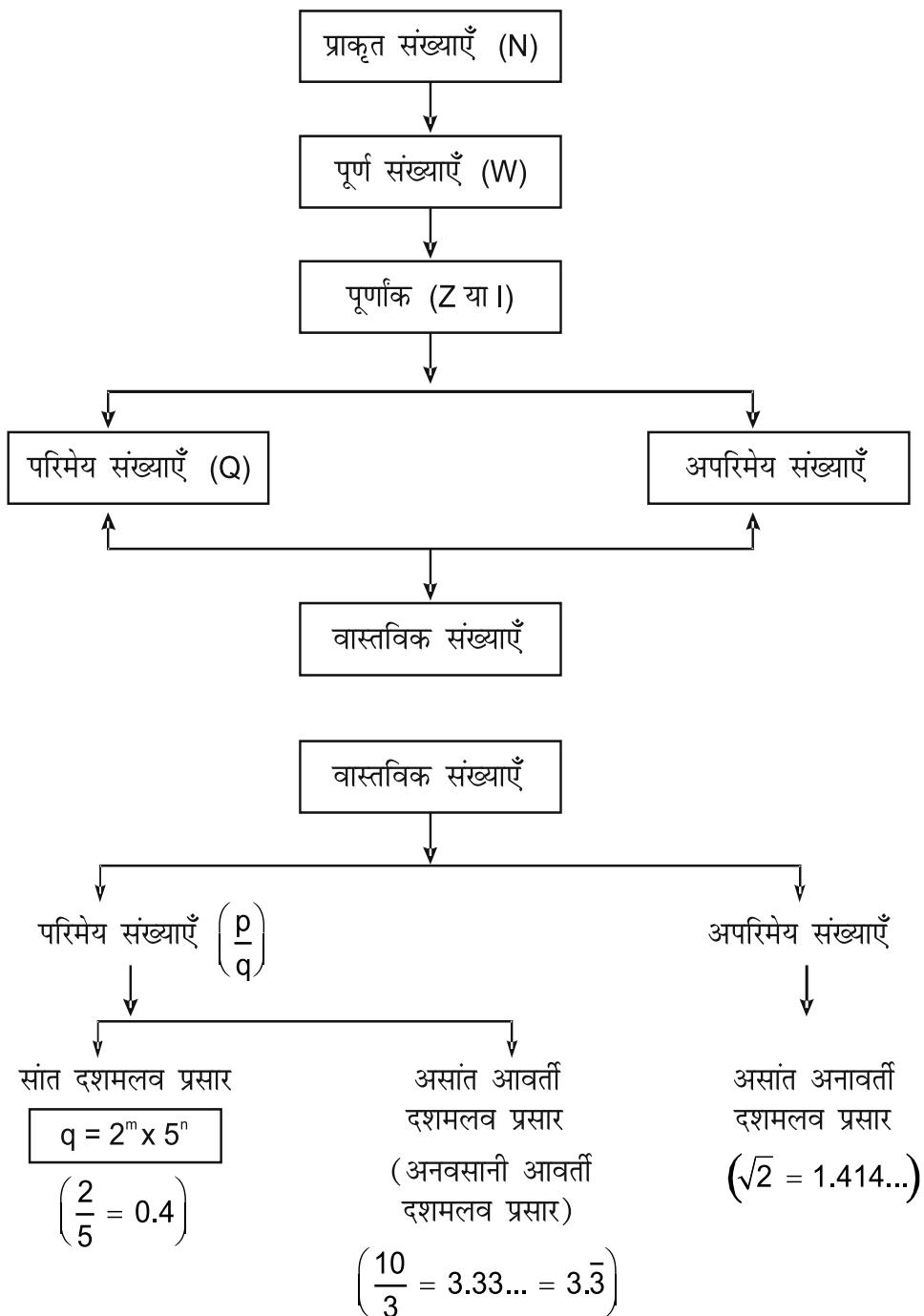
1) $a^m a^n = a^{m+n}$	2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$
3) $(a^m)^n = a^{mn}$	4) $a^m \cdot b^m = (ab)^m$
5) $a^0 = 1$	6) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- वास्तविक धनात्मक संख्याओं  $a$  तथा  $b$  के लिए निम्न सर्वसमिकाएँ लागू होती हैं।
 

1. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$	2. $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
3. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$	4. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$
5. $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$	

- संख्याओं के प्रकार



- विभिन्न प्रकार की संख्याओं का क्रम:



## खण्ड ( अ )

1. प्रथम पाँच पूर्ण संख्याओं को  $\frac{p}{q}$  के रूप में प्रदर्शित कीजिए, जहाँ  $p$  तथा  $q$  पूर्णांक हैं तथा  $q \neq 0$
2.  $\frac{17}{8}, \frac{3}{15}, \frac{2}{7}$ , तथा  $\frac{50}{3}$ . का दशमलव प्रसार ज्ञात कीजिए।
3.  $\frac{2}{9}$  तथा  $\frac{3}{7}$  के बीच चार परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
4.  $\sqrt{23}$  तथा  $\sqrt{24}$  को दशमलव के तीन स्थानों तक दशमलव रूप में लिखिए।
5.  $\sqrt{23}$  तथा  $\sqrt{24}$  के बीच में दो अपरिमेय संख्याएँ लिखिए।
6.  $2$  तथा  $\sqrt{5}$  के बीच एक अपरिमेय तथा एक परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।
7. दो संख्याएँ लिखिए, जिनका दशमलव प्रसार सांत दशमलव है।
8.  $\frac{5}{7}$  के दशमलव प्रसार में अंकों के आवर्ती खंड में अंकों की अधिकतम संख्या कितनी हो सकती है?
9. ऐसी दो संख्याएँ लिखिए जिनके दशमलव प्रसार अनवसानी अनावर्ती हो।
10.  $(256)^{0.16} \times (256)^{0.09}$  का मान ज्ञात कीजिए।
11. 2016 तथा 2017 के बीच दो अपरिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

## खण्ड ( ब )

12. संख्या रेखा पर  $\frac{-7}{5}$  को प्रदर्शित कीजिए।
13. निम्न को संख्या रेखा पर प्रदर्शित कीजिए।

i)  $\sqrt{5}$       ii)  $\sqrt{13}$       iii)  $\sqrt{9.3}$       iv)  $\sqrt{2}$

14.  $3 + \sqrt{2.6}$  को संख्या रेखा पर प्रदर्शित कीजिए।
15.  $\frac{2}{3}$  तथा  $\frac{3}{2}$  के बीच दो अपरिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
16. सरल कीजिए:  $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{80} + \sqrt{48} - \sqrt{45} - \sqrt{27}}$
17.  $[1^3 + 2^3 + 3^3 + 8^2]^{-5/2}$  का मान ज्ञात कीजिए।
18. x का मान बताइए, यदि  $x^{1/2} = (36)^{0.5}$
19. x का मान ज्ञात कीजिए, यदि  $(\sqrt{3})^x = 3^7$
20. यदि  $2^{5x} \div 2^x = \sqrt[5]{32}$ . तो x का मान बताइए।
21. मान ज्ञात कीजिए :  $a^{x-y} \cdot a^{y-z} \cdot a^{z-x}$ .
22. सरल कीजिए :  $12^{\frac{2}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{5}}$ .
23. नीचे दी गई परिमेय संख्याओं में किसका सांत दशमलव प्रसार होगा या असांत आवर्ती (अनवसानी आवर्ती) दशमलव प्रसार होगा?
- (i)  $\frac{135}{50}$       (ii)  $\frac{4}{11}$       (iii)  $\frac{8}{7}$       (iv)  $6\frac{3}{8}$
- (v)  $\frac{55}{9}$       (vi)  $\frac{5^2 \times 3^3}{2 \times 5^3 \times 27}$       (vii)  $\frac{51}{60}$ .
24. नीचे दी गई संख्याओं का वर्गीकरण सांत दशमलव या असांत आवर्ती (अनवसानी आवर्ती) या असांत अनावर्ती दशमलव के रूप में कीजिए।
- (i) 0.1666...      (ii) 0.250.....      (iii) 1.01001000100001....

- (iv) 0.27696                   (v) 2.142857142857...   (vi) 0.3  
(vii) 0.2359872785...   (viii) 0.48484884848...   (ix) 2.502500250002...  
(x) 4.123456789

दी गई संख्याओं को परिमेय व अपरिमेय संख्याओं के रूप में भी निरूपित कीजिए।

25. दी गई संख्याओं को परिमेय या अपरिमेय संख्या के रूप में वर्गीकृत कीजिए।

(i)  $\sqrt{27}$       (ii)  $\sqrt{36}$       (iii)  $\sqrt{5} \times \sqrt{125}$     (iv)  $2\sqrt{3}$

$$(v) \quad \frac{7\sqrt{7}}{\sqrt{343}} \quad (vi) \quad 2 + \sqrt{21} \quad (vii) \quad 5 + 2\sqrt{23} - (\sqrt{25} + \sqrt{92})$$

$$(\text{viii}) \quad \frac{22}{7} \quad (\text{ix}) \quad \pi \quad (\text{x}) \quad \sqrt[3]{27}$$

26. दी गई संख्याओं को के रूप में व्यक्त कीजिए। जहाँ  $p$  तथा  $q$  पूर्णांक हैं और  $q \neq 0$ .

(iii)  $0.181818\dots$  (iv)  $0.4\overline{37}$

(v) 3.651

- ## 27. निर्देशनुसार कीजिए :

(i) जोड़िए :  $\sqrt{125} + 2\sqrt{27}$  तथा  $-5\sqrt{5} - \sqrt{3}$

(ii) जोड़िए :  $\sqrt{7} - \sqrt{11}$  तथा  $\sqrt{5} - \sqrt{11} + \sqrt{13}$

(iii) गुण कीजिए:  $2\sqrt{2}$  को  $5\sqrt{2}$ .

(iv) गुणा कीजिए:  $(-3 + \sqrt{5})$

(v) भाग दीजिए :  $7\sqrt{5}$  को  $-14\sqrt{125}$

(vi) भाग दीजिए:  $2\sqrt{216} - 3\sqrt{27}$  को 3 से

## खण्ड-स

27. सरल कीजिए:

- (i)  $(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})$       (ii)  $(2\sqrt{8} - 3\sqrt{2})^2$   
 (iii)  $(\sqrt{7} + \sqrt{6})^2$       (iv)  $(6 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{3})$

29. मान ज्ञात कीजिए:

(i)  $\frac{2^{38} + 2^{37} + 2^{36}}{2^{39} + 2^{38} + 2^{37}}$       (ii)  $\left[ \left( 64^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{6}} \right]^2$

30.  $a$  का मान ज्ञात कीजिए यदि  $\frac{6}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = 3\sqrt{2} - a\sqrt{3}$ .

31. सरल कीजिए:  $\left[ 5(8^{\frac{1}{3}} + 27^{\frac{1}{3}}) \right]^{\frac{1}{4}}$

32. सरल कीजिए:  $\frac{(25)^{\frac{3}{2}} \times (243)^{\frac{3}{5}}}{(16)^{\frac{5}{4}} \times (8)^{\frac{4}{3}}}$

33. यदि  $5^{2x-1} - (25)^{x-1} = 2500$ , हो तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

## भाग ( द )

34.  $0.6 + 0.\overline{7} + 0.4\overline{7}$  को  $p/q$  के रूप में व्यक्त कीजिए, जहाँ  $p$  तथा  $q$  पूर्णांक हैं और  $q \neq 0$ .

35. हर का परिमेयीकरण कीजिए :  $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}$

36.  $a$  तथा  $b$  का मान ज्ञात कीजिए :  $\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} - \frac{7 - 3\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} = a + b\sqrt{5}$

37. यदि  $x = (3 - 2\sqrt{2})$ , तो दर्शाइए कि  $\left( \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) = \pm 2$

38. यदि  $xyz = 1$ , तो सरल कीजिए :

$$(1 + x + y^{-1}) \times (1 + y + z^{-1})^{-1} \times (1 + z + x^{-1})^{-1}$$

39.  $x$  का मान ज्ञात कीजिए, यदि

(i)  $25^{2x-3} = 5^{2x+3}$

(ii)  $(4)^{2x-1} - (16)^{x-1} = \frac{384}{4^a}$

40. मान ज्ञात कीजिए :  $\frac{64^{\frac{6}{a}}}{4^a} \times \frac{2^{2a+1}}{2^{a-1}}$

41. सरल कीजिए:  $\frac{1}{1+x^{b-a}+x^{c-a}} + \frac{1}{1+x^{a-b}+x^{c-b}} + \frac{1}{1+x^{a-c}+x^{b-c}}$

42. सरल कीजिए:  $\left(\frac{x^a}{x^{-b}}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^b}{x^{-c}}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^c}{x^{-a}}\right)^{c-a}$

43. दर्शाइए:  $\frac{1}{(3-\sqrt{8})} - \frac{1}{(\sqrt{8}-\sqrt{7})} + \frac{1}{(\sqrt{7}-\sqrt{6})} - \frac{1}{(\sqrt{6}-\sqrt{5})} + \frac{1}{(\sqrt{5}-2)} = 5$

44. यदि  $a = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$  and  $b = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$ , तो  $a^2 + b^2 + ab$  का मान ज्ञात कीजिए :

45. सरल कीजिए:  $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} - \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$

46. यदि  $x = 9 - 4\sqrt{5}$ , होतो ज्ञात कीजिए :

i)  $x + \frac{1}{x}$       ii)  $x - \frac{1}{x}$       iii)  $x^2 + \frac{1}{x^2}$       iv)  $x^2 - \frac{1}{x^2}$

v)  $x^3 + \frac{1}{x^3}$       vi)  $x^3 - \frac{1}{x^3}$       vii)  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$       viii)  $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$

ix)  $x^4 + \frac{1}{x^4}$       x)  $x^6 + \frac{1}{x^6}$       xi)  $x + \frac{14}{x}$

47. यदि  $a = \sqrt{7}$  होतो, का मान ज्ञात कीजिए।

48. यदि  $p=5-2\sqrt{6}$  है, तो  $p^2 + \frac{1}{p^2}$  ज्ञात कीजिए।

49.  $0.\overline{3178}$  को  $p/q$  के रूप में व्यक्त कीजिए, जहाँ  $p$  और  $q$  पूर्णांक हैं तथा  $q \neq 0$  हैं।

50. यदि  $\sqrt{2}=1.414$  है  $\sqrt{8} + \sqrt{50} + \sqrt{72} + \sqrt{98}$  तो का मान ज्ञात कीजिए।

51. निम्न का मान ज्ञात कीजिए।

$$\frac{4}{(216)^{\frac{-2}{3}}} + \frac{1}{(256)^{\frac{-3}{4}}} + \frac{2}{(243)^{\frac{-1}{5}}}$$

## अध्याय-1

### संख्या पद्धति

### उत्तर

- 1)  $\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}$
- 2)  $\frac{17}{8} = 2.125, \frac{3}{15} = 0.2, \frac{2}{7} = 0.\overline{285714}, \frac{50}{3} = 16.\overline{6}$
- 3)  $\frac{15}{63}, \frac{16}{63}, \frac{17}{63}, \frac{18}{63}$  (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
- 4)  $\sqrt{23} = 4.795, \sqrt{24} = 4.898$
- 5) 4.8010010001 ....., 4.8020020002 ....., (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
- 6) 2.1, 2.010010001 ....., (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
- 8) 6
- 10) 4
- 11) 2016.1010010001 ... ; 2016.2020020002 ...; (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
- 15) 0.909009000 .....; 1.10100100010000 .....(अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
- 16) 1
- 17)  $\frac{1}{10^5}$
- 18) 36
- 19) 14
- 20)  $x = \frac{1}{4}$
- 21) 1
- 22)  $(60)^{2/5}$
23. (i) सांत दशमलव    (ii) असांत आवर्ती दशमलव (अनवसानी असांत)
  - (iii) असांत आवर्ती दशमलव    (iv) सांत दशमलव
  - (v) असांत आवर्ती दशमलव    (vi) सांत दशमलव
  - (vii) सांत दशमलव

24. (i) असांत आवर्ती दशमलव (अनवसानी असांत दशमलव) – परिमेय

(ii) सांत दशमलव – परिमेय

(iii) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय

(iv) सांत दशमलव – परिमेय

(v) असांत आवर्ती दशमलव – परिमेय

(vi) असांत आवर्ती दशमलव – परिमेय

(viii) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय

(ix) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय

(x) असांत आवर्ती दशमलव – परिमेय

25. (i) अपरिमेय                  (ii) परिमेय

(iii) परिमेय                  (iv) अपरिमेय

(v) परिमेय                  (vi) अपरिमेय

vii) परिमेय                  viii) परिमेय

(ix) अपरिमेय                  (x) परिमेय

26. (i)  $0.0875 = \frac{7}{80}$                   (ii)  $\frac{2123456789}{1000000000}$                   (iii)  $\frac{2}{11}$

$$(iv) \frac{433}{990}$$

$$(v) \frac{1643}{450}$$

$$27. (i) 5\sqrt{3} \quad (ii) \sqrt{5} - 2\sqrt{11} + \sqrt{7} + \sqrt{13} \quad (iii) 20$$

$$(iv) -9 + 3\sqrt{5} \quad (v) -\frac{1}{10} \quad (vi) 4\sqrt{6} - 3\sqrt{3}$$

$$28. (i) -19 \quad (ii) 2 \quad (iii) 13 + 2\sqrt{42}$$

$$(iv) 12 + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}$$

$$29. (i) \frac{1}{2} \quad (ii) 2$$

$$30. a = -2 \quad 31. 5 \quad 32. \frac{3375}{512} \quad 33. x = 3$$

$$34. \frac{167}{90}$$

$$35. \frac{1}{59} (9\sqrt{3} + 5\sqrt{5} + \sqrt{7} - 2\sqrt{105})$$

$$36. a = 0, b = 2$$

$$38. \frac{1}{(1+y+xy)(1+z+yz)(1+x+zx)}$$

$$39. (i) \frac{9}{2} \quad (ii) \frac{11}{4}$$

$$40. 4 \quad 41. 1 \quad 42. 1$$

$$44. a^2 + b^2 + ab = 675 \quad 45. 8\sqrt{3} - 14\sqrt{2}$$

$$46. (i) 18 \quad (ii) -8\sqrt{5} \quad (iii) 322 \quad (iv) -144\sqrt{5}$$

$$(v) 5778 \quad (vi) -2584\sqrt{5} \quad (vii) 2\sqrt{5} \quad (viii) 4$$

$$(ix) 103582 \quad (x) 33385282 \quad (xi) 8\sqrt{3} - 14\sqrt{2}$$

$$47. 1 - \sqrt{7} \quad 48. 98.$$

$$49. \frac{635}{1998} \quad 50. 28.28 \quad 51. 214$$

## अध्याय-2

### बहुपद महत्वपूर्ण बिंदु

- एक चर में बहुपद  $p(x)$  निम्न प्रकार का एक बीजीय व्यंजक होता है,  $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ , जहाँ  $n$  एक घनात्मक पूर्णांक तथा  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  वास्तविक संख्याएँ हैं तथा बहुपद के गुणांक कहलाते और  $n$  एक पूर्ण संख्या है।
- एक बहुपद में चर की अधिकतम घात वाले पद के घातांक को बहुपद की घात कहते हैं।
- $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  क्रमशः  $x^0, x^1, x^2, \dots, x^n$  के गुणांक हैं और  $n$  को बहुपद की घात कहा जाता है। प्रत्येक  $a_n x^n, a_{n-1} x^{n-1}, \dots, a_0$ , जहाँ  $a_n \neq 0$ , को बहुपद का पद कहा जाता है।
- ऐसा बहुपद जिसमें एक पद हो, एक पदी, जिसमें दो पद हों द्विपदी तथा जिसमें तीन पद हों, त्रिपदी बहुपद कहलाता है।
- ऐसा बहुपद जिसकी घात एक हो, रैखिक बहुपद, जिसकी घात दो हो द्विघाती बहुपद तथा जिसकी घात तीन हो, त्रिघाती बहुपद कहलाता है।
- किसी बहुपद  $p(x)$  के लिए यदि  $p(a) = 0$  जहाँ  $a$  वास्तविक संख्या है, हम कह सकते हैं कि ' $a$ ' बहुपद का शून्यक है।
- यदि  $p(x)$  एक या एक से अधिक घात का बहुपद हो तथा  $p(x)$  को एक रैखिक बहुपद  $x - a$ , से भाग किया जाए तो शेषफल  $p(a)$  होगा इसे शेषफल प्रमेय कहते हैं।
- यदि  $p(x)$  एक बहुपद है जिसकी घात एक या एक से अधिक है तथा  $a$  एक

वास्तविक संख्या है तो

(i)  $(x-a)$ , बहुपद  $p(x)$  का एक गुणखण्ड होगा यदि  $p(a)=0$

(ii) यदि  $p(a)=0$ ,  $(x-a)$  बहुपद  $p(x)$  का एक गुणनखण्ड है। इसे गुणनखण्ड प्रमेय कहते हैं।

- एक 'n' घात के बहुपद के अधिकतम 'n' शून्यक हो सकते हैं।

\* बीजीय सर्वसमिकायें

$$(I) (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(II) (x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(III) x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$

$$(IV) (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(V) (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$(VI) (x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y) = x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2$$

$$(VII) (x-y)^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x-y) = x^3 - y^3 - 3x^2y + 3xy^2$$

$$(VIII) x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$(IX) x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$(X) x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$= (x+y+z) \{ (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \}$$

$$(XI) \text{ यदि } x+y+z=0, \text{ तो } x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

## खण्ड - अ

1.  $5y^3 + 2y^2 - y + 5$  में  $y^3$  का गुणांक क्या है?
2.  $(x^2 - 1)(x - 2)$  के गुणनफल में  $x^2$  का गुणांक लिखिए?
3. यदि  $3x - 2a$  का एक गुणनखण्ड  $(x - 2)$  हो तो  $a$  का मान ज्ञात कीजिए।
4. बहुपद  $\frac{x^3 + 3x - 1}{5} - \frac{5}{2}x^2 - x^5$  की घात ज्ञात कीजिए।
5. यदि  $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 3$  तो  $p(1) + p(-1)$  का मान कीजिए?
6. बहुपद  $z^2 - 8$  के शून्यक ज्ञात कीजिए।
7. भाज्य = भाजक  $\times$  भागफल + \_\_\_\_\_.
8. त्रिपदी बहुपद का एक उदाहरण लिखिये जिसकी घात 3 हो।
9. एकपदी, द्विपदी तथा द्विघातीय बहुपद का एक-एक उदाहरण लिखिए।
10. जाँच कीजिए कि क्या  $x = 3$  बहुपद  $x^2 - 3x + x - 3$  का एक शून्यक है।
11. बहुपद  $\sqrt{7}$  की घात क्या है?
12. यदि बहुपद  $3x^2 + 5x + k$  का एक शून्यक  $-1$ , है तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए।
13.  $4x^2 - 4x + 1$  को द्विपदी बहुपद के वर्ग के रूप में लिखिए।

## खण्ड-ब

14. जाँच कीजिए कि  $q(x), r(x)$  का गुणज है या नहीं जहाँ  $q(x) = 2x^3 - 11x^2 - 4x + 5$ , तथा  $r(x) = 2x + 1$ .
15. शेषफल प्रमेय द्वारा दर्शाइए कि  $(x - 5)$  बहुपद  $x^3 - 3x^2 - 4x - 30$  का एक गुणनखण्ड है?

16. उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके  $(997)^3$ , का मान ज्ञात कीजिए।
17. बहुपद  $p(x) = x(x-2)(x+3)$  के शून्यक ज्ञात कीजिए?
18.  $3x^2 - 7x - 6$  को  $(x-3)$  से भाग देने पर भागफल ज्ञात कीजिए?
19. गुणनखण्ड कीजिए :  $8x^3 + \sqrt{27}y^3$ .
20. यदि  $p(x) = x + 9$  है तो  $p(x) + p(-x)$  ज्ञात कीजिए।
21. सीधे गुणा न करके  $106 \times 94$  का मान ज्ञात कीजिए।
22. यदि  $36x^2 - b = \left(6x + \frac{1}{5}\right)\left(6x - \frac{1}{5}\right)$  तो  $b$  का मान ज्ञात कीजिए।
23. उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके  $(2x-3y+z)^2$  को प्रसारित कीजिए।
24.  $(351)^2 - (350)^2$  का मान ज्ञात कीजिए?

### खण्ड स

25. गुणनखण्ड कीजिए :  $64a^2 + 96ab + 36b^2$
26. गुणनखण्ड कीजिए :  $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
27. यदि  $x^2 + y^2 = 49$  तथा  $x - y = 3$  तो  $x^3 - y^3$  का मान ज्ञात कीजिए।
28. सरल करो :  $(5a - 2b)(25a^2 + 10ab + 4b^2) - (2a + 5b)(4a^2 - 10ab + 25b^2)$
29. यदि  $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$  को  $(x-1)$  तथा  $(x+2)$  से भाग किया जाए तो इस प्रकार प्राप्त शेषफलों का योग ज्ञात कीजिए।
30. गुणनफल ज्ञात कीजिए :  $\left(p - \frac{1}{p}\right)\left(p + \frac{1}{p}\right)\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)\left(p^4 + \frac{1}{p^4}\right)$
31.  $7\sqrt{2}k^2 - 10k - 4\sqrt{2}$  का गुणनखण्ड कीजिए।
32. सरल कीजिए :  $(3x-4y)^3 - (3x+4y)^3$

33. उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके को प्रसारित करिये।
34. सरल कीजिए:  $(x+y+z)^2 - (x-y-z)^2$ .

### खण्ड द

35. गुणनखण्ड कीजिए:  $125x^3 + 8y^3 - z^3 - 30xyz$ .
36.  $(x+2)$ , बहुपद  $ax^3 + bx^2 + x - 2$  का एक गुणनखण्ड है तथा  $(x-2)$  से इस बहुपद को भाग देने पर शेषफल 4 प्राप्त होता है, तो a और b के मान ज्ञात कीजिए?
37. जाँच कीजिए कि बहुपद  $p(t) = 6t^3 + 3t^2 + 3t + 18$ ,  $(2t + 3)$  का एक गुणज है।
38. k का मान ज्ञात करो यदि  $(x+k)$  बहुपद  $x^3 + kx^2 - 2x + k + 4$  का एक गुणनखण्ड है तथा  $x^4 - x$  का गुणनखण्ड कीजिए।
39. यदि  $(x-3)\left(x - \frac{1}{3}\right)$  तथा बहुपद  $px^2 + 3x + r$ , के गुणनखण्ड हों तो सिद्ध करो कि  $p = r$ .
40. (i) उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके,  $(-7)^3 + (5)^3 + (2)^3$  का मान ज्ञात कीजिए।  
(ii) उस धन की विमाएँ ज्ञात करो जिसका आयतन व्यंजक  $4x^2 + 14x + 6$  से प्रदर्शित होता है।
41. वह आयत जिसका क्षेत्रफल दिया गया है, की लम्बाई और चौड़ाई के लिए संभव व्यंजक दीजिए।  
(i)  $(x^2 + 5\sqrt{5}x + 30)$  वर्ग इकाई

(ii)  $(24x^2 - 26x - 8)$  वर्ग इकाई

42. कक्षा IX द्वारा NSS. के अन्तर्गत एक साक्षरता अभियान आयोजित किया गया, रैली हेतु छात्राओं ने  $(x - 5)$  पंक्ति (rows),  $(3x - 4)$  स्तम्भ (Column) बनाएँ।
- (a) कुल छात्राओं की संख्या को बीजीय व्यजंक के रूप में दर्शाइए  
(b) यह अभियान छात्राओं के किन मूल्यों को दर्शाता है?
43. वृक्षारोपण कार्यक्रम के अन्तर्गत कक्षा IX के विद्यार्थियों ने कुल  $(3x^2 - 4x - 4)$  वृक्ष लगाए।
- (a) यदि विद्यार्थियों को संख्या  $(x - 2)$  है तो प्रत्येक विद्यार्थी द्वारा लगाएँ गए पेड़ों की संख्या ज्ञात कीजिए। (यह मानते हुए कि प्रत्येक विद्यार्थी समान संख्या में पेड़ लगाता है।)  
(b) यहां किन मूल्यों को प्रदर्शित किया गया है।
44. यदि  $a + b + c = 0$  है तो  
$$\frac{(b+c)^2}{bc} + \frac{(c+a)^2}{ca} + \frac{(a+b)^2}{ab}$$
 का मान ज्ञात कीजिए
45. सरल कीजिए:
- $$\frac{(a^2 - b^2)^3 + (b^2 - c^2)^3 + (c^2 - a^2)^3}{(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3}$$
46. गुणनखण्ड कीजिए:
- $$(2a-b-c)^3 + (2b-c-a)^3 + (2c-a-b)^3$$
47. यदि बहुपद  $4x^3 - 16x^2 + ax + 7$ ,  $x-1$  से पूर्णतया विभाजित हो, तो  $a$  का मान ज्ञात कीजिए। इसका प्रयोग करते हुए, बहुपद का गुणनखण्ड कीजिए।

## अध्याय-2

### बहुपद उत्तर

1. 5                    2. -2                    3.  $a = 3$   
4. 5                    5. -12                    6.  $+\sqrt{8}, -\sqrt{8}$   
7. शेषफल            8.  $x^3 - 3x^2 + 2$  या अन्य उदाहरण  
9.  $2x, 2x^2 + 3, x^2 + 2x - 3$  या अन्य उदाहरण  
10. हाँ                11. घात = 0            12.  $k = 2$   
13.  $(2x - 1)^2$             14. नहीं                15. संकेत  $x = 5$   
16. 991026973            17. 0, 2, -3            18.  $3x + 2$   
19.  $(2x + \sqrt{3}y)(4x^2 - 2\sqrt{3}xy + 3y^2)$             20. 18  
21. संकेत  $(100 + 6)(100 - 6) = \frac{1}{225}$   
23.  $4x^2 + 9y^2 + z^2 - 12xy - 6yz + 4xz$             24. 701  
25.  $(8a + 6b)^2$             26.  $(x + 1)(x + 2)(x + 3)$   
27. 207                    28.  $117a^3 - 133b^3$             29. -34  
30.  $p^8 - \frac{1}{p^8}$             31.  $(k - \sqrt{2})(7\sqrt{2}k + 4)$   
32.  $-8y(16y^2 + 27x^2)$  or  $-128y^3 - 216x^2y$   
33.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} + 4 - \frac{1}{4}xy - y + 2x$             34.  $4xy + 4zx$   
35.  $(5x + 2y + z)(25x^2 + 4y^2 + z^2 - 10xy - 2yz - 5zx)$   
36.  $a = 0, b = 2$             37. हाँ  
38.  $k = \frac{4}{3}, x(x - 1)(x^2 + x + 1)$

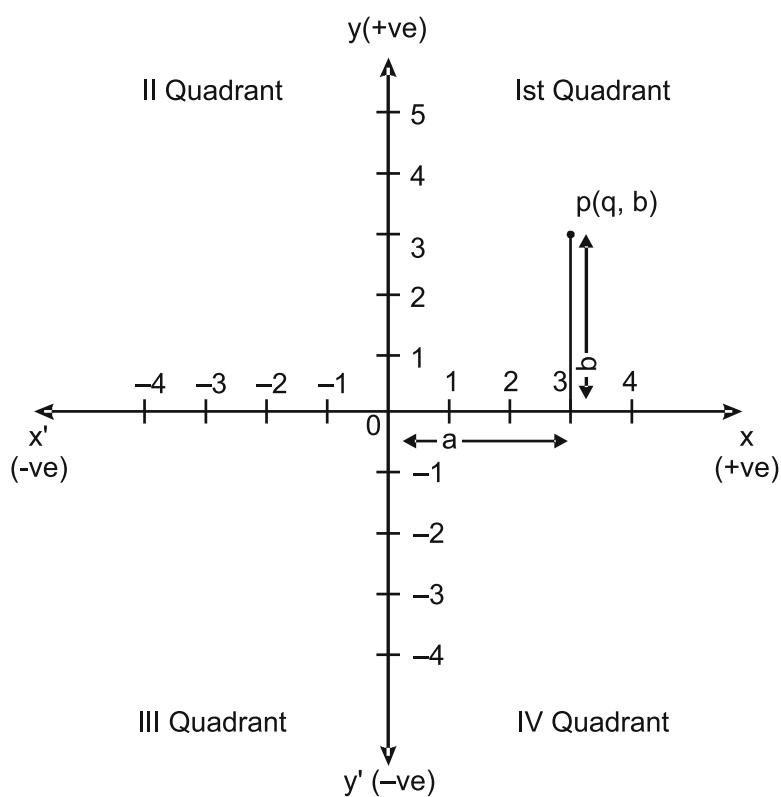
40. (i)  $-210$ ; (ii)  $2, (x+3), (2x+1)$
41. (i)  $(x + 2\sqrt{5}), (x + 3\sqrt{5})$  (ii)  $(4x + 1), (6x - 8)$
42. (a)  $3x^2 - 19x + 20$  (b) सामाजिक जिम्मेदारी इत्यादि
43. (i)  $(3x + 2)$  (ii) वैज्ञानिक दृष्टिकोण, पर्यावरण  
जागरूक, सामाजिक मूल्य
44. 3
45.  $(a+b)(b+c)(c+a)$
46.  $3(2a-b-c)(2b-c-a)(2c-a-b)$  47.  $a=5, (x-1)(2x+1)(2x-7)$

### अध्याय 3

## ज्यामिति

### महत्वपूर्ण बिन्दु

- निर्देशांक अक्ष : कार्तीय तल में किसी बिन्दु की स्थिति को दो परस्पर लम्बवत रेखाओं के संदर्भ में प्रदर्शित किया जाता है। ये परस्पर लम्बवत रेखाएँ निर्देशांक अक्ष कहलाती हैं।



- क्षैतिज रेखा  $xox'$  को  $x$  अक्ष कहा जाता है।
- उर्ध्वाधर रेखा  $yoy'$  को  $y$  अक्ष कहा जाता है।
- $x$  अक्ष और  $y$  अक्ष के प्रतिच्छेद बिंदु को मूल बिंदु कहते हैं। इसे  $O$  से प्रदर्शित करते हैं।

- निर्देशांक :- कार्तीय पद्धति में किसी बिंदु की स्थिति को दर्शाने के लिए निर्देशांक  $P(a, b)$  का प्रयोग किया जाता है।
- बिंदु  $P(a,b)$  में  $a$ ,  $y$ -अक्ष से  $P$  की लम्बवत दूरी है व निर्देशांक का भुज कहलाता है।
- बिंदु  $P(a,b)$  में  $b$ ,  $x$ -अक्ष से  $P$  की लम्बवत दूरी है व निर्देशांक का कोटि कहलाता है।
- भुज ( $a$ ) व कोटि ( $b$ ) के घनात्मक ( $> 0$ ) और ऋणात्मक ( $< 0$ ) के अनुसार बिन्दु  $P(a, b)$  को कार्तीय तल में इस प्रकार दर्शाया जाता है-
- भुज व कोटि का मान      भुज व कोटि के चिन्ह      बिन्दु की स्थिति
 

(i) $a = 0, b = 0$	—	मूल बिन्दु
(ii) $a > 0, b > 0$	(+, +)	I (प्रथम) चतुर्थांश
(iii) $a < 0, b > 0$	(-, +)	II (द्वितीय) चतुर्थांश
(iv) $a < 0, b < 0$	(-, -)	III (तृतीय) चतुर्थांश
(v) $a > 0, b < 0$	(+, -)	IV (चतुर्थ) चतुर्थांश

नोट: यदि कोई बिंदु  $x$ -अक्ष अथवा  $y$ -अक्ष पर स्थित होता है तो वह बिंदु किसी भी चतुर्थांश में स्थित नहीं होता।

$x$ -अक्ष पर किसी बिन्दु के निर्देशांक  $(x, 0)$  रूप के होते हैं।

$y$ -अक्ष पर किसी बिन्दु के निर्देशांक  $(0, y)$  रूप के होते हैं।

ਖਣਡ ਅ

- निम्न बिंदु किस चतुर्थांश में स्थित है-
 

(i) $(3, -2)$	(ii) $(17, -30)$ ,
(iii) $(-2, 5)$ ,	(iv) $(-50, -20)$
(v) $(10, 100)$	(vi) $(-81, 80)$
  - निम्न बिंदु किस अक्ष पर स्थित है-
 

(i) $(11, 0)$ ,	(ii) $(-11, 0)$ ,
(iii) $(0, 14)$	(iv) $(0, -100)$
  - किसी बिंदु की भुज व कोटि क्रमशः  $-3$  और  $-5$  हों तो बिंदु के निर्देशांक लिखिये।
  - उस बिंदु का नाम लिखें जहाँ दोनों अक्ष प्रतिच्छेद करते हैं।
  - क्या बिंदु  $P(7, 0)$  व  $Q(0, 7)$  समान बिंदु को प्रदर्शित करते हैं।
  - निर्देशांक में  $x$  का मान किस चतुर्थांश में ऋणात्मक होता है।
  - जब ग्राफ पेपर पर कार्तीय तल में बिंदुओं  $(0, 0)$ ,  $(4, 4)$  व  $(0, 4)$  को दर्शाया जाता है तब कौन सी आकृति प्राप्त होगी।
  - $x > 0$  व  $y > 0$  के मान वाले बिंदु  $A(x, y)$  किस चतुर्थांश में स्थित होते हैं।
  - यदि  $Q$ ,  $x$ -अक्ष पर एक बिन्दु है तो इसकी कोटि निश्चित रूप से.....  
.....होगी।
  - यदि किसी वर्ग के तीन शीर्ष बिंदु  $(1, 2)$   $(5, 2)$   $(5, -2)$  हों तो चौथे शीर्ष बिंदु के निर्देशांक लिखिये।
  - बिंदु  $P(5, 2)$  की  $x$ -अक्ष से लम्बवत् दूरी \_\_\_\_\_ व  $y$ -अक्ष लम्बवत् से दूरी \_\_\_\_\_ है।
  - बिंदु  $Q(-116, -80)$  की  $x$ -अक्ष लम्बवत् से दूरी \_\_\_\_\_ व  $y$ -अक्ष लम्बवत् से दूरी \_\_\_\_\_ है।
  - यदि किसी बिन्दु  $A$  का भुज घनात्मक हो और कोटि ऋणात्मक हो तो  $A$  किस चतुर्थांश में स्थित होगा।

14. किसी बिन्दु के निर्देशांक लिखिये जिसकी x-अक्ष से लम्बवत् दूरी 5 इकाई हो और y-अक्ष से 3 इकाई हो और बिन्दु द्वितीय चतुर्थांश में स्थित हो।

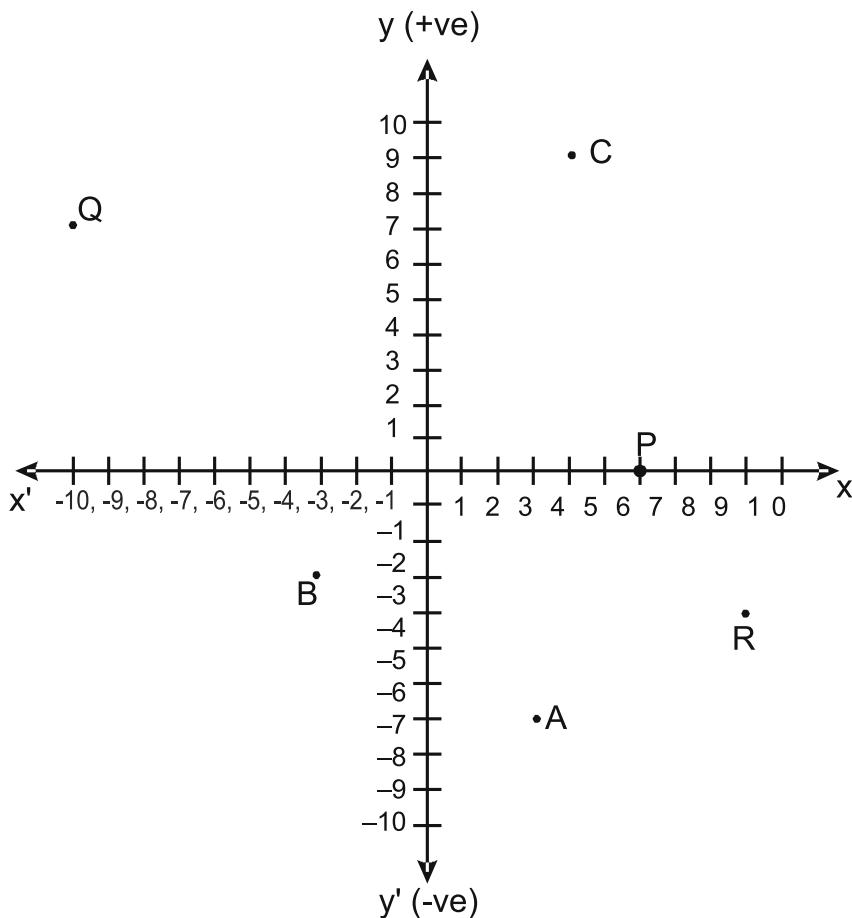
### खण्ड ब

15. ग्राफ पेपर पर अक्षों को बनाते हुए निम्न बिन्दुओं को तल पर आलेखित कीजिए-

- |                |                  |
|----------------|------------------|
| (i) A(3, 5)    | (ii) B(-7/2, 0), |
| (iii) C(2, -6) | (iv) D(-6, -4)   |
| (v) E(0, -5/2) | (vi) F(8, 0)     |

16. दी गई आकृति को देखकर निम्नलिखित को लिखिए-

बिन्दु A, B, C, P, Q और R के निर्देशांक लिखिए।



17. बिंदु  $P(4, 3)$  प्रथम चतुर्थांश में है। बिंदु  $Q$ , के निर्देशांक लिखे यदि  $Q$  बिंदु  $P$  के विपरीत चतुर्थ चतुर्थांश में हो।
18. बिंदु  $P(8, 3)$  की  $x$  अक्ष से दूरी ज्ञात करिये।
19. कार्तीय तल में बिंदुओं  $A(-3, 0)$ ,  $B(0, 3)$  और  $C(3, 0)$  को जोड़ने पर बनी आकृति का नाम लिखिये।
20. उस बिंदु के निर्देशांक लिखे जो  $y$ -अक्ष पर स्थित है और तथा मूल बिंदु से 2 इकाई ऊपर की ओर स्थित है।
21. बिंदु  $S(-5, 7)$ ,  $x$ -अक्ष द्वारा दर्पण प्रतिबिम्ब के निर्देशांक लिखिये।
22. बिंदु  $P(4, 0)$  की मूल बिंदु से दूरी ज्ञात करिये।
23. बिंदु  $(4, -3)$  का  $y$ -अक्ष में दर्पण प्रतिबिम्ब क्या होगा?

### खण्ड स

24. ग्राफ पेपर पर एक रेखाखण्ड बनाओ जिसके अंत बिंदु प्रथम व तृतीय चतुर्थांश में स्थित है। अंत बिंदु व मध्य बिंदु के निर्देशांक भी लिखिये।
25. बिंदु  $A(2, 4)$  और  $B(2, -5)$  जिनका  $x$ -निर्देशांक समान है, को आलेखित करिये। क्या  $AB$  रेखा किसी एक अक्ष के समान्तर हैं। यदि हाँ, तो किस अक्ष के समान्तर है, लिखिये।
26. बिंदु  $P(2, -3)$  और  $Q(-5, -3)$  जिनके  $y$ -निर्देशांक (कोटि) समान हैं, को आलेखित कीजिये।  $PQ$  रेखा किस अक्ष के समान्तर हैं?
27. बिंदु  $A(7, 6)$  और  $B(7, -6)$  को ग्राफ पेपर पर दर्शाओ। दोनों बिंदुओं को जोड़कर निम्न प्रश्नों के उत्तर दो-

- (i) क्या यह एक रेखाखण्ड है?
- (ii) उस बिंदु के निर्देशांक लिखो जहाँ यह  $x$ -अक्ष पर काटती है।
- (iii) यदि यह एक रेखा है तब यह रेखा किस अक्ष के समांतर होगी।
28. ग्राफ पेपर पर एक त्रिभुज ABC बनाओ, जिसके शीर्षों के निर्देशांक A(-2, 0), B(4, 0) और C(1, 5) हैं। त्रिभुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।
29. यदि हम कार्तीय तल पर बिंदु P(5, 0), Q(5, 5), R(-5, 5) और S(-5, 0), को जोड़ते हैं तो कौन सी आकृति प्राप्त होगी? इस आकृति की सममिति अक्ष को भी लिखिये।
30. उस बिंदु के निर्देशांक लिखो जो कि बिंदु (-4, 0) और (4, 0) से समदूरस्थ है। इस स्थिति को दर्शाने के लिए ऐसे कितने बिंदु संभव हैं?
31. ग्राफ पेपर पर एक चतुर्भुज बनाओ जिसके शीर्ष बिंदु A(4, 3), B(-4, 3), C(-4, -3) और D(+4, -3) हैं। इसके विकर्णों को बनाओ और उस बिंदु के निर्देशांक लिखो जहाँ ये एक दूसरे को काटते हैं।

### खण्ड द

32. एक आयताकार मैदान जिसकी लंबाई 10 इकाई व चौड़ाई 8 इकाई है। यदि इसका एक शीर्ष मूल बिंदु पर हो और लंबी भुजा  $x$ -अक्ष तथा एक शीर्ष प्रथम चतुर्थांश में स्थित हो तो इसके निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
33. बिंदुओं B(5, 3), E(5, 1), S(0, 1) और T(0, 3) को कार्तीय तल में दर्शायें व निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए-
- (i) बिंदुओं को जोड़कर बनी हुई आकृति का नाम लिखिये।
- (ii) आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- (iii) गणित की कौन सी अवधारणा का यहाँ प्रयोग किया गया है?

### अध्याय 3

## निदेशांक ज्यामिति

### उत्तर

- |     |  |                             |
|-----|--|-----------------------------|
| 1.  | (i) IV चतुर्थांश   | (ii) IV चतुर्थांश           |
|     | (iii) II चतुर्थांश   | (iv) III चतुर्थांश          |
|     | (v) I चतुर्थांश  | (vi) II चतुर्थांश           |
| 2.  | (i) x-अक्ष   | (ii) x-अक्ष                 |
|     | (iii) y-अक्ष   | (iv) y-अक्ष                 |
| 3.  | (-3, -5)   | 4. मूल बिंदु                |
| 5.  | हाँ  | 6. II या III चतुर्थांश      |
| 7.  | समकोण त्रिभुज  | 8. I प्रथम चतुर्थांश        |
| 9.  | 0  | 10. (1, -2)                 |
| 11. | x-अक्ष—2 इकाई y-अक्ष—5 इकाई                                  |                             |
| 12. | x-अक्ष—80 इकाई y-अक्ष—116 इकाई                               |                             |
| 13. | IV   | 14. (-3, 5)                 |
| 16. | A(3, -7), B(-3, -3), C(4, 9),<br>P(6, 0), Q(-10, 7) R(9, -4) |                             |
| 17. | (4, -3)  | 18. 3 इकाई                  |
| 19. | त्रिभुज या समद्विबाहु त्रिभुज                                | 20. (0, 2)                  |
| 21. | (-5, -7)   | 22. 4 इकाई                  |
| 23. | (-4, -3)   | 25. हाँ, y-अक्ष के समान्तर  |
| 26. | x-अक्ष   | 27. i) यह एक रेखा है।       |
| 28. | 15 वर्ग इकाई   | ii) (7, 0)                  |
| 29. | आयत, y-अक्ष  | iii) y-अक्ष के समान्तर होगी |
| 30. | y-अक्ष पर कोई भी बिंदु, असंख्य                               | 31. मूल बिंदु पर (0, 0)     |
| 33. | i) आयत      ii) 10 इकाई      iii) क्षेत्रमिति                |                             |

## अध्याय 4

# दो चरों वाले रैखिक समीकरण

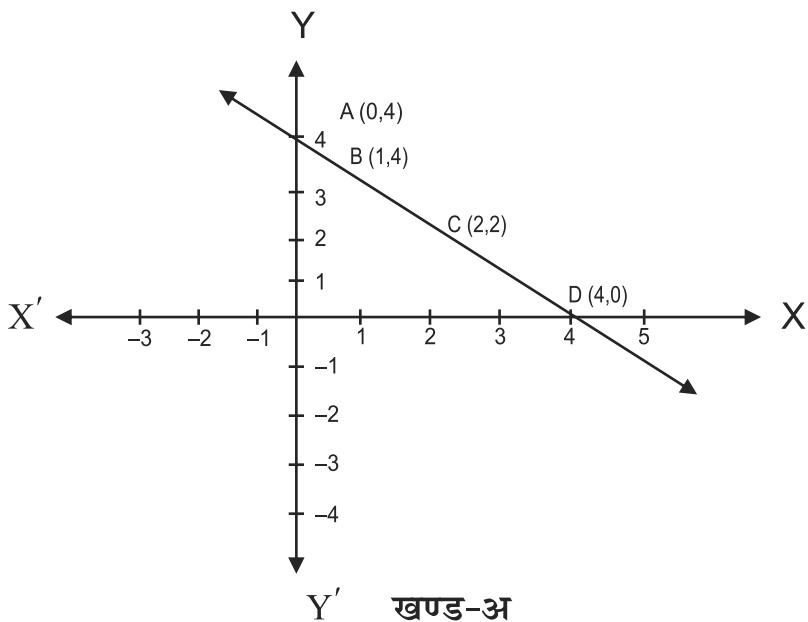
### महत्वपूर्ण बिन्दु

- एक चर में एक रैखिक समीकरण-एक समीकरण जिसे हम  $ax+b=0$ ,  $a \neq 0$  और  $a, b$  वास्तविक संख्याएँ हैं, के रूप में लिख सके, एक चर में रैखिक समीकरण कहलाता है।
- दो चर में रैखिक समीकरण - कोई समीकरण जिसे हम  $ax+by+c=0$ , जहाँ  $a, b$  और  $c$  वास्तविक संख्याएँ हैं और,  $a, b \neq 0$ , के रूप में लिख सके, दो चर में रैखिक समीकरण कहलाता है।
- एक चर में रैखिक समीकरण का केवल एक हल होता है।  

$$ax + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$$
- दो चर में रैखिक समीकरण के अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं।
- दो चर में रैखिक समीकरण का आलेख एक सीधी रेखा ही बनती है।
- रेखा पर प्रत्येक बिन्दु रेखा के समीकरण को संतुष्ट करता है।
- समीकरण का प्रत्येक हल रेखा पर स्थित एक बिन्दु को दर्शाता है। इस प्रकार दो चर में एक रैखिक समीकरण का आलेखीय रूप एक रेखा होगी जिसको प्रत्येक बिन्दु उसका हल होगा।
- आलेख (ग्राफ) :  $x$  तथा  $y$  के युगम में वे मान जो दिए गए समीकरण को संतुष्ट करते हैं दो चर में समीकरण के हल कहलाते हैं।

उदाहरण :  $x+y=4$

के अनेक हल  $(0,4)$   $(1,3)$   $(2,2)$   $(4,0)$  इत्यादि हैं।



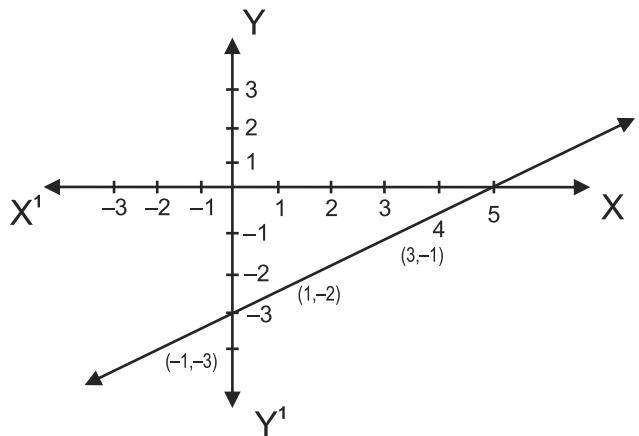
1. रैखिक समीकरण  $4x-6$  का आलेख किस अक्ष के समान्तर है?
2. बिन्दु  $(a,0)$  कि अक्ष पर स्थित है?
3.  $x$  अक्ष का समीकरण लिखिए।
4.  $x=5, y=-2$  के लिए रैखिक समीकरण लिखिए।
5.  $K$  का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए  $x=1, y=1$  समीकरण  $Kx-2y=0$  का एक हल है।
6.  $x$ -अक्ष के समांतर तथा मूल बिंदु से 2 इकाई ऊपर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।
7. समीकरण  $y = -5x + 2$  के कितने हल हैं?
8. रैखिक समीकरण  $5y = 9$  को दो चर वाले रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए।
9. यदि ग्राफ  $2x + ky = 10k$ ,  $x$ -अक्ष को बिन्दु  $(5,0)$  पर प्रतिच्छेद करता है, तो  $k$

का मान ज्ञात कीजिए।

10. समीकरण  $\sqrt{2x-4}=5y$  और  $ax+by+c=0$  की तुलना कीजिए तथा प्रत्येक स्थिति में  $a, b, c$ , का मान ज्ञात कीजिए।
11. समीकरण  $3x+4y=7$  में  $x$  का मान  $y$  के पदों में व्यक्त कीजिए।
12. यदि  $3y+5x = 9$  रैखिक समीकरण है, तो  $y$  का मान  $x$  के पदों में व्यक्त कीजिए।

#### खण्ड-ब

13. जाँच कीजिए कि क्या बिन्दु  $(5,2)$ ,  $2x+3y=16$  पर स्थित है?
14. समीकरण  $2x+y=x+5$  के दो हल ज्ञात कीजिए।
15.  $x=2, y=3$  के लिए समीकरण  $5x+3py=4a$  से  $p$  का मान ज्ञात कीजिए।
17. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण  $5x + 2y=10$  का आलेख दोनों अक्ष को काटता है।
18. यदि बिंदु  $A(3,5)$  तथा  $B(1,4)$  का रेखा  $ax+by=7$  के आलेख (ग्राफ) पर स्थित है तो  $a$  का मान ज्ञात कीजिए।
19. एक रंगीन कागज का मूल्य, एक सफेद कागज के मूल्य के एक तिहाई से 7 अधिक है। इस कथन का दो चरों में रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए।
20. समीकरण  $x+y=5$  का ग्राफ बनाइए।
21. दिए गये आलेख के लिए दिए विकल्पों से सही समीकरण का चयन कीजिए।
  - (i)  $x+2y=5$
  - (ii)  $x-2y=5$
  - (iii)  $y + 2x=5$



22. रैखिक समीकरण लिखिए जो फारेनहाइट तापमान और सेल्सियस का सम्बन्ध दर्शाता है।

खण्ड-स

28. एक आयताकार पार्क की लम्बाई उसकी चौड़ाई से 10मी. अधिक है। पार्क का परिमाप 180 मी. है। दो चर वाले रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त करते हुए पार्क की विमाएँ ज्ञात कीजिए।
29. समीकरण  $3x+4y=12$  का आलेख खींचिए। यदि  $x=8$  हो, तो आलेख की सहायता से  $y$  को मान ज्ञात कीजिए।
30. समीकरण  $3m-8n=27$  के तीन हल ज्ञात कीजिए।
31.  $F = (9/5)C + 32$
- यदि तापमान  $35^{\circ}\text{C}$  है तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा?
  - यदि तापमान  $30^{\circ}\text{C}$  है तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा?
32. यदि  $x=3k$ ,  $y=2k$  समीकरण  $4x - 7y + 12 = 0$  का एक हल है, तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए।
33. समीकरण  $3x-4y=12$  का आलेख खींचिए। यदि  $x=8$  है, तो आलेख की सहायता से  $y$  को मान ज्ञात कीजिए।
34.  $x$  के लिए हल कीजिए-
- $$\frac{3x-5}{3} + \frac{4(x+2)}{5} = \frac{25x+7}{15}$$
35. एक व्यक्ति 1000 लेकर बैंक जाता है। वह कैशियर से 5 और 10 रुपये के नोट वापसी में माँगता है। इसे दो चर वाले रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए। यदि 10 के नोटों की संख्या 25 है, तो 5 के नोटों की संख्या ज्ञात कीजिए। ग्राफ भी बनाइए।
36.  $3y=8x$  को  $ax + by + c = 0$  के रूप में लिखिए।  $a$ ,  $b$  और  $c$  के मान भी ज्ञात कीजिए। समीकरण के दो हल भी दीजिए। आप कितने और हल गात कर सकते हैं?

37. पिता की आयु पुत्र की आयु के तिगुने से 3 वर्ष अधिक है। 3 वर्ष पश्चात् पिता की आयु, पुत्र की आयु के दुगुने से 10 वर्ष अधिक होगी। पिता की आयु को  $x$  व पुत्र की आयु को  $y$  मानकर दो चर वाले दो रैखिक समीकरण लिखिए।
38. किसी गाड़ी पर लगाया गया बल उसमें उत्पन्न त्वरण के समानुपाती होता है। इस कथन को दो चर वाले रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए तथा द्रव्यमान की अचर मात्रा 3 कि.ग्रा. प्रयोग करें। आलेख से वह बल (न्यूटन में) ज्ञात कीजिए जब त्वरण का मान 5 मी./से<sup>2</sup> हो।
39. रोहन व रमिता जो कक्षा नवीं के विद्यार्थी हैं, कक्षा की सफाई के लिए 25 जमा करने का विचार किया। इनके इस विचार को दो चरों वाले रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए व आलेख खींचिए। यह भी बताइए कि इन दोनों विद्यार्थियों के कौन से गुण का पता चलता है?
40. सारिका बाल-दिवस के अवसर पर चॉकलेट बाँटती है। वह प्रत्येक बच्चे को चॉकलेट देती है तथा व्यस्कों को कुल 20 चॉकलेट देती है। यदि बच्चों की संख्या  $g$  से तथा कुल बांटी गई चॉकलेट को  $l$  से दर्शाया गया है तो
- i) इसको रैखिक समीकरण द्वारा दर्शाइए।
  - ii) यदि उसने कुल 145 चॉकलेट बांटी तो बच्चों की संख्या ज्ञात कीजिए।
  - iii) सारिका द्वारा किन मूल्यों को दर्शाया गया है?
41. प्रियंका और आरती ने गुजरात में भूकंप पीड़ितों हेतु 1600 अंशदान करने का निश्चय किया।  $x$  मानकर व आरती के अंशदान को  $y$  मानकर
- i) दो चरों वाले रैखिक समीकरण में व्यक्त कीजिए।
  - ii) यदि प्रियंका आरती से तिगुना दान करती है, तो दोनों द्वारा किया अंशदान ज्ञात कीजिए।

- iii) दोनों बच्चों द्वारा कौन से मूल्य प्रदर्शित होते हैं।
42. किसी आवासीय सोसाइटी के निवासियों द्वारा वर्षा के जल को संरक्षित करते हेतु भूमिगत टैंक में 30 सेमी./सेकण्ड की दर इकट्ठा किया गया। यदि  $x$  सेकण्ड में  $y$  घन सेमी./पानी को इकट्ठा किया गया, तो
- इसे रैखिक समीकरण के रूप में लिखिए।
  - इसे समीकरण को मानक रूप  $ax+by+c=0$  के रूप में लिखिए।
  - सोसाइटी के सदस्यों द्वारा किन मूल्यों को दर्शाया गया है?
43. रिया अपने साथियों के साथ विकलांग बच्चों की संस्था में दान हेतु दिवाली मेले में भाग लेती हैं मेले में जमा हुई राशि में से 3600 वे संस्था में दान करती हैं। यदि लड़कियों द्वारा 150 व लड़कों द्वारा 200 दान किए जाते हैं-
- दो चर वाले रैखिक समीकरण में व्यक्त कीजिए।
  - यदि लड़कियों की संख्या 8 तो लड़कों की संख्या ज्ञात कीजिए।
  - रिया व उसके साथियों के कौन से मूल्य प्रदर्शित हो रहे हैं।
44.  $\left(\frac{x+y}{z}\right)$  का मान ज्ञात कीजिए, यदि
- $$x^2+y^2+z^2-4x-8y-6z+29=0$$
45. i) यदि  $56^2 - 51^2 = 5P$ . तो  $P$  का मान ज्ञात कीजिए।
- ii)  $(625)^{0.16} \times (625)^{0.09}$  का मान ज्ञात कीजिए।
46. एक फार्मोसिस्ट 10% एल्कोहॉलिक विलयन को 20% सान्द्रता वाले एल्कोहॉलिक विलयन में बदलना चाहता है। इसके लिए वह 10% सान्द्रता वाले 400ml एल्कोहॉलिक विलयन में कितना शुद्ध एल्कोहल मिलाना पड़ेगा?

47. A और B मिलकर किसी काम को 10 दिन में करते हैं। परंतु A उस काम को अकेले 15 दिन में करता है। उसी काम को B अकेले कितने दिन में करेगा?
48. यदि एक स्कूटर यात्री 24 किमी. प्रति घंटा की चाल से चलता है, तो वह अपने गंतव्य पर 5 मिनट देरी से पहुँचता है, और यदि वह 30 किमी. प्रतिघंटा की चाल से चलता है तो अपने गंतव्य में 4 मिनट पहले पहुँच जाता है। उसके गंतव्य स्थान की दूरी ज्ञात कीजिए।
49. एक व्यक्ति की आयु अपने पुत्र की आये की पाँच गुनी है। दो वर्ष पश्चात् वह अपने पुत्र की आयु का चार गुना हो जायेगा। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।
50. एक भिन्न का अंश उसके हर से 3 कम है। यदि अंश को हर में जोड़ दिया जाए तो भिन्न  $\frac{2}{7}$  हो जाती है। भिन्न ज्ञात कीजिए।

अध्याय 4  
दो चरों वाले रैखिक समीकरण  
उत्तर

1.  $y$ -अक्ष के समांतर
2.  $x$ -अक्ष
3.  $y = 0$
4.  $2x - y = 12$
5.  $k = -2$
6.  $y = 2$
7. अपरिमित रूप से अनेक हल
8.  $0.x + 5.y = 9$
9.  $K = 1$
10.  $\sqrt{2x - 5y - 4} = 0$   
जहाँ  $a = \sqrt{2}$ ,  $b = -5$ ,  $c = -4$
11.  $x = \frac{7 - 4y}{3}$
12.  $y = \frac{9 - 5x}{3}$
13. हाँ
14.  $(1, 4)$   $(0, 5)$  (अन्य कोई भी दो संभव हल)
15.  $P = \frac{4a - 10}{9}$
16.  $3x - y + 1 = 0$   
 $12x + 7y = 106$
17.  $(0, 5)$  and  $(2, 0)$
18.  $a = -1$
19.  $3x - y = 21$

20.  $x - 2y = 5$
22.  $f = \frac{(9)}{5} c + 32$
23.  $a = -4$   $b = 4$
24.  $a = -3$  (दो सम्भावित हल  $x = 4, y = 1$  तथा  $x = 1, y = -1$  तथा अन्य सम्भावित हल भी संभव है)
25. (3,0), (0,2)
26. (2,4) (7,0), नहीं
28. 50m, 40m, चौड़ाई = 40m
29.  $y = 3$
30. (1, -3), (9, 0), (-7, -6)
31.  $95^{\circ}\text{F}$ ,  $86^{\circ}\text{F}$
32.  $K = 2$
33. नहीं
34.  $x = 4$
35. 150
36.  $a = 8, b = -3, c = 0$ , अनंत हल

दो सम्भावित हल  $x = 3, y = 8$  तथा  $x = 6, y = 16$

37.  $x = 3y + 3$   
 $x = 2y + 13$
38.  $y = 3x$  जहाँ  $y$  बल है। और  $x$  त्वरण है बल = 15 N
39.  $x + y = 25$
40. (i)  $5x + 20 = y$   
(ii) 25

(iii) खुशी, सद्भावना

41. (a)  $x + y = 1600$

(b) प्रियंका = 1200, आरती = 400

(c) मानवता, सहानुभूति, दूसरों की मदद, सामाजिक जिम्मेदारी

42. (i)  $y = 30x$

(ii)  $30x - y + 0 = 0$

(iii) पर्यावरण सुरक्षा, सहयोग

43. (a)  $150x + 200y = 3600$

(b) लड़के = 12

(c) सहयोग की भावना, मदद की भावना, टीम कार्य क्षमता

44.  $\frac{x + y}{z} = 2$  ( $x=2, y=4$  तथा  $z=3$ )

45. (i) 107

(ii) 5

46. 50 मिली.

47. 30 दिन

48. 18 किमी. दूरी

49. बेटे की उम्र = 6 वर्ष

व्यक्ति की उम्र = 30 वर्ष

50.  $\frac{2}{5}$

अध्याय 5

## यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय

### महत्वपूर्ण बिन्दु

- **भूमिका** - 'यूक्लिड की ज्यामिति' जो हम पढ़ते हैं वह यूक्लिड की देन है। ये ज्यामिति के पिता के नाम से जाने जाते हैं। यूक्लिड का गणित के विभिन्न क्षेत्रों जैसे संख्या पद्धति और खगोल शास्त्र में बड़ा योगदान है।
- **अभिग्रहीत या अभिधाराणाएँ** - अभिग्रहीत या अभिधाराणाएँ एक प्रकार की कल्पनाएँ होती हैं। ये कल्पनाएँ वास्तव में स्पष्टः सर्वव्यापी सत्य थीं। इनकी सिद्धता नहीं होती।
- **प्रमेयः** - प्रमेय ऐसे कथन होते हैं जिन्हें परिभाषाओं, अभिग्रहीतों और तार्किकताओं के आधार पर सिद्ध किया जाता है।

#### यूक्लिड के कुछ अभिग्रहीतः-

1. वे वस्तुएँ जो एक ही वस्तु के समान हों एक दूसरे के समान होती हैं।
2. अगर बराबर को बराबर में जोड़ें तो पूर्ण भी बराबर होते हैं।
3. अगर बराबर को बराबर में से घटाया जाए तो शेषफल भी बराबर होते हैं।
4. वे वस्तुएँ जो आपस में संपाती हैं, एक दूसरे के समान होती हैं।
5. पूर्ण अपने भाग से बड़ा होता है।
6. एक ही वस्तुओं के दुगने आपस में समान होते हैं।
7. एक ही वस्तुओं के आधे आपस में समान होते हैं।

## यूक्लिड की अभिधारणाएँ:-

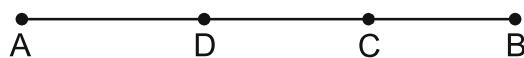
- **अभिधारणा-1** - एक बिंदु से एक अन्य बिंदु तक सीधी रेखा खींची जा सकती है।
- **अभिधारणा-2** - एक सांत रेखा को अनिश्चित रूप से बढ़ाया जा सकता है।
- **अभिधारणा-3** - किसी बिंदु को केन्द्र मानकर तथा किसी त्रिज्या से एक वृत खींचा जा सकता है।
- **अभिधारणा-4** - सभी समकोण एक दूसरे के समान होते हैं।
- **अभिधारणा-5** - यदि एक सीधी रेखा दो सीधी रेखाओं पर गिरकर एक ही ओर अन्तःकोण इस तरह बनाए कि इन दोनों कोणों का योग मिलकर दो समकोणों से कम हो तो वे दोनों सीधी रेखाएँ अनिश्चित रूप से बढ़ाए जाने पर उसी ओर मिलती है जिस ओर यह योग दो समकोणों से कम होता है।

## परिभाषाएँ

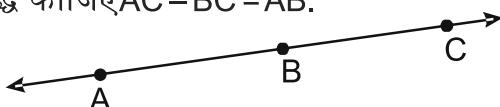
1. एक बिंदु वह है जिसका कोई भाग नहीं होता।
2. एक रेखा चौड़ाई रहित लंबाई होती है।
3. एक सीधी रेखा ऐसी रेखा है जो स्वयं पर बिंदुओं के साथ सपाट रूप से स्थित होती है।
4. एक रेखा के सिरे बिंदु होते हैं।
5. एक पृष्ठ वह है, जिसकी केवल लंबाई और चौड़ाई होती है।
6. एक समतल पृष्ठ ऐसा पृष्ठ है जो स्वयं पर सीधी रेखाओं के साथ सपाट रूप से स्थित होता है।
7. पृष्ठ के किनारे रेखाएँ होती हैं।

## खण्ड अ

1. एक पृष्ठ (Surface) की विभाओं की संख्या कितनी होगी?
2. \_\_\_\_\_ के लिए सिद्धता की आवश्यकता होती है। (अभिग्रहित, अभिधारणाएँ, प्रमेय)
3. तीन सरेखीय बिन्दुओं से \_\_\_\_\_ रेखाएँ खींची जा सकती है। (दो, तीन, केवल एक)
4. यूक्लिड के कथन के अनुसार अगर बराबर को बराबर में से घटाया जाए तो शेषफल भी बराबर होते हैं एक \_\_\_\_\_ है। (अभिग्रहित, परिभाषा, अभिधारणा)
5. दी गई आकृति में यदि  $AD = BC$  तो क्या  $AC$  और  $BD$  समान हैं या नहीं?

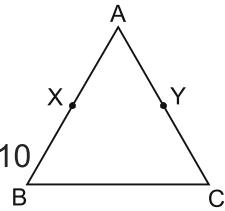


6. एक बिन्दु से कितनी रेखाएँ गुजर सकती हैं?
7. यूक्लिड की प्रथम अभिग्रहित को लिखिए।
8. यूक्लिड की पाँचवी अभिग्रहित को लिखिए।
9. यदि  $a + b = 15$  तथा  $a + b + c = 15 + c$  हो तो यह यूक्लिड की किस अभिग्रहित को दर्शाता है।
10. एक रेखा पर  $A, B$  तथा  $C$  तीन बिन्दु हैं। यदि  $A$  तथा  $C$  के बीच में  $B$  स्थित है तो सिद्ध कीजिए  $AC - BC = AB$ .



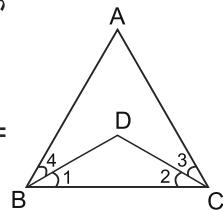
## खण्ड ब

11. यदि  $x + y = 10$  तथा  $x = z$  तो सिद्ध कीजिए कि  $z + y = 10$

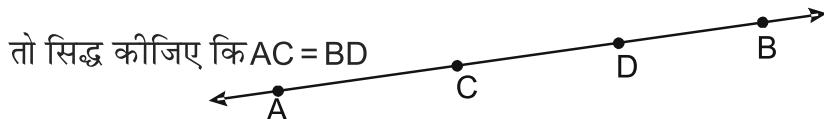


12. आकृति में  $AX = AY$ ,  $AB = AC$  तो सिद्ध कीजिए कि  $BX = CY$

13. दी गई आकृति में यदि  $\angle ABC = \angle ACB$  और  $\angle 3 = \angle 4$  है तो सिद्ध कीजिए कि  $\angle 1 = \angle 2$ .

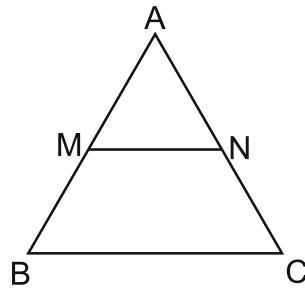


14. आकृति में  $AD = CB$



15. समीकरण  $x - 10 = 15$ , को हल कीजिए। आपने इसे हल करने में युक्तिलड की कौन सी अभिग्रहित प्रयोग की है?

16. यदि बिन्दु C, दो बिन्दुओं A तथा B के बीच स्थित है तथा  $AC = BC$  तो सिद्ध कीजिए कि  $AC = \frac{1}{2} AB$

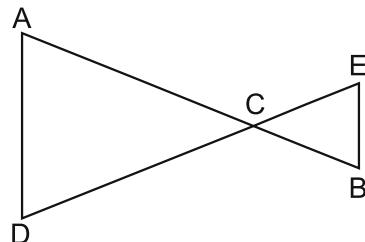


16. दी गई आकृति में

$$AM = \frac{1}{2} AB$$

$$AN = \frac{1}{2} AC$$

तो सिद्ध कीजिए कि  $AB = AC$



18. आकृति में  $AC = DC$ , तथा  $CB = CE$

तो सिद्ध कीजिए कि  $AB = DE$

19. सिद्ध कीजिए कि किसी रेखाखण्ड का केवल और केवल एक मध्य बिन्दु होता है।

20. सत्य व असत्य बताओः-

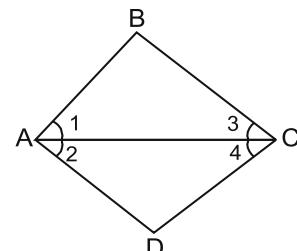
(a) एक बिन्दु से गुजरने वाली केवल एक ही रेखा खींची जा सकती है।

(b) दो विभिन्न बिन्दुओं से गुजरने वाली अनेक रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

(c) यूक्लिड का संबंध ग्रीस से था।

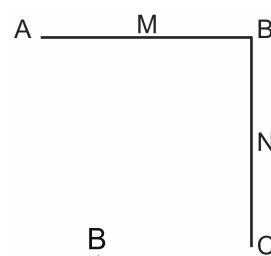
### खण्ड-स

21. आकृति में  $\angle 1 = \angle 2$  तथा  $\angle 2 = \angle 3$

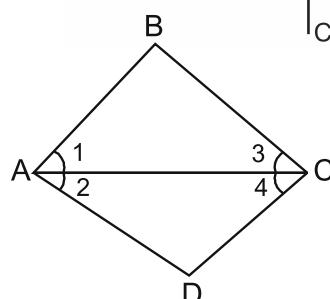


तो सिद्ध कीजिए कि  $\angle 1 = \angle 3$

22. दी गई आकृति में  $AB=BC$  तथा  $AB$  का मध्य बिंदु  $M$  और  $BC$  का मध्य बिंदु  $N$  है तो सिद्ध करो कि  $AM=NC$ .



23. आकृति में  $\angle 1 = \angle 3$  तथा  $\angle 2 = \angle 4$



तो सिद्ध कीजिए कि  $\angle BAD = \angle BCD$

24. एक समबाहु त्रिभुज एक बहुभुज होता है जिसकी दो भुजाएँ तीसरी भुजा के समान होती हैं और प्रत्येक कोण का माप  $60^\circ$  होता है।

क्या आप यह सिद्ध कर सकते हैं कि समबाहु क्या आप यह सिद्ध कर सकते हैं कि समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक कोण और प्रत्येक भुजाएँ समान होती हैं।

25. राम तथा श्याम कक्षा नवीं के विधार्थी हैं। मार्च के महीने में वे दोनों अंध विद्यालय को समान राशि दान करते हैं। अप्रैल मास में वे दोनों दान राशि को दुगनाकर देते हैं।

- (a) दोनों के दान राशि की तुलना कीजिए।  
(b) प्रश्न में किन मूल्यों का पता चलता है?  
(c) किस गणितीय विधि को प्रश्न में दर्शाया गया है।

26. मोनिका तथा वासु का वजन (weight) बराबर है। यदि दोनों का वजन 2 किलो बढ़े तो दोनों के भार की तुलना कीजिए:-

- (a) प्रश्न से किन मूल्यों का पता चलता है।  
(b) प्रश्न में किस गणितीय कल्पना को दर्शाया गया है।

अध्याय 5

## यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय

उत्तर

- |     |  |     |                 |     |         |
|-----|--|-----|-----------------|-----|---------|
| 1.  | 2  | 2.  | प्रमेय          | 3.  | केवल एक |
| 4.  | अभिग्रहीत  | 5.  | समान हैं।       | 6.  | अनेक    |
| 9.  | दूसरी अभिग्रहीत                                  | 15. | दूसरी अभिग्रहीत |     |         |
| 20. | (a) असत्य  | (b) | असत्य           | (c) | सत्य    |
| 25. | (a) अप्रैल मास में भी दोनों की दान राशि समान है। |     |                 |     |         |
|     | (b) मददगार, मानवता                               |     |                 |     |         |
|     | (c) यूक्लिड अभिग्रहीत                            |     |                 |     |         |
| 26. | (a) तार्किक क्षमता (b) यूक्लिड अभिग्रहित         |     |                 |     |         |

## अध्याय 6

# रेखाएँ एवं कोण

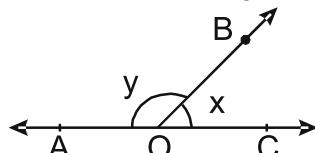
### महत्वपूर्ण बिंदु

- रेखा बिन्दुओं का वह समूह है जिसकी केवल लम्बाई होती है तथा चौड़ाई और मोटाई नहीं होती है।
- रेखाखण्ड – एक रेखा का वह भाग जिसके दो अन्तः बिन्दु होते हैं।
- किरण – एक रेखा का वह भाग जिसका एक अन्तः बिन्दु होता है।
- सरेखीय बिन्दु – तीन और अधिक बिन्दु जो एक ही रेखा पर स्थित हों।
- कोण जब दो किरणें एक ही अंत बिन्दु से प्रारम्भ होती हैं तो एक कोण बनता है। कोण को बनाने वाली दोनों किरणें कोण की भुजाएँ कहलाती हैं और उभयनिष्ठ बिन्दु कोण का शीर्ष कहलाता है।
- न्यून कोण – एक कोण जिसका माप  $0^\circ$  और  $90^\circ$  के बीच होता है।
- समकोण – एक कोण जिसका माप  $90^\circ$  होता है।
- अधिक कोण – एक कोण जिसका माप  $90^\circ$  से अधिक पर  $180^\circ$  से कम होता है।
- ऋजु कोण – एक कोण जिसका माप  $180^\circ$  का होता है।
- प्रतिवर्ती कोण – एक कोण जिसका माप  $180^\circ$  से अधिक और  $360^\circ$  से कम होता है।
- पूरक कोण – कोणों का ऐसा युग्म जिनका योग  $90^\circ$  होता है।
- सम्पूरक कोण – कोणों का ऐसा युग्म जिनका योग  $180^\circ$  होता है।
- आसन्न कोण – दो कोण आसन्न कोण होंगे यदि–
  - (i) यदि उनका उभयनिष्ठ शीर्ष हो
  - (ii) एक उभयनिष्ठ भुजा हो।

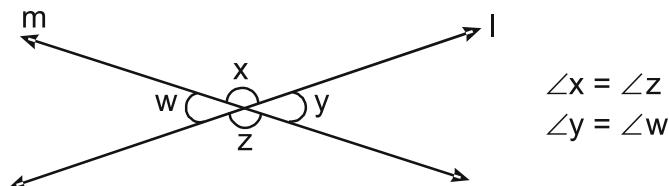
(iii) उनकी वे भुजाएँ जो उभयनिष्ठ नहीं हैं, उभयनिष्ठ भुजा के विपरित ओर स्थित हो।

- **कोणों का रैखिक युग्म** - आसन्न कोणों का युग्म जिनका योग  $180^\circ$  हो।

$\angle AOB$  और  $\angle COB$  रैखिक युग्म बनाते हैं।

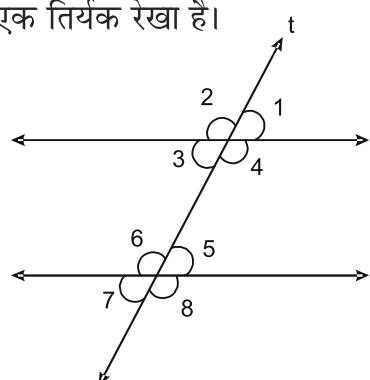


- **शीर्षाभिमुख कोण** - दो प्रतिच्छेदी रेखाओं के प्रतिच्छेदन बिन्दु के अभिमुख बने कोण जैसे



- **प्रतिच्छेदी रेखाएँ** - दो रेखाएँ प्रतिच्छेदी रेखाएँ कहलाती हैं यदि उनके बीच लम्बवत दूरी समान न हो। ये एक बिन्दु पर मिलती हैं।
- **अप्रतिच्छेदी रेखाएँ** - दो रेखाएँ अप्रतिच्छेदी रेखाएँ कहलाती हैं यदि उनके बीच लम्बवत दूरी समान हो। ये अनिश्चित रूप से बढ़ाने पर भी नहीं काटती। यदि ये एक ही तल में हों तो ये समांतर रेखाएँ कहलाती हैं।
- **तिर्यक रेखा** - चित्रानुसार। || m तथा t एक तिर्यक रेखा है।

$$\begin{aligned} \text{a) } & \angle 1 = \angle 3 \\ & \angle 2 = \angle 4 \\ & \angle 5 = \angle 7 \\ & \angle 6 = \angle 8 \end{aligned} \quad \left[ \text{शीर्षाभिमुख कोण} \right]$$



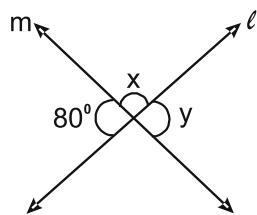
- b)  $\begin{array}{l} \angle 1 = \angle 5 \\ \angle 2 = \angle 6 \\ \angle 3 = \angle 7 \\ \angle 4 = \angle 8 \end{array} \Bigg]$  (b) संगत कोण
- c)  $\begin{array}{l} \angle 3 = \angle 5 \\ \angle 4 = \angle 6 \end{array} \Bigg]$  (c) एंकातर अन्तः कोण
- d)  $\begin{array}{l} \angle 3 + \angle 6 = 180^\circ \\ \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ \end{array} \Bigg]$  (d) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के कोण संपूरक होते हैं।

$\angle 3, \angle 6$  तथा  $\angle 4, \angle 5$  सह-अन्तः कोण हैं।

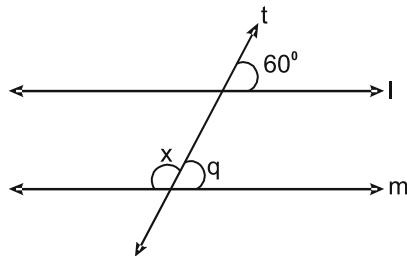
- एक त्रिभुज सभी अन्तः कोणों का योग  $180^\circ$  होता है।

## खण्ड ( अ )

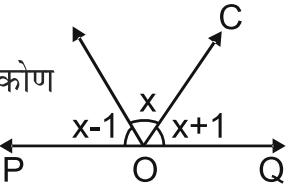
1. चित्र से  $x$  तथा  $y$  ज्ञात करो।



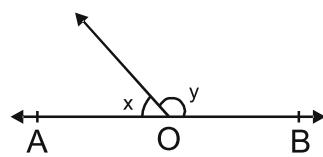
2. यदि एक कोण अपने पूरक कोण के समान हो तो वह कोण ज्ञात करो।
3. संलग्न चित्र में यदि  $t$   $m$  तथा  $t$  एक तिर्यक रेखा हो तो  $x$  का मान ज्ञात करो।



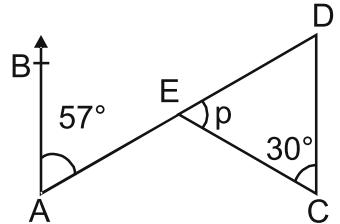
4. चित्र में  $\angle POQ$  एक सरल रेखा है तीन संलग्न कोण क्रमागत (Consecutive) संख्या में हो तो उनका मान ज्ञात करो।



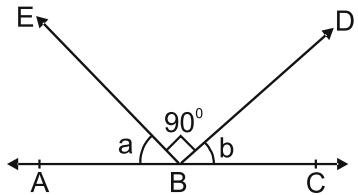
5. चित्र में  $x$  का दो गुना  $y$  से  $30^\circ$  कम है तो  $x$  तथा  $y$  का मान बताओ।



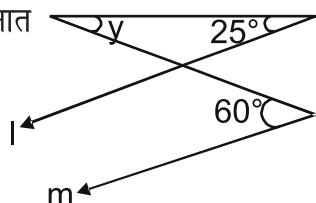
6. संलग्न चित्र में यदि  $AB \parallel CD$  हो तो  $p$  का मान ज्ञात करो।



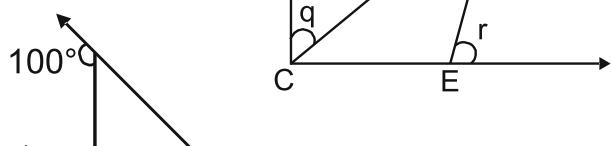
7. संलग्न चित्र के अनुसार  $a + b$  का मान ज्ञात करो यदि  $\angle DBE = 90^\circ$



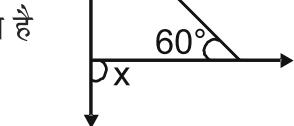
8. दिये गये चित्र में यदि  $l \parallel m$  तो  $y$  का मान ज्ञात करो।



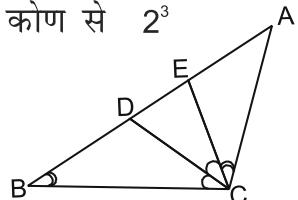
9. यदि  $p : q = 11 : 19$ ,  $AB \parallel CE$  तो  $p$ ,  $q$  तथा  $r$  के मान क्या हैं।



10. चित्रानुसार  $x$  का मान क्या है



11. सम्पूरक कोणों के युग्म में एक कोण दूसरे कोण से  $2^3$  अधिक है कोणों का मान ज्ञात करो।



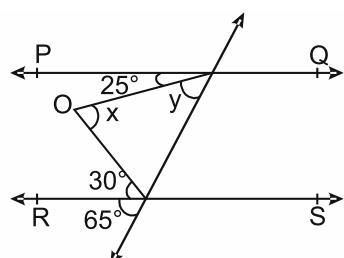
12. चित्रानुसार  $CD$  कोण  $\angle C$ , का अर्धक है

$$\angle B = \angle ACE$$

तो सिद्ध करो  $\angle ADC = \angle ACD$

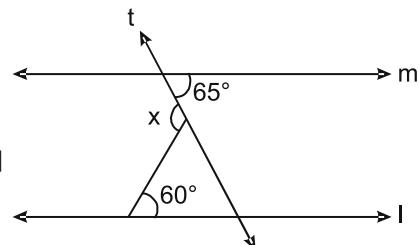
### खण्ड ब

13. संलग्न चित्र में  $PQ \parallel RS$   $x$  तथा  $y$  का मान ज्ञात करो



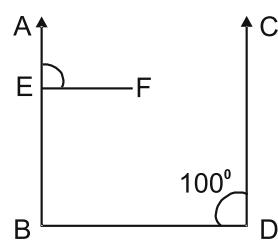
14. पाँच मित्रों ने कुछ धन जमा करके पिज्ज़ा खरीदा। वे सभी इसे बराबर बाँटना चाहते थे। परन्तु उनमें से एक मित्र को बहुत भूख लगी होने के कारण दुगना दिया गया। प्रत्येक को मिले पिज्ज़ा के भाग का कोण ज्ञात कीजिए।
15. एक त्रिभुज ABC के  $\angle B$  और  $\angle C$  के बाह्य समद्विभाजक BO और CO परस्पर बिन्दु O पर काटते हों तो सिद्ध कीजिए  $\angle A = 60^\circ$ ,  $\angle ABC = 70^\circ$   $\angle BOC$  को ज्ञात कीजिए।
16. प्र.स. 15, में यदि  $\angle B$  और  $\angle C$  के अन्तः समद्विभाजक परस्पर बिन्दु P पर काटते हों तो सिद्ध कीजिए  $\angle PBO = 90^\circ$  और  $\angle BOC + \angle BPC = 180^\circ$

17. दिए गए चित्र में यदि  $t \parallel m$  तथा 't' तिर्यक रेखा हो तो x का मान ज्ञात करो।

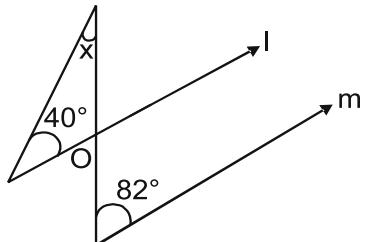


18. यदि किसी त्रिभुज का बाह्य कोण  $103^\circ$  तथा इसके दो दूरस्थ अन्तः कोण समान हो तो कोण ज्ञात कीजिये।
19. सिद्ध कीजिये कि शीर्षभिमुख कोण समान होते हैं।

20. दिये गये चित्र में  $AB \parallel CD$  तथा  $EF \parallel BD$  यदि  $\angle CDB = 100^\circ$ , तो  $\angle AEF$  का मान ज्ञात कीजिए।

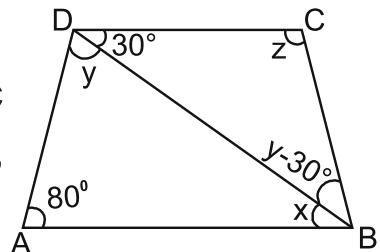


21. दिये गए चित्र में यदि  $l \parallel m$  हो तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।



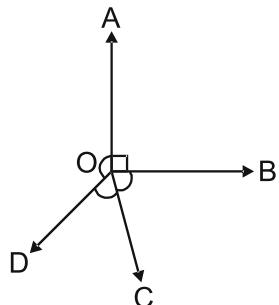
22. किसी त्रिभुज के कोण  $(x - 40^\circ)$ ,  $(x - 20^\circ)$  तथा  $(\frac{x}{2} - 10^\circ)$  हैं।  $x$  का मान तथा तीनों कोणों का मान ज्ञात कीजिये।

23. दिये गये चित्र में यदि  $AB \parallel DC$ ,  $\angle BDC = 30^\circ$  तथा  $\angle BAD = 80^\circ$  हो तो  $\angle x$ ,  $\angle y$ , और  $\angle z$  का मान ज्ञात करो।

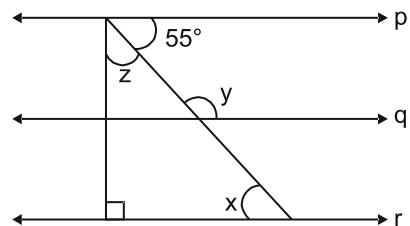


### खण्ड स

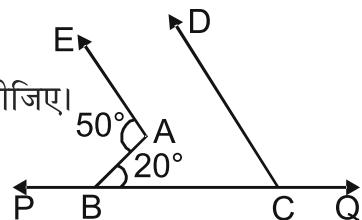
24. चित्र में O बिन्दू मदर डेयरी की स्थिति है जहाँ से चार बूथ A, B, C और D को दूध भेजा जाता है। यदि बूथ B और C, C और D, D और A के बीच के कोणों का अनुपात  $2:1:3$ , है तो कोणों का मान ज्ञात कीजिये।



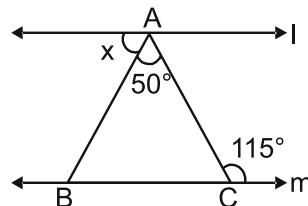
25. यदि  $p \parallel q \parallel r$ , तो चित्र में  $x$ ,  $y$  और  $z$  के मान ज्ञात कीजिए।



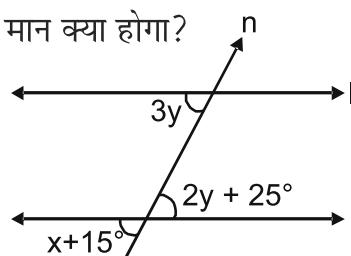
26. यदि  $AE \parallel CD$ , तो  $\angle DCB$  का मान ज्ञात कीजिए।



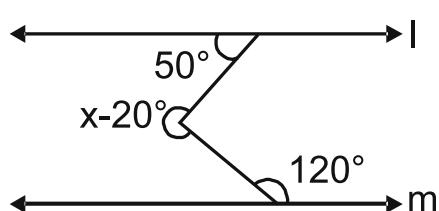
27. चित्र में  $l \parallel m$  है  $x$  क्या होगा।



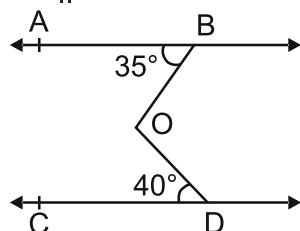
28. चित्र में  $l \parallel m$  और  $n$  त्रिर्यक रेखा है तो  $x$  का मान क्या होगा?



29.  $x$  के किस मान के लिए  $l \parallel m$  होगी?



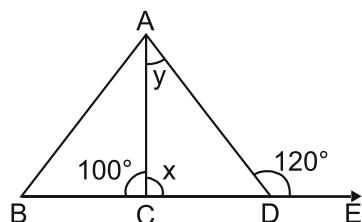
30. यदि  $AB \parallel CD$  है तो प्रतिवर्ती कोण  $BOD$  का मान ज्ञात कीजिए?



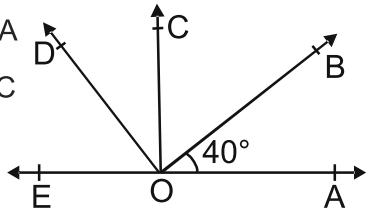
31. यदि किसी त्रिभुज के कोण  $5 : 3 : 7$  में हो तो सिद्ध करो कि त्रिभुज एक न्यून कोण त्रिभुज है।

32. यदि दो रेखाएं अन्य दो समान्तर रेखाओं पर लम्ब हैं तो दिखाओ कि वे रेखाएं आपस में एक दूसरे के समान्तर हैं?

33. जैसा कि चित्र में दिखाया गया है कि  $\angle ACB = 100^\circ$  तथा  $\angle ADE = 120^\circ$  है।  $x$  तथा  $y$  के मान ज्ञात कीजिये।



34. चित्र अनुसार यदि  $\angle DOB = 85^\circ$ , तथा  $\angle COA = 85^\circ$ ,  $\angle BOA = 40^\circ$ , तथा  $\angle COB$  तथा  $\angle DOC$  का मान ज्ञात करो।



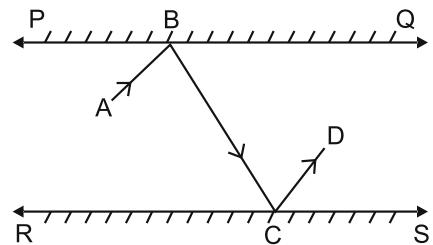
35. सिद्ध करो कि एक रैखिक युग्म बनाने वाले कोणों के अर्धक समकोण पर होते हैं।
36. यदि दो पूरक कोण इस प्रकार हैं कि एक कोण के माप का दो गुना दूसरे कोण के माप के तीन गुने के बराबर हैं। बड़े कोण की माप कीजिए।
37. सिद्ध कीजिये कि किसी भी त्रिभुज के सभी बाह्य कोणों का योग  $360^\circ$  होता है।
38. यदि किसी त्रिभुज PQR में  $\angle Q$  तथा  $\angle R$  के अन्तः अर्धक एक दूसरे को S पर मिलते हैं तो सिद्ध कीजिये कि

$$\angle QSR = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle P$$

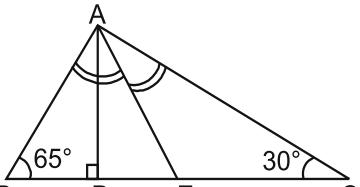
#### खण्ड द

39. यदि एक तिर्यक रेखा दो समान्तर रेखाओं को काटती है तो सिद्ध कीजिये कि तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अन्तः कोणों के अर्धक समकोण पर मिलते हैं।

40. चित्र में PQ और RS दो समान्तर दर्पण हैं आपतित किरण AB, दर्पण PQ को B पर काटती है। परावर्तित किरण BC की ओर जाते हुए दर्पण RS को C पर काटती हुई, CD की तरफ जाएगी। सिद्ध कीजिए  $AB \parallel CD$



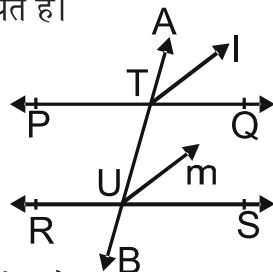
41. चित्र में  $AE$ ,  $\angle A$  का समद्विभाजक है।



$AD \perp BC$ ,  $\angle EAD$  का मान ज्ञात कीजिये।

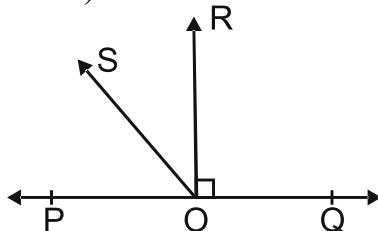
42. सिद्ध कीजिये कि एक तिर्यक रेखा द्वारा दो समान्तर रेखाओं के दोनों ओर बने अन्तःकोणों के अर्धकों से बना चतुर्भुज, आयत है।

43. चित्र में  $\ell \parallel m$  है।  $\ell$  और  $m$   $\angle ATQ$  और  $\angle TUS$  के समद्विभाजक हैं। सिद्ध कीजिये  $PQ \parallel RS$ .

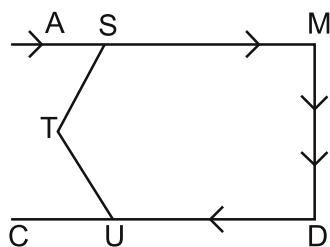


44.  $POQ$  एक सीधी रेखा है, एक किरण है। सिद्ध कीजिये

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$



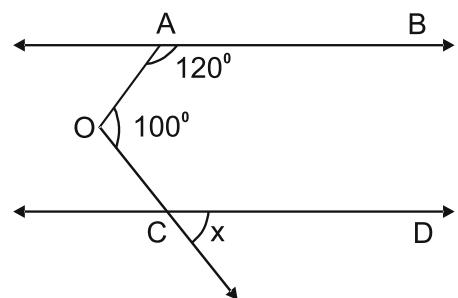
45. संलग्न चित्र में स्थान  $A$  से स्थान  $C$  की ओर जाने के लिए एक रूट दिखाया गया है। हाइवे  $AM$ , पर ट्रैफिक की अधिकता को कम करने के लिए अंथारिटी ने एक छोटा रास्ता  $S$  से  $T$  की ओर जाते हुए  $C$  तक पहुँचने के लिए बनाया। यदि  $\angle MST = 125^\circ$ ,  $\angle CUT = 50^\circ$ , तो  $\angle STU$  का मान ज्ञात कीजिए। इससे क्या मूल्य प्रदर्शित होते हैं।



46. एक सहशिक्षा विद्यालय में एक शिक्षिका ने गणित प्रश्नोत्तरी का आयोजन इस प्रकार किया कि प्रश्न को श्याम पट्ट पर हल करना था उसे एक साथ

दो बच्चों को बुलाने की आवश्यकता थी तथा पुरस्कार उस बच्चे को देना था जो सबसे पहले प्रश्न को हल करेगा। इसके लिए उसने एक लड़के तथा एक लड़की का चयन किया।

- (i) यदि  $AB \parallel CD$  हो तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिये।
- (ii) इस क्रिया कलाप में शिक्षिका द्वारा किस मूल्य को प्रदर्शित किया गया है।



अध्याय 6  
**रेखाएँ एवं कोण**  
**उत्तर**

- |   |   |  |
|---|---|--|
| 1. $x = 100^\circ, y = 80^\circ$            | 2. $45^\circ$                                   | 3. $120^\circ$                                 |
| 4. $59^\circ, 60^\circ, 61^\circ$           | 5. $50^\circ, 130^\circ$                        | 6. $93^\circ$                                  |
| 7. $a + b = 90^\circ$                       | 8. $35^\circ$                                   | 9. $33^\circ, 57^\circ, 65^\circ$              |
| 10. $140^\circ$                             | 11. $86^\circ, 94^\circ$                        | 13. $40^\circ, 55^\circ$                       |
| 14. $60^\circ \times 4, 120^\circ \times 1$ | 17. $125^\circ$                                 | 18. $51\frac{1}{2}^\circ, 51\frac{1}{2}^\circ$ |
| 20. $80^\circ$                              | 21. $42^\circ$                                  |  |
| 22. $x = 100, 60^\circ, 80^\circ, 40^\circ$ | 23. $x = 30^\circ, y = 70^\circ, z = 110^\circ$ |  |
| 26. $30^\circ$                              | 27. $65^\circ$                                  | 28. $60^\circ$                                 |
| 30. $285^\circ$                             | 33. $80^\circ, 40^\circ$                        | 34. $45^\circ, 40^\circ$                       |
| 36. $54^\circ$                              | 41. $17.5^\circ$                                |  |

## अध्याय 7

# त्रिभुज

### महत्वपूर्ण बिंदु

- दो आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं, यदि उनका एक ही आकार और एक ही माप हो।
- दो समतल आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं, यदि प्रत्येक को दूसरी आकृति पर रखने पर वह उसको पूरी तरह ढक लेती है।
- दो रेखाखण्ड सर्वांगसम होते हैं, यदि उनकी लम्बाई समान हो।
- समान माप वाले दो कोण सर्वांगसम होते हैं।
- समान त्रिज्याओं वाले दो वृत्त सर्वांगसम होते हैं।
- समान भुजाओं वाले दो वर्ग सर्वांगसम होते हैं।
- दो आयत सर्वांगसम होते हैं, यदि उनकी लम्बाई और चौड़ाई की माप समान हो।
- यदि त्रिभुज ABC और DEF संगतता  $A \sim D$ ,  $B \sim E$  and  $C \sim F$ , के अंतर्गत सर्वांगसम हों, तो उन्हें सांकेतिक रूप में लिखते हैं।
- त्रिभुजों की सर्वांगसमता के नियम:-
  - (a) भुजा-कोण-भुजा (SAS) सर्वांगसमता नियम : यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ और अंतर्गत कोण, दूसरे त्रिभुज की दो भुजाओं और अंतर्गत कोण के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।
  - (b) कोण-भुजा-कोण (ASA) सर्वांगसमता नियम : यदि एक त्रिभुज के दो कोण और अंतर्गत भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोणों और अंतर्गत भुजा के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

© भुजा-भुजा-भुजा (SSS) सर्वांगसमता नियम : यदि एक त्रिभुज की तीनों भुजाएं दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

(d) समकोण-कर्ण-भुजा (RHS) सर्वांगसमता नियम : यदि दो समकोण त्रिभुजों में, एक त्रिभुज का कर्ण और एक भुजा क्रमशः दूसरे त्रिभुज के कर्ण और एक भुजा के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

- त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।
- त्रिभुज के बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं।
- किसी त्रिभुज में, लंबी (बड़ी) भुजा का सम्मुख कोण बड़ा होता है।
- किसी त्रिभुज में, बड़े कोण की सम्मुख भुजा लंबी (बड़ी) होती है।
- किसी त्रिभुज में, किन्हीं दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

### खण्ड अ

1. निम्न में से कौन सा त्रिभुजों की सर्वांगसमता नियम नहीं है?

- |         |         |
|---------|---------|
| (a) SSS | (b) RHS |
| (c) AAA | (d) SAS |

2. यदि  $AB \cong CD$  तब

- |                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| (a) $\overline{AB} < \overline{CD}$ | (b) $\overline{AB} + \overline{CD} = 0$ |
| (c) $\overline{AB} = \overline{CD}$ | (d) $\overline{AB} > \overline{CD}$     |

3. यदि  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  तब

- |   |  |
|---|--|
| (i) $AB = \underline{\hspace{2cm}}$         | (ii) $BC = \underline{\hspace{2cm}}$         |
| (iii) $CA = \underline{\hspace{2cm}}$       | (iv) $\angle E = \underline{\hspace{2cm}}$   |
| (v) $\angle EDF = \underline{\hspace{2cm}}$ | (vi) $\angle BCA = \underline{\hspace{2cm}}$ |

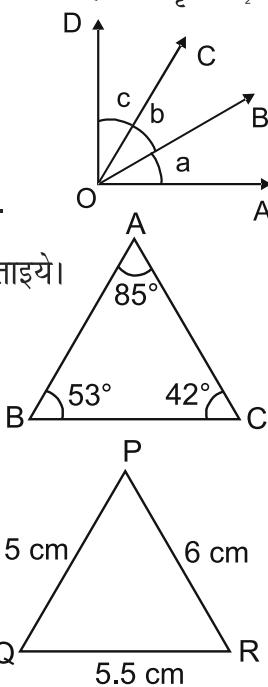
4. वृत्त  $O_1 \cong$  वृत्त  $O_2$  यदि वृत्त  $O_1$  की त्रिज्या 6 cm है तो वृत्त  $O_2$  का व्यास \_\_\_\_\_ होगा।

5. दी गई आकृति में यदि  $a=b=c$  हो तो

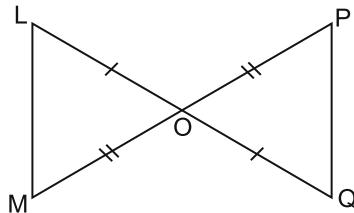
6. यदि  $\triangle PQR \cong \triangle DEF$  हो तो  $Q \longleftrightarrow$  \_\_\_\_\_.

7. दी गई आकृति में त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा बताइये।

8. त्रिभुज  $\triangle PQR$  में सबसे बड़ा कोण बताइये।



9. दी गई आकृति में दोनों त्रिभुज सर्वांगसम हो तो इसमें लगने वाला सर्वांगसमता का नियम बताइये।



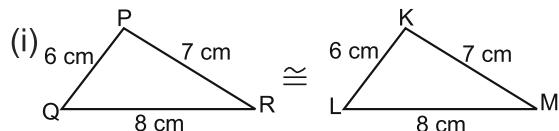
10. \_\_\_\_\_ वाले दो वर्ग सर्वांगसम होते हैं।

### खण्ड ( ब )

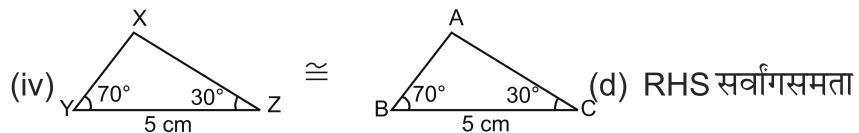
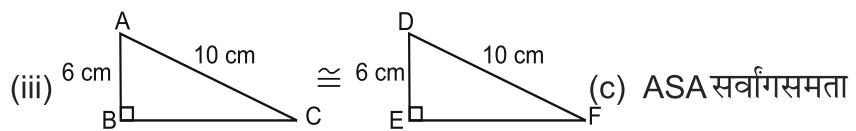
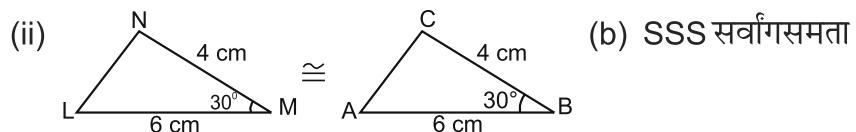
11. मिलान कीजिए:

कालम ( अ )

कालम'

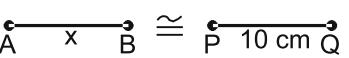


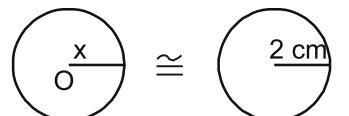
(a) SAS सर्वांगसमता

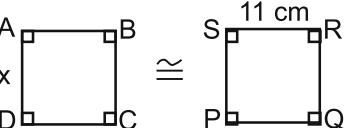


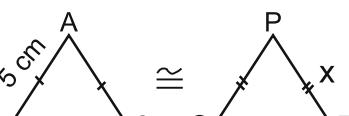
12. मिलान कीजिए:

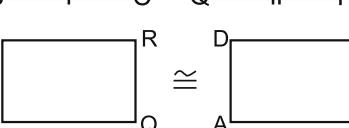
कालम ( अ )

(i)  x = ? (a) 2 cm

(ii)  x = ? (b) 5 cm

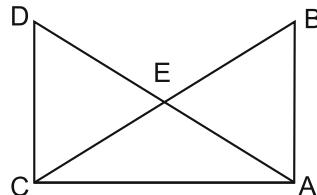
(iii)  x = ? (c) 10 cm

(iv)  x = ? (d) 4 cm

(v)  x = ? (e) 11 cm

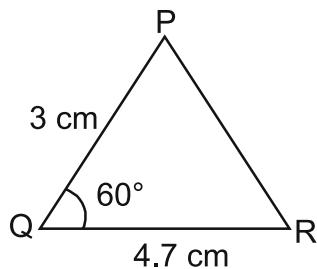
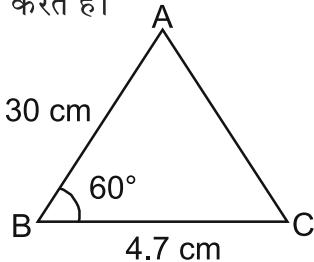
कालम'

13. दी गई आकृति में यदि  $AB = CD$ ,  $AD = BC$  है तो सिद्ध कीजिए  
 $\triangle ADC \cong \triangle CBA$



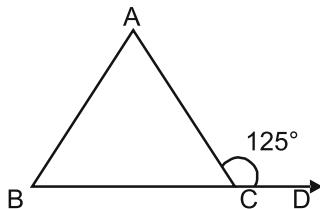
14. यदि  $\triangle ABC$  एक समद्विबाहु त्रिभुज है और  $AB = AC$  तो सिद्ध कीजिए कि  $A$  से  $BC$  पर खींचा गया समलम्ब  $AD$ ,  $BC$  को समद्विभाजित करता है।

15. दी गई आकृति में दोनों त्रिभुज सर्वांगसमता के किस नियम को संतुष्ट करते हैं।



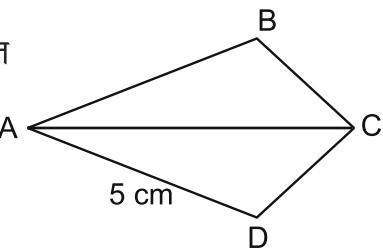
16. यदि  $\triangle PQR$  में  $\angle P = 110^\circ$  और  $PQ = PR$ . तो  $\angle Q$  और  $\angle R$  ज्ञात कीजिए।

17. दी गई आकृति में, यदि  $AB = AC$  और  $\angle ACD = 125^\circ$ . तो  $\angle A$  ज्ञात कीजिये।



18. यदि  $\triangle ABC$ , में  $\angle A = 55^\circ$ ,  $\angle B = 75^\circ$  है तो त्रिभुज की सबसे बड़ी व छोटी भुजा ज्ञात कीजिए।

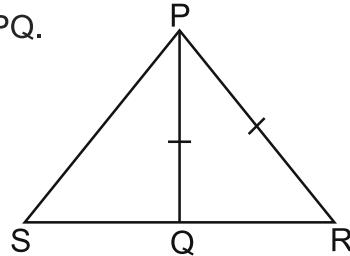
19. दी गई आकृति में,  $AC$  समद्विभाजित करता है  $\angle A$  और  $\angle C$  को तथा  $AD = 5 \text{ cm}$  है तो  $AB$  ज्ञात कीजिये।



20. एक समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्ष कोण  $80^\circ$  है तो आधार का कोण ज्ञात कीजिए।

## खण्ड स

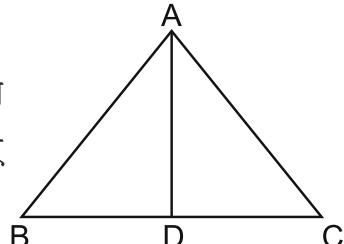
21. दी गई आकृति में  $\triangle PSR$  की भुजा  $SR$  पर बिन्दु  $Q$  इस प्रकार है कि  $PQ = PR$  सिद्ध कीजिए कि  $PS > PQ$ .



22.  $ABC$  एक त्रिभुज है जिसमें भुजा  $BC$  का मध्य बिन्दु  $D$  है।  $D$  से  $AB$  और  $AC$  पर खींचे गए लम्बों की लम्बाईयां समान हैं तो सिद्ध कीजिए कि यह एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

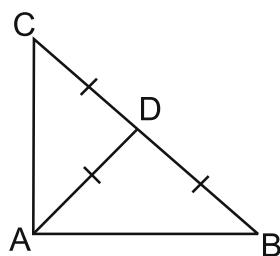
23. सिद्ध कीजिए कि समद्विबाहु त्रिभुज की समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं।

24. दी गई आकृति में,  $AC > AB$  और  $AD$  कोण  $\angle BAC$  का समद्विभाजक है। सिद्ध कीजिए कि  $\angle ADC > \angle ADB$ .

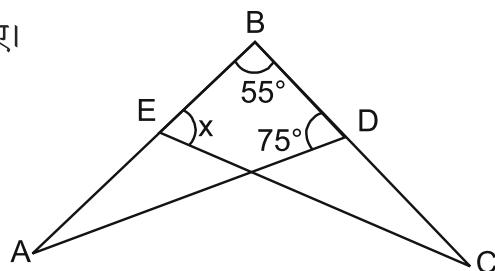


25. बिंदु  $S$ ,  $\triangle PQR$  के अंतः भाग में स्थित है। सिद्ध कीजिए कि  $SQ + SR < PQ + PR$ .

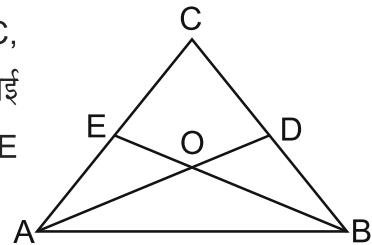
26. दी गई आकृति में, यदि  $AD = BD = CD$  तो  $\angle BAC$  ज्ञात कीजिये।



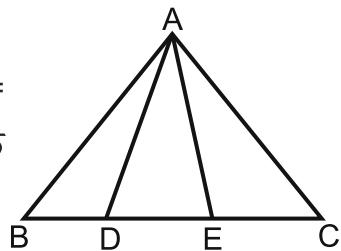
27. दी गई आकृति में, यदि  $AB = BC$  and  $\angle A = \angle C$  है तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।



28. दी गई आकृति में, यदि  $\angle ABC = \angle BAC$ , D और E भुजा BC तथा भुजा AC पर कोई बिन्दु हैं। जहाँ  $DB = AE$  यदि AD और BE एक दूसरे को बिन्दु O पर काटते हैं। तो  $OA = OB$  सिद्ध कीजिये।



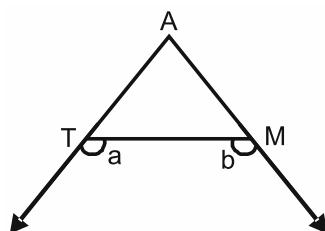
29. दी गई आकृति में  $AB = AC$ ,  $\angle BAD = \angle CAE$  है तो सिद्ध कीजिये  $\triangle ADE$  एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



30. यदि  $\triangle DEF$  में  $\angle E = 2\angle F$  है तथा DM,  $\angle EDF$  का अर्धक है जो कि EF को M पर काटती है। यदि  $DM = MF$  तो सिद्ध करो कि  $\angle EDF = 72^\circ$ .

31. सिद्ध कीजिये की समबाहु त्रिभुज के तीनों कोण  $60^\circ$  के होते हैं।

32. दी गई आकृति में  $\angle a > \angle b$ , तो दर्शाइये कि  $\angle ATM < \angle AMT$



## खण्ड द

33.  $\triangle ABC$  के समलंबो  $AF$ ,  $BD$  और  $CE$  की लम्बाईयाँ समान हैं। सिद्ध कीजिए कि  $\triangle ABC$  एक समबाहु त्रिभुज है।

34. सिद्ध कीजिए कि दो त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं यदि एक त्रिभुज के दो कोण और अंतर्गत भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोणों और अंतर्गत भुजा के बराबर हैं।

35. बिन्दु  $O$ ,  $\triangle ABC$  के अंतः भाग में स्थित है। सिद्ध कीजिए कि

$$OA + OB + OC > \frac{1}{2} (AB + BC + CA)$$

36. सिद्ध कीजिए कि किसी त्रिभुज का परिमाप उसके समलंबो की लम्बाईयों के योग से बड़ा होता है।

37.  $\triangle ABC$  की भुजाएँ  $AB$ ,  $BC$  और मध्यिका  $AM$ ,  $\triangle PQR$  की भुजाओं  $PQ$ ,  $QR$  और मध्यिका  $PN$  के क्रमशः समान हैं। सिद्ध कीजिए

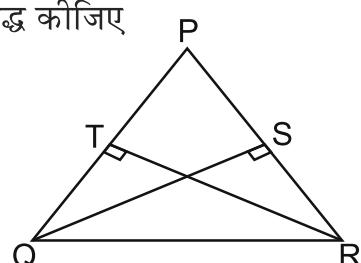
i)  $\triangle ABM \cong \triangle PQN$

ii)  $\triangle ABC \cong \triangle PQR$

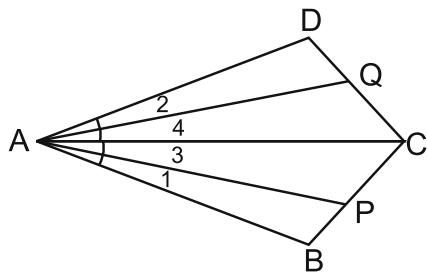
38. दी गई आकृति में,  $PQR$  की भुजाओं  $PR$  और  $PQ$  पर क्रमशः डाले गए लम्बों  $QS$  और  $RT$  की लम्बाईयाँ बराबर हैं सिद्ध कीजिए

(I)  $\triangle PQS \cong \triangle PRT$

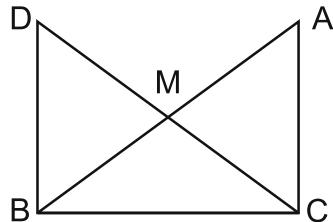
(ii)  $PQR$  एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



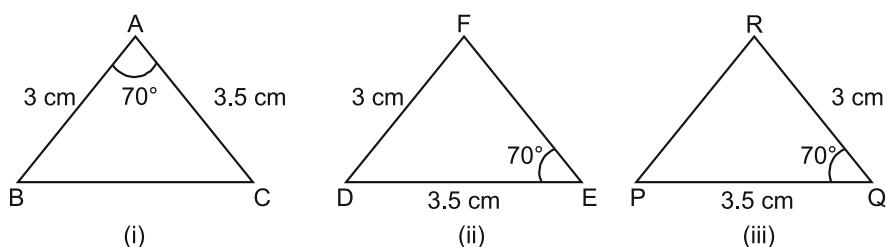
39. दी गई आकृति में,  $AB = AD$ ,  $\angle 1 = \angle 2$  and  $\angle 3 = \angle 4$  हैं। सिद्ध कीजिए कि  $AP = AQ$ .



40. दी गई आकृति में, एक समकोण  $\triangle ABC$  में जिसमें कोण  $C$  समकोण है,  $M$  कर्ण  $AB$  का मध्य बिंदु है।  $C$  को  $M$  से मिलाकर  $D$  तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि  $DM = CM$  हो। बिन्दु  $D$  को बिन्दु  $B$  से मिला दिया जाता है। दर्शाइये कि  $. CM = \frac{1}{2} AB$



41. राम के पास वर्गाकार  $PQRS$  भूमि है जिसके विकर्ण  $PR$  और  $QS$ , O पर एक दूसरे को प्रतिच्छेदित करते हैं। दर्शाइये कि  $\triangle POQ \cong \triangle QOR \cong \triangle ROS \cong \triangle SOP$   
राम दो त्रिभुजाकार भागों को एक अस्पताल और एक विद्यालय को दान कर देता है। यहाँ राम के किस मूल्य का पता चलता है?
42. वन्दना अपने पास की बस्ती में रहने वाले गरीब बच्चों को शिक्षित करना चाहती है। उसने निम्न चित्रानुसार बच्चों के लिए फ्लैश-कार्ड तैयार किये।

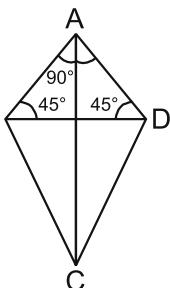


- (a) कौन से दो फ्लैश कार्ड सर्वांगसम हैं?

(b) यहाँ सर्वांगसमता की कौन सी कसौटी सत्य है?

(c) यहाँ वन्दना द्वारा कौन सा मूल्य प्रदर्शित होता है?

43. प्रवेश और उसके दोस्तों ने स्वतंत्रता दिवस के अवसर पर पंतगे बनाकर दी। उन्होंने  $\triangle ABD$  की लंबी भुजा पर  $B$  संतरी रंग की पटटी चिपकाई।

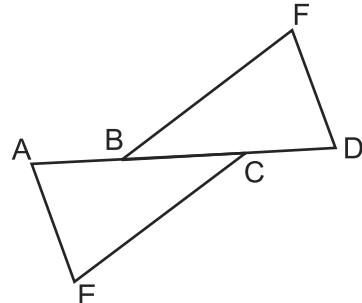


(a)  $\triangle ABD$  में पंतग की लम्बी भुजा कौन सी है?

(b) प्रवेश तथा उसके दोस्तों द्वारा किया गया क्रियाकलाप कौन से मूल्यों को दर्शाता है?

44. दी गई आकृति में,  $AB = CD$ ,  $CE = BF$  और  $\angle ACE = \angle DBF$  है सिद्ध कीजिए।

- i)  $\triangle ACE \cong \triangle DBF$   
ii)  $AE = DF$



अध्याय 7  
**त्रिभुज**  
 उत्तर

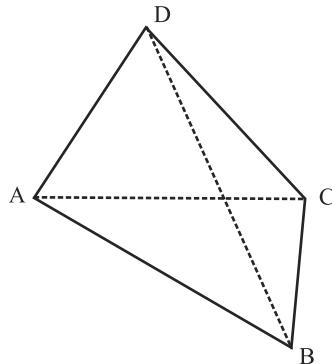
- |   |                                       |                              |
|---|---------------------------------------|------------------------------|
| 1. (c)  | 2. (c)                                |                              |
| 3. (i) DE   | (ii) EF                               | (iii) FD                     |
| (iv) $\angle B$   | (v) $\angle BAC$                      | (vi) $\angle EFD$            |
| 4. 12 cm  | 5. $\angle BOD$                       | 6. E                         |
| 7. BC   | 8. $\angle Q$                         | 9. $\triangle LOM \cong QOP$ |
| 10. समान भुजाओं   |                                       |                              |
| 11. (i) (b)   | (ii) (a)                              | (iii) (d)                    |
| (iv) (c)  |                                       |                              |
| 12. (i) (c)   | (ii) (a)                              | (iii) (e)                    |
| (iv) (b)  | (v) (d)                               |                              |
| 15. SAS   | 16. $\angle Q = \angle R = 35^\circ$  | 17. $\angle A = 70^\circ$    |
| 18. सबसे छोटी भुजा = AB                                   |                                       |                              |
| सबसे लम्बी भुजा = AC                                      |                                       |                              |
| 19. $AB = 5 \text{ cm}$                                   | 20. $50^\circ, 50^\circ$              | 26. $\angle BAC = 90^\circ$  |
| 27. $75^\circ$  | 41. दान, सामाजिक संवेदनशीलता, इत्यादि |                              |
| 42. (a) (i) और (iii)                                      |                                       |                              |
| (b) $\triangle ABC \cong \triangle QRP$ (SAS सर्वांगसमता) |                                       |                              |
| (c) सामाजिक मूल्य आदि                                     |                                       |                              |
| 43. (a) BD  | (b) सामाजिक मूल्य आदि                 |                              |

## अध्याय 8

# चतुर्भुज

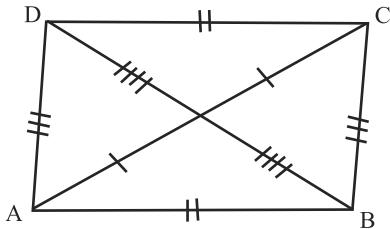
### महत्वपूर्ण बिन्दु

1. चतुर्भुज- चार भुजाओं से बनी बंद आकृति चतुर्भुज कहलाती है। किसी चतुर्भुज में



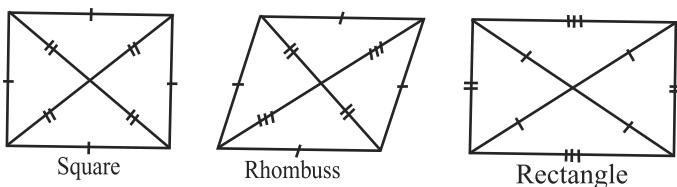
- i) सम्मुख भुजाओं के दो युग्म होते हैं। जैसे AB व CD और BC व AD
  - ii) सम्मुख कोणों के दो युग्म होते हैं। जैसे  $\angle A$  व  $\angle C$  और  $\angle B$  व  $\angle D$
  - iii) संलग्न भुजाओं के चार युग्म होते हैं। जैसे AB व BC, BC व CD, CD व AD और AD व AB
  - iv) सलंगन कोणों के चार युग्म होते हैं। (एक भुजा उभयनिष्ठ)
    - जैसे  $\angle A$  व  $\angle B$ ,  $\angle B$  व  $\angle C$ ,  $\angle C$  व  $\angle D$  और  $\angle A$  व  $\angle D$ .
  - v) सम्मुख शीर्षों को मिलाने वाला रेखाखण्ड विकर्ण कहलाता है।
    - जैसे AC व BD
  - vi) चतुर्भुज के कोणों का योग  $360^\circ$  होता है।
 
$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$
2. समांतर चतुर्भुज : एक चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होता है यदि
- i) सम्मुख भुजाएं बराबर हो। या

- ii) सम्मुख कोण बराबर हो! या
- iii) विकर्ण एक दूसरे को परस्पर समद्विभाजित करते हो। या
- iv) सम्मुख भुजाओं का एक युग्म समांतर व समान हो।



3. किसी समांतर चतुर्भुज का विकर्ण उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है।

समांतर चतुर्भुज के अन्य उदाहरण :-

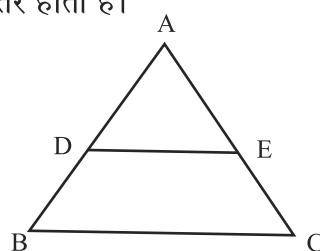


4. मध्य बिंदु प्रमेय :- किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाने वाला रेखाखण्ड तीसरी भुजा के समांतर होता है।

यहाँ  $AD=BD$  व  $AE=EC$

तब  $DE \parallel BC$

और  $DE = \frac{1}{2} BC$



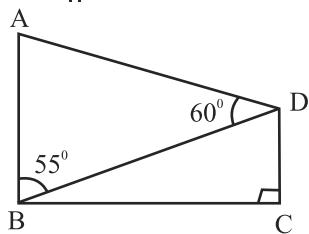
5. मध्य बिंदु प्रमेय का विलोम : किसी त्रिभुज की एक भुजा के मध्य बिंदु से दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।

यहाँ  $AD=BD$  व  $DE \parallel BC$

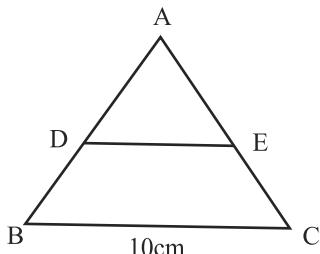
तब  $E, AC$  का मध्य बिंदु होगा।

## खण्ड-अ

1. एक समचतुर्भुज ABCD, में  $\angle A=60^\circ$  तो  $\angle B, \angle C$  और  $\angle D$  ज्ञात कीजिए।
2. यदि चतुर्भुज के कोणों का अनुपात  $1:2:4:5$  है तो प्रत्येक कोण का माप ज्ञात कीजिये।
3. एक समचतुर्भुज LMNP, में  $LNM = 40$  तो  $LPM$  का माप क्या होगा?
4. एक चतुर्भुज के चार कोणों का अनुपात  $1:1:1:1$  है तो किस प्रकार का चतुर्भुज है।
5. संलग्न चित्र में  $AB \parallel CD$ , तो  $\angle ADC$  क्या होगा।

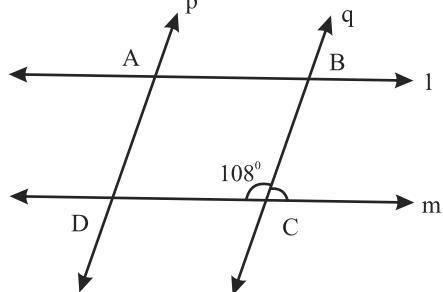


6. चित्र में यदि D और क्रमशः AB और AC के मध्य बिंदु हैं तो ED की लम्बाई क्या होगी?



7. PQRS एक चतुर्भुज है, जिसमें  $\angle QPS=50^\circ$  , तो  $\angle RQS$  का मान क्या होगा?
8. एक चतुर्भुज के चारों कोणों में अनुपात  $2:3:5:8$  है। सभी कोणों का मान ज्ञात कीजिए।
9. चित्र में  $l \parallel m$  और  $p \parallel q$ .

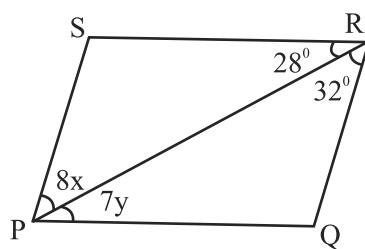
$\angle BCD=108^\circ$ , समान्तर चतुर्भुज ABCD के चारों कोणों का मान ज्ञात कीजिये।



10. यदि एक समांतर चतुर्भुज के आसन्न कोणों का अनुपात  $5 : 4$  है, तो सभी कोणों का मान ज्ञात कीजिए।

#### खण्ड-ब

11. सिद्ध कीजिये कि चतुर्भुज के चारों कोणों का योग  $360^\circ$  होता है।
12. दर्शाइये कि “समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण समान होते हैं”।
13. किसी समांतर चतुर्भुज ABCD में यदि  $\angle A=110^\circ$  तो  $\angle A$  और  $\angle D$  का मान ज्ञात कीजिये।
14. चित्र में यदि PQRS एक समांतर चतुर्भुज है तो  $x$  और  $y$  का मान ज्ञात कीजिये।

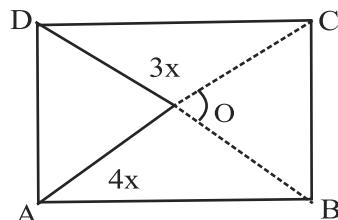


15. एक समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं। O से गुजरती एक रेखाखण्ड AB को X तथा DC को Y पर काटती हैं। सिद्ध कीजिये :-  $OX=OY$ .
16. एक समांतर चतुर्भुज ABCD में विकर्ण एक दूसरे को O पर काटते हैं। यदि  $AC=7.4$  सेमी.,  $BD=6.2$  सेमी.  $AO$  तथा  $BO$  की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

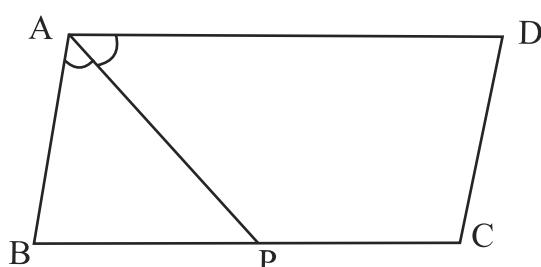
17. समांतर चतुर्भुज के दो सम्मुख कोण का माप  $(5x-3)^\circ$  और  $(4x+12)^\circ$  चतुर्भुज के चारों कोणों के मान ज्ञात करो।
18. एक चतुर्भुज ABCD के विकर्ण एक दूसरे को परस्पर समद्विभाजित करते हैं यदि  $\angle A=35^\circ$  है तो  $\angle B$  ज्ञात कीजिए।
19. एक समांतर चतुर्भुज का परिमाप 30 सेमी. है। यदि लम्बा भुजा 9.5 सेमी. है तो छोटी भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिये।
20. एक समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं।  $AC=12.6$  सेमी और  $BD=9.4$  सेमी.  $OC$  और  $OD$  का मान ज्ञात कीजिये

### खण्ड-स

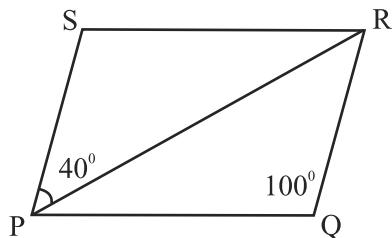
21. ABCD एक समचतुर्भुज है जिसमें  $DO=3x$  तथा  $AO=4x$  है तो ABCD का परिमाप ज्ञात कीजिए।



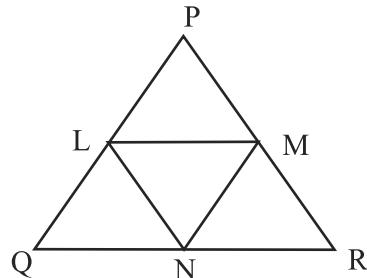
22. एक चतुर्भुज के कोणों का माप  $(x+20), (x-20), (2x+5)$  और  $(2x-5)$  है। x का मान ज्ञात कीजिये।
23. दी गई आकृति में समांतर चतुर्भुज ABCD में बिन्दु BC का मध्य बिन्दु है। यदि  $\angle BAP=\angle DAP$  है तो सिद्ध करो।  $AD=2CD$



24. सलंगन चित्र में PQRS एक समांतर चतुर्भुज है,  $\angle PDR = 100^\circ$  और  $\angle SPR = 40^\circ$   $\angle PRQ$  और  $\angle SRO$  ज्ञात कीजिये।

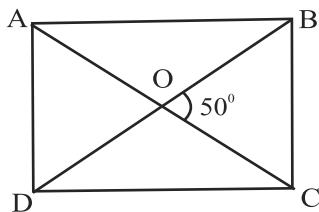


25. “किसी त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को जोड़ने वाली रेखाखण्ड, तीसरी भुजा के समांतर होती है” सिद्ध कीजिये।
26. संलग्न चित्र में L, M और N क्रमशः PQ, PR, QR के मध्य बिन्दु हैं यदि  $PQ = 4.4$  सेमी.  $QR = 5.6$  सेमी.  $PR = 4.8$  सेमी। त्रिभुज LMN का परिमाप ज्ञात कीजिए।

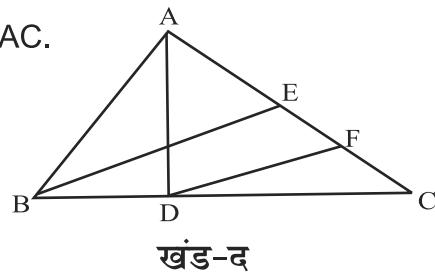


27. यदि किसी चतुर्भुज में सम्मुख भुजाओं का एक युग्म बराबर और समांतर हो तो वह चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होगा। सिद्ध कीजिये।
28. यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समट्रिभाजित करते हैं तो वह चतुर्भुज, समांतर चतुर्भुज होगा। सिद्ध कीजिये।
29. एक समांतर चतुर्भुज PQRS में M तथा N बिंदु क्रमशः PQ और RS पर इस प्रकार हैं कि  $PM = RN$  सिद्ध कीजिए। डायद्यछण
30. एक समांतर चतुर्भुज ABCD में AP तथा CQ क्रमशः शीर्ष A तथा C से विकर्ण BD पर डाले गये लम्बे हैं। सिद्ध कीजिये  $\Delta APB \cong CQD$ .

31. आयत ABCD के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं। यदि  $\angle BOC=50^\circ$ , तो  $\angle ODA$  ज्ञात कीजिये।



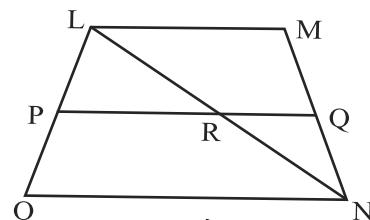
32. सलंगन चित्र में AD और BE,  $\triangle ABC$  की माध्यिकाएँ हैं और  $BE \parallel DF$ , सिद्ध कीजिये  $CF = \frac{1}{4} AC$ .



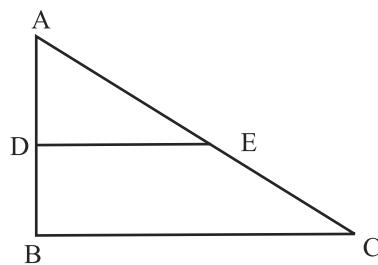
खंड-द

33. AD,  $\triangle ABC$  की माध्यिका है, E, AD का मध्य बिन्दु है। BE को बढ़ाने पर वह AC को बिन्दु F पर काटता है? सिद्ध कीजिये  $AF = \frac{1}{3} AC$ .

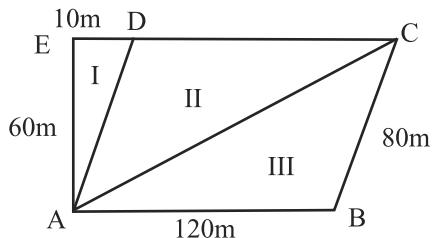
34. सलंगन चित्र में LMNO, समलंब चतुर्भुज हैं।  $LM \parallel ON$ , बिन्दु P, LO का मध्य बिन्दु है। बिन्दु Q, MN पर इस प्राकर है  $PQ \parallel NO$  सिद्ध कीजिये कि Q, MN का मध्यबिन्दु और  $PQ = \frac{1}{2} (LM + ON)$ .



35. चित्र में,  $B=90^\circ$ , यदि  $AB=9$  सेमी.  $AC=15$  सेमी. और D तथा E, क्रमशः AB और AC के मध्य बिन्दु हैं तो ज्ञात कीजिये:



36. सिद्ध कीजिये कि समांतर चतुर्भुज के कोणों के समद्विभाजक एक आयत बनाते हैं।
37. एक किसान अपने खेत को तीन भागों I, II और III (चित्रानुसार) बांटा है। भाग I में वह अपने जानवरों की देखभाल करता है। जबकि भाग II और III में वह दो अलग तरह की फसल उगाना चाहता है। निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिये :
- जानवरों की देखभाल के लिए प्रयोग होने वाले भाग का क्षेत्रफल क्या है।
  - क्या क्षेत्रफल II = क्षेत्रफल III?
  - खेत का कुल क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।
  - किसान के किन मूल्यों को यहाँ दर्शाया गया है?



अध्याय 8  
**चतुर्भुज**  
उत्तर

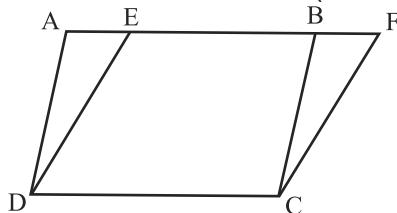
- |  |  |
|--|--|
| 1. $120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$            | 20. $6.3 \text{ cm}, 4.7 \text{ cm}$   |
| 2. $30^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 150^\circ$  | 21. $20x$ इकाई                         |
| 3. $100^\circ$                                 | 22. $x = 6$                            |
| 4. Rectangle (आयत)                             | 24. $40^\circ, 80^\circ$               |
| 5. $115^\circ$                                 | 26. $7.4 \text{ cm}$                   |
| 6. $5 \text{ cm}$                              | 27. $65^\circ$                         |
| 7. $65^\circ$                                  | 35. $12 \text{ cm}, 40.5 \text{ cm}^2$ |
| 8. $40^\circ, 60^\circ, 100^\circ, 160^\circ$  |  |
| 9. $108^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 72^\circ$  |  |
| 10. $100^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 80^\circ$ |  |
| 13. $70^\circ, 110^\circ$                      |  |
| 14. $x = y = 4$                                |  |
| 16. $3.7 \text{ cm}, 3.1 \text{ cm}$           |  |
| 17. $72^\circ, 108^\circ, 72^\circ, 108^\circ$ |  |
| 18. $35^\circ$                                 |  |
| 19. $5.5 \text{ cm}$                           |  |

### अध्याय 9

## समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल महत्वपूर्ण बिन्दु

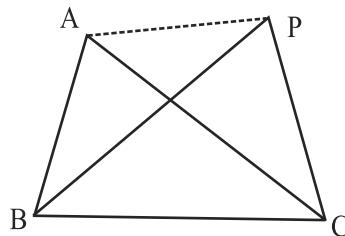
- एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित समांतर चतुर्भुज क्षेत्रफल में समान होते हैं।

दो समांतर ABCD और EFCD एक ही आधार DC और एक ही समांतर रेखाओं के बीच (AF और DC) स्थित हैं।  $\text{ar}(\text{ABCD}) - \text{ar}(\text{EFCD})$ .



- एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित त्रिभुज क्षेत्रफल में समान होते हैं।

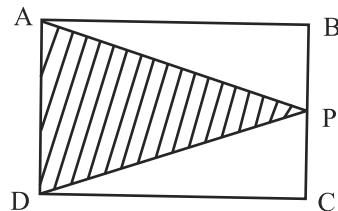
दो त्रिभुज ABC और PBC एक ही आधार BC और एक ही समांतर रेखाओं BC और AP के बीच स्थित हैं  $\text{ar}(\triangle ABC) = \text{ar}(\triangle PBC)$



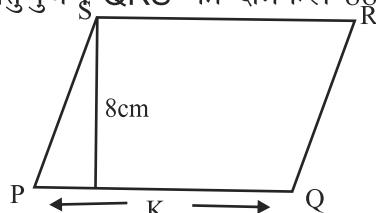
- एक ही आधार वाले और बराबर क्षेत्रफलों वाले त्रिभुज एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित होते हैं।

### खण्ड-अ

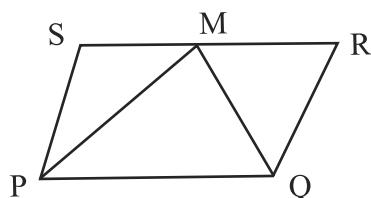
1. समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल  $80\text{cm}^2$  है। त्रिभुज APD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



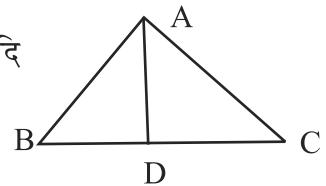
2. यदि समांतर चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल  $88$  वर्ग सेमी. है तो K का मान ज्ञात कीजिए।



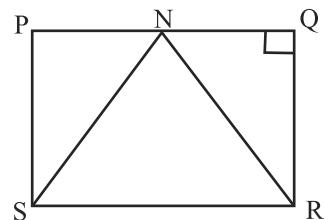
3. PQRS एक समांतर चतुर्भुज है तथा PQM एक त्रिभुज है यदि त्रिभुज  $\text{PQM}=18$  वर्ग सेमी. तो PQRS का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



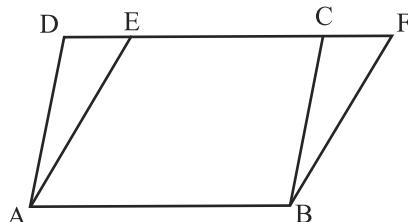
4.  $\triangle ABC$  में AD त्रिभुज की माध्यिका है। यदि त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल  $25$  वर्ग सेमी. हो तो  $\triangle ABC$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



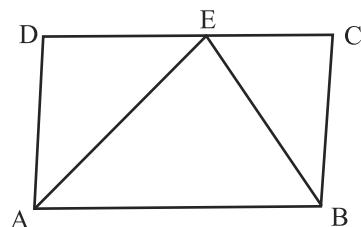
5. दी गई आकृति में  $\triangle SRN$  का क्षेत्रफल= $21$  सेमी $^2$  तथा  $RQ=6$  सेमी. तो PQ का मान ज्ञात कीजिए।



6. आकृति में ABCD तथा ABEF दो समांतर चतुर्भुज हैं। यदि क्षेत्रफल  $(EABC)=17\text{cm}^2$  क्षेत्रफल  $(ABCD)=25\text{cm}^2$  तो BCF का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

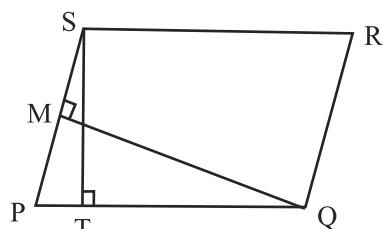


7. समान आधार तथा समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित दो समांतर चतुर्भुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
8. यदि एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हो तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
9.  $\triangle ABC$  में D, E तथा F क्रमशः भुजा AB, BC और AC के मध्य बिंदु हैं तो DEF और ABC के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
10. यदि समांतर चतुर्भुज के आधार की लंबाई  $8\text{cm}$  हो और इसकी ऊँचाई  $5\text{cm}$  हो तो क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
11. यदि दो त्रिभुज एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हो तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात कीजिए।
12. दी गई आकृति में यदि समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल  $30\text{cm}^2$  हो तो  $\text{ar}(ADE) + \text{ar}(BCE)$  ज्ञात कीजिए।

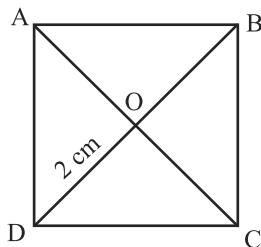


## खण्ड-ब

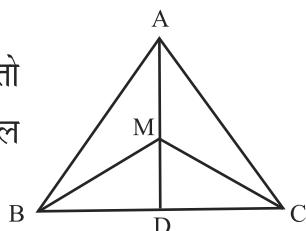
13. दिखाइए कि त्रिभुज की माध्यिका उसे बराबर क्षेत्रफलों वाले दो त्रिभुजों में बांटती है।
14. समांतर चतुर्भुज ABCD में P और Q क्रमशः भुजा DC और AD पर स्थित हो तो सिद्ध कीजिए  $\text{ar}(\triangle APB) + \text{ar}(\triangle BQC)$ .
15. यदि समांतर चतुर्भुज के लंब और उसके क्षेत्रफल का अनुपात 2:11 हो तो समांतर चतुर्भुज के आधार की लंबाई ज्ञात कीजिए।
16. दी गई आकृति में  $\square PQRS$  एक समांतर चतुर्भुज है जहाँ  $PQ=12\text{cm}$ ,  $ST=9\text{cm}$ ,  $QM=6\text{cm}$   $ST \perp PQ$ ,  $QM \perp SP$  तो  $SP$  की लंबाई ज्ञात कीजिए।



17. दी गई आकृति में  $\square ABCD$  एक वर्ग है जिसके विकर्ण एक दूसरे को बिन्दु O पर काटते हैं यदि  $OD=2\text{cm}$  तो AB की लंबाई ज्ञात कीजिए।

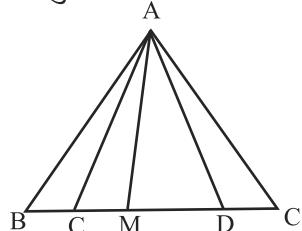


18. दर्शाइए कि सामान्तर चतुर्भुज के विकर्ण उसे चार बराबर क्षेत्रफल वाले त्रिभजों में बांटते हैं।
19. यदि M माध्यिका AD पर स्थित एक बिन्दु है तो सिद्ध कीजिए। क्षेत्रफल  $(AMB) =$  क्षेत्रफल  $(AMC)$ .



20. दी गई आकृति में  $BC=CD=DE$

यदि  $CD$  का मध्य बिन्दु  $M$  तो  $\Delta AMC$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

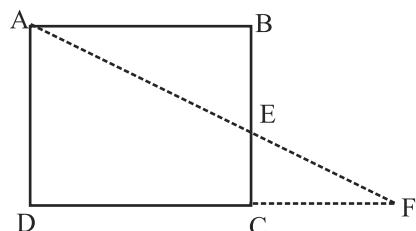


21.  $D, E$  तथा  $F, \Delta ABC$  की भुजाओं क्रमशः  $BC, CA$  तथा  $AB$  के मध्य बिन्दु हैं तो सिद्ध कीजिए कि:-

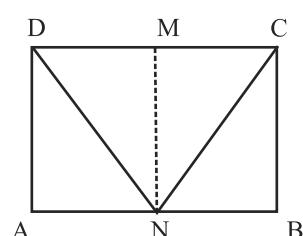
- i)  $BDEF$  एक समांतर चतुर्भुज हैं।
- ii) क्षे. ( $\Delta DEF$ ) =  $\frac{1}{4}$  क्षे. ( $\Delta ABC$ )

22.  $ABCD$  एक समांतर चतुर्भुज है शीर्ष  $A$  से रेखा  $AEF$  खींची जो  $BC$  को  $E$  पर मिलती है  $DC$  को  $F$  तक बढ़ाया। सिद्ध कीजिए।

$$\text{k्षे. } (\Delta BEF) = \text{k्षे. } (\Delta DCE)$$



23. दी गई आकृति में समांतर चतुर्भुज  $ABCD$  का क्षेत्रफल  $40$  वर्ग सेमी. है यदि  $MN \Delta CDN$ , की माध्यिका हो तो  $\Delta NDM$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

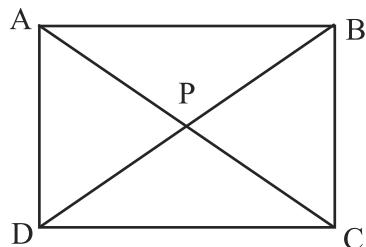


## खण्ड-स

24. चित्र में P समांतर चतुर्भुज ABCD के अंदर कोई बिंदु है तो सिद्ध कीजिए।

$$(i) \quad \text{क्षे. } (\triangle APB) + \text{क्षे. } (\triangle PCD) = \frac{1}{2} \text{ क्षे. } (\square ABCD)$$

$$(ii) \quad \text{क्षे. } (\triangle APD) + \text{क्षे. } (\triangle PBC) = \text{क्षे. } (\triangle APB) + \text{क्षे. } (\triangle PCD)$$



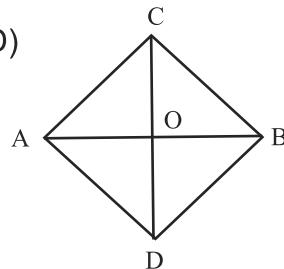
25. ABCD के एक समलंब चतुर्भुज है जहाँ  $AB \parallel DC$  यदि विकर्ण AC और BD एक दूसरे को O पर काटते हैं तो सिद्ध कीजिए क्षे.  $\triangle(AOD) + \text{क्षे. } \triangle(BOC)$

26. समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC और BD एक दूसरे को O पर काटते हैं तथा एक रेखा O से होकर AB और DC को क्रमशः P और Q पर काटती है तो सिद्ध कीजिए। क्षे.  $\triangle(POA) + \text{क्षे. } \triangle(QOC)$

27. चतुर्भुज PQRS के विकर्ण PR तथा QS एक दूसरे को T पर काटते हैं यदि  $PT=TR$  तथा  $PS=QR$  हो तो सिद्ध कीजिए कि

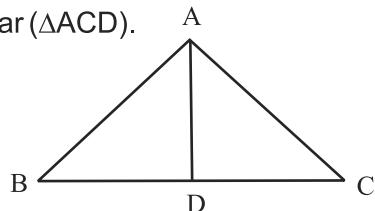
$$\text{क्षे. } \triangle(PTS) + \text{क्षे. } (\triangle RTQ)$$

28. आकृति में ABC तथा ABD दो त्रिभुज हैं जो एक ही आधार AB पर स्थित हैं। यदि रेखाखंड CD, AB को O पर समद्विभाजिक करता हो तो सिद्ध कीजिए कि क्षे.  $\triangle(ABC) + \text{क्षे. } (\triangle ABD)$



29. दी आकृति में ABC की माध्यिका AD है हो तो सिद्ध कीजिए

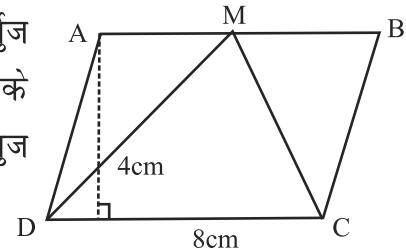
$$\text{ar}(\triangle ABD) = \text{ar}(\triangle ACD).$$



30. सिद्ध कीजिए कि एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित समांतर चतुर्भुज क्षेत्रफल में समान होते हैं।

31. सिद्ध कीजिए कि समान आधार पर एक ही समांतर रेखाओं के बीच बने दो त्रिभुजों का क्षेत्रफल भी समान होता है।

32. यदि एक त्रिभुज व एक समांतर चतुर्भुज समान आधार व एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित है तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है।



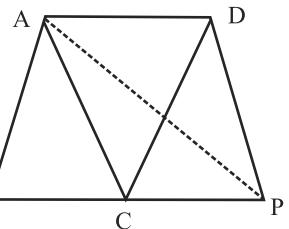
उपरोक्त का प्रयोग करके क्षे. ( $\triangle CMD$ ) ज्ञात कीजिए।

33. एक रेखा XY,  $\triangle ABC$  की भुजा BC के समांतर है यदि  $BE \parallel AC$  और  $CF \parallel AB$ , XY को E और F बिन्दु पर मिलती हो तो सिद्ध कीजिए  
 $\text{ar}(ABE) = \text{ar}(ACF)$ .

34. समांतर चतुर्भुज ABCD में यदि E, F, G, और H क्रमशः भुजा AB, BC, CD और DA के मध्य बिंदु हो तो सिद्ध कीजिए।  $(EFGH) = 1/2 \text{ar}(ABCD)$ .

35. एक गाँव में  $\square ABCD$  के आकार का एक भूखण्ड है गाँव का मुखिया इस भूखण्ड का पक्का कराकर पंचायत की मीटिंग के प्रयोग में लाना चाहता है। बाद में  $\triangle ABP$  के आकार का खेल का मैदान बनाने की योजना बनी जिससे आस-पास के बच्चे खेल सके।

यदि  $AC \parallel DP$



i) सिद्ध कीजिए  $\text{ar}(\text{ABCD}) = \text{ar}(\text{ABP})$ .

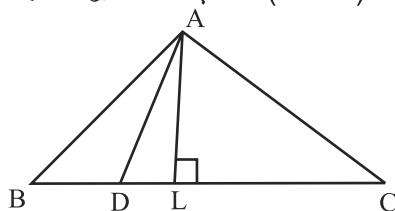
ii) यह कार्य कौन-सा नैतिक मूल्य दर्शाता है?

36. एक किसान के पास वर्गाकार भूखण्ड है जहाँ वह एक ही समय में पांच प्रकार की फसले उगाना चाहता है। भूखण्ड के मध्य में आधे क्षेत्रफल में वह चावल उगाना चाहता है और बचे हुए चार समान क्षेत्रफल वाले त्रिभुजाकार भागों में अन्य फसले उगाना चाहता है।

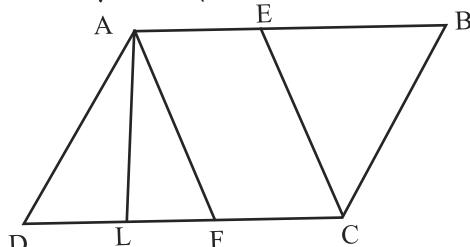
i) सिद्ध आकृति बनाकर दर्शाइए कि कैसे वह भूखण्ड के क्षेत्र को बांटकर अपना कार्य हल कर सकता है।

ii) यह कार्य कौन-सा नैतिक मूल्य दर्शाता है।

37. दिए गए चित्र में, बिन्दु D, त्रिभुज ABC की भुजा BC को  $m:n$  के अनुपात में विभाजित करता है सिद्ध कीजिए।  $\text{ar}(\triangle ABD):\text{ar}(\triangle ADC) = m:n$ .



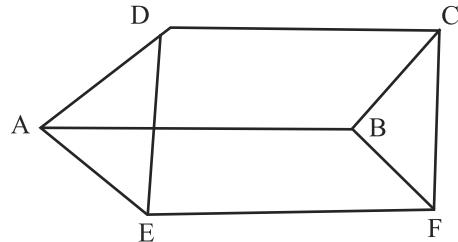
38. ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है। भुजा AB पर E बिन्दु इस प्रकार है कि  $BE=2EA$  तथा भुजा DC पर F बिन्दु इस प्रकार है कि  $DF=2FC$ . सिद्ध कीजिए कि AECD एक समान्तर चतुर्भुज है, जिसका क्षेत्रफल, समान्तर चतुर्भुज ABCD के क्षेत्रफल का एक तिहाई है।



39. दिए गए चित्र में, दो समान्तर चतुर्भुज ABCD तथा AEFB एक ही भुजा AB के विपरीत दिशा में खोंचे गए हैं। सिद्ध कीजिए।

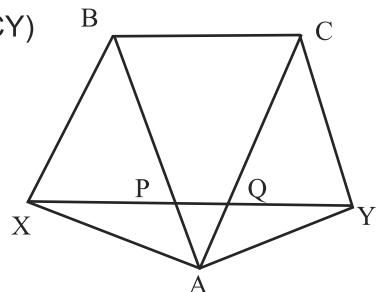
$$\text{ar}(\text{समान्तर चतुर्भुज } ABCD) + \text{ar}(\text{समान्तर चतुर्भुज } AEFB)$$

$$= \text{ar}(\text{समान्तर चतुर्भुज } EFCD)$$

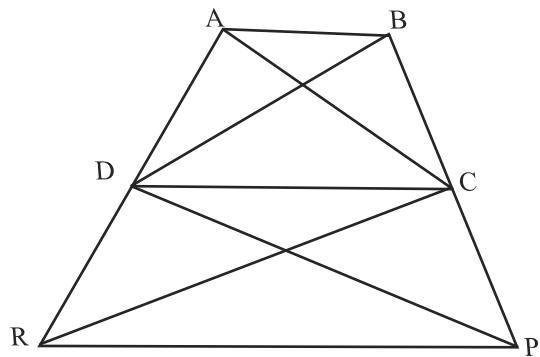


40. दिए गए चित्रों में,  $BC \parallel XY$ ,  $BX \parallel CA$  तथा  $AB \parallel YC$ . सिद्ध कीजिए

$$\text{ar}(\triangle ABX) = \text{ar}(\triangle ACY)$$



41. दिए गए चित्र में,  $\text{ar}(DRC) = \text{ar}(DPC)$  तथा  $\text{ar}(BDP) = \text{ar}(ARC)$  दर्शाइए कि दोनों चतुर्भुज ABCD तथा DCPR समलंब हैं।



अध्याय 9

समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल  
उत्तर

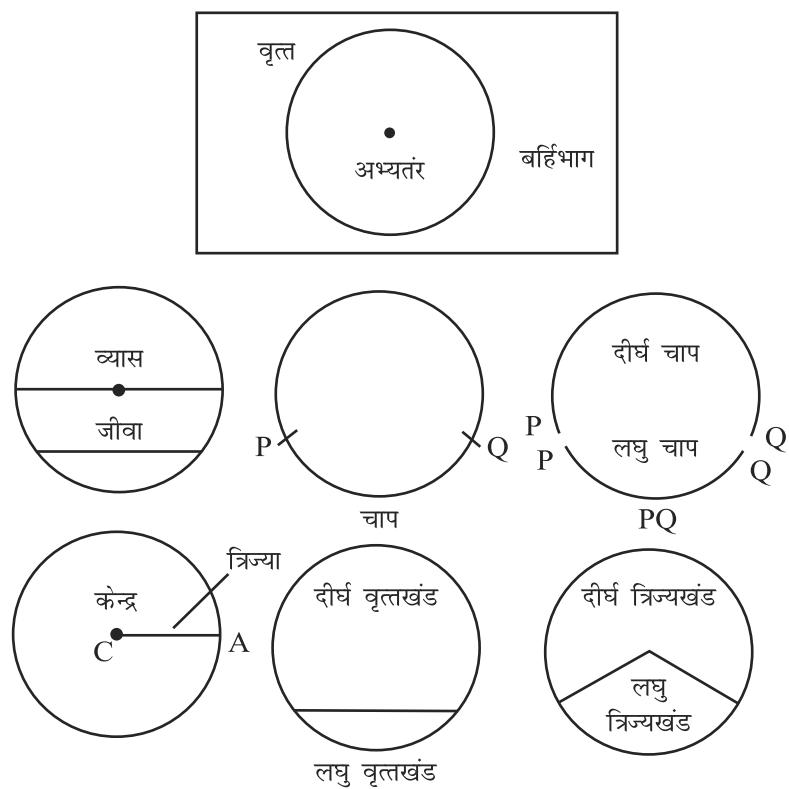
1.  $40 \text{ cm}^2$
2.  $11 \text{ cm}$
3.  $36 \text{ cm}^2$
4.  $50 \text{ cm}^2$
5.  $7 \text{ cm}$
6.  $8 \text{ cm}^2$
7.  $1 : 1$
8.  $1 : 2$
9.  $1 : 4$
10.  $40 \text{ cm}^2$
11.  $1 : 1$
12.  $15 \text{ cm}^2$
15.  $\frac{11}{2}$  units
16.  $18 \text{ cm}$
17.  $\sqrt{8} \text{ cm}$
20.  $\frac{1}{6} \Delta ABC$
23.  $10 \text{ cm}^2$
32.  $16 \text{ cm}^2$

## अध्याय 10

### वृत्त महत्वपूर्ण बिन्दु

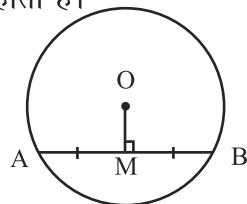
- एक तल पर उन सभी बिन्दुओं का समूह जो तल के एक स्थिर बिन्दु से एक स्थिर दूरी पर स्थित हो, एक वृत्त कहलाता है। स्थिर बिन्दु को वृत्त का केन्द्र व स्थिर दूरी को वृत्त की त्रिज्या कहते हैं।

वृत्त और इससे संबंधित पद

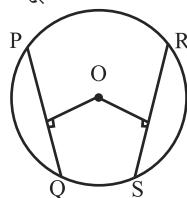


- तीन असरेखीय बिन्दुओं से जाने वाला एक और केवल एक वृत्त होता है।
- वृत्त की बराबर जीवाएँ केन्द्र पर बराबर कोण अंतरित करती हैं।
- यदि एक वृत्त की जीवाओं द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण बराबर हो तो वे जीवाएँ बराबर होती हैं।

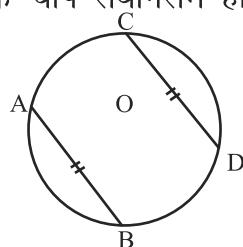
- एक वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजिक करता है।
- एक वृत्त के केन्द्र से एक जीवा को समद्विभाजित करने के लिए खींची गई रेखा जीवा पर लम्ब होती है।



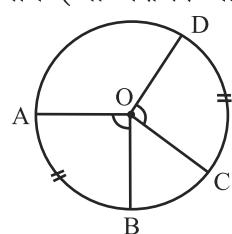
- एक वृत्त की (या सर्वांगसम वृत्तों की) बराबर जीवाएँ केन्द्र से (या केंद्रों से) समान दूरी पर होती हैं।
- एक वृत्त के केन्द्र से समदूरस्थ जीवाएँ लम्बाई में समान होती हैं।



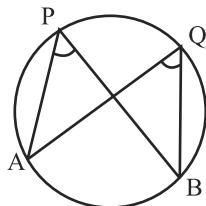
- यदि किसी वृत्त की दो जीवाएँ बराबर हों तो उनके संगत चाप सर्वांगसम होते हैं।
- यदि किसी वृत्त के चाप सर्वांगसम हों तो उनकी संगत जीवाएँ बराबर होती हैं।



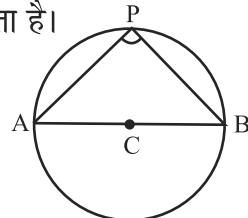
- किसी वृत्त के सर्वांगसम चाप (या बराबर चाप) केन्द्र पर बराबर कोण अंतरित करते हैं।



- एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अंतरित कोण को दुगुना होता है।
- एक ही वृत्त खण्ड के कोण बराबर होते हैं।



- अर्धवृत्त का कोण समकोण होता है।

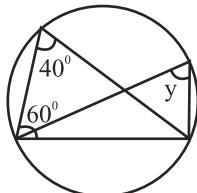


- चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के युग्म का योग  $180^\circ$  होता है।
- यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के युग्म का योग  $180^\circ$  हो तो यह चतुर्भुज चक्रीय चतुर्भुज होता है।

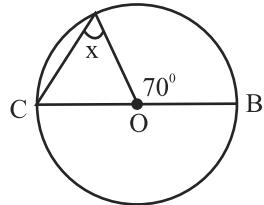
### खंड-अ

- यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के युग्म का योग  $180$  हो तो वह चतुर्भुज .....होता है।
- एक गोलाकार पिज्जा को चार भागों में बाँटा जाता है। प्रत्येक भाग क्या प्रदर्शित करता है।
- एक वृत्त का व्यास  $AD$  और  $AB$  जीवा है। यदि  $AD=34\text{cm}$   $AB=30\text{cm}$ , तो वृत्त के केन्द्र से  $AB$  की दूरी ज्ञात कीजिए।

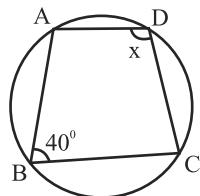
4. दिए गए दो संकेन्द्रीय वृत्तों के केन्द्र  $O$  हैं। एक रेखा वृत्तों को क्रमशः A, B, C तथा D, पर काटती है। यदि  $AB=10\text{cm}$  तो CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
5. दी गई आकृति में  $y$  का माप ज्ञात कीजिए।



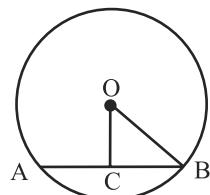
6. दी गई आकृति में  $x$  का माप ज्ञात कीजिए।



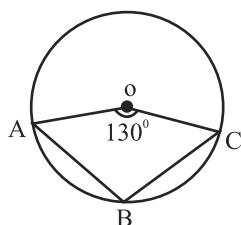
7.  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।



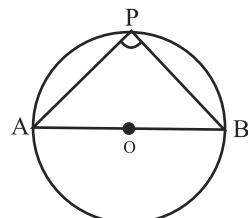
8. वृत्त का व्यास.....जीवा होती है।
9. ऐसे वृत्त जिनके केन्द्र एक ही हो तथा त्रिज्याएं अलग-अलग हो उन्हें.....  
....वृत्त कहते हैं।
10. दी गई आकृति में  $O$  से जीवा AB पर OC लम्ब खींचा गया है। यदि  $OB=5\text{cm}$  और  $OC=3\text{cm}$  तो AB की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



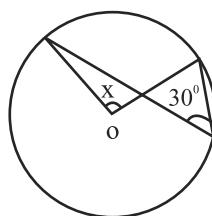
11. दी गई आकृति में O वृत्त का केन्द्र है यदि  $AOC=130^\circ$  तो ABC का माप ज्ञात कीजिए।



12. दी गई आकृति में OAB वृत्त का व्यास है और P वृत्त पर स्थित एक बिन्दु है तो APB का मान ज्ञात कीजिए।

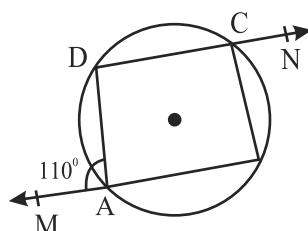


13. दी गई आकृति में x का मान ज्ञात कीजिए।

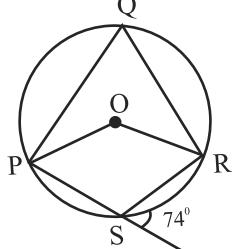


### खण्ड-ब

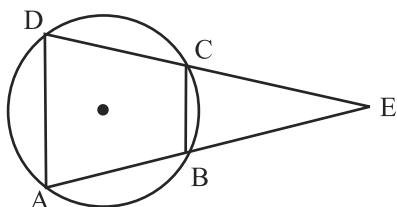
14. सिद्ध कीजिए चक्रीय समान्तर चतुर्भुज एक आयत होता है।
15. यदि एक वृत्त की जीवा उसकी त्रिज्या के समान है तो उस जीवा द्वारा वृत्त पर अंतरित कोण का माप लघु चाप और दीर्घ चाप पर ज्ञात कीजिए।
16. दी गई आकृति में  $\angle BCN$  का माप ज्ञात कीजिए।



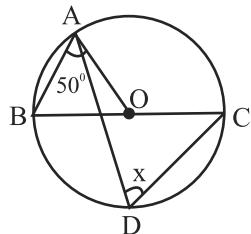
17. दी गई आकृति में प्रतिवर्ती कोण  $\angle POR$  ज्ञात कीजिए।



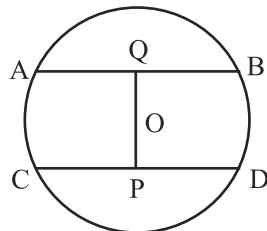
18. दी गई आकृति में  $ABCD$  एक चक्रीय चतुर्भुज है।  $AB$  और  $DC$  बढ़ाने पर  $E$  पर मिलते हैं। तो सिद्ध कीजिए  $EA \times EB = EC \times ED$ .



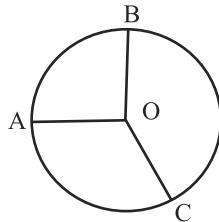
19. दी गई आकृति में  $O$ , वृत्त का केन्द्र है यदि  $\angle OAB=50^\circ$  तो  $x$  का माप ज्ञात कीजिए।



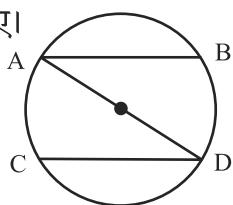
20. दी गई आकृति में  $O$ , वृत्त का केन्द्र है तथा वृत्त की त्रिज्या  $5\text{cm}$ ,  $OP \perp CD$ ,  $OQ \perp AB$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB=6\text{cm}$  और  $CD=8\text{cm}$  तो  $PQ$  ज्ञात कीजिए।



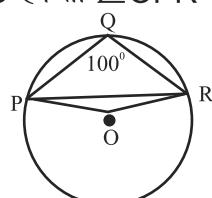
21. दी गई आकृति में,  $O$  वृत्त का केन्द्र है।  $\angle AOB = 90^\circ$ ,  $\angle BOC = 120^\circ$   $\angle ABC$  का माप ज्ञात कीजिए।



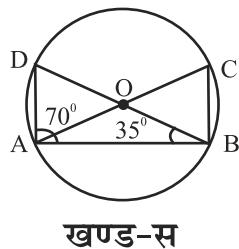
22. दी गई आकृति में, AB तथा AC समान्तर जीवाएँ हैं यदि  $\angle AOB = 140^\circ$  तो ठब की लंबाई ज्ञात कीजिए।



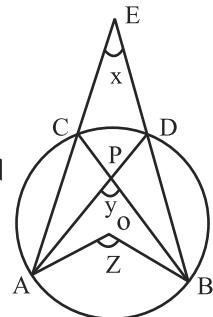
23. दी गई आकृति में  $\angle PQR = 100^\circ$  जहाँ P, Q और R वृत्त पर स्थित हैं जिसका केन्द्र O है। तो  $\angle OPR$  का माप ज्ञात कीजिए।



24. दी गई आकृति में O, वृत्त का केन्द्र है यदि  $\angle ABD = 35^\circ$  और  $\angle BAD = 70^\circ$  तो  $\angle ACB$  ज्ञात कीजिए।

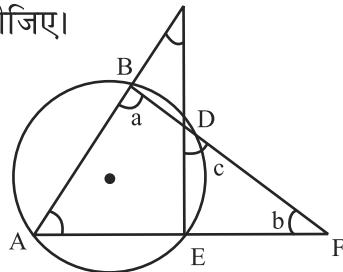


25. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है सिद्ध कीजिए।  
 $\angle x + \angle y = \angle Z$

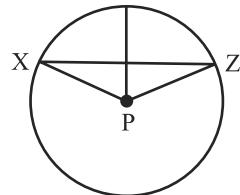


26. यदि समलंब चतुर्भुज की वे दो भुजाएँ जो समान्तर नहीं हैं समान हो तो सिद्ध कीजिए कि यह एक चक्रीय चतुर्भुज है।

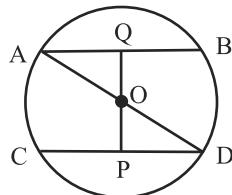
27. दी गई आकृति में यदि  $\angle BAD=43^\circ$ ,  $\angle BAF=62^\circ$  हो तो a, b, और c का मान ज्ञात कीजिए।



28. दी गई आकृति में P, वृत्त का केन्द्र है तो सिद्ध कीजिए।  $XPZ=2(XZP+YXZ)$

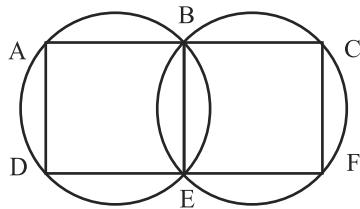


29. दी गई आकृति में AD वृत्त का व्यास तथा O केन्द्र है  $AB||CD$  तो सिद्ध कीजिए  $AB=CD$ .

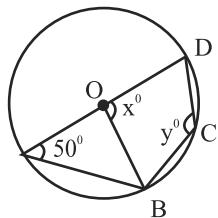


30. सिद्ध कीजिए कि समबाहु त्रिभुज के केन्द्रक और परिकेन्द्र एक ही बिन्दु होते हैं।

31. दी गई आकृति में A, B, और D, E, F, दो ऐंगुलिक बिन्दुओं का समुच्चय है तो सिद्ध कीजिए।  $AD||CF$ .



32. दी गई आकृति में O वृत्त का केन्द्र है और  $\angle DAB=50^\circ$  तो x और y के मान ज्ञात कीजिए।

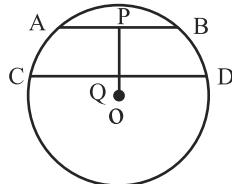


33. यदि एक वृत्त की दो समान जीवाएँ वृत्त के अभ्यन्तर में एक-दूसरे को प्रतिच्छेदित करती हों तो सिद्ध कीजिए कि एक जीवा के खण्ड दूसरी जीवा के संगत खण्डों के समान होते हैं।
34. यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के एक युग्म सम्पूरक हों तो सिद्ध कीजिए कि वह चतुर्भुज चक्रीय होगा।

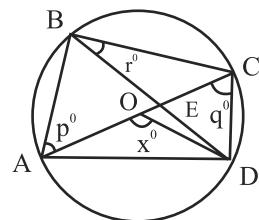
### खण्ड-द

35. एक त्रिभुज ABC के कोणों A, B, और C के समटिभाजक इसके परिवृत्त को क्रमशः, D, E, और F पर प्रतिच्छेद करते हैं सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज DEF के कोण  $90^\circ - \frac{1}{2}A$ ,  $90^\circ - \frac{1}{2}B$ ,  $90^\circ - \frac{1}{2}C$
36. चक्रीय चतुर्भुज के बर्हिभाग के वृत्तखण्ड के कोणों के मापों का योगफल ज्ञात कीजिए।
37. मान लीजिए कि कोण ABC का शीर्ष एक वृत्त के बाहर स्थित है और कोण की भुजाएँ वृत्त से बराबर जीवाएँ AD और CE काटती हैं। सिद्ध कीजिए कि ABC जीवाओं AC और DE द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोणों के अंतर का आधा है।  $\angle ABC = \frac{1}{2} [\angle DOE - \angle AOC]$
38. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O, त्रिज्या 5cm  
 $OP \perp CD, AB \parallel CD$

$AB=6\text{cm}$  और  $CD=8\text{cm}$  तो  $PQ$  की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



39. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र  $O$ , व्यास  $AC$  और जीवा  $BD \perp AC$  एक दूसरे को  $E$  पर काटते हैं। यदि  $AOD = x^\circ$ ,  $BAC = p^\circ$ ,  $ACD = q^\circ$  है तो  $P, Q, R, R$ , का मान  $x$  के पदों में ज्ञात कीजिए।



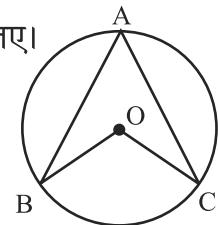
40. गणित के प्रयोगशाला में छात्रों ने प्रयोगात्मक कार्य के लिए वृत्ताकार बोर्ड का प्रयोग किया। एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण का माप  $(2a+50^\circ)$  है। पल्लवी ने  $\angle BAC$  का माप  $(a+25^\circ)$  ज्ञात किया।

i) क्या पल्लवी द्वारा निकाला गया माप सही है? स्पष्ट कीजिए।

ii) यदि  $a=30^\circ$  तो  $\angle BAC$  का माप ज्ञात कीजिए।

iii) यदि  $a=15^\circ$  तो  $\angle BOC$  का माप क्या होगा।

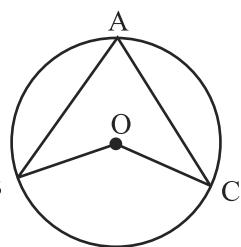
iv) यह कौन-सा नैतिक मूल्य दर्शाता है।



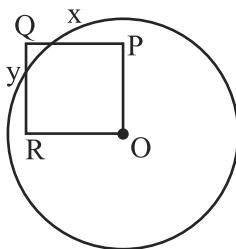
41. दी गई आकृति में,  $A, B$ , और  $C$  तीन STD बूथ हैं जिसे दिव्यांग व्यक्तियों द्वारा चलाया जाता है, ये तीनों बूथ समान दूरी पर स्थित हैं।

i)  $\angle BOC$  का माप ज्ञात कीजिए।

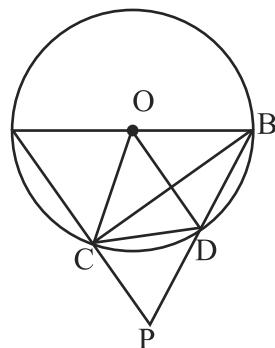
ii) क्या आप सोचते हैं कि दिव्यांग व्यक्ति के लिए रोजगार उपलब्ध करना समाज का B कर्तव्य है। अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।



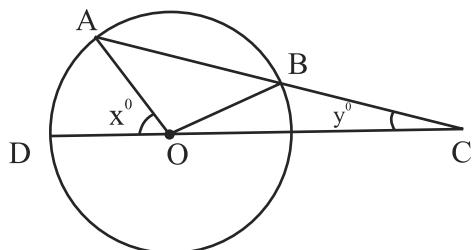
42. तीन मित्र समान आकार के तीन पिंजा मंगवाते हैं। उसी समय दो और मित्र सम्मिलित हो जाते हैं। वे सभी यह निर्णय करते हैं। कि हम सभी 3 पिंजा आपस में मिलकर खाएँगे।
- यदि पिंजा की त्रिज्या 7cm हो तो प्रत्येक को मिलने वाले हिस्से का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
  - बच्चों का यह कौन-सा नैतिक मूल्य दर्शाता है।
43. सिद्ध कीजिए कि तीन दिए हुए असरेखी बिन्दुओं द्वारा होकर जाने वाला एक और केवल एक वृत्त है।
44. दिए गए चित्र में OPQR एक वृत्त है। एक वृत्त जिसका केन्द्र O है इस वर्ग को X तथा Y पर काटता है, सिद्ध कीजिए।  $QX=QY$



45. सिद्ध कीजिए कि चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के प्रत्येक युग्म सम्पूरक होता है।
46. दिए गए चित्र में, वृत्त C (o,r) का व्यास AB है तथा चाप CD वृत्त की त्रिज्या OC के बराबर है। यदि AC तथा BD को बढ़ाने पर वे बिंदु A पर मिलते हैं। सिद्ध कीजिए कि APB का मान नियत (constant) है।
47. दिए गए चित्र में, वृत्त जिसका केन्द्र है, में जीवा AB को बिंदु C तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि  $BC=OB$ ,

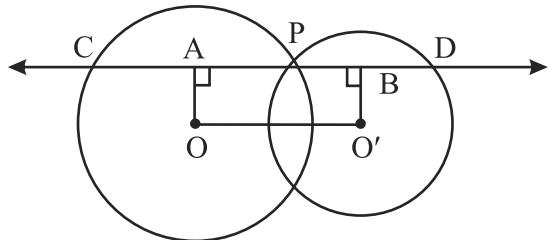


$OC$  को मिलाया गया तथा बिन्दु  $D$  पर वृत्त से मिलाया गया है। यदि  $\angle ACD = y^\circ$  तथा  $\angle AOD = x^\circ$  तो सिद्ध कीजिए  $x=3y$

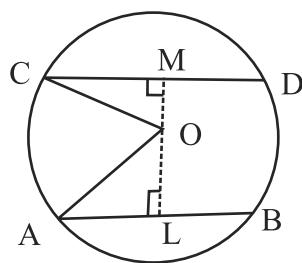


48. सिद्ध कीजिए कि एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अंतरित कोण का दुगुना होता है।
49. दो वृत्त जिनके केन्द्र  $O$  तथा  $O'$  हैं, बिन्दु  $P$  पर प्रतिच्छेद करते हैं। बिन्दु  $P$  से  $OO'$  के समान्तर एक रेखा  $\ell$  खींची गई, तो वृत्तों को बिन्दु  $C$  तथा  $D$  पर प्रतिच्छेद करती हैं। सिद्ध कीजिए।

$$CD=2OO'$$



50. किसी वृत्त पर दो समान्तर जीवाएँ  $AB$  तथा  $CD$  वृत्त के केन्द्र  $O$  की विपरीत दिशाओं में इस प्रकार स्थित हैं कि  $AB=10\text{cm}$ ,  $CD=24\text{cm}$  तथा  $AB$  और  $CD$  के बीच की दूरी  $17\text{cm}$  है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



## अध्याय 10

### वृत्त

#### उत्तरमाला

- |   |  |
|---|--|
| 1. चक्रीय चतुर्भुज                              | 32. $x = 100^\circ, y = 130^\circ$                               |
| 2. त्रिज्यखण्ड                                  | 36. $540^\circ$  |
| 3. 8 cm   | 38. $1 \text{ cm}$   |
| 4. 10 cm  | 39. $p = 90 - \frac{1}{2}x, q = \frac{1}{2}x, 90 - \frac{1}{2}x$ |
| 5. $y = 40^\circ$                               |  |
| 6. $x = 35^\circ$                               | 40. i) हाँ   |
| 7. $x = 140^\circ$                              | ii) $55^\circ$   |
| 8. सबसे बड़ी                                    | iii) $80^\circ$  |
| 9. संकेन्द्रीय                                  | iv) सत्य, वैज्ञानिक मूल्य  |
| 10. 8 cm  | 41. a) $120^\circ$   |
| 11. $115^\circ$                                 | b) हाँ   |
| 12. $90^\circ$                                  | 42. a) $92.4 \text{ cm}^2$                                       |
| 13. $60^\circ$                                  | b) सहयोग   |
| 15. $30^\circ, 150^\circ$                       | 50. $13 \text{ cm}$  |
| 16. $70^\circ$                                  |  |
| 17. $212^\circ$                                 |  |
| 19. $50^\circ$                                  |  |
| 20. 7 cm  |  |
| 21. $75^\circ$                                  |  |
| 22. 14 cm                                       |  |
| 23. $10^\circ$                                  |  |
| 24. $75^\circ$                                  |  |
| 27. $a = 105^\circ, b = 13^\circ, c = 62^\circ$ |  |

## अध्याय 11

# रचनाएँ

### महत्वपूर्ण बिन्दु

- स्केल तथा परकार का प्रयोग करके निम्नलिखित प्रकार की रचनाएँ मुख्य हैं।
  - 1  $60^\circ, 120^\circ, 30^\circ, 90^\circ$  इत्यादि प्रकार के कोणों की रचनाएँ।
  - 2 दिये गये कोण को आधा करना।
  - 3 दिये गये रेखाखण्ड का लम्ब समद्विभाजक खींचना।
  - 4 किसी बाह्य बिन्दु से दी गई रेखा पर लम्ब खींचना।
  - 5 किसी दी गई रेखा के समान्तर रेखाएँ खींचना।
  - 6 एक ऐसे त्रिभुज की रचना करना, जिसका आधार, एक आधार कोण तथा अन्य दो भुजाओं का योग दिया हो।
  - 7 एक ऐसे त्रिभुज की रचना करना जिसका आधार, एक आधार कोण अन्य दो भुजाओं का अन्तर दिया हो।
  - 8 एक ऐसे त्रिभुज की रचना करना जिसके दो आधार कोण तथा त्रिभुज का परिमाप दिया हो।

### प्रश्न

1. एक 7.2 cm लम्बा रेखाखण्ड खींचकर उसे दो बराबर भागों में बाँटो। प्रत्येक भाग की लम्बाई नापो।
2.  $AB=6.4\text{cm}$  का लम्ब समद्विभाजक खींचिए।
3. एक रेखाखण्ड  $PQ=8$  सेमी. खींचो। बिन्दु  $P$  पर एक लम्ब खींचिए।

4.  $AB=7.9\text{cm}$  लम्बी पर रेखा खींचो। A तथा B पर लम्ब खींचो। क्या ये लम्ब एक दूसरे के समान्तर हैं?
5. चाँदे की सहायता से एक कोण  $\angle ABC=32^\circ$  बनाइये तथा इसी के बराबर दूसरा कोण  $\angle ABC$  परकार की सहायता से बनाइये।
6. परकार का प्रयोग करके निम्न कोणों की रचना करिये।  
 $90^\circ, 22\frac{1}{2}^\circ, 15^\circ, 75^\circ, 105^\circ, 135^\circ$
7. एक समचतुर्भुज की रचना करो जिसकी भुजा 3.4 सेमी. तथा एक कोण  $45^\circ$  हो।
8. त्रिभुज  $\Delta XYZ$  की रचना करो जिसमें  $XY=4.5\text{cm}, ZX=6.0\text{cm}, YZ=5.0\text{cm}$  हो। सबसे बड़े कोण का अर्थक भी खींचिए।
9. 6cm. भुजा का एक समबाहु त्रिभुज की रचना करो। इनके शीर्षों को P,Q तथा R से दर्शाओ। बिन्दु Q से एक माध्यिका QT खींचिए।
10.  $AB=13.2\text{cm}$  लम्बा रेखाखण्ड खींचो। स्केल तथा परकार की सहायता से  $\frac{1}{4} AB$  ज्ञात करो। रचना के पद लिखो।
11. एक समकोण ABC की रचना कीजिए जिसमें  $\angle B=90^\circ, AB+AC=10\text{cm}, BC=6\text{cm}$  है।
12. एक त्रिभुज PQR की रचना कीजिए जिसमें  $QR=7\text{cm}, \angle Q=75^\circ, PQ+PR=13\text{cm}$  है।
13. एक  $\Delta PQR$  की रचना कीजिए जिसमें  $QR=6\text{cm}, \angle Q=30^\circ, PQ-PR=3\text{cm}$  है।

14. त्रिभुज  $\Delta XYZ$  की रचना कीजिए जिसमें  $YZ=4.1\text{cm}$ ,  $\angle Y=45^\circ$ ,  $XY+XZ=6.7\text{cm}$  है।
15. त्रिभुज  $\Delta PQR$  की रचना कीजिए जिसमें  $QR=5\text{cm}$ ,  $\angle R=45^\circ$ ,  $PR-PQ=1.6\text{cm}$  है।
16.  $\Delta XYZ$  की रचना कीजिए जिसमें  $\angle Y=30^\circ$ ,  $\angle Z=45^\circ$  तथा  $XY+YZ+ZX=11\text{cm}$  है।
17. एक त्रिभुज  $ABC$  की रचना कीजिए जिसमें  $\angle B=45^\circ = \angle C=60^\circ$  तथा शीर्ष  $A$  से आधार  $BC$  पर लम्ब की लम्बाई  $4.5\text{cm}$  है।
18. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका परिमाप  $12\text{cm}$  तथा त्रिभुज के कोण  $3:4:5$  के अनुपात में हैं।
19. सरकार द्वारा बुजुर्गों के लिए वृद्धाश्रम बनाया जाना है। यदि वृद्धाश्रम एक समकोण त्रिभुजाकार के आकार का है जिसकी एक भुजा की माप  $13\text{m}$ . तथा कर्ण व अन्य भुजा का यो  $15\text{m}$  हो तो।
- (a) त्रिभुज की रचना मापों को  $\text{cm}$  में लेकर करिये।  
 (b) उपरोक्त प्रश्न से किन मूल्यों का पता चलता है?
20. एक विद्यालय के इकोक्लब ने विद्यालय में हरियाली के लिए एक तिकोना पार्क  $ABC$  इस प्रकार बनाया कि  $BC=7\text{m}$ ,  $B=75^\circ$  तथा  $AB+AC=13\text{m}$
- (a)  $ABC$  की रचना कीजिए (मापों को  $\text{cm}$  में लीजिए)  
 (इ) उपरोक्त प्रश्न से किन मूल्यों का पता चलता है?
21. एक लाइन  $\ell$  खींचकर एक बिन्दु  $P$  इस प्रकार लो कि वह  $\ell$  पर न हों, बिन्दु  $P$  से एक रेखा  $m \parallel \ell$  खींचिए।

## अध्याय 12

# हीरोन का सूत्र

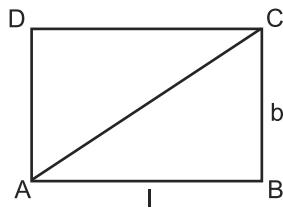
### महत्वपूर्ण बिन्दु

- आयत :- यदि किसी आयत की लम्बाई व चौड़ाई क्रमशः 'l' और 'b' इकाई हो तो

(i) आयत का परिमाप =  $2(l + b)$

(ii) आयत का क्षेत्रफल =  $l \times b$

(iii) विकर्ण =  $\sqrt{l^2 + b^2}$

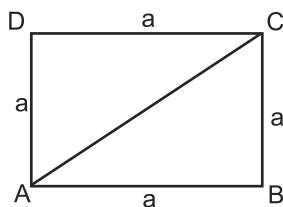


- वर्ग :- यदि किसी वर्ग की भुजा 'a' इकाई हो तो

(i) वर्ग की परिमाप =  $4a$

(ii) वर्ग का क्षेत्रफल = (<भुजा>)<sup>2</sup> =  $(a)^2$

(iii) वर्ग का विकर्ण =  $\sqrt{2} a$



(iv) वर्ग का क्षेत्रफल (विकर्ण के संदर्भ में) =  $1/2 (\text{विकर्ण})^2$

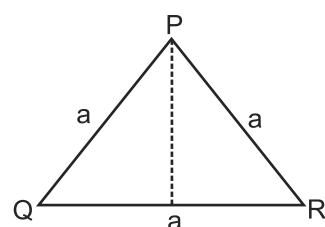
- त्रिभुज :-

**(A) समबाहु त्रिभुज** - यदि किसी त्रिभुज की सभी भुजाएं समान हो तो

(i) समबाहु त्रिभुज का परिमाप =  $3a$

(ii) शीर्षलम्ब =  $\frac{\sqrt{3}}{2} a$

(iii) क्षेत्रफल =  $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$  or  $\frac{\sqrt{3}}{4} (\text{भुजा})^2$



**(B) समकोण त्रिभुज** :- किसी त्रिभुज में यदि एक कोण समकोण  $90^\circ$  हो तो

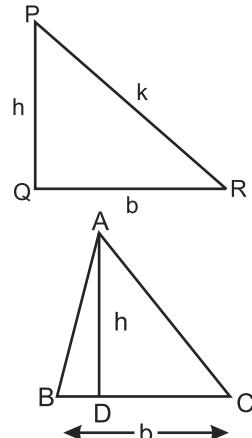
(i) कर्ण  $K = \sqrt{b^2 + h^2}$

$$(ii) \text{ परिमाप} = b + h + k$$

$$(iii) \text{ क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times b \times h$$

त्रिभुज का क्षेत्रफल (सामान्य सूत्र)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{संगत शीर्षलम्ब} \\ &= \frac{1}{2} \times b \times h \end{aligned}$$

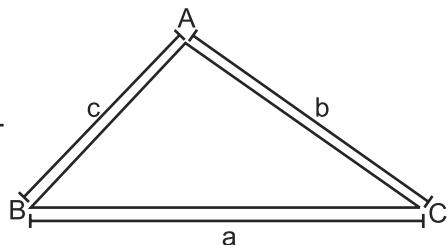


- माना त्रिभुज ABC में भुजा BC, AC व AB क्रमशः a, b व c इकाई हो तो

$$(i) \text{ परिमाप} = a + b + c$$

$$(ii) \text{ अर्ध परिमाप} (S) = \frac{a + b + c}{2}$$

(iii) त्रिभुज का क्षेत्रफल



$$\text{क्षे. } (\Delta ABC) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

**नोट :-** किसी भी तरह के त्रिभुज का क्षेत्रफल हीरोन के सूत्र का प्रयोग कर जात कर सकते हैं।

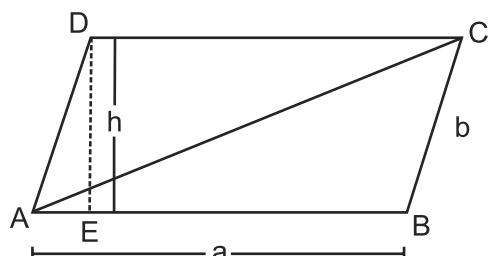
- संमातर चतुर्भुज का क्षेत्रफल :- किसी संमातर चतुर्भुज की लम्बाई व चौडाई क्रमशः a व b इकाई तथा h दो संमातर भुजाओं के मध्य लंबवत दूरी हो तो

संमातर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \text{आधार} \times \text{संगत शीर्षलम्ब}$$

$$= AB \times DE$$

$$= a \times h$$



अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2}$

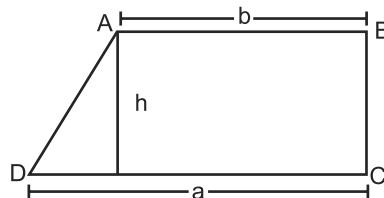
समातर चतुर्भुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times a \times h$

- समलम्ब का क्षेत्रफल :- समलम्ब चतुर्भुज जिसमें ABIICD व AB = a इकाई तथा CD = a इकाई तथा दो समातर भुजाओं के मध्य लंबवत दूरी h हो तो

समलंब का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times (a+b) \times h$$

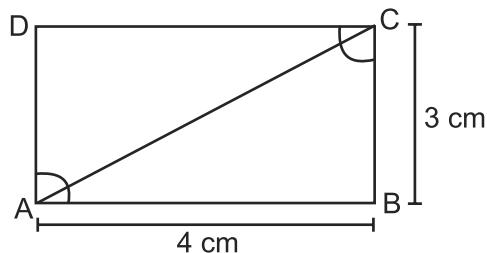
$$= \frac{1}{2} \times (\text{समातर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$$



### खण्ड-अ

1. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करे यदि उसका आधार व संगत शीर्षलम्ब 8 सेमी. व 5 सेमी. क्रमशः हो।
2. समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करे यदि उसकी एक भुजा की लम्बाई 4 सेमी हो।
3. किसी त्रिभुज की भुजाओं के मध्य अनुपात 2:1:3 व उसका परिणाम 24 सेमी. हो तो त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा की लम्बाई ज्ञात करें।
4. किसी त्रिभुज की भुजाओं को दुगना कर दिया जाये तो उस त्रिभुज के क्षेत्रफल में कितना गुना वृद्धि होगी।
5. यदि किसी त्रिभुज की सभी भुजाओं को दुगुना कर दिया जाये तो उस त्रिभुज के क्षेत्रफल में कितना गुना वृद्धि होगी।

6. यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल 50 वर्ग सेमी. व इसकी एक भुजा की लम्बाई 10 सेमी. हो तो उस भुजा के संगत शीर्षलम्ब की लंबाई ज्ञात करो।
7. किसी सम्बाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल 16 सेमी<sup>2</sup> है। सम्बाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की लंबाई ज्ञात करे।
8. दी गई आकृति में  $\triangle BAC$  व  $\triangle ACD$  के क्षेत्रफलों के मध्य अनुपात ज्ञात करो।

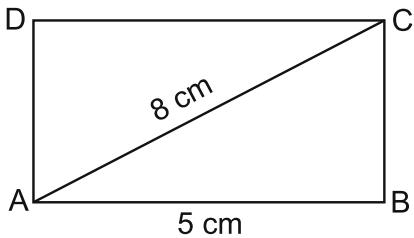


9. किसी वर्ग, जिसकी प्रत्येक भुजा 5 सेमी. हो तो उसके एक विकर्ण की लंबाई ज्ञात करे।
10. समांतर चतुर्भुज जिसकी एक भुजा की लंबाई व ऊँचाई क्रमशः 10 सेमी. व 8 सेमी हो तो इसके विकर्ण द्वारा बने एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करे।
11. यदि किसी त्रिभुज के क्षेत्रफल का दुगना कर दिया जाये तब उसके क्षेत्रफल में कितने % वृद्धि होगी।
12. किसी त्रिभुज की एक भुजा 9.5 मी. व उसे संगत शीर्षलम्ब की ऊँचाई 12मी. हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करे।

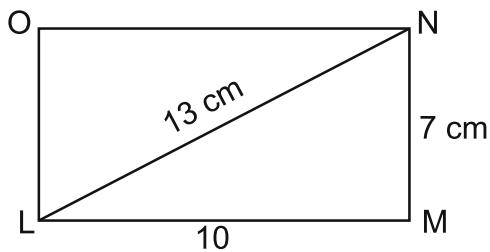
### खण्ड-ब

13. त्रिभुज की भुजाओं के मध्य अनुपात 3:5:7 हो व उसका परिमाप 300 सेमी. हो तो त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लंबाई ज्ञात करे।

14. किसी त्रिभुजाकार मैदान की भुजाओं की माप 16मी., 12मी. व 18 मी. है। उस मैदान के तीनों तरफ 25रु. प्रति मी. की दर से बाड़ लगाने का खर्च ज्ञात करे।
15. समद्विबाहु त्रिभुज की आसमान भुजा की लंबाई 12 सेमी. है। यदि उसके संगत शीर्षलम्ब की ऊँचाई 7.5 सेमी. हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो।
16. एक समलंब की समांतर भुजाएँ 77m व 60m है तथा असमांतर भुजाएँ 26m व 25m है तो समलंब का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
17. दी गई आकृति में समचतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात करे, यदि AB=5 सेमी व AC=8 सेमी. हो।



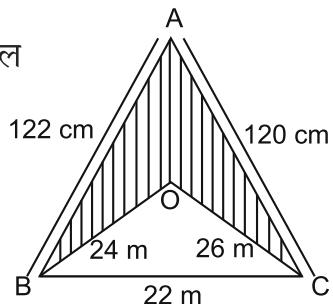
18. त्रिभुज ABC में AB=15 सेमी., BC=14 सेमी., AC=13 सेमी. हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करते हुए BC भुजा का संगत शीर्षफल ज्ञात करे।
19. किसी समबाहु त्रिभुज की भुजा की माप  $x$  इकाई हो तो सिद्ध करे समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल  $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$  होगा।
20. समांतर चतुर्भुज LMNO की दो भुजाएँ 7 सेमी. व 10 सेमी. है और इसका विकर्ण 13 सेमी. हो तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात करे।



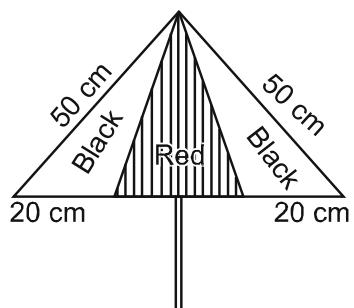
## खण्ड-स

21. एक चतुर्भुज का क्षेत्रफल  $360\text{m}^2$  है इसके सम्मुख शीर्षों से विकर्ण पर डाले गये लंबों की लंबाई  $10\text{m}$  व  $8\text{m}$  है तो विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।
22. किसी त्रिभुज की भुजाओं की माप  $1.6\text{ m}$ ,  $1.2\text{m}$ . व  $2.0\text{ m}$ . है उसका क्षेत्रफल ज्ञात करे।
23. एक पार्क को समतल करने की कीमत  $2\text{km}^2$  पर रु.  $2700$  है यदि पार्क समकोण त्रिभुज आकार का है जिसकी एक भुजा  $45\text{km}$  है तो कर्ण भुजा ज्ञात कीजिए।
24. दी गई आकृति में छाँयाकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

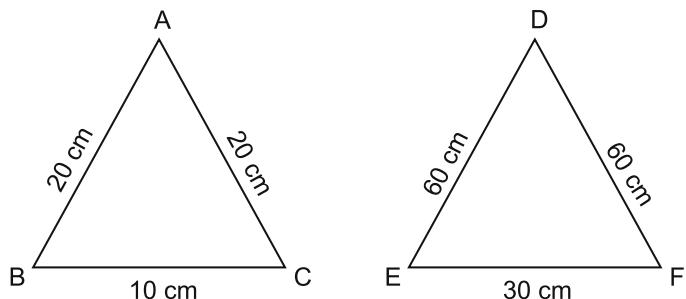
प्रयोग करें  $\sqrt{105} = 10.25$



25. समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें, यदि उसका परिमाप  $100\text{m}$ . और एक विकर्ण  $30\text{ m}$ . हो।
26. त्रिभुजाकार बोर्ड की भुजाओं की माप  $5\text{ सेमी.}$ ,  $12\text{ सेमी.}$  व  $13\text{ सेमी.}$  हो तो इस बोर्ड पर रु.  $30$  प्रति वर्ग सेमी. की दर से पेटिंग करने का व्यय ज्ञात करें।
27. लाल और काले रंग से बने एक छाते में 6 त्रिभुजाकार कपड़े के टुकड़े लगे हैं। प्रत्येक टुकड़े की माप  $20\text{ सेमी.}$ ,  $50\text{ सेमी.}$  च  $50\text{ सेमी.}$  है। प्रत्येक रंग के टुकड़ों का क्षेत्रफल क्या होगा?



28. त्रिभुज ABC व त्रिभुज DEF के क्षेत्रफलों के मध्य अनुपात ज्ञात करें।



29. किसी त्रिभुज का परिमाप  $x$  सेमी. है। यदि इसकी भुजाओं की माप  $p$  सेमी.  $q$  सेमी व  $r$  सेमी. हो तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र लिखें।

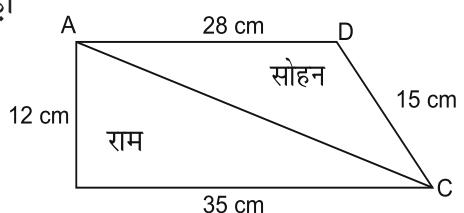
#### खण्ड-द

30. एक त्रिभुजाकार पार्क जिसका भुजाओं की माप 120मी., 80 मी. और 50 मी. है। माली धनीराम इसके सभी ओर बाड़ लगानी है और वातावरण की वायु को शुद्ध रखने के लिए पार्क में वृक्ष लगाने हैं।

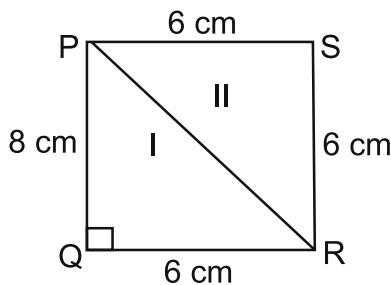
- i) 50 रु0 प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने का खर्च ज्ञात करें यदि 5 मी. चौड़ी जगह गेट लगाने के लिए छोड़ दी जाती है।
- ii) वह क्षेत्रफल भी ज्ञात करें जहाँ धनीराम वृक्ष लगा सकता है।
- iii) धनीराम द्वारा प्रदर्शित मूल्य लिखें।

31. जमीन के एक टुकड़े ABCD की आकृति दी गई है। यदि इस टुकड़े को विकर्ण AC से दो भागों में बाँटा जाये व राम और सोहन के मध्य बाँटा जाये तो किसको जमीन का टुकड़ा क्षेत्रफल में बढ़ प्राप्त होगा।

$[\sqrt{10}=3.15$  प्रयोग करें ]



32. एक त्रिभुजाकार विज्ञापन बोर्ड की विमाएँ 11 मी., 6 मी. और 15 मी. है। जिसका प्रयोग व्यवसायिक गतिविधियों के लिए किया जाता है। यदि इस बोर्ड द्वारा रु. 5000 प्रति मी.2 की दर से आमदनी हो तो तीन महीने में इसके द्वारा प्राप्त आमदनी क्या होगी? [ $\sqrt{2} = 1.41$ ]
33. एक केक का टुकड़ा चतुर्भुजाकार रूप में है, जैसाकि आकृति में दिखाया गया है। भाग I राम व भाग II शशी को दिया गया है। केक का क्षेत्रफल ज्ञात करते हुए निम्न प्रश्नों के उत्तर दो। [ $\sqrt{11} = 3.32$  प्रयोग करें। ]
- क्या बैंटवारा उचित किया गया है?
  - गणित की कौन-सा धारणा यहाँ प्रयोग की गई हैं?



अध्याय 12  
**हीरोन का सूत्र**  
 उत्तर

- |   |                             |                                |
|---|-----------------------------|--------------------------------|
| 1. $20 \text{ cm}^2$  | 2. $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$ | 3. $13 \text{ cm}$             |
| 4. $12 \text{ cm}$  | 5. 3 times                  | 6. $10 \text{ cm}$             |
| 7. $8 \text{ cm}$<br>cm   | 8.                          | $1:19.$ $5\sqrt{2}$            |
| 10. $40 \text{ cm}^2$   | 11. $100\%$                 | 12. $57 \text{ m}^2$           |
| 13. $60\text{cm}, 100\text{cm}, 140\text{cm}$   |                             | 14. R1150                      |
| 15. $45 \text{ cm}^2$   | 16. $1644 \text{ m}^2$      | 17. $12 \text{ cm}_2$          |
| 18. $84 \text{ cm}^2, 12\text{cm}$  | 20.                         | $40\sqrt{3} \text{ cm}^2$      |
| 21. $40 \text{ m}$<br>$75 \text{ km}$   | 22.                         | $0.96 \text{ m}^2$ $2 \ 3 \ .$ |
| 24. $1074 \text{ m}^2$  | 25. $300 \text{ m}^2$       | 26. R 900                      |
| 27. $600\sqrt{6} \text{ cm}^2$ each   | 28. $1:9$                   |                                |
| 29. $\sqrt{\frac{x}{2} \left( \frac{x}{2} - p \right) \left( \frac{x}{2} - q \right) \left( \frac{x}{2} - r \right)}$ |                             |                                |
| 30. (i) R 12250      (ii) $375\sqrt{15} \text{ m}^2$  |                             |                                |
| (iii) वातावरण में शुद्ध वायु के लिए प्रयास  |                             |                                |
| 31. राम, $210 \text{ m}^2$  | 32. R 141000                |                                |
| 33. (i) नहीं  |                             |                                |
| (ii) हीरोन का सूत्र   |                             |                                |

अध्याय 13

## पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

### महत्वपूर्ण बिंदु

- घनाभ

1) घनाभ का आयतन =  $lwh$

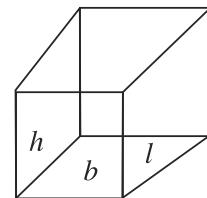
2) घनाभ का संपूर्ण पृष्ठीय

$$\text{क्षेत्रफल} = 2(lb+lb+hl)$$

3) घनाभ का वक्र पृष्ठीय

$$\text{क्षेत्रफल} = 2h(l+b)$$

4) घनाभ का विकर्ण =  $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$



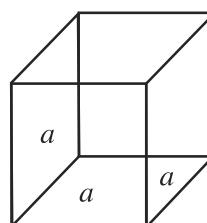
- घन

1) घन का आयतन =  $a^3$

2) घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $6a^2$

3) घन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $4a^2$

4) घन का विकर्ण =  $\sqrt[3]{3} \times \text{भुजा}$

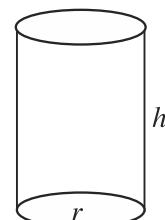


- बेलन

1) बेलन का आयतन =  $\pi r^2 h$

2) बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi r(r+h)$

3) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi r h$



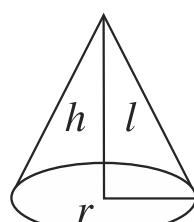
- शंकु

1) शंकु का आयतन =  $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

2) शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $\pi r(l+r)$

3) शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $\pi r l$

4) शंकु की तिर्यक ऊँचाई =  $\sqrt{h^2+r^2} = l$



- शंकु की छिन्नक

1) आयतन =  $\frac{\pi h [R^2+r^2+Rr]}{3}$

2) वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $\pi\ell (R + r)$

$$\text{जबकि } \ell = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$$

3) संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$\pi\ell (R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

4) बाल्टी का संपूर्ण पृष्ठ (बिना ढक्कन)

$$\pi[\ell (R + r) + r^2]$$

- **गोला**

1) गोले का आयतन =  $\frac{4}{3} \pi r^3$

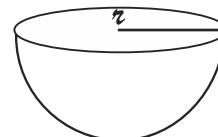
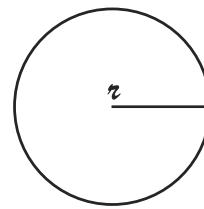
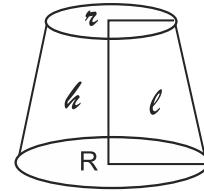
2) गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $4\pi r^2$

- **अर्धगोला**

1) गोलार्ध का आयतन =  $\frac{2}{3} \pi r^3$

2) गोलार्ध का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi r^2$

3) गोलार्ध का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $3\pi r^2$



## खण्ड-अ

1. एक घन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल  $256 \text{ सेमी.}^2$  है। इसका आयतन ज्ञात कीजिए।
2. एक माचिस की डिब्बी की माप  $4\text{cm} \times 2.5\text{cm} \times 1.5\text{cm}$  है। ऐसी 12 डिब्बियों से बने पैकेट का आयतन क्या होगा?
3. दो बेलनों की ऊँचाईयों का अनुपात  $5:3$  तथा त्रिज्याओं का अनुपात  $2:3$  हो, तो उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
4. शंकवाकार टेंट जिसकी ऊँचाई  $24 \text{ मी.}$  और त्रिज्या  $7 \text{ मी.}$  हो तो इसमें लगने वाले केनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
5. समान त्रिज्या वाले गोले एवं अर्द्धगोले के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
6. एक घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $1372 \text{ sq.cm}$  है। यदि इसकी विमाओं का अनुपात  $4:2:1$  है तो उनकी लम्बाई ज्ञात कीजिए।
7. यदि शंकु की त्रिज्या  $v$  ऊँचाई क्रमशः  $\frac{1}{2}$  और  $2\ell$  हो, तो शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
8. एक शंकु तथा अर्द्धगोले का आधार और आयमन समान है। दोनों की ऊँचाई का अनुपात ज्ञात कीजिए।
9. एक गोलाकार गुब्बारें की त्रिज्या  $6 \text{ सेमी.}$  से  $12 \text{ सेमी.}$  हो जाती है, जब समें हवा भरी जाती है। दोनों स्थितियों के लिए पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।
10. एक  $r \text{ cm}$  किनारे वाले घन में से अधिकतम संभव लंब वृत्तीय शंकु काटकर निकाला जाता है। शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।

## खण्ड-ब

11. यदि एक रोलर का व्यास 70cm और लम्बाई 1.5m है तो  $50\text{mx} \times 33\text{m}$  माप वाले खेल के मैदान को वह कितने चक्करों में समतल करेगा।
12. एक घनाभ की विमाओं का अनुपात  $1 : 2 : 3$  है। तथा उसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल  $88\text{m}^2$  है सभी विमाएँ ज्ञात कीजिए।
13. एक ठोस बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल  $231\text{cm}^2$  है। बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल उसके कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल का  $\frac{2}{3}$  भाग है। बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।
14. घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल  $150\text{m}^2$  है। घन के किसी एक फलक का परिमाप ज्ञात कीजिए।
15. तीन धातु के घन जिनके किनारे क्रमशः  $3\text{cm}$ ,  $4\text{cm}$  तथा  $5\text{cm}$  माप के हैं, को पिघलाकर एक घन बनाया गया है। नये घन का किनारा ज्ञात कीजिए।
16. एक कमरे की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः  $5\text{m}$ ,  $4\text{m}$  तथा  $3\text{m}$  है  $R 7.50$  प्रति  $\text{m}^2$  की दर से कमरे की दीवारों और छत पर सफेदी करने का व्यय ज्ञात कीजिए।
17. 3 गोले जिनकी त्रिज्याएँ  $3\text{cm}$ ,  $4\text{cm}$  और  $5\text{ cm}$  हैं को पिघलाकर एक बड़ा गोला बनाया जाता है। नये गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
18. यदि एक बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  $176\text{cm}^2$  है और आधार का क्षेत्रफल  $38.5\text{cm}^2$  है तो बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।
19. एक बेलन और शंकु समान ऊँचाई व समान त्रिज्या के हैं। बेलन का आयतन  $24\text{cm}^3$  है। शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।
20. उस बड़े से बड़े शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए जो 7 सेमी. त्रिज्या वाले खोखले अर्द्धगोले में पूर्ण रूप से घिरा हो।

## खण्ड-स

21. एक घनाभकार जार की लम्बाई  $10\text{m}$  और चौड़ाई  $8\text{m}$  हैं। इसमें  $380\text{m}^3$  द्रव भरा जा सकता है जो जार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
22. एक दीवार  $10\text{m}$  लम्बी,  $4\text{m}$  ऊँचाई और  $24\text{cm}$  मोटी, खुले मैदान में बनाने के लिए  $24\text{cm} \times 10\text{m} \times 8\text{cm}$  विमाओं वाले कितने ईटों की आवश्यकता होगी?
23.  $1.1\text{cm}^3$  आयतन वाले सोने को ढालकर  $0.1\text{mm}$  व्यास वाले कितने लम्बे तार को बनाया जा सकता है।
24. आन्तरिक व्यास  $36\text{cm}$  वाला एक अर्धगोलाकार कटोरा द्रव से भरा है। इस द्रव को  $3\text{cm}$  त्रिज्या तथा  $6\text{cm}$  ऊँचाई वाले बेलनाकार बोतलों में भरा जाना है। कटोरे को खाली करने के लिए ऐसी कितनी बोतलों की आवश्यकता होगी?
25. ज्ञात कीजिए :
  - i) एक बेलनाकार पेट्रोल की बंद टंकी का पाश्व या वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल जिसका प्यास  $4.2\text{ मीटर}$  है और ऊँचाई  $4.5\text{ मीटर}$  है।
  - ii) इस टंकी को बनाने में कुल कितना इस्पात (स्टील) लगा होगा, यदि कुल इस्पात का  $\frac{1}{12}$  भाग बनाने में नष्ट हो गया है?
26.  $30$  डेसीमीटर चौड़ी तथा  $12$  डेसी मीटर गहरी नहर में  $20$  किमी. प्रति घंटा की चाल से पानी बह रहा है।  $30$  मिनट में यह कितने क्षेत्र की सिंचाई करेगी यदि क्षेत्र में भरे पानी की ऊँचाई  $9$  सेमी. हैं?
 

$(10 \text{ डेसीमीटर} = 10\text{dm} = 1\text{m})$
27. एक गोले की त्रिज्या  $10$  सेमी. है। यदि गोले की त्रिज्या  $1$  सेमी. बढ़ा दी जाए तो सिद्ध कीजिए कि गोले का आयतन  $33.1\%$  बढ़ जायेगा।

28. यदि किसी अर्द्धगोले के व्यास में 30% की कमी कर दी जाए तो उसके संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत का परिवर्तन होगा?
29. एक गोले तथा एक घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल समान है। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
30. एक गोले का आयतन  $4851\text{cm}^3$  है। इसकी त्रिज्या में कितनी कमी कर दी जाए कि इसका आयतन  $\frac{4312}{3}\text{cm}^3$  हो जाए।

#### खण्ड-द

31. एक घनाभकार टंकी में 5040 लीटर पानी आ सकता है। टंकी की बाहरी विमाएँ  $2.2\text{m} \times 1.7\text{m} \times 1.7\text{m}$  हैं। यदि टंकी की दीवारों की मोटाई 5cm हो तो टंकी के तल की मोटाई क्या होगी?
32. एक आयताकार धातु की चादर की विमाएँ  $48\text{cm} \times 36\text{cm}$  है। प्रत्येक कोनों से 8cm भुजा के वर्ग काटे गए हैं। बची हुई शेष चादर से एक खुला बॉक्स बनाया गया है। बॉक्स का आयतन ज्ञात कीजिए।
33. एक समकोण त्रिभुज जिसकी भुजाएँ 6cm, 8cm तथा 10cm हैं। समकोण त्रिभुज को 8cm भुजा से घुमाने पर बनने वाले शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।
34. एक लम्बवृत्तीय शंकु 5.4cm ऊँचाई तथा जिसके आधार की त्रिज्या 2cm है। इसे गलाकर दूसरा शंकु बनाया जाता है। जिसके आधार की त्रिज्या 1.5cm हो तो नए बने शंकु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
35. एक बेलनाकार टब की त्रिज्या 12 cm है जिसमें 20cm गहराई तक पानी है। एक गोले को टब में डालने पर पानी की ऊँचाई 6.75cm बढ़ जाती है। तो गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
36. एक बेलन घन के भीतर इस प्रकार है कि वह इसकी सभी ऊर्धवार्धर

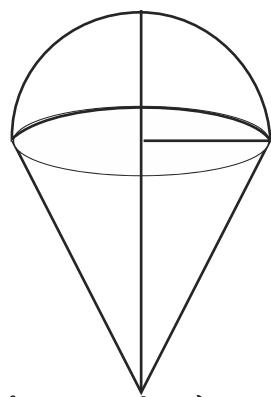
सतहों को स्पर्श करता है। बेलन के भीतर एक शंकु इस प्रकार रखा गया है कि उनकी ऊँचाईयाँ समान हैं तथा वे एक ही आधार पर बने हैं। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

37. एक भूमि का भाग आयताकार है जिसका विमाएँ  $240\text{m} \times 180\text{m}$  है। इसके बाहर से चारों ओर  $10\text{m}$  चौड़ा नाला खोदा गया है तथा खुदी हुई मिट्टी को भूमि के टुकड़े पर समान रूप से फैला दिया गया है जिससे की भूमि का तल  $25\text{cm}$  बढ़ जाता है नाले की गहराई ज्ञात कीजिए।
38. एक आवासीय कॉलोनी में रहने वाल  $5400$  व्यक्तियों को  $60$  लीटर पानी की प्रतिदिन प्रतिव्यक्ति आवश्यकता होती है। वर्षा के पानी का प्रभावी सदृपयोग के लिए कॉलोनी के कुछ व्यक्तियाँ के समूह ने ‘जल संरक्षण’ की योजना बनाई। उन्होंने वर्षा के पानी का संचय के लिए  $48\text{mx} 27\text{mx} 25\text{m}$  का जलाशय तैयार किया।
  - a) यदि वर्षा के दौरान पानी का जल स्तर  $5\text{m}$  है तो यह पानी कितने दिनों के लिए पर्याप्त होगा?
  - b) व्यक्तियों के समूह द्वारा कौन-सा मूल्य प्रदर्शित किया गया है?
39. कक्षा-9 के  $50$  छात्रों ने वृद्धाश्रम में एक दिन बिताने और घूमने की योजना बनाई। प्रत्येक छात्र ने उपहार देने के लिए बेलनाकार कार्ड बोर्ड का फूलदान बनाया जिसकी त्रिज्या  $4.2\text{cm}$  तथा ऊँचाई  $11.2\text{cm}$  है।
  - a)  $R 20$  प्रति  $100\text{m}^2$  की दर से कुल कितना खर्च आयेगा।
  - b) यह कौन-सा नैतिक मूल्य दर्शाता है।
40. राहुल ने अवारा कुत्तों के लिए अस्थाई आवान बनाने के लिए चारों भुजाओं और छत पर तिरपाल लगाकर एक बॉक्स बनाया, जिसकी ऊँचाई  $2.5\text{m}$  तथा आधार की विमाएँ  $4\text{m} \times 3\text{m}$  हैं तो इसके लिए कितने तिरपाल की आवश्यकता होगी? यह कौन-सा नैतिक मूल्य दर्शाता है।

41. लोहे के सत्ताइस ठोस गोलों को पिघलाकर जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या  $r$  है और पृष्ठीय क्षेत्रफल  $S$  है, एक बड़ा गोला बनाया जाता है जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल  $S'$  है ज्ञात कीजिए।
- नए गोले की त्रिज्या  $R$
  - $S$  तथा  $S'$  का अनुपात
42. धातु से बनी गेंद का व्यास  $4.2\text{ cm}$  है। यदि धातु का घनत्व  $8.9$  ग्राम प्रति  $\text{cm}^3$  हो तो गेंद का द्रव्यमान क्या होगा?
43. सीसे की एक पेंसिल (Lead Pencil) लकड़ी के एक बेलन के अभ्यंतर में ग्रेफाइट (Graphite) से बने ठोस बेलन को डालकर बनाई गई है। पेंसिल का व्यास  $7\text{ mm}$  है और ग्रेफाइट का व्यास  $1\text{ mm}$  है। यदि पेंसिल की लम्बाई  $14\text{ cm}$  है, तो लकड़ी का आयतन और ग्रेफाइट का आयतन ज्ञात कीजिए।
44. एक सोफ्ट ड्रिंक (Soft Drink) दो प्रकार के पैकों में उपलब्ध है। (i) लम्बाई  $5\text{ cm}$  और चौड़ाई  $4\text{ cm}$ . वाले एक आयताकार टिन का डिब्बा जिसका ऊँचाई  $15\text{ cm}$  है और (ii) व्यास  $7\text{ cm}$  वाले वृत्तीय आधार और  $10\text{ cm}$  ऊँचाई वाले एक प्लास्टिक का बेलनाकार डिब्बा। किस डिब्बे की धारिता अधिक है और कितनी अधिक है?
45. किसी बस स्टाप को पुराने गते से बने  $50$  खोखले शंकुओं द्वारा सड़क से अलग किया हुआ है। प्रत्येक शंकु के आधार का व्यास  $40\text{ cm}$  है और ऊँचाई  $1\text{ m}$  है। यदि इन शंकुओं की बाहरी पृष्ठों को पेंट करवाना है और पेंट की दर  $R12$  प्रति  $\text{m}^2$  है, तो इनको पेंट कराने में कितनी लागत आएगी? ( $\pi = 3.14$  और  $\sqrt{1.04} = 1.02$  का प्रयोग कीजिए।)
46. आंशिक रूप से पानी से भरे एक लम्बवृत्तीय बेलनाकार में  $6\text{ cm}$  व्यास वाले एक गोले को गिराया जाता है। बेलनाकार बर्तन का व्यास  $12\text{ cm}$  है।

यदि गोला पानी में पूर्णतया डूब जाता है तो बताइए कि बेलनाकार बर्टन में पानी का स्तर कितना उठ जायेगा?

47. 7cm व्यास वाले बेलनाकार बीकर में जिसमें कुछ पानी भरा हुआ है, में मार्बल से बनी 1.4cm व्यास वाले गोलियाँ डाली जाती हैं। 5.6cm पानी के स्तर को उठाने के लिए बीकर में डाली जाने वाली मार्बल की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए।
48. 12cm व्यास तथा 15cm ऊँचाई वाले लम्ब वृत्तीय बेलन को आइसक्रीम से पूरा भरा है। इस आइसक्रीम को 12cm ऊँचाई वाले शंकुओं से भरा जाता है, और इसका ऊपरी सिरा 6cm व्यास वाला अर्द्धगोलाकार आकृति बनती है। आइसक्रीम से बने ऐसे शंकुओं की संख्या ज्ञात कीजिए।
49. एक खिलौना जिसे शंकु के ऊपर 7cm व्यास वाले एक अर्द्धगोले को रखकर बनाया गया है। खिलौने की कुल ऊँचाई 14.5 सेमी है। खिलौने का आयतन व कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।  $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



50. यदि शंकु की ऊँचाई, वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन को क्रमशः  $h$ ,  $c$  तथा  $v$  से व्यक्त किया जाए तो सिद्ध कीजिए कि  $3\pi v h^3 - c^2 h^2 + 9v^2 = 0$

## अध्याय 13

# पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

### उत्तर

- |  |  |
|--|--|
| 1. $512 \text{ cm}^2$                        | 23. $140\text{m}$                                      |
| 2. $180 \text{ cm}^2$                        | 24. $72$   |
| 3. $20 : 27$                                 | 25. $59.4\text{m}^2, 95.04\text{m}^2$                  |
| 4. $550\text{m}^2$                           | 26. $4,00,000 \text{ m}^2$                             |
| 5. $4 : 3$                                   | 28. $51\%$   |
| 6. $28\text{cm}, 14\text{cm}, 7\text{cm}$    | 29. $\sqrt{6} : \sqrt{\pi}$                            |
| 7. $\pi r \left( \ell + \frac{r}{4} \right)$ | 30. $3.5\text{cm}$                                     |
| 8. $2:1$                                     | 31. $10\text{cm}$                                      |
| 9. $1:4$                                     | 32. $5120\text{cm}^3$                                  |
| 10. $V = \frac{1}{12} \pi r^3$               | 33. $96\pi\text{cm}^3$                                 |
| 11. $500$                                    | 34. $9.6\text{cm}$                                     |
| 12. $2\text{m}, 4\text{m}, 6\text{m}$        | 35. $9\text{cm}$                                       |
| 13. $269.5\text{cm}^2$                       | 36. $V_1 : V_2 : V_3 = 42 : 33 : 11$                   |
| 14. $20\text{cm}$                            | 37. $1.227 \text{ m}$                                  |
| 15. $6\text{cm}$                             | 38. $20 \text{ days पर्यावरण मूल्य, सहयोग}$            |
| 16. $\text{₹}555$                            |  |
| 17. $6\text{cm}$                             | 39. $\text{₹}3511.20$                                  |
| 18. $308\text{cm}^3$                         | 40. $47\text{m}^2$ जानवरों के प्रति लगाव व उनकी देखभाल |
| 19. $8\text{cm}^3$                           | 41. I) $R=3r$ (ii) $S : S' = 1 : 9$                    |
| 20. $359.33\text{cm}^3$                      | 42. $\text{₹}345.39\text{g}$                           |
| 21. $4.75\text{m}$                           | 43. $5.28\text{cm}^3, 0.11 \text{ cm}^3$               |
| 22. $5000$                                   | 44. प्लास्टिक बेलन                                     |
|  | 45. $\text{₹}384.34$                                   |
|  | 46. $1\text{cm}$                                       |
|  | 47. $150$  |
|  | 48. $10$   |
|  | 49. $231\text{cm}^3, 204.05\text{cm}^2$                |

## अध्याय 14

# सांख्यिकी

### महत्वपूर्ण बिंदु

- सांख्यिकी के अन्तर्गत हम आँकड़ों को इकट्ठा करना प्रस्तुतीकरण, विश्लेषण करना तथा निर्वचन करने का कार्य करते हैं।
- एक निश्चित उद्देश्य से एकत्रित किये गये तथ्यों या अंकों को आँकड़े (Data) कहते हैं।
- दिये गये आँकड़ों में कोई प्रेक्षण कितने बार आता है, यह उस प्रेक्षण की बारम्बारता कहलाती है।
- वर्ग अंतराल वह वर्ग (Group) होते हैं, जिसमें सभी प्रेक्षण बंटे होते हैं।
- वर्ग अंतराल 20-30 में 30 को वर्ग अंतराल की उच्चसीमा तथा 20 को निम्न सीमा कहते हैं।
- वर्ग अंतराल का मध्य मान वर्गचिन्ह कहलाता है। उदाहरण के लिए वर्ग 20-30 का वर्ग चिन्ह  $\frac{20+30}{2} = 25$  है।
- वर्ग चिन्ह = 
$$\frac{\text{निम्नवर्ग सीमा} + \text{उच्चवर्ग सीमा}}{2}$$
- औसत या माध्य = 
$$\frac{\text{सभी प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की संख्या}}$$
- माध्य 
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$
 
$$(\bar{x}) = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$
- जब बारम्बारता  $f_i$  दिया हो तो माध्य 
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$
- प्रेक्षणों का वह मान जो सबसे ज्यादा बार प्रतीत होता है, बहुलक कहलाता है।
- माध्यक के लिए प्रेक्षणों को पहले बढ़ते या घटते क्रम में व्यवस्थित करे

|अब यदि प्रेक्षणों की संख्या 'n' विषम है तो

माध्यक =  $\frac{(n+1)}{2}^{\text{th}}$  वां पद होगा तथा यदि प्रेक्षणों की संख्या 'n' सम है तो

माध्यक  $\left(\frac{n}{2}\right)$  वं पद तथा  $\left(\frac{n}{2}+1\right)$  वं पद का औसत होगा।

$$\text{माध्यक} = \frac{\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{term} + \left(\frac{n}{2}+1\right)^{\text{th}} \text{term}}{2}$$

## खण्ड-अ

1. 5 विद्यार्थियों के एक विषय में 50 अंकों में से प्राप्त अंक 32, 48, 50, 27, 37 है। इन अंकों का परिसर ज्ञात कीजिए।
2. आँकड़ों में अधिकतम मान 64 है इन आँकड़ों का परिसर 13 है। आँकड़ों में न्यूनतम मान क्या है?
3. वर्ग अन्तराल 4.6–6.3 का वर्ग चिन्ह क्या है?
4. यदि किसी वर्ग अन्तराल का वर्ग चिन्ह 8.5 है तथा वर्ग माप 5 है। तो वर्ग अन्तराल की वर्ग सीमाएं ज्ञात कीजिए।
5. एक दंड आलेख में 100 व्यक्तियों के लिए चौड़ाई 0.2 सेमी. हैं। तो 1300 व्यक्तियों के लिए आलेख की चौड़ाई क्या होगी?
6. प्रथम पाँच अभाज्य संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।
7. 5 प्रेक्षणों का माध्य 10 है। यदि प्रत्येक प्रेक्षण में 5 बढ़ा दिया जाए तो नए प्रेक्षणों का नया माध्य ज्ञात कीजिए।
8. यदि 10 प्रेक्षणों का माध्य 15 है। इन प्रेक्षणों का योग ज्ञात कीजिए।
9. तीन संख्याओं का माध्य 7 है। दो संख्याएँ 7 और 8 है, तीसरी संख्या ज्ञात कीजिए।
10. यदि  $6, 8, 5, 7, x$  और 4 का माध्य 7 है तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।
11. संख्याओं 4, 9, 5, 4, 9, 5, 4, 9 और  $x-10$  का बहुलक 9 है।  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

12. आँकड़ों को आरोही क्रम में रखने पर

6, 9, 15,  $x+4$ ,  $x+8$ ,  $x+11$ , 30, 32 आँकड़ों का माध्यक 19 है।  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

13.  $x, x_2, x_3, \dots$  गद का माध्य 10 है तो  $5x_1, 5x_2, 5x_3, \dots, 5x_n$  का माध्य ज्ञात कीजिए।

#### खण्ड-ब

14. 104, 114, 124, 134 के लिए वर्ग-माप और वर्ग सीमाएं ज्ञात कीजिए।

15.  $x, 2x+1, 2x+5, 2x+9$  का माध्य 30 है अन्तिम दो प्रेक्षणों का माध्य क्या होगा?

16. निम्न सारणी से माध्य ज्ञात कीजिए।

$xi$	5	6	7	8	4
$fi$	3	2	1	3	2

17. पाँच संख्याओं का माध्य 27 है यदि एक संख्या को हटा दिया जाए तो शेष संख्याओं का माध्य 2 कम हो जाता है। हटाई गई संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए।

18. 15, 14, 19, 20, 14, 15, 16, 14, 15, 18, 14, 19, 15, 17, 15 का बहुलक ज्ञात कीजिए। यदि अन्तिम पद को बदलकर 14 कर दिया जाए तो नया बहुलक भी ज्ञात कीजिए।

19. 29, 32, 48,  $x-2$ ,  $x$ ,  $x-2$ , 72, 78, 84, 95 को आरोही क्रम में रखने पर प्राप्त माध्यक 63 है तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

20. एक फैक्ट्री में 40 श्रमिकों की किसी विशेष वर्ष में मासिक माध्य आय  $x$  रुपये है। सभी श्रमिकों को 3000 रुपये इसी वर्ष नवम्बर में दीवाली का बोनस मिलता है तो प्रत्येक श्रमिक की मासिक माध्य आय क्या होगी?
21. प्रश्न 20 में यदि बोनस की जगह रुपये 300 प्रत्येक श्रमिक की आय में से कम कर दिया जाए (अप्रैल से फरवरी तक) तो दिसम्बर माह की आय का माध्य ज्ञात कीजिए।
22.  $13, 24, 13, 27, 17, 16, 17, x, 22, 21, 13, 17$  में  $x$  का मान ज्ञात कीजिए यदि बहुलक 17 है और  $x$  की बारंबारता सबसे अधिक है।
23. शिखा और उसके पति अमित की माध्य आयु 48 वर्ष है यदि शिखा, अमित और उनकी बेटी अद्विका की माध्य आयु 39 वर्ष है। तो अद्विका की आयु ज्ञात कीजिए।
24.  $6, 10, 11, x, 12, y$  का माध्य 0 है। यदि  $y$  का मान  $x$  के मान से 7 अधिक है तो  $x$  और  $y$  का मान ज्ञात कीजिए।

### खण्ड-स

25. गणित के तीन यूनिट टैस्ट में प्रियल को 75, 82 और 90 अंक प्राप्त हुए। यूनिट टैस्ट-IV में वह कितने अंक लाये कि उसका चारों यूनिट टैस्ट का औसत 85 हो जाये।
26. एक परीक्षा में 25 विद्यार्थियों द्वारा एक प्रश्न को हल करने के लिए लिया गया समय सेकंड में नीचे दिया गया है।

$20, 16, 20, 27, 27, 28, 30, 37, 33, 50, 40, 42, 46, 28, 43, 46, 46, 48, 49, 52, 58, 59, 60, 64, 52$

10 वर्ग माप के वर्ग अंतराल लेते हुये एक बारम्बारता सारणी बनाइये।

27. निम्नलिखित तालिका से माध्य ज्ञात कीजिये।

xi	5	15	25	35	45
fi	6	4	9	6	5

28. निम्नलिखित तालिका से आयत चित्र बनाइये।

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारंबारता	8	15	20	12	16

29. नीचे 50 बच्चों के अंकों की संख्यी बारम्बारता वितरण तालिका दी गई है।

वर्ग	20 से कम	40 से कम	60 से कम	80 से कम	100 से कम
बारंबारता	17	22	29	37	50

उपरोक्त आंकड़ों से एक बारम्बारता सारणी बनाइये।

30. निम्नलिखित तालिका किसी राज्य के राजनैतिक दलों द्वारा जीती गई सीटों को प्रदर्शित करती है।

आयत चित्र बनाइये।

राजनैतिक दल	A	B	C	D	E	F	G
जीती गई सीटें	75	55	37	29	10	37	50

31. निम्न वितरण तालिका से P का मान ज्ञात कीजिये यदि माध्य 6 है।

xi	2	4	6	10	p+5
fi	3	3	3	1	2

32. निम्न सारणी में विद्यार्थियों द्वारा चयन किए गए विभिन्न कार्यकलाप हैं।

कार्यकलाप	खेल	ध्यान	योग	टहलना
लड़कियों की संख्या	42	35	100	120
लड़कों की संख्या	90	64	130	86

- 1) उपरोक्त के लिए द्वि दंड आलेख बनाये।
- 2) इन जरूरी कार्य कलापों से क्या मूल्य दर्शाये गये।
- 3) 40 अभियंताओं (Engineers) द्वारा उनके कार्य स्थल तक तय की गई दूरियां किमी. में दी गई हैं।

5	3	10	20	25	11	13	7	12	31
19	10	12	17	18	11	32	17	16	2
7	9	7	8	3	5	12	15	18	3
12	14	2	9	6	15	15	7	6	12

34. पद 'माध्यक' को परिभाषित कीजिये। यदि  $6, 7, x-2, x, 17, 20$  का माध्यक  $16$  है तथा प्रेक्षण बढ़ते क्रम में लिखे हो तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिये।

### खण्ड-द

35. नीचे दिए गये आँकड़ों के लिए आयत चित्र बनाइये।

आयु (वर्षों में)	<i>fi</i>
1 - 2	5
2 - 3	4
3 - 5	10
5 - 7	12
7 - 10	9
10 - 15	10
15 - 17	8

36. एक सामयिक परीक्षा (Periodical test) में लड़कों और लड़कियों के औसत अंक क्रमशः  $36$  और  $39$  है। यदि IX के इन सभी विद्यार्थियों के इस टैस्ट में औसत अंक  $37$  है तो लड़कों की संख्या का लड़कियों की संख्या से अनुपात ज्ञात कीजिये।

37. निम्न आँकड़ों का माध्य 50 है।

xi	10	30	50	70	90
fi	17	$5a+3$	32	$7a-11$	19

'a' का मान ज्ञात कीजिये और 30 एवं 70 की संगत बारम्बारता लिखिये।

38. निम्नलिखित आँकड़ों के लिए एक बारम्बारता बहुभुज बनाइये।

अंक	बारम्बारता
0-10	03
10-20	09
20-30	18
30-40	16
40-50	12
50-60	02

39. यदि अंग्रेजी वर्णमाला के 26 अक्षर इस प्रकार लें कि  $A=1$ ,  $B=2$ ,  $C=3 \dots Z=26$  तो

- 1) स्वरों (Vowels) के लिए संगत संख्याओं का माध्य तथा माध्यक ज्ञात कीजिये।
- 2) माध्यक के लिए संगत वर्ण लिखिये।

40. एक विद्यालय में वह विद्यार्थी जिसने अपनी पिछली कक्षा में 80: या अधिक अंक प्राप्त किये हैं “मेधावी छात्रवृत्ति” प्राप्त करने के योग्य माना जाता है। कक्षा IX की निशि और विनायक द्वारा कक्षा VIII में सभी छः विषयों में प्राप्तांक इस प्रकार हैं-

विषय	हिन्दी	अंग्रेजी	गणित	विज्ञान	सा.विज्ञान	संस्कृत
निशि	78	74	86	85	73	83
विनायक	79	76	88	83	71	85

- 1) निशी और विनायक के अंकों का औसत प्रतिशत ज्ञात कीजिये।
- 2) दोनों में से कौन उपरोक्त “मेधावी छात्रवृत्ति” के लिए योग्य है।
41. कक्षा IX के 30 विद्यार्थियों का रक्त समूह इस प्रकार लिया गया।
- A, B, B, B, O, B, B, A, AB, A, O, B, O, AB, O  
AB, AB, B, AB, B, A, O, AB, B, A, O, AB, A, A, AB
- i) उपरोक्त आँकड़ों के लिए ‘बारम्बारता वितरण सारणी बनाइये।
  - ii) मि. 'x' का एक्सीडेंट हो गया और उन्हें रक्त की आवश्यकता है। उसका रक्त समूह AB है। उपरोक्त में से कितने ‘सार्वत्रिक दाता’ (Universal Donor) और ‘सार्वत्रिक ग्राही’ (Universal Recipient) हैं।
42. सरकारी विद्यालय के 15 बच्चों ने एक महीने में अपनी गली की सफाई में अपनी दिनचर्या के कुछ घंटों का योगदान दिया जो इस प्रकार है:
- 25, 15, 20, 20, 9, 20, 25, 15, 7, 13, 20, 12, 10, 15, 8
- i) उपरोक्त आँकड़ों से माध्य, माध्यक तथा बहुलक ज्ञात कीजिए।
  - ii) उपरोक्त सूचना के आधार पर कौन-सा मूल्य प्रदर्शित होता है।
43. एक राज्य के विधान सभा चुनाव में विभिन्न राजनैतिक पार्टियों द्वारा जीती गई सीटों के परिणाम नीचे दिये गये हैं।

राजनैतिक पार्टी	A	B	C	D	E	F	G
जीती गई सीटें	1	47	15	2	19	1	5

- i) उपरोक्त आँकड़ों से एक दण्ड आलेख खींचिए।
- ii) किन राजनैतिक पार्टियों ने सबसे अधिक सीटें जीती?
- iii) भारत में वोट देने की न्यूनतम आयु क्या है।

44. एक डॉक्टर किसी बीमारी के निदान के लिए दो तरीके सुझाते हैं एक केवल दवाईयाँ लेकर और दूसरा ध्यान एवं योग द्वारा।

व्यक्तियों का आयु वर्ग	दवाई लेने वाले मरीजों की संख्या	ध्यान और योग करने वाले मरीजों की संख्या
20-30	20	05
30-40	30	12
40-50	42	20
50-60	40	30
60-70	30	20

- i) उपरोक्त आँकड़ों के लिए बारम्बारता बहुभुज बनाइये।
- ii) योग और ध्यान का हमारे जीवन में क्या महत्व है।
45. निम्न तालिका दो विभागों के बच्चों के वितरण को उनके द्वारा प्राप्त अंकों के आधार पर बनाई गई हैं।

Section A		Section B	
अंक	बारंबारता	अंक	बारंबारता
0-10	3	0-10	5
10-20	9	10-20	19
20-30	17	20-30	15
30-40	12	30-40	10
40-50	9	40-50	1

दोनों विभागों (Sections) के बच्चों के अंकों को प्रदर्शित करने वाले दो बारंबारता बहुभुजों को एक ही ग्राफ पर प्रदर्शित कीजिए।

46. दिल्ली सरकार द्वारा आयोजित एक रक्त दान शिविर में स्वैच्छिक रक्तदान करने वाले व्यक्तियों की संख्या को प्रत्येक दिन के हिसाब से प्रदर्शित किया गया है।

दिन	रक्तदान करने वालों की संख्या
रविवार	100
सोमवार	80
मंगलवार	110
बुधवार	80
बृहस्पतिवार	60
शुक्रवार	70
शनिवार	120

- 1) उपरोक्त आँकड़ों को एक दण्ड आलेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए।
- 2) किस दिन सर्वाधिक व किस दिन कम लोगों ने रक्तदान किया।
- 3) रक्तदान क्यों आवश्यक हैं?

## अध्याय 14

# सांख्यिकी

### उत्तर

1. 23

2. 51

3. 5.5

4. 6-11

5. 2.6cm

6. 5.6

7. 15

8. 150

9. 6

10. 12

11. 19

12. 13

13. 50

14. 10, 99-109, 109-119, 119-129, 129-139 41. a) 30, b) 6 c) 8

15. 37

16. 06

17. 35

18. 15, 14

19. 62

20.  $x + 3000$

22. 17

23. 21वर्ष

24.  $x = 7, y = 14$

25. 93

	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
	3	5	5	8	4

	कक्षा	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
	आठवारता	17	5	7	8	13

31.  $P=7$

32. ये सभी क्रियायें शरीर को स्वस्थ बनाती हैं।

33. माध्य 15.6, माध्यक = 15, बहुलक = 20

34.  $x=17$

36.  $2 : 1$

37. 5, 28, 24

39. 9.8, 9, I

40. 79.83, 80.33, Vinayak

41. a) 30, b) 6 c) 8

42. माध्य 15.6, माध्यक = 15, बहुलक = 20

### समाजिक कार्य

43. i) B ii) 18 वर्ष

46. ii) शनिवार, बृहस्पतिवार

iii) दूसरों के जीवन को बचाने के लिए

—

## अध्याय 15

# प्रायिकता

### महत्वपूर्ण बिंदु

**अभिप्रयोगः**यह वह क्रिया है जिसमें एक या एक से अधिक परिणाम प्राप्त होते हैं।

उदाहरण 1) एक सिक्के को प्रत्येक बार उछालना एक अभिप्रयोग कहा जाता है।

2) पासा (लूडो का) प्रत्येक बार फैंकना एक अभिप्रयोग है।

एक घटना के संयोग या प्रायिकता के होने को निम्न प्रकार से दर्शाते हैं।

$$P(E) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{अभिप्रयोगों की कुल संख्या}}$$

किसी घटना के होने की प्रायिकता सदैव 0 और 1 के बीच में होती है।

$$0 \leq P(E) \leq 1$$

'A' को निश्चित घटना कहा जाता है यदि  $P(A) = 1$  हो तथा 'A' को असंभव घटना के रूप में जाना जाता है यदि  $P(A) = 0$  हो।

किसी प्रयोग में सभी घटनाओं की प्रायिकताओं का योग 1 होता है।

$$P(E) + P(\bar{E}) = 1$$

### खण्ड - अ

1. एक घटना के होने और न होने की प्रायिकताओं का योग क्या होगा?
2. किसी घटना E के घटित होने की प्रायिकता क्या हो सकती है?
3. यदि एक घटना के घटित होने की प्रायिकता 55% है तो उसके घटित न होने की प्रायिकता क्या होगी?
4. एक यादृच्छिक प्रयोग में कुल संभव घटनाओं की प्रायिकताओं का योगफल बताइये।

5. एक पासे को फेंकने पर अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता क्या होगी?
6. एक सिक्के को एक बार उछालने पर पट आने की प्रायिकता क्या होगी?
7. एक पासे को फेंकने पर, सम संख्या आने की प्रायिकता लिखिये।
8. एक बैग में 2 लाल, 3 हरी और 1 सफेद गेंद है। एक गेंद यादृच्छया उठाने पर उसके काली होने की प्रायिकता क्या होगी।
9. 'MATHEMATICS' में एक स्वर को चयन करने की प्रायिकता क्या होगी।
10. 35 विद्यार्थियों की एक कक्षा में 21 विद्यार्थियों ने ऑटोमोबाइल इंजीनियरिंग का चयन किया और शेष ने वित्तीय प्रबंधन का चयन किया। एक विद्यार्थी द्वारा वित्तीय प्रबंधन का चयन करने की प्रायिकता क्या होगी।
11. एस्टेट मैनेजर के पद के साक्षात्कार के लिए 15 उम्मीदवार आए। इनमें से 8 सेवानिवृत आर्मी पुरुष, 4 सेवानिवृत प्रधानाध्यापक और 3 अन्य विभागों से थे। इस पद के लिए सेवानिवृत आर्मी मैन के चयनित होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
12. एक बैग में 3 से 3 तक के बीच की संख्या लिखी पर्ची रखी हैं। यादृच्छया एक पर्ची उठाने पर उस पर 4 का गुणज हो, इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

#### खण्ड-ब

13. नीचे दी गई सारणी में कक्षा IX के विद्यार्थियों द्वारा गणित में प्राप्तांक दिये गये हैं।

प्राप्तांक प्रतिशत	0-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
बारम्बारता	0	1	9	10	10	8	5	3	2

#### ज्ञात कीजिए

- i) 50 प्रतिशत से कम प्राप्तांक की प्रायिकता
- ii) 90 प्रतिशत या उस से अधिक प्राप्तांक की प्रायिकता।

14. कार्ड जिन पर संख्याएँ 7 से 49 लिखी हैं एक डिब्बे में डाल कर अच्छी तरह से मिला दिये गये। डिब्बे से एक कार्ड उठाया गया, इस पर
- 'एक अभाज्य संख्या हो' की प्रायिकता क्या होगी।
  - '7 का गुणज हो' की प्रायिकता क्या होगी।
15. एक विद्यार्थी आशु द्वारा एक कार्य दिवस में विभिन्न गतिविधियों पर लगाये गए घंटों की संख्या, सारणी द्वारा दर्शाई गई हैं।

गतिविधि	सोना	स्कूल जाना	गृह कार्य	घर से बाहर दृश्यन	बाहर खेलने जाने वाले खेल	घर पर अन्य गतिविधियाँ
घंटे	7	7	2	3	3	3

उसका मित्र सोनू उसके साथ पढ़ने के लिए उसके घर आया। निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये-

- आशु के घर पर होने की।
  - सोनू के आशु के साथ खेलने की।
16. 28 अप्रैल को एक ट्रैफिक बत्ती पर 310 वाहनों ने बत्ती पार की जिनमें 200 कार हैं, 60 स्कूटर हैं और 50 ऑटो। 18 को लाल बत्ती पार करने पर या बेल्ट या हैलमेट न पहनने पर जुर्माना देना पड़ा। 5 को विषम संख्या की कार चलाने पर जुर्माना देना पड़ा और 4 को चेतावनी देकर छोड़ दिया गया। निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
- सम संख्या की गाड़ी होने की।
  - जुर्माना देने की।
17. निम्न आँकड़े एक वृद्ध आश्रम से लिये गये।

पेय पदार्थ	कैप्पा	शिकंजी	दृध	डिब्बाबंद जूस
लोगों की संख्या	6	10	16	8

एक व्यक्ति का चयन करने पर उसके द्वारा निम्न की प्रायिकता क्या होगी।

i) प्राकृतिक पेय

ii) डिब्बाबंद जूस

18. एक विद्यालय में IX अ में 35, IX ब में 34 और IX स में 33 विद्यार्थी हैं।

यदि सभी विद्यार्थी जिनका अनुक्रमांक एक सम संख्या है, को पाठ-2 “बहुपद” और जिनका अनुक्रमांक एक विषम संख्या है, को पाठ-1 “संख्या पद्धति” पर प्रोजेक्ट बनाने को दिया गया तो एक विद्यार्थी द्वारा।

i) पाठ 1 पर प्रोजेक्ट बनाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

ii) पाठ 2 पर प्रोजेक्ट बनाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

19. यदि किसी घटना E के घटित होने और न होने प्रायिकताओं के बीच का

$\frac{3}{7}$  अंतर है। घटना E के घटित होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

20. एक कक्षा के 40 विद्यार्थियों के जन्म के महीने निम्न सारणी में दर्शाये गये हैं।

जनवरी	3	मई	5	सितम्बर	3
फरवरी	4	जून	1	अक्टूबर	4
मार्च	2	जुलाई	2	नवम्बर	4
अप्रैल	2	अगस्त	6	दिसम्बर	4

एक विद्यार्थी का चयन किया गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिये कि

i) उसका जन्म नवम्बर में हुआ हो।

ii) महीने में 31 दिन हो।

## खण्ड-स

21. कक्षा IX के 35 विद्यार्थियों के Hb स्तर के लिए हुई मेडिकल जाँच को निम्न सारणी द्वारा दर्शाया गया है।

Hb स्तर	8 से कम	10 से कम	12 से कम	14 से कम	16 से कम
विद्यार्थियों की संख्या	3	7	13	23	35

निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये जिनका

- i) Hb स्तर 10 से कम हो
- ii) Hb स्तर 12 या अधिक लेकिन 16 से कम हो

22. छठे विषय के रूप में ऑटोमोबाइल इंजीनियरिंग और वित्तीय प्रबंधान के चयन के लिए एक सर्वेक्षण किया गया। ऑटोमोबाइल इंजीनियरिंग क्ष में लिये गये आँकड़ों को सारणी द्वारा दर्शाया गया है।

पसंद - 20

नापसंद - 15

- i) एक विद्यार्थी के ऑटोमोबाइल इंजीनियरिंग को पसंद करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
- ii) एक विद्यार्थी द्वारा वित्तीय प्रबंधन को पसंद करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

23. एक खेल में एक खिलाड़ी न 100 बार पासा फेंका जिसको निम्न सारणी द्वारा दर्शाया गया है।

1 और 6 आने पर खिलाड़ी को पासा फेंकने का एक मौका और मिलेगा।

3 और 5 आने पर उसकी बारी कट जायेगी।

- i) अगली बारी कटने की प्रायिकता क्या होगी?
- ii) एक मौका और मिले, इसकी प्रायिकता क्या होगी?

24. 200 विद्यार्थियों द्वारा एक परीक्षा में प्राप्त किये गये अंकों को सारणी द्वारा दर्शाया गया है (अधिकतम प्राप्तांक - 100)

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0-10	20
10-20	40
20-30	15
30-40	24
40-50	25
50-60	12
60-70	9
70-80	7
80-90	12
90-100	36

विद्यार्थी द्वारा प्राप्त अंकों की निम्न प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

- i) 40 से कम
  - ii) 60 या उससे अधिक लेकिन 80 से कम
  - iii) 80 या उससे अधिक
25. कक्षा IX की गणित की पाठ्य पुस्तक में 15 पाठ हैं। गणित की एक अध्यापिका ने एक विद्यार्थी को बुलाकर प्रत्येक पाठ के नाम वाली एक पर्ची बनाने के लिए कहा। अध्यापिका ने सभी पर्चियों को अच्छी तरह मिला दिया। अब उसने एक और विद्यार्थी को एक पर्ची उठाने के लिए बुलाया। पर्ची पर जो पाठ लिखा है उसके-
- i) ज्यामिति से होने की क्या प्रायिकता होगी।
  - ii) बीजगणित से होने की क्या प्रायिकता होगी।

### खण्ड-द

26. ABCD एक चतुर्भुज है जिसकी एक विकर्ण AC इसे दो समान क्षेत्रफलों वाले त्रिभुजों को बाँटती हैं। एक चतुर्भुज का चयन किया गया।

निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

- i) सभी कोण समकोण हो।
  - ii) दोनों विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हों।
  - iii) दोनों विकर्ण परस्पर लम्ब हो।
  - iv) केवल एक विकर्ण दूसरे विकर्ण को समद्विभाजित करती हो।
27. कक्षा नवीं की एन.सी.ई.आर.टी. की गणित की हिन्दी माध्यम की पुस्तक में कुल कितने पृष्ठ हैं? एक पृष्ठ का चयन किया गया। निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- i) पृष्ठ संख्या का इकाई अंक 9 हो।
  - ii) वह चार का गुणज हो।
  - iii) पूर्व वर्ग हो।
28. निम्न सारणी में 1000 कर्मचारियों का प्रतिदिन का वेतन दर्शाया गया है।

वेतन प्रतिदिन (₹)	500-700	701-900	901-1100	1101-1300
कर्मचारियों की संख्या	280	175	420	125

यदि एक कर्मचारी का चयन किया जाये तो निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

- i) कम से कम ₹701 प्रतिदिन
  - ii) अधिक से अधिक ₹900 प्रतिदिन
  - iii) अधिक से अधिक ₹1300 प्रतिदिन
29.  $BMI = \frac{\text{द्रव्यमान (कि.ग्रा.)}}{(\text{मी. में ऊँचाई})}$

निम्न सारणी विभिन्न वर्गों के BMI को दर्शाता है।

क्र.सं.	वर्ग	BMI (कि.ग्रा./मी.2)
1.	सामान्य भार से नीचे	16.0-18.5
2.	सामान्य भार	18.5-25.00
3.	सामान्य से अधिक	25.0-30.0
4.	सामान्य से बहुत अधिक	30.00 से अधिक

तीन व्यक्तियों x, y, z की ऊँचाई 170 सेमी. हैं। x, y, z के द्रव्यमान क्रमशः 70 कि., 85 कि. 65 कि. हैं। चयनित व्यक्ति का BMI सामान्य से अधिक होने की प्रायिकता क्या होगी।

30. निम्न पंक्तियों को ध्यान से पढ़ें।

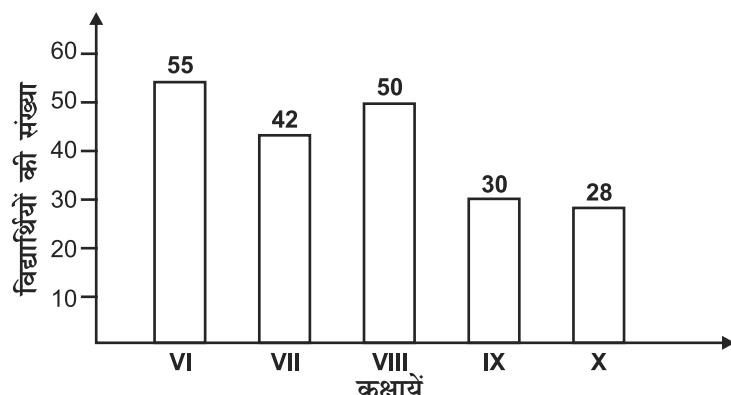
Horse is horse, of course, of course.

And no one can talk to horse of course.

That is, of course, unless the horse is the famous mister ID.

- i) उपरोक्त पंक्तियों में शब्द "Course" की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
- ii) उस शब्द को लिखिये जिसकी प्रायिकता शब्द "Course" की प्रायिकता के समान है।

31. निम्न आयत चित्र एक विद्यालय की विभिन्न कक्षाओं के कुल विद्यार्थियों की संख्या दर्शाता है।



प्राथमिक कक्षाओं के वार्षिक उत्सव पर कक्षा IX व X को अनुशासन कार्य दिया कक्षा VII व VIII को बैठने का प्रबंध करने का कार्य दिया गया, कक्षा VI के विद्यार्थियों को मुख्य अतिथि के स्वागत से संबंधी कार्य दिया गया।

यदि एक विद्यार्थी का चयन किया जाये तो निम्न की प्रायिकता क्या होगी कि उसको

- i) बैठने का प्रबंध करने का कार्य दिया गया।
  - ii) वह कक्षा X का विद्यार्थी हैं।
  - iii) वह स्वागत समिति का सदस्य हैं।
32. एक पार्क में सप्तकोण त्रिभुजाकार फूलों का छोटा बाग हैं जिसकी दो छोटी भुजाएँ क्रमशः 5मी., 12मी. की हैं। इसकी भुजाओं पर हर  $1/2$  मी. की दूरी पर फूलों के पौधे लगाने हैं। गुलाब के पौधे सबसे छोटी भुजा पर, गेंदें के पौधे सबसे बड़ी भुजा पर और सूरजमुखी तीसरी भुजा पर। तीनों शीर्षों पर अलग-अलग के पौधे लगाने हैं। निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिए :
- i) सबसे बड़ी भुजा पर फूलों के पौधों की
  - ii) सूरजमुखी के फूलों की संख्या की
33. छोटे रंगीन 1000 बल्बों में से 81 सफेद रंग के हैं, 53 लाल रंग के हैं, 26 हरे रंग के और शेष नीले रंग के हैं। एक बल्ब को चयनित करने पर निम्न की प्रायिकता क्या होगी कि वह
- i) नीले रंग का हो
  - ii) लाल रंग का हो
  - iii) सफेद रंग का हो
34. एक विद्यालय में 682 विद्यार्थी हैं। उनके द्वारा प्रयोग किये गये यातायात के साधन इस प्रकार है।

यातायात के साधन	साइकिल	पैदल	अभिभावक मोटर साइकिल	अभिभावक कार	डी.टी.सी.	वैन	ऑटो बस
विद्यार्थियों की संख्या	52	128	86	64	100	172	80

एक विद्यार्थी का चयन किया गया। उसके निम्न से आने की प्रायिकता क्या होगी:-

- i) चार पहिये का वाहन
- ii) दुपहियों वाहन

## अध्याय 15

# प्रायिकता

उत्तर

- |  |   |                          |                         |                         |                       |
|--|---|--------------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------|
| 1. One   | 21. i) $\frac{10}{35}$                                  | ii) $\frac{22}{35}$      |                         |                         |                       |
| 2. $0 \leq P(E) \leq 1$  | 22. i) $\frac{20}{35}$                                  | ii) $\frac{15}{35}$      |                         |                         |                       |
| 3. 45%   | 23. i) $\frac{34}{100}$                                 | ii) $\frac{35}{100}$     |                         |                         |                       |
| 4. One   | 24. i) $\frac{99}{200}$                                 | ii) $\frac{16}{200}$     | iii) $\frac{28}{200}$   |                         |                       |
| 5. $\frac{1}{2}$   | 25. i) $\frac{7}{15}$                                   | ii) $\frac{2}{15}$       |                         |                         |                       |
| 6. $\frac{1}{2}$   | iii) Creating interest among students through activity. |                          |                         |                         |                       |
| 7. $\frac{1}{2}$   |   |                          |                         |                         |                       |
| 8. Zero  | 26. i) $\frac{2}{5}$                                    | ii) $\frac{4}{5}$        | iii) $\frac{3}{5}$      |                         |                       |
| 9. $\frac{4}{11}$  | iv) $\frac{1}{5}$                                       |                          |                         |                         |                       |
| 10. $\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$  | 28. i) $\frac{720}{1000}$                               | ii) $\frac{455}{1000}$   | iii) 1                  |                         |                       |
| 11. $\frac{8}{15}$   | 29. i) $\frac{1}{3}$                                    |                          |                         |                         |                       |
| 12. $\frac{7}{30}$   | 30. i) $\frac{1}{7}$                                    | ii) Horse                |                         |                         |                       |
| 13. i) $\frac{20}{48}$   | ii) $\frac{2}{48}$                                      | iii) 0                   | 31. i) $\frac{92}{205}$ | ii) $\frac{28}{205}$    | iii) $\frac{55}{205}$ |
| 14. $\frac{11}{43} \left( \begin{smallmatrix} 7, 11, 13, 17, 23, 29 \\ 31, 37, 41, 43, 47 \end{smallmatrix} \right)$ | 32. i) $\frac{27}{60}$                                  | ii) $\frac{23}{60}$      |                         |                         |                       |
| 15. i) $\frac{11}{24}$   | ii) $\frac{3}{24}$                                      | 33. i) $\frac{82}{1000}$ | ii) $\frac{125}{1000}$  | iii) $\frac{729}{1000}$ |                       |
| 16. i) $\frac{195}{200}$   | ii) $\frac{23}{310}$                                    | 34. i) $\frac{236}{682}$ | ii) $\frac{138}{682}$   |                         |                       |
| 17. i) $\frac{26}{40}$   | ii) $\frac{8}{40}$                                      |                          |                         |                         |                       |
| 18. i) $\frac{52}{102}$  | ii) $\frac{50}{102}$                                    |                          |                         |                         |                       |
| 19. i) $\frac{5}{7}$   |   |                          |                         |                         |                       |
| 20. i) $\frac{1}{10}$  | ii) $\frac{7}{12}$                                      |                          |                         |                         |                       |

## अभ्यास प्रश्नपत्र-1

### गणित कक्षा-IX

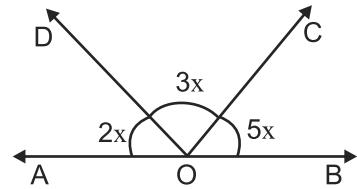
निर्धारित समय : 3 घण्टे  
सामान्य निर्देशः

अधिकतम अंक : 80

- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- इस प्रश्नपत्र में 30 प्रश्न हैं, जिन्हें चार खण्डों अ, ब, स तथा द में बांटा गया है। खण्ड-अ में 6 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है, खण्ड-ब में 6 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं, खण्ड-स में 10 प्रश्न हैं। जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं, तथा खण्ड-द में 8 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।
- इस प्रश्न पत्र में कोई विकल्प नहीं है।
- कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।

### खण्ड-अ

- $(64)^{1/2} \times (125)^{1/3}$  का मान ज्ञात कीजिए।
- यदि  $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ , तो  $p(1)$  का मान ज्ञात कीजिए।
- बिन्दु  $A(8, 4)$  और  $B(-2, 4)$  एक रेखा पर स्थित हैं। रेखा  $AB$  किस अक्ष के समांतर हैं?
- यदि ग्राफ  $2x + ky = 10k$ ,  $x$  अक्ष को बिन्दु  $(5, 0)$  पर प्रतिच्छेद करता है तो  $K$  का मान ज्ञात कीजिए।
- सलंग आकृति में,  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।
- समान त्रिज्या वाले गोले एवं ठोस अर्द्धगोले के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।



## खण्ड-ब

7. गुणनखण्ड कीजिए :  $8a^2 + \sqrt{27} b^3$
8. उन बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण  $5x+2y=10$  का आलेख दोनों अक्षों को काटता है।
9. किसी त्रिभुज की भुजाएँ 22cm, 20cm और 18cm हैं। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
10. एक बटन के दो क्रमागत वर्ग चिह्न 52 तथा 57 हैं। दो अंतरालों की वर्ग सीमाएँ निर्धारित कीजिए।
11. एक पासा 200 बार फेंका गया। इसका परिणाम इस प्रकार है।

प्राप्त अंक	1	2	3	4	5	6
बारम्बारता	25	35	40	28	42	30

निम्न प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

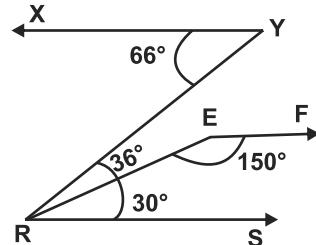
- i) 3 का गुणज हो।
- ii) अभाज्य संख्या न हो।
12. 38 विद्यार्थियों के भार का बारम्बारता बटन नीचे दिया गया है :

भार (किग्रा.में)	31-35	36-40	41-45	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70	Total
विद्यार्थियों की संख्या	9	5	14	3	1	2	2	2	38

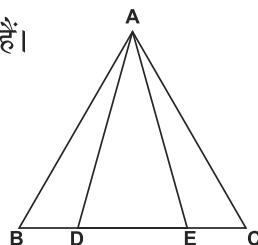
- i) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यादृच्छ्या चुने गए विद्यार्थी का भार 36-45 किग्रा. के बीच है।
- ii) इस संदर्भ में एक ऐसी घटना बताइये जब प्रायिकता 0 हो।

## खण्ड-स

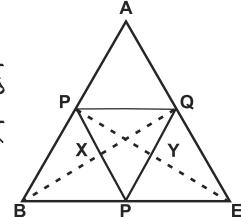
13. यदि  $x = 5 - 2\sqrt{6}$  हैं, तो  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  ज्ञात कीजिए।
14. सरल कीजिए :  $\left(\frac{x^a}{x^{-b}}\right)^{a-b} \left(\frac{x^b}{x^{-c}}\right)^{b-c} \left(\frac{x^c}{x^{-a}}\right)^{c-a}$
15. बिन्दुओं A (1,1), B (-1,5), C (7,9) और D (9,5) को आलेखित कीजिए। ABCD किस तरह की आकृति हैं विकर्णों का प्रतिच्छेदन बिन्दु किस चतुर्थांश में स्थित है।
16. दी गई आकृति से दर्शाइये कि  $XY \parallel EF$ .



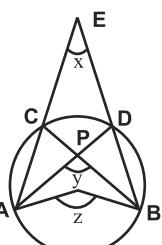
17. दी गई आकृति में  $AB=AC$ ,  $\angle BAD=\angle CAE$  है तो सिद्ध कीजिए कि  $\triangle ADE$  एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



18.  $\triangle ABC$  की भुजाओं BC, CA तथा AB के मध्य बिन्दु क्रमशः P, Q तथा R हैं। यदि PR तथा BQ, X पर मिलते हैं। CR तथा PQ, y पर मिलते हैं, तो सिद्ध कीजिए।  $XY = \frac{1}{4}BC$ .



19. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है, सिद्ध कीजिए।  $\angle x + \angle y = \angle z$

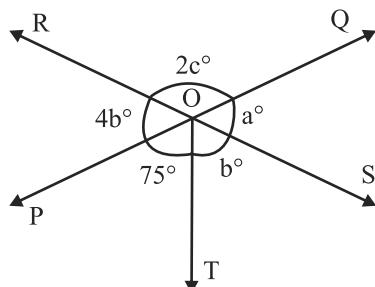


20.  $\triangle ABC$  की रचना कीजिए जबकि  $BC = 8$  सेमी.,  $\angle B = 45^\circ$ ,  $AB - AC = 3.5$  सेमी. हैं।

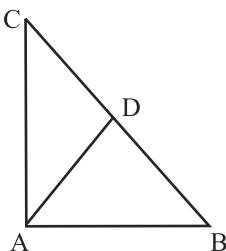
21. यदि किसी शंकु की ऊँचाई, वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन क्रमशः  $h$ ,  $c$  तथा  $v$  है। तो सिद्ध कीजिए कि  $3\pi vh^3 - c^2h^2 + 9v^2 = 0$
22. एक गोले की त्रिज्या 10 सेमी. है। यदि गोले की त्रिज्या 1 सेमी. बढ़ा दी जाए तो सिद्ध कीजिए कि गोले का आयतन 33.1% बढ़ जायेगा।

### खण्ड-द

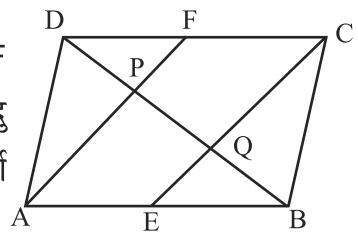
23.  $0.6 + 0.4\bar{7} + 0.\bar{7}$  को  $\frac{p}{q}$  के रूप में व्यक्त कीजिए, जहाँ  $p$  और  $q$  पूर्णांक है तथा  $q \neq 0$  है।
24. सत्यापित कीजिए:
- $$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$$
25. एक फार्मेसिस्ट को 15% एल्कोहॉलिक विलयन को 32% एल्कोहॉलिक विलयन की सान्द्रता में बदलने की आवश्यकता है। इसके लिए उसे 800ml के 15% विलयन में कितना शुद्ध एल्कोहॉल मिलाना पड़ेगा?
26. आकृति में, दो सरल रेखाएँ  $PQ$  और  $RS$  परस्पर बिंदु  $O$  पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि  $\angle POT = 75^\circ$  है, तो  $a$ ,  $b$  और  $c$  का मान ज्ञात कीजिये।



27. दी गई आकृति में, यदि  $AD = BD = CD$  है तो सिद्ध कीजिए कि  $\angle BAC$  एक समकोण है।



28. एक समांतर चतुर्भुज ABCD में E और F क्रमशः भुजाओं AB तथा CD के मध्य बिन्दु हैं। दर्शाइए कि रेखाखण्ड AF और EC विकर्ण BD को समत्रिभाजित करते हैं।



29. एक आवासीय कॉलोनी में रहने वाले 5400 व्यक्तियों को 60 लीटर पानी की प्रतिदिन आवश्यकता है। वर्षा के पानी का प्रभावी सदृपयोग के लिए कॉलोनी के कुछ व्यक्तियों के समूह ने 'जल संरक्षण' की योजना बनाई। उन्होंने वर्षा के पानी का संचय के लिए  $48\text{m} \times 27\text{m} \times 25\text{ m}$  का जलाशय तैयार किया।
- यदि वर्षा के दौरान पानी का जल स्तर  $5\text{m}$  है, तो यह पानी कितने दिनों के लिए पर्याप्त होगा?
  - व्यक्तियों के समूह द्वारा कौन-सा मूल्य प्रदर्शित किया गया है?
30. नीचे दी गई सारणी, 400 LED बल्ब का जीवनकाल दर्शाती है।

जीवन काल (घंटों में)	बल्ब की संख्या
300-400	14
400-500	56
500-600	60
600-700	86
700-800	74
800-900	62
900-1000	48

- इस जानकारी को आयत चित्र और बारंबारता बहुभुज द्वारा दर्शाइये।
- कितने LED बल्ब का जीवनकाल 700 घंटे या उससे अधिक हैं?

## अभ्यास प्रश्नपत्र-1

**हल**

1. 40
2. 0
3.  $x$ -अक्ष
4.  $K=1$
5.  $x=18^\circ$
6.  $4:3$
7. 
$$\begin{aligned} 8a^3 + \sqrt{27} b^3 &= (2a)^3 + (\sqrt{3}b)^3 \\ &= (2a + \sqrt{3}b)((2a)^2 - (2a)(\sqrt{3}b) + (\sqrt{3}b)^2) \\ &\quad [ \because x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) ] \\ &= (2a + \sqrt{3}b)(4a^2 - 2\sqrt{3}ab + 3b^2) \end{aligned}$$

8. माना  $5x+2y=10$ , अक्ष और  $y$ -अक्ष को क्रमशः बिंदु

A(x,0) तथा बिंदु B(0,y) काटता है।

$$5x+2(0)=10 \quad x=2$$

बिंदु B(0, v)

$$5(0) + 2y = 10 \quad y = 5$$

$$\therefore A(2,0), B(0,5)$$

9. माना  $a=22\text{ cm}$ ,  $b=20\text{cm}$ ,  $c=18\text{cm}$

$$\text{अर्धपरिमाप} (s) = \frac{a+b+c}{2} = \frac{22+20+18}{2} = 30 \text{ cm}$$

## हीरोन के सूत्र द्वारा

$$\begin{aligned}
 \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)} \\
 &= \sqrt{30(30-22)(30-20)(30-18)} \text{ cm}^2 \\
 &= \sqrt{30 \times 8 \times 10 \times 12} \text{ cm}^2 \\
 &= 120 \sqrt{2} \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$10. \text{ वर्ग अन्तराल} = 57 - 52 = 5$$

$$\text{वर्ग सीमाएँ} = 52 - \frac{5}{2}, 52 + \frac{5}{2}, 52 - \frac{5}{2}, 57 + \frac{5}{2}$$

$$\text{वर्ग चिन्ह } 52 \text{ की वर्ग सीमाएँ} = 49.5 - 54.5$$

$$\text{वर्ग चिन्ह } 57 \text{ की वर्ग सीमाएँ} = 54.5 - 59.5$$

$$11. \quad \text{i) } P(3 \text{ का गुणज}) = \frac{40+30}{200} = \frac{7}{20}$$

$$\text{ii) } P(\text{अभाज्य संख्या नहीं}) = \frac{25+28+30}{200} = \frac{83}{200}$$

$$12. \quad \text{i) } \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{5}{38}$$

ii) eg. यादृच्छया चुने गए विद्यार्थी का भार 70किग्रा. से अधिक है। (अन्य अनुकूल घटनाएँ भी संभव हैं)

$$13. \quad x = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{5-2\sqrt{6}} \times \frac{5+2\sqrt{6}}{5+2\sqrt{6}} = 5 + 2\sqrt{6}$$

$$x + \frac{1}{x} = 10 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 100 \quad [ \because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ]$$

$$\boxed{x^2 + \frac{1}{x^2} = 98}$$

$$14. \quad \left( \frac{x^a}{x^{-b}} \right)^{a-b} \left( \frac{x^b}{x^{-c}} \right)^{b-c} \left( \frac{x^c}{x^{-a}} \right)^{c-a}$$

$$= (x^{a+b})^{a-b} (x^{b+c})^{b-c} (x^{c+a})^{c-a}$$

$$\left[ \because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \right]$$

$$= x^{a^2-b^2} x^{b^2-c^2} x^{c^2-a^2}$$

$$\left[ \because (a^m)^n = a^{mn} \right]$$

$$= x^{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2}$$

$$\left[ \because a^m \times a^n = a^{m+n} \right]$$

$$= x^0 = 1$$

$$\left[ \because a^0 = 1 \right]$$

15. बिन्दुओं को आलेखित करें।

ABCD एक आयत है।

विकर्णों का प्रतिच्छेदन बिंदु I-चतुर्थांश में स्थित है।

$$16. \quad \therefore \angle XYR = \angle YRS = 66^\circ \Rightarrow XY \parallel RS \quad \boxed{I}$$

$$\angle FER + \angle SRE = 180^\circ \Rightarrow EF \parallel RS \quad \text{II}$$

I और II से

$$XY \parallel EF$$

17. In  $\triangle ABC$

$$AB=AC \text{ (दिया है)}$$

$$\therefore \angle B = \angle C \quad \text{(I) (समान भुजाओं के सम्मुख कोण)}$$

In  $\triangle BAD$  and  $\triangle CAE$

$$\angle BAD = \angle CAE \quad \text{(दिया है)}$$

$$AB=AC \quad \text{(दिया है)}$$

$$\angle B = \angle C \quad \text{(1 से)}$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE \quad \text{(ASA सर्वांगसमता)}$$

$$\therefore AD = AE \quad \text{(CPCT)}$$

$\therefore \triangle ADE$  एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

18. दिया है:-  $\triangle ABC$  में P, Q, तथा R, क्रमशः BC, CA और AB के मध्य बिंदु हैं। PR तथा BQ, x पर मिलते हैं और CR तथा PQ, y बिन्दु पर मिलते हैं।

रचना : x तथा y को मिलाया।

उत्पत्ति : मध्यबिंदु प्रमेय से Q तथा R, AC और AB के मध्यबिंदु हैं।

$$\Rightarrow RQ \parallel BC \text{ तथा } RQ = \frac{1}{2} BC$$

$$\Rightarrow RQ \parallel BP \text{ तथा } RQ = BP \quad [ \because PBC \text{ का मध्यबिंदु है, } BC = BP ]$$

BPQR समान्तर चतुर्भुज है।

$\therefore$  तथा समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

$\therefore X, PR$  का मध्यबिंदु है, x, विकर्ण BQ तथा PR का प्रतिच्छेद बिन्दु है।

इसी प्रकार, Y, PQ का मध्यबिंदु है।

$\Delta PQR$ , में XY भुजाओं PR तथा PQ को मिलाने वाले रेखाखण्ड का मध्यबिंदु हैं।

$$XY = \frac{1}{2} RQ$$

$$RQ = \frac{1}{2} BC$$

$$\boxed{XY = \frac{1}{4} BC}$$

19.  $\angle CPD = \angle Y$  (शीर्षभिमुख कोण)

$$\angle ACB = \angle ACP = \frac{1}{2} \angle z, \angle ADB = \angle BDP = \frac{1}{2} \angle z \quad (\text{वृत के केन्द्र पर बना कोण वृत के शेषभाग पर बने कोण का दुगुना होता है})$$

$$\angle BCE = \angle PCE = 180 - \frac{1}{2} \angle z \quad (\text{ऐकिक युग्म})$$

$$\angle ADE = \angle PDE = 180 - \frac{1}{2} \angle z$$

चतुर्भुज ACPD

$$\angle DEC + \angle PCE + \angle CPD + \angle PDE = 360^\circ \quad (\text{चतुर्भुज कोण योग नियम से})$$

$$\angle x + 180^\circ - \frac{1}{2} \angle z + \angle y + 180 - \frac{1}{2} \angle z = 360^\circ$$

$$\angle x + \angle y = \frac{1}{2} \angle z + \frac{1}{2} \angle z + 360^\circ - 360^\circ$$

$$\boxed{\angle x + \angle y = \angle z}$$

21. शंकु की ऊँचाई = h

$$\text{त्रियक ऊँचाई} = l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

शंकु का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल

$$C = \pi r l = \pi r \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$C^2 = \pi^2 r^2 (h^2 + r^2) = \pi^2 r^2 h^2 + \pi^2 r^2$$

$$\text{शंकु का आयत} = V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\begin{aligned} 3 \pi v h^3 - C^2 h^2 + 9 v^2 \\ = 3 \pi \left( \frac{1}{3} \pi r^2 h \right) \times h^3 - (\pi^2 r^2 h^2 + \pi^2 r^4) h^2 + 9 \left( \frac{1}{3} \pi r^2 h \right)^2 \\ = \frac{3\pi^2 r^2 h^4}{3} - \pi^2 r^2 h^4 - \pi^2 r^4 h^2 + \frac{9 \times \pi^2 r^4 h^2}{9} \end{aligned}$$

$$= \pi^2 r^4 h^4 - \pi^2 r^2 h^4 - \pi^2 r^4 h^2 + \pi^2 r^4 h^2 = 0$$

$$\therefore 3vh^3 - C^2h^2 + 9v^2 = 0$$

22. गोले की त्रिज्या = 10 cm.  $r_1$

गोले की त्रिज्या = 10 cm.  $r_1$

$$\text{गोले का आयतन} = V_1 = \frac{4}{3} \pi r_1^3 = \frac{4}{3} \pi \times (10)^3 = \frac{4}{3} \pi \times 1000$$

$$V_1 = \frac{4000}{3} \pi \text{cm}^3 \quad \dots(1)$$

गोले की त्रिज्या 1 सेमी. बढ़ा दी जाए तो नई त्रिज्या

$$r_2 = 10 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 11 \text{ cm}$$

नए गोले का आयतन

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi r_2^3 = \frac{4}{3} \pi \times (11)^3$$

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi \times 1331 = \frac{5324}{3} \pi \text{cm}^3$$

$$V_2 = \frac{5324}{3} \pi \text{cm}^3 \quad \dots(2)$$

नए गोले का आयतन में बढ़ोत्तरी

$$V = V_2 - V_1 = \frac{5324\pi}{3} - \frac{4999\pi}{3}$$

$$V = \frac{1324\pi}{3} \text{ cm}^3 \quad \dots(3)$$

गोले के आयतन में प्रतिशत बढ़ोत्तरी

$$= \frac{V}{V_1} \times 100\%$$

$$= \frac{\frac{1324\pi}{3}}{\frac{4000\pi}{3}} \times 100\%$$

$$= \frac{1324\pi}{4000} \times 100\%$$

$$= \frac{331}{10} = 33.1\%$$

गोले के आयतन में प्रतिशत बढ़ोत्तरी = 33.1%

$$23. \quad 0.6 = \frac{6}{10}$$

माना  $x = 0.\overline{47} = 0.4777\dots$

$$10x = 4.77 \dots \text{I}$$

$$100x = 47.77 \dots \text{II}$$

$$\text{II}-\text{I} \Rightarrow 100x - 10x = (47.7\dots) - (4.77\dots)$$

$$\Rightarrow 90x = 43$$

$$\Rightarrow x = \frac{43}{90}$$

माना  $y = 0.\overline{7} = 0.77 \dots \text{III}$

$$10y = 7.77 \dots \text{IV}$$

$\text{IV}-\text{III} \Rightarrow$

$$10y - 7 = (7.7\dots) - (0.77\dots)$$

$$ay = 7$$

$$0.\overline{7} = 7 = \frac{7}{9}$$

$$\therefore 0.6 + 0.4\overline{7} + 0.\overline{7} = \frac{6}{10} + \frac{43}{90} + \frac{7}{9}$$

$$= \frac{54+43+70}{90} = \frac{167}{90}$$

$$24. \quad a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$$

$$= (a+b+c)(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)$$

$$= (a+b+c)(a^2+b^2-2ab+b^2+c^2-2bc+c^2+a^2-2ca)$$

$$= (a+b+c)[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$$

25. माना  $x \text{ ml}$  शुद्ध एल्कोहल मिलाया जाता है

एल्कोहालिक विलयन का नया आयतन =  $(800+x)\text{ml}$

$(800+x)\text{ml}$  का 32% विलयन = 800ml का 15% +  $x \text{ ml}$  शुद्ध एल्कोहल

$$32\% \text{ of } (800+x) = 15\% \text{ of } 800 + x$$

$$\Rightarrow \frac{32}{100} \times (800+x) = 15 \times \frac{1}{100} \times 800 + x$$

$$\Rightarrow 32(800+x) = 12000 + 100x$$

$$\Rightarrow 25600 + 32x = 12000 + 100x$$

$$\Rightarrow 100x - 32x = 25600 - 12000$$

$$\Rightarrow x = 200\text{ml}$$

$\therefore 200\text{ml}$  शुद्ध एल्कोहल मिलाया जायेगा।

$$26. \quad 4b + 75 + b = 180$$

$$5b = 105$$

$$\Rightarrow b = 21$$

$4b = a$  (शीर्षभिमुख कोण)

$$\Rightarrow a = 84$$

$$\therefore 2c = 180 - a = 96$$

$$\Rightarrow c = 48$$

27.  $\Delta ABD$  में

$AD = BD$  (दिया है)

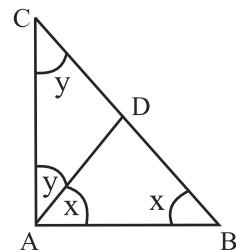
$\therefore \angle BAD = \angle ABD$  (समान भुजाओं के समुख कोण)

Let  $\angle BAD = \angle ABD = x$

$\Delta ACD$  में

$AD = CD$  (दिया है)

$\therefore \angle CAD = \angle ACD = y$



$\Delta ABC$  में  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$$\Rightarrow (x + y) + x + y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x + y = 90^\circ$$

$\therefore \angle BAC = 90^\circ \Rightarrow \angle BAC$  एक समकोण है।

28. क्योंकि AB तथा CD के मध्य बिंदु क्रमशः E तथा F हैं।

परंतु ABCD एक समान्तर चतुर्भुज हैं।

$$\Rightarrow AB = CD \text{ & } AB \parallel DC \Rightarrow \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$$

$$\Rightarrow AE = FC \text{ & } AE \parallel DC$$

⇒ AECF समांतर चतुर्भुज है।

$\Rightarrow \text{FA} \parallel \text{CF}, \text{FP} \parallel \text{CQ}$ .....(2)

किसी त्रिभुज की एक भुजा के मध्यबिंदु से दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।

$\Delta PCD$  में  $CD$  का मध्यबिंदु  $F$  है तथा  $FP \parallel CQ$

∴ DQ का मध्यबिंदु P है।

इसी प्रकार  $\triangle ABP$  में  $AB$  का मध्यबिंदु  $E$  है तथा  $AP \parallel EQ$

$\Rightarrow$  BP का मध्य बिंदु Q हैं

सभी (3) व (4) से  $DP = PQ = QB$

$\Rightarrow$  AP तथा CE, BD को समत्रिभाजित करते हैं।

29. टैंक (जलाशय) में पानी का आयतन

$$= 48\text{m} \times 27\text{m} \times 5\text{m}$$

$$= 6480 \text{ m}^3 \quad [1\text{m}^3 = 1000l)$$

$$= 6480 \times 1000l$$

$$= 6480000l$$

एक दिन में कालोनी में पानी की खपत =  $60 \times 5400l$

$$= 324000l$$

$$\text{दिनों की संख्या} = \frac{\text{जलाशय में पानी का आयतन}}{\text{एक दिन में पानी की खपत}} \\ = \frac{6480000}{324000} = 20 \text{ days}$$

$$\text{दिनों की संख्या} = 20$$

मूल्य - (1) पर्यावरण मूल्य

(2) सहयोग

30 (b) 700 घंटे या उससे अधिक वाले LED बल्बों की संख्या

$$= 74 + 62 + 48 \\ = 184 \\ = 184 \text{ बल्ब}$$

## अभ्यास प्रश्नपत्र-2

### गणित कक्षा-IX

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

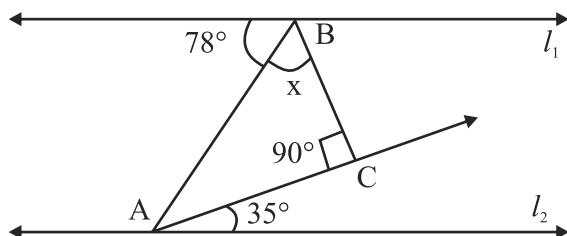
#### सामान्य निर्देशः

- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- इस प्रश्नपत्र में 30 प्रश्न हैं, जिन्हें चार खण्डों अ, ब, स तथा द में बांटा गया है। खण्ड-अ में 6 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है, खण्ड-ब में 6 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं, खण्ड-स में 10 प्रश्न हैं। जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं, तथा खण्ड-द में 8 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।
- इस प्रश्न पत्र में कोई विकल्प नहीं है।
- कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।

---

#### खण्ड-अ

- 2017 तथा 2018 के बीच दो अपरिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
- $(a-1)(a^2+1)$  में  $a^2$  का गुणांक ज्ञात कीजिए।
- यदि किसी बिन्दु का भुज 0 हो, तो वह बिन्दु किस अक्ष पर स्थित होगा?
- आकृति में,  $x$  के किस मान के लिए  $l_1 \parallel l_2$  है?

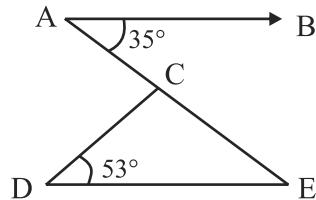


- एक घन का विकर्ण  $\sqrt{12} \text{ cm}$  है इसके किनारे की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
- एक खेल के A और B केवल दो परिणाम हैं। A की प्रायिकता  $P(A) = 0.72$  है तो  $P(B)$  का मान क्या होगा?

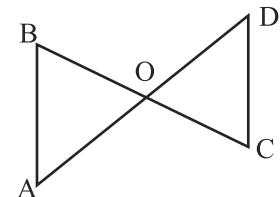
### खण्ड-ब,

7. उस आयत की लंबाई और चौड़ाई के लिए संभव व्यंजक दीजिए, जिसका क्षेत्रफल  $6x^2 + x - 12$  है।

8. यदि  $AB \parallel DE$ ,  $\angle BAC = 35^\circ$  तथा  $\angle CDE = 53^\circ$ , तो  $\angle DCE$  और  $\angle DEC$  का मान निकालिए।



9. दी गई आकृति में,  $\angle B < \angle A$  तथा  $\angle C < \angle D$  है दर्शाइये। कि  $AD < BC$



10. यदि समांतर चतुर्भुज PQRS के आसन्न कोणों को माप  $(5x-3)^\circ$  और  $(4x+12)^\circ$  है। समान्तर चतुर्भुज के चारों कोणों की माप ज्ञात कीजिए।

11. एक समकोण त्रिभुज की सबसे लंबी भुजा 125 m है तथा शेष दो भुजाओं में से एक 100m है। हीरोन के सूत्र द्वारा त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

12. संख्याएँ 2, 3, 4, 4,  $3x-1$ ,  $3x+1$ , 7, 7, 8 आरोही क्रम में लिखी गई हैं। यदि माध्यक 5 है तो x ज्ञात कीजिए।

### खण्ड-स

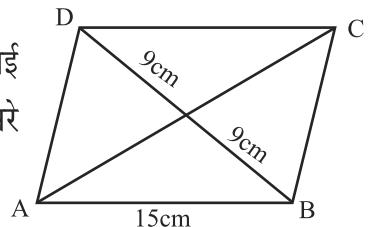
13. a और b के मान ज्ञात कीजिए यदि  $\frac{3 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}} = a + b\sqrt{2}$

14. गुणनखंड कीजिए  $(2x-y-z)^3 + (2y-z-x)^3 + (2z-x-y)^3$

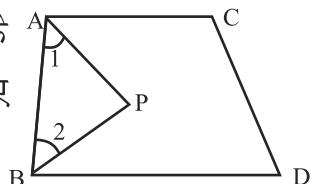
15. समीकरण  $3m - 8n = 27$  के तीन भिन्न हल ज्ञात कीजिए।

16. दो बिन्दुओं  $P(0,-4)$  और  $Q(0,-4)$  को ग्राफ पेपर पर आलेखित कीजिए। अब  $R$  और  $S$  इस प्रकार आलेखित कीजिए कि  $\Delta PQR$  और  $\Delta PQS$  समद्विबाहु त्रिभुज हो।

17. समचतुर्भुज  $ABCD$  के एक विकर्ण की लम्बाई  $18\text{cm}$  तथा भुजा की लम्बाई  $15\text{cm}$  है। दूसरे विकर्ण की लम्बाई तथा समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



18. चित्र में, चतुर्भुज  $ABCD$  के दो कोणों  $A$  तथा  $B$  के कोण समद्विभाजक  $AP$  तथा  $BP$  हैं सिद्ध कीजिए कि  $2\angle APB = \angle C + \angle D$ .



19. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका परिमाप  $15\text{cm}$  है तथा इसके दो आधार कोण  $90^\circ$  और  $30^\circ$  हैं।

20. एक शंक्वाकार टैंट की ऊँचाई और आधार का व्यास क्रमशः  $16\text{मी.}$  और  $24\text{मी.}$  है। ₹ $210$  प्रति  $\text{मी.}^2$  की दर से इसे बनाने में लगने वाले कपड़े (केनवास) की कुल लागत ज्ञात कीजिए।

21. पूर्ण रूप से पानी से भरे एक अर्धगोलाकार टैंक को एक पाइप द्वारा  $3$  जीटर प्रति मिनट की दर से खाली किया गया। यदि टैंक का व्यास  $1\frac{3}{4}\text{मीटर}$  है तो टैंक को पूर्णतया खाली करने में कितना समय लगेगा।

22.  $80$  विद्यार्थियों के ‘अंग्रेजी बोलने की प्रवीणता’ में निम्नलिखित अंक ( $80$  में से) रिकार्ड किए गए:

अंक	0-20	21-39	40-60	61-80
विद्यार्थियों की संख्या	18	19	23	20

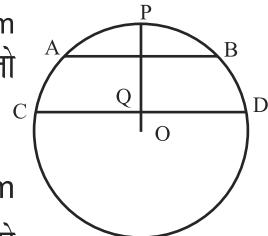
यदि पास होने के लिए  $50: 50$  अंक चाहिए, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यादृच्छ्या चुने गए विद्यार्थी-

- i) के अंक पास होने लायक हैं।
- ii) ने पास होने लायक अंक प्राप्त नहीं किए।
- iii) ने 21 से कम अंक प्राप्त किए।

### खण्ड-द

23.  $(1+\sqrt{9.5})$  को संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए।
24.  $x+2$  बहुपद  $ax^3+bx^2+x-2$  का एक गुणनखंड है तथा  $x-2$  से इस बहुपद को भाग देने पर शेषफल 4 प्राप्त होता है।  $a$  और  $b$  के मान ज्ञात कीजिए।
25.  $x$  के लिए हल कीजिए:  

$$\frac{3x+2}{7} + \frac{4(x+1)}{5} = \frac{2}{3}(2x+1)$$
26. यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे तो दर्शाइये कि एक तरफ के अन्तः कोणों को समद्विभाजक एक दूसरे को समकोण पर काटते हैं।
27. एक वर्ग PQRS में, विकर्ण PR और QS एक दूसरे को बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। दर्शाइये कि  $\Delta POQ \cong \Delta QOR \cong \Delta ROS \cong \Delta SOP$ .
28. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O, त्रिज्या 5cm,  $OP \perp CD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB=6\text{cm}$  और  $CD=8\text{cm}$  हैं, तो PQ की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
29. एक समकोण त्रिभुज जिसकी भुजाएँ 6cm, 8cm तथा 10cm हैं। समकोण त्रिभुज को 6cm भुजा से घुमाने पर बनने वाले शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।
30. यदि अंग्रेजी वर्णमाला के 26 अक्षर इस प्रकार ले कि  $A=1, B=2, C=3, \dots, Z=26$  तो
  - i) स्वरों (vowels) के लिए संगत संख्याओं का माध्य तथा माध्यक ज्ञात कीजिए।
  - ii) माध्यक के लिए संगत वर्ण लिखिए।



## अभ्यास प्रश्नपत्र-2

### हल

1. 2017.01010001....., 2017.020020002.....(अन्य उत्तर भी संभव हैं)

2. -1

3.  $y$ -अक्ष

4. 47

5. 2cm

6. 0.28

7.  $(2x+3, (3x-4))$

8.  $\angle DCE = 92^\circ, \angle DEC = 35^\circ$  10.  $71^\circ, 119^\circ, 71^\circ, 119^\circ$

11.  $3750m^2$

12. 2

13.  $a = \frac{11}{7}$ ,  $b = \frac{6}{7}$

14.  $3(2x-y-z)(2y-z-x)(2z-x-y)$

15. कोई 3 सही हल

17.  $AC = 24cm$ , क्षेत्रफल =  $216cm^2$

20. ₹158400

21. 7.8 घण्टे (लगभग)

22. (i)  $\frac{43}{80}$

(ii)  $\frac{37}{80}$

(iii)  $\frac{18}{80}$

24.  $a=0, b=2$

25.  $x=4$

28.  $PQ=1cm$

29.  $128\ cm^3$

30. i) माध्य = 9.8

माध्यक = 9

ii) I

## अभ्यास प्रश्नपत्र-3

### गणित कक्षा-IX

निर्धारित समय : 3 घण्टे

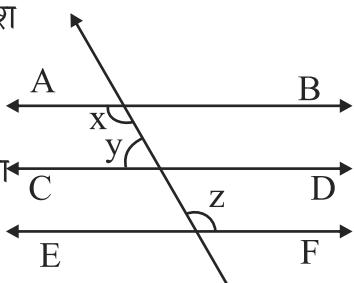
अधिकतम अंक : 80

#### सामान्य निर्देशः

- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- इस प्रश्नपत्र में 30 प्रश्न हैं, जिन्हें चार खण्डों अ, ब, स तथा द में बांटा गया है। खण्ड-अ में 6 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है, खण्ड-ब में 6 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं, खण्ड-स में 10 प्रश्न हैं। जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं, तथा खण्ड-द में 8 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।
- इस प्रश्न पत्र में कोई विकल्प नहीं है।
- कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।

#### खण्ड-अ

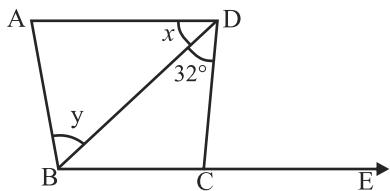
- $(625)^{0.18} \times (625)^{0.07}$  का मान ज्ञात कीजिए।
- $x^3 + 2x^2 - 3x - 1$  को  $x+1$  से भाग देने पर प्राप्त शेषफल ज्ञात कीजिए।
- बिन्दु P के निर्देशांक लिखिए जिसकी x-अक्ष से लम्ब दूरी 2-इकाई है और y-अक्ष से लम्बदूरी 3 इकाई हो। P, III चतुर्थांश में स्थित है।
- यदि  $AB \parallel CD \parallel EF$  तथा  $y : z = 3 : 7$  तो x का मान ज्ञात कीजिए।
- यदि शंकु की त्रिज्या r और ऊँचाई h क्रमशः 3 और 2 हो, तो शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?



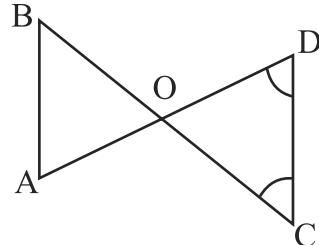
6. किसी प्रश्न के ठीक उत्तर होने की प्रायिकता का संयोग  $\frac{x}{2}$  है यदि ठीक उत्तर न होने की प्रायिकता  $\frac{2}{3}$  है तो x का मान क्या होगा?

7. ज्ञात कीजिए कि क्या  $p(x) = 3x^4 + 5x^3 - 2x^2 - 4$  का एक गुणनखंड  $(-2x - 5)$  है या नहीं?

8. सलंगन चित्र में यदि  $x : y = 11 : 19$  हो तो  $\angle DCE$  का मान ज्ञात कीजिए यदि  $AD \parallel BE$



9. आकृति में  $\angle B < \angle A$  तथा  $\angle C < \angle D$  हैं दर्शाइए कि  $AD < BC$



10. दर्शाइए कि “समान्तर चतुर्भुज के सम्मुख कोण समान होते हैं।

11. किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी भुजाएँ 8 सेमी. और 11 सेमी. हैं और अर्धपरिमाप 16 सेमी. हैं।

12. पहले 8 प्रेक्षणों का माध्य 18 है और अंतिम 8 प्रेक्षणों का माध्य 20 है। सभी 15 प्रेक्षणों का माध्य 19 है। आठवें प्रेक्षण का मान क्या होगा।

### खण्ड-स

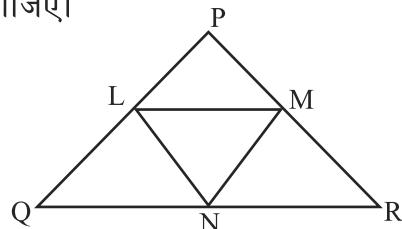
13. मान ज्ञात कीजिए।  $\sqrt{13+4\sqrt{10}} - \sqrt{7-2\sqrt{10}}$

14. a और b का मान ज्ञात कीजिए यदि  $\frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = a+b\sqrt{2}$ .

15.  $a$  का मान ज्ञात कीजिए जब  $(1, -1)$  समीकरण  $2x + ay = 5$  का हल है इस समीकरण के दो और हल ज्ञात कीजिए।

160 AD, ABC की माध्यिका है। E, AD का मध्यबिंदु हैं BE को बढ़ाने पर वह AC को बिंदु F पर काटता है। सिद्ध कीजिए  $AF = \frac{1}{3} AC$ .

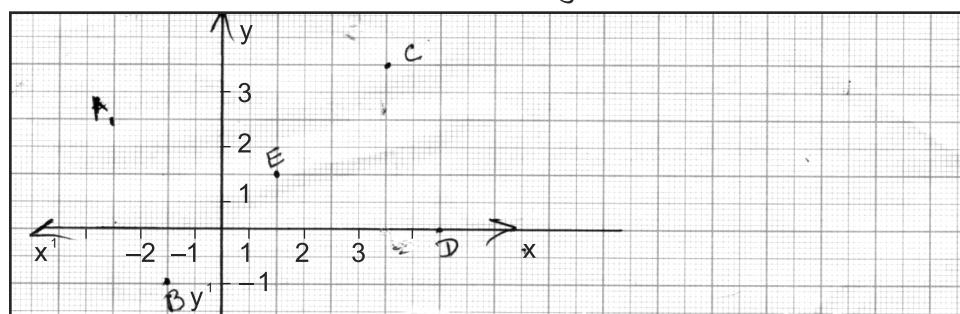
17. संलग्न चित्र में L, M और N क्रमशः PQ, PR, QR के मध्य बिन्दु हैं यदि  $PQ=4.4$  सेमी,  $QR=5.6$  सेमी.,  $PR=4.8$  सेमी. है तो त्रिभुज LMN का परिमाप ज्ञात कीजिए।



18.  $\triangle STU$  की रचना कीजिए, जिसमें  $\angle T = 150^\circ$ ,  $TU = 3\text{cm}$  और  $ST + US = 8\text{सेमी.}$  हैं।

19.  $1.1\text{cm}^3$  आयतन वाले सोने को ढालकर  $0.1\text{mm}$  व्यास वाले कितने लम्बे तार को बनाया जा सकता है।

20. ग्राफ से A, B, C, D, और E बिन्दुओं के निर्देशांक लिखिए। बिन्दुओं को जोड़ने पर क्या ABDC एक आयत बनता है यदि हाँ तो इस बिन्दु का नाम लिखें जो दोनों विकर्णों को प्रतिच्छेदन बिन्दु है।



21. एक गोले का आयतन  $4851\text{cm}^3$  है। इसकी त्रिज्या में कितनी कमी कर दी जाए कि इसका आयतन  $\frac{4312}{3}\text{ cm}^3$  हो जाए।

22. चीनी के पैकेट में जिस पर 5 किग्रा. लिखा है पर सही मायने में निम्न भार (कि.ग्रा.) में हैं।

5.095, 4.995, 4.800, 5.120, 4.890, 5.000, 5.150, 5.000,  
5.995, 5.995, 5.000, 4.900, 4.995, 5.000, 5.050.

एक पैकेट यादृच्छ्या चुना गया। इसमें निम्न भार होने की प्रायिकता क्या होगी।

i) 5 किग्रा. से अधिक भार हो।

ii) सही भार हो

iii) 4.995 किग्रा. से कम भार हो।

## खण्ड-द

23. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1}{3-\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-2} = 5$$

24. घनों का वास्तविक परिकलन किए बिना

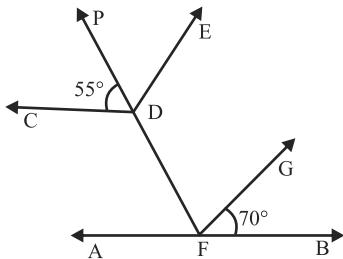
$(-1)^3 + (-2)^3 + (-3)^3 + (-4)^3 + 2(5^3)$  को हल कीजिए।

प्रयुक्त सर्वसमिका लिखिए।

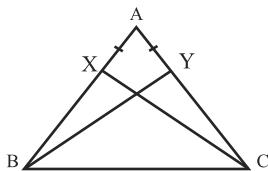
25. एक व्यक्ति ₹1000 लेकर बैंक जाता है। वह कैशियर से ₹5 और ₹10 रुपये के नोट वापसी में माँगता है। इसे दो चर वाले रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त करिये। यदि ₹10 के नोटों की संख्या 25 है, तो ₹5 के नोटों की संख्या ज्ञात कीजिए। ग्राफ भी बनाइए।

26. सलंगन चित्र में  $AB \parallel CD, DE \parallel FG$  निम्न का मान ज्ञात कीजिए:

- i)  $\angle PDE$
- ii)  $\angle AFD$
- iii)  $\angle DFG$



27. चित्र में ABC की समान भुजाओं AB तथा AC पर X तथा Y बिन्दु इस प्रकार है कि  $AX=AY$  है। सिद्ध कीजिए कि  $XC=YB$  है।



28. मान लीजिए कि कोण ABC का शीर्ष एक वृत्त के बाहर स्थित है और कोण की भुजाएँ वृत्त से बराबर जीवाएँ AD और CE काटती हैं। सिद्ध कीजिए कि  $\angle ABC$  जीवाओं AC और DE द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोणों के अंतर का आधा है।  $\angle ABC = \frac{1}{2} [\angle DOE - \angle AOC]$

29. एक बेलन घन के भीतर इस प्रकार है कि वह इसकी सभी ऊर्ध्वाधर सतहों को स्पर्श करता है। बेलन के भीतर एक शंकु इस प्रकार रखा गया है कि उनकी ऊँचाईयाँ समान हैं तथा वे एक ही आधार पर बने हैं उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

30. 35 विद्यार्थियों की एक कक्षा का गणित कक्षा टैस्ट का माध्य 15 था। जिन विद्यार्थियों के अंक 8 से कम थे उन्हें अपने अंकों को सुधारने का मौका दिया गया। तीन विद्यार्थी जिनके अंक क्रमशः 3, 5 और 6 थे कि सुधारात्मक कक्षा (remedial class) लेकर अध्यापिका ने फिर से टैस्ट लिया जिसमें तीनों को क्रमशः 7, 10 और 12 अंक प्राप्त हुए। कक्षा का नया माध्य ज्ञात कीजिए। अध्यापिका के किन मूल्यों को दर्शाया गया है?

## अभ्यास प्रश्नपत्र-3

### हल

1.  $5$

17.  $7.4$  सेमी.

2.  $3$

3.  $(-3, -2)$

4.  $126^\circ$

19.  $140$  मी.

5.  $\pi r(l + \frac{r}{4})$

20. A(2,2), B(-1,-1), D(4,0), C(3,3), हाँ, E

6.  $\frac{2}{3}$

22.  $\frac{6}{15}, \frac{4}{15}, \frac{3}{15}$

7.  $\frac{361}{16}$

24.  $150$

8.  $65^\circ$

25.  $150$

11.  $8\sqrt{30}$  वर्ग सेमी.

26.  $55^\circ, 55^\circ, 55^\circ$

12.  $19$

29.  $V_1 : V_2 : V_3 : 42 : 33 : 11$

13.  $\sqrt{(2\sqrt{2}+\sqrt{5})^2}$

30.  $15.7$

$$-\sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2}$$

$$= 3\sqrt{2}$$

14.  $\left\{ a = \frac{11}{7}, b = \frac{6}{7} \right\}$

15.  $a = -3$