



Government of Tamilnadu

ఎదవ తరగతి

STANDARD SEVEN - TELUGU

ప్రథమాంతరము

TERM I

భాగము 2

VOLUME 2

గణితము

MATHEMATICS

విజ్ఞాన శాస్త్రము

SCIENCE

సాంఘిక శాస్త్రము

SOCIAL SCIENCE

Untouchability is Inhuman and a Crime

Department of School Education

© Government of Tamilnadu

First Edition - 2012

Revised Edition - 2013, 2014, 2015

(Published under Uniform System of School Education Scheme in Trimester Pattern)

Textbook Prepared and Compiled By

State Council of Educational Research and Training

College Road, Chennai - 600 006.

Textbook Printing

Tamil Nadu Textbook and Educational Services Corporation

College Road, Chennai - 600 006.

This book has been printed on 80 G.S.M. Maplitho Paper

Price : Rs.

Printed by Web Offset at :

Textbook available at

www.textbooksonline.tn.nic.in

విషయ సూచిక

గణితము MATHEMATICS

(1-104)

అధ్యాయము	పాఠ్యాంశము	పేజు సంఖ్య
1.	వాస్తవ సంఖ్యల వ్యవస్థ	2
2.	బీజగణితము	42
3.	ఛైత్రగణితము	57
4.	ప్రయోగాత్మక రేఖాగణితము	81
5.	దత్తాంశమును ఉపయోగించుట జవాబులు	89 98

విజ్ఞాన శాస్త్రం SCIENCE

(105-202)

అధ్యాయము	పాఠ్యాంశము	పేజు సంఖ్య
జీవ శాస్త్రము		
1.	నిత్య జీవితంలో జంతువులు	106
2.	జంతువులు మరియు మొక్కలలో పౌషణ	118
3.	పుష్టి స్వరూప శాస్త్రము	132
4.	వర్గీకరణము యొక్క ఆధారము	150
రసాయన శాస్త్రము		
5.	మన పరిసరాలలో గల పదార్థాలు	162
భౌతికశాస్త్రము		
6.	కొలమానము	174
7.	వలనము	190

క్రమ సంఖ్య	అధ్యాయములు	పుటసంఖ్య
చరిత్ర		
<ol style="list-style-type: none"> 1. ఉత్తర భారత రాజ్యములు – రాజవుత్తులు 2. దక్షిణ రాజ్యములు 3. దక్షిణ భారత రాజ్యములు 	204 213 222	
భూగోళశాస్త్రం		
<ol style="list-style-type: none"> 1. భూమి – దాని నిర్మాణము మరియు భూచలనములు 2. భూఉపరితలము – శిలావరణములోని మార్పులు 	238 249	
పౌరశాస్త్రం		
<ol style="list-style-type: none"> 1. మన దేశము 2. భారత రాజ్యాంగము 	260 269	

గణితము

**MATHEMATICS
TELUGU MEDIUM**

**ఎడవ తరగతి
STANDARD SEVEN**

కాలావధి I

TERM I



1

వాస్తవ సంఖ్యల వ్యవస్థ

నీరు లేని ప్రపంచము లేదు

సంఖ్యలు లేని గణితము లేదు

1.1 పరిచయము

విజ్ఞాన శాస్త్రాభివృద్ధియందు చూచినవుడు మొదట మనము సంఖ్యల యొక్క ధర్మములు మరియు వాటి యొక్క ప్రాథమిక పరిక్రియలను గూర్చి మనము చక్కగా తెలుసుకొనవలయును. సంఖ్యలు మన నిత్యజీవితములో ముఖ్యత్వము పొందినవిగా వివరించుచున్నది. మనము పూర్ణ సంఖ్యల గూర్చియు వాటియందు గల ప్రాథమిక పరిక్రియలను గూర్చియు నేర్చుకొనియున్నాము. ఇప్పుడు పూర్ణాంకములు, అకరణీయసంఖ్యలు, దశాంశసంఖ్యలు, భిన్నములు మరియు ఘూతములు మొదలగు వాటిని గూర్చి ఈ అధ్యాయములో వివరముగా చూచెదను.

సంఖ్యలు

మన నిత్య జీవితములో హిందూ-అరబిక్ సంఖ్య పద్ధతిని ఉపయోగించుచున్నాము. ఈ పద్ధతిలో చదువుటకును ప్రాయుటకును ఉపయోగించు సంఖ్యలు “పది సంఖ్యామానము” లేక “దశాంశ సంఖ్యలు” అని పిలువబడుచున్నది. ఈ పద్ధతిలో 0 నుండి 9 వరకు గల సంకేతములను మనము ఉపయోగించుచున్నాము.

1.2 పునఃపరిశీలనము

ఆరవ తరగతిలో సహజసంఖ్యలు, పూర్ణసంఖ్యలు, పూర్ణాంకములు, భిన్నములు మరియు దశాంశ సంఖ్యలు గూర్చియు వాటియందున్న ప్రాథమిక పరిక్రియలయిన కూడిక, తీసివేతలను నేర్చుకొనియుంటిమి. వాటిని ఇక్కడ క్షుణ్ణముగా జ్ఞాపికి తెచ్చుకొనెదను.

సహజ సంఖ్యలు

1 ను ప్రారంభ సంఖ్యగా గల, లెక్కించుటకు వీలుకాని సంఖ్యలకు సహజ సంఖ్యలు అని పేరు. అన్ని సహజ సంఖ్యల సమితిని ‘N’ అను ఆంగ్ల అక్షరముతో గుర్తించవచ్చును.

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

పూర్ణ సంఖ్యలు

సున్నతో సహజ సంఖ్యలను చేర్చిన లభించునది పూర్ణసంఖ్యలు అగును. పూర్ణ సంఖ్యలు సున్నను మొదటి సంఖ్యగా గల లెక్కించుటకు వీలుకాని సంఖ్యలగా నున్నవి. అన్ని పూర్ణ సంఖ్యల యొక్క సమితిని ‘W’ అను ఆంగ్ల అక్షరముతో గుర్తించవచ్చును.

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$



మీకు తెలుసా?

గౌప్య గణిత శాస్త్రవేత్త
రామానుజం తమిళనాడులోని,
ఈరోడులో జన్మించినవారు.

పూర్ణాంకములు

సహజ సంఖ్యలు మరియు బుణాత్మక సంఖ్యల యొక్క కలయికను “పూర్ణాంకములు” అని పిలువబడుచున్నవి. అన్ని పూర్ణాంకముల సమితి Z అను అంగ్ అక్షరముతో గుర్తించబడుచున్నది.

$Z = \{ \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$ అన్ని పూర్ణాంకముల సమితి అగును. (లేక) $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots \}$ అన్ని పూర్ణాంకముల సమితి అగును.

1.3 పూర్ణాంకముల, నాలుగు ప్రాథమిక పరిక్రియలు

(i) పూర్ణాంకముల కూడిక

రెండు పూర్ణాంకములను కూడిన, లభించునది ఒక పూర్ణాంకము అగును.

ఉదాహరణకు,

- i) $10 + (-4) = 10 - 4 = 6$
- ii) $8 + 4 = 12$
- iii) $6 + 0 = 6$
- iv) $6 + 5 = 11$
- v) $4 + 0 = 4$

(ii) పూర్ణాంకముల తీసివేత

ఒక పూర్ణాంకము నుండి మరొక పూర్ణాంకమును తీసివేయుటకు రెండవ పూర్ణాంకము యొక్క కూడిక విలోమమును మొదటి సంఖ్యతో కూడవలెను.

ఉదాహరణకు,

- i) $5 - 3 = 5 + 3$ యొక్క కూడిక విలోమము $= 5 + (-3) = 2$.
- ii) $6 - (-2) = 6 + (-2)$ యొక్క కూడిక విలోమము $= 6 + 2 = 8$.
- iii) $(-8) - (5) = (-8) + (-5) = -13$.
- iv) $(-20) - (-6) = -20 + 6 = -14$.

(iii) పూర్ణాంకముల గుణకారము

పూర్ణసంఖ్యల సమితిలో గుణకారమునునది ప్రారంభ కూడిక అగును అని ముందు తరగతిలో నేర్చుకొని యున్నాము. మనము దానిని గురించి పూర్ణాంకముల సమితిలో ఇప్పుడు నేర్చుకొనేదము.

విధులు :

1. రెండు ధనాత్మక పూర్ణాంకముల గుణకలబ్ధము ఒక ధనాత్మక పూర్ణాంకమగును.
2. రెండు బుణాత్మక పూర్ణాంకముల గుణక లబ్ధము ఒక ధనాత్మక పూర్ణాంకమగును.
3. ఒక ధనాత్మక పూర్ణాంకము మరియు ఒక బుణాత్మక పూర్ణాంకముల గుణకలబ్ధము ఒక బుణాత్మక పూర్ణాంకమగును.

మైట్రీస్

అధ్యాయము 1



వ్యక్తిగతి

ఉదాహరణ

- $5 \times 8 = 40$
- $(-5) \times (-9) = 45$
- $(-15) \times 3 = -(15 \times 3) = -45$
- $12 \times (-4) = -(12 \times 4) = -48$



ప్రయోగించము

- $0 \times (-10) =$
- $9 \times (-7) =$
- $-5 \times (-10) =$
- $-11 \times 6 =$

కృత్యము

నేలపైన ఒక గీతను నేరుగా గీయుము. మధ్య బిందువును సున్న ఆని గుర్తించుము. సున్నపైన నిలబడుము. ఇప్పుడు గీతపైన ఒక అడుగు కుడి ప్రక్కగా జరిగి ఆ చోటును +1 అని గుర్తించుము. ఆక్కడి నుండి మరల అదే దిశలో ఒక అడుగు జరిగి ఆ చోటును +2 అని గుర్తించుము. క్రమముగా ఇదేవిధముగా అదే దిశలో జరిగి ఒక్కాక్క అడుగును (+3, +4, +5) అని గుర్తించుకొనుము. ఇప్పుడు మరల గీతపైన 0 (సున్న) ప్రక్కకు తిరుగుము. సున్న నుండి ఎడమ ప్రక్కగా చూచినట్లు నిలవుము. ఎడమ ప్రక్క ఒక అడుగు జరిగి ఆ చోటును -1 అని గుర్తించుము. క్రమముగా అదే దిశలో ఒక్కాక్క అడుగు జరిగి ఆ చోటును -2, -3, -4, అని గుర్తించుము. ఇప్పుడు సంఖ్యారేఖ తయారు. క్రింద చూపబడిన సంఖ్యల ను తీసుకొని ఇకమీదట అడుకోవచ్చును.

- సంఖ్యారేఖపైన కుడి ప్రక్కగా చూచునట్లు సున్న పైన నిలబడి ఒకసారికి రెండడుగులు ప్రకారము దాటుము. కుడి ప్రక్కన క్రమముగా ఇదే విధముగా మూడు సార్లు దాటినచో సున్న నుండి నీవు ఎంత దూరములో ఉండగలవు?
- సంఖ్యారేఖపైన ఎడమ ప్రక్కగా చూచునట్లు సున్న పైన నిలబడి ఒకసారికి మూడు అడుగులు ప్రకారము క్రమముగా ఎడమ ప్రక్కకు దాటుము. క్రమముగా ఇదేవిధముగా మూడు సార్లు దాటినచో సున్న నుండి నీవు ఎంతదూరములో ఉండగలవు?

కృత్యము

\times	4	- 6	- 3	2	7	8
- 6	- 24					
- 5			15			- 40
3					21	

ఉదాహరణ 1.1

(-11) ను (-10) చే గుణించుము.

సాధన

$$- 11 \times (-10) = (11 \times 10) = 110$$

ఉదాహరణ 1.2

(-14) ను 9 చే గుణించుము.

సాధన

$$(-14) \times 9 = -(14 \times 9) = -126$$



ఉదాహరణ 1.3

15×18 విలువను కనుగొనుము.

సాధన $15 \times 18 = 270$

ఉదాహరణ 1.4

ఒక టెలివిజను పెట్టే ధర రూ 5200 అయిన

25 టెలివిజను పెట్టేల ధరను కనుగొనుము.

సాధన

ఒక టెలివిజను పెట్టే ధర = రూ 5200

$$\therefore 25 \text{ టెలివిజను పెట్టేల ధర} = 5200 \times 25 \\ = \text{రూ } 130000$$

క్రూత్యము

సంఖ్య రూపముల ద్వారా పూర్తాంకముల గుణకారము. ఒక బుఱ పూర్తాంకమును మరొక బుఱ పూర్తాంకముచే గుణించుట.

ఉదా॥ $(-2) \times (-2) = 4$ ను సంఖ్య రూపముతో వివరించుట.

క్రూత్యము:

$(+2) \times (+1) = 2$ గుణకమునందు ఒక్కాక్కటిగా తగ్గించుము.

$$(+) \times (+1) = 1$$

$$(0) \times (+1) = 0$$

$$(-1) \times (+1) = -1$$

$$(-2) \times (+1) = -2$$

గుణిజమునందు ఒక్కాక్కటిగా తగ్గించుము.

$$(-2) \times 0 = 0$$

$$(-2) \times (-1) = 2$$

$$(-2) \times (-2) = 4$$

అభ్యాసము 1.1

1. సరైన జవాబును ఎన్నుకోనుము:

- సున్నను ఏ ఒక పూర్తాంకముతోనైనను గుణించిన వచ్చినది.
 - ధన పూర్తాంకము
 - బుఱ పూర్తాంకము
 - 1
- -15^2 యొక్క విలువ?
 - 225
 - 225
 - 325
 - 425
- $-15 \times (-9) \times 0$ యొక్క విలువ?
 - 15
 - 9
 - 0
 - 7
- రెండు బుఱాతృక పూర్తాంకముల గుణక లబ్ధము ఒక
 - బుఱ పూర్తాంకము
 - ధన పూర్తాంకము
 - సహజ సంఖ్య
 - పూర్తాంకము

2. భాగీలను పూరింపుము:

- ఒక బుఱాతృక పూర్తాంకమును సున్నను గుణించిన లభించునది _____.
- _____ $\times (-14) = 70$
- $(-72) \times _____ = -360$
- $0 \times (-17) = _____$.

3. విలువను కనుగొనుము:

- $3 \times (-2)$
- $(-1) \times 25$
- $(-21) \times (-31)$
- $(-316) \times 1$
- $(-16) \times 0 \times (-18)$
- $(-12) \times (-11) \times 10$
- $(-5) \times (-5)$
- 5×5
- $(-3) \times (-7) \times (-2) \times (-1)$
- $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$
- $7 \times (-5) \times (9) \times (-6)$
- $7 \times 9 \times 6 \times (-5)$
- $10 \times 16 \times (-9)$
- $16 \times (-8) \times (-2)$
- $(-20) \times (-12) \times 25$
- $9 \times 6 \times (-10) \times (-20)$

అధ్యాయము I

స్విట్చెల్



4. గుణించుము:

- (-9) మరియు 15
 - (-4) మరియు (-4)
 - 13 మరియు 14
 - (-25) మరియు 32
 - (-1) మరియు (-1)
 - (-100) మరియు 0
5. ఒక పేనా ధర ₹15 అయిన 43 పేనాల ధర ఎంత?
6. ఒక ప్రశ్నాపత్రములో 20 ప్రశ్నలు కలవు. ఒక్కక్క ప్రశ్నకు 5 మార్గులు. అయిన ఒక విద్యార్థి 15 ప్రశ్నలకు సరియైన సమాధానము ప్రాసిన అతని మార్గులను కనుగొనుము.
7. రేవతి ఒక్కక్క రోజుకు ₹150 జీతము సంపాదించినది. 15 రోజులలో ఆమె ఎంత డబ్బు సంపాదించును?
8. ఒక ఆపిల్ ధర ₹20, 12 ఆపిల్లల యొక్క ధరను కనుగొనుము.

(iv) పూర్ణాంకముల భాగహారము

భాగహారమునునది గుణకారము యొక్క విలోమము అని మనకు తెలియును.

భాగహారమునకు సంబంధించిన విధులను క్రింది విధముగా పేర్కొనవచ్చును.

$$\frac{\text{ధనాత్మక పూర్ణాంకము}}{\text{ధనాత్మక పూర్ణాంకము}} = \text{ధనాత్మక పూర్ణాంకము}$$

$$\frac{\text{బుఱాత్మక పూర్ణాంకము}}{\text{బుఱాత్మక పూర్ణాంకము}} = \text{ధనాత్మక పూర్ణాంకము}$$

$$\frac{\text{ధనాత్మక పూర్ణాంకము}}{\text{బుఱాత్మక పూర్ణాంకము}} = \text{బుఱాత్మక పూర్ణాంకము}$$

$$\frac{\text{బుఱాత్మక పూర్ణాంకము}}{\text{బుఱాత్మక పూర్ణాంకము}} = \text{బుఱాత్మక పూర్ణాంకము}$$

$$\frac{\text{ధనాత్మక పూర్ణాంకము}}{\text{ధనాత్మక పూర్ణాంకము}} = \text{బుఱాత్మక పూర్ణాంకము}$$



a) $\frac{0}{10} =$	b) $\frac{9}{-3} =$
c) $\frac{-3}{-3} =$	d) $\frac{-10}{2} =$

'0' (సున్న) తో భాగించుట:

సున్న తప్ప దేనినైనను సున్నతో భాగించుట అనునది అర్థము కానీది. ఎందుకనగా సున్నతో భాగించుట అనునది వివరించుటకు వీలుకాదు.

ఉదాహరణ 1.5

250 ను 50 చే భాగించుము.

సాధన

$$250 \text{ ని } 50 \text{ చే భాగించుట } \frac{250}{50} = 5.$$



ఉదాహరణ 1.6

(-144) ను 12 చే భాగించుము.

సాధన

$$(-144) \text{ ను } 12 \text{ చే భాగించుట } = \frac{-144}{12} = -12.$$

ఉదాహరణ 1.7

$$\frac{15 \times (-30) \times (-60)}{2 \times 10} \text{ విలువను కనుగొనుము.}$$

సాధన

$$\frac{15 \times (-30) \times (-60)}{2 \times 10} = \frac{27000}{20} = 1350.$$

ఉదాహరణ 1.8

�క బస్సు 5 గంటలలో 200 కి.మీ దూరము ప్రయాణించెను. ఒక గంటలో ప్రయాణించు దూరము ఎంత?

సాధన

$$5 \text{ గంటలలో ప్రయాణించిన దూరము} = 200 \text{ కి.మీ.}$$

$$\therefore 1 \text{ గంటలో ప్రయాణించిన దూరము} = \frac{200}{5} = 40 \text{ కి.మీ.}$$

అభ్యాసము 1.2

1. సరైన జవాబును ఎన్నుకోనుము:

- i) పూర్తింకముల భాగహారమనునది యొక్క విలోమము అగును
 - అ) కూడిక
 - ఆ) తీసివేత
 - ఇ) గుణకారము
 - ఈ) భాగహారము
- ii) $369 \div \dots = 369$.
 - అ) 1
 - ఆ) 2
 - ఇ) 369
 - ఈ) 769
- iii) $-206 \div \dots = 1$.
 - అ) 1
 - ఆ) 206
 - ఇ) -206
 - ఈ) 7
- iv) $-75 \div \dots = -1$.
 - అ) 75
 - ఆ) -1
 - ఇ) -75
 - ఈ) 10

2. విలువను కనుగొనుము:

- i) $(-30) \div 6$
- ii) $50 \div 5$
- iii) $(-36) \div (-9)$
- iv) $(-49) \div 49$
- v) $12 \div [(-3) + 1]$
- vi) $[(-36) \div 6] - 3$
- vii) $[(-6) + 7] \div [(-3) + 2]$
- viii) $[(-7) + (-19)] \div [(-10) + (-3)]$
- ix) $[7 + 13] \div [2 + 8]$
- x) $[7 + 23] \div [2 + 3]$

3. విలువను కనుగొనుము:

$$\text{i) } \frac{(-1) \times (-5) \times (-4) \times (-6)}{2 \times 3} \text{ ii) } \frac{8 \times 5 \times 4 \times 3 \times 10}{4 \times 5 \times 6 \times 2} \text{ iii) } \frac{40 \times (-20) \times (-12)}{4 \times (-6)}$$

4. రెండు సంఖ్యల గుణక లబ్ధము 105. వాటిలో ఒక సంఖ్య (-21) మరొక సంఖ్య ఏది?

అభ్యాస
పత్రము

అధ్యాయము I



శాస్త్రిక
వ్యవస్థలు

పూర్ణాంకముల కూడిక ధర్షములు: (Properties of Addition of integers)

(i) కూడిక యందు సంవృత ధర్షము: (Closure Property)

క్రింద ఇవ్వబడిన ఉదాహరణలను గమనించుము.

1. $19 + 23 = 42$
2. $-10 + 4 = -6$
3. $18 + (-47) = -29$

సాధారణముగా a, b అనునవి ఏదేని రెండు పూర్ణాంకములు అయిన $a + b$ ఒక పూర్ణాంకము అగును.

అందువలన పూర్ణాంకముల కూడిక సంవృత ధర్షమును కలిగియుండును.

(ii) కూడిక యందు వ్యత్యయ ధర్షము: (Commutative Property)

రెండు పూర్ణాంకములను ఏ వరుసలోనైన కూడపచ్చను. వేరే విధంగా, పూర్ణాంకముల కూడిక అనునది వ్యత్యయ ధర్షమును కలిగియుండును.

$8+(-3)=5$ మరియు $(-3)+8=5$ అని మనము తీసుకొనపచ్చను.

అందువలన $8+(-3)=(-3)+8$

సాధారణంగా a, b అను ఏదేని రెండు పూర్ణాంకములకు $a + b = b + a$.

అందువలన పూర్ణాంకముల కూడిక అనునది వ్యత్యయ ధర్షమును పూర్తి చేయును.



ప్రయత్నించము క్రింద ఇవ్వబడినవి సమానమైనవా?

- i) $(5) + (-12)$ మరియు $(-12) + (5)$
- ii) $(-20) + 72$ మరియు $72 + (-20)$

(iii) కూడిక యందు సహచర్య ధర్షము: (Associative Property)

క్రింద ఇవ్వబడిన ఉదాహరణను గమనించుము:

5, -4 మరియు 7 అను పూర్ణాంకములను తీసుకొనుము.

$$5 + [(-4) + 7] = 5 + 3 = 8 \text{ మరియు}$$

$$[5 + (-4)] + 7 = 1 + 7 = 8$$

అందువలన, $5 + [(-4) + 7] = [5 + (-4)] + 7$

సాధారణంగా a, b, c అను పూర్ణాంకములకు

$a + (b + c) = (a + b) + c$ అని మనము చెప్పపచ్చను.

అందువలన పూర్ణాంకముల కూడిక అనునది సహచర్య ధర్షమును పూర్తి చేయును.



ప్రయత్నించము

క్రింద ఇవ్వబడినవి సమానమైనవా?

- i) $7 + (5 + 4), (7 + 5) + 4$
- ii) $(-5) + [(-2) + (-4)], [(-5) + (-2)] + (-4)$



జ్ఞాన
గ్రహి

(iv) కూడిక సమత్వ సంఖ్య: (Additive identity)

ఏ పూర్ణాంకముతోనేనను సున్నను కూడినపుడు అదే పూర్ణాంకమును పొందవచ్చును

$$\text{ఉదాహరణకు, } 5 + 0 = 5.$$

సాధారణముగా, ఏదేని ఒక పూర్ణాంకము a కు, $a + 0 = a$.

అందువలన సున్న అనునది పూర్ణాంకముల కూడిక సమత్వమగును.

i) $17 + \underline{\quad} = 17$

ii) $0 + \underline{\quad} = 20$

iii) $-53 + \underline{\quad} = -53$

పూర్ణాంకముల తీసివేత ధర్మములు: (Properties of subtraction of integers)

(i) తీసివేత యందు సంవృత ధర్మము: (Closure Property)

క్రింద ఇవ్వబడిన ఉదాహరణలను గమనించుము:

i) $5 - 12 = -7$

ii) $(-18) - (-13) = -5$

పైన చూపిన ఉదాహరణల నుండి రెండు పూర్ణాంకముల తీసివేత అనునది మరల ఒక పూర్ణాంకము అనునది తెలియుచున్నది. సాధారణముగా a, b అనునవి ఏదేని రెండు పూర్ణాంకములు అనిన $a - b$ అనునదియు ఒక పూర్ణాంకము అగును.

అందువలన తీసివేత అనునది సంవృత ధర్మమును పాటించదు.

(ii) తీసివేత యందు వ్యత్యయ ధర్మము: (Commutative Property)

7 మరియు 4 అను పూర్ణాంకములను తీసుకొనుము.

$$7 - 4 = 3$$

$$4 - 7 = -3 \text{ అని చూడవచ్చును}$$

$$\therefore 7 - 4 \neq 4 - 7$$

సాధారణముగా a మరియు b అను ఏదేని రెండు పూర్ణాంకములకు $a - b \neq b - a$

అందువలన పూర్ణాంకముల తీసివేత అనునది వ్యత్యయ ధర్మమును పాటించదు.

(iii) తీసివేత యందు సహచర్య ధర్మము: (Associative Property)

7, 4 మరియు 2 అను పూర్ణాంకములను తీసుకొనుము

$$7 - (4 - 2) = 7 - 2 = 5$$

$$(7 - 4) - 2 = 3 - 2 = 1$$

$$\therefore 7 - (4 - 2) \neq (7 - 4) - 2$$

సాధారణముగా a, b మరియు c అను ఏవేని మూడు పూర్ణాంకములకు $a - (b - c) \neq (a - b) - c$.

అందువలన పూర్ణాంకముల తీసివేత అనునది సహచర్య ధర్మమును పాటించదు.

అధ్యాయము I



వ్యాఖ్యలు

పూర్తాంకముల యొక్క గుణకార ధర్మములు: (Properties of multiplication of integers)

(i) గుణకారము యందు సంవృత ధర్మము: (Closure property)

క్రింది వాటిని గమనించుము:

$$-10 \times (-5) = 50$$

$$40 \times (-15) = -600$$

సాధారణముగా a మరియు b అను అన్ని పూర్తాంకములకును

$a \times b$ ఒక పూర్తాంకముగును.

అందువలన పూర్తాంకములు అనునవి గుణకారముల క్రింద సంవృత ధర్మమును పాటించును.

(ii) గుణకారము యొక్క వ్యత్యయ ధర్మము: (Commutative property)

క్రింది వాటిని గమనించుము:

$$5 \times (-6) = -30 \text{ మరియు } (-6) \times 5 = -30$$

$$5 \times (-6) = (-6) \times 5$$

సాధారణముగా a మరియు b అను ఏదేని రెండు పూర్తాంకములకు $a \times b = b \times a$.

అందువలన పూర్తాంకముల గుణకారము వ్యత్యయ ధర్మమును పాటించును.



క్రింద ఇవ్వబడినవి సమాన మైనవా?

- i) $5 \times (-7), (-7) \times 5$
- ii) $9 \times (-10), (-10) \times 9$

(iii) 0 (సున్న) తో గుణకారము చేయుట: (Multiplication by Zero)

సున్న కాని ఏదేని ఒక సంఖ్యను సున్నతో గుణించిన లభించునది సున్న అగును.



క్రింది వాటిని గమనించుము:

$$5 \times 0 = 0$$

$$-8 \times 0 = 0$$

- i) $0 \times 0 = \underline{\hspace{2cm}}$
- ii) $-100 \times 0 = \underline{\hspace{2cm}}$
- iii) $0 \times x = \underline{\hspace{2cm}}$

సాధారణముగా సున్నకాని ఏ ఒక పూర్తాంకము a కు $a \times 0 = 0 \times a = 0$

(iv) గుణకార సమత్వ సంభ్య: (Multiplicative identity)

క్రింది వాటిని గమనించుము:

$$5 \times 1 = 5$$

$$1 \times (-7) = -7$$



'1' అనునది పూర్తాంకము యొక్క గుణకార సమత్వ సంభ్య అగునని ఇది చూపుచున్నది.

- i) $(-10) \times 1 = \underline{\hspace{2cm}}$
- ii) $(-7) \times \underline{\hspace{2cm}} = -7$
- iii) $\underline{\hspace{2cm}} \times 9 = 9$

సాధారణముగా ఏదేని ఒక పూర్తాంకము a కు $a \times 1 = 1 \times a = a$ అని మనము తీసుకొనవచ్చును.



అభిముఖ్యమైన
ప్రశ్నలు

(v) గుణకారములో సహచర్య ధర్మము: (Associative property for Multiplication)

2, -5, 6 అను పూర్ణాంకములను తీసుకొందుము.

దీని నుండి

$$\begin{aligned}[2 \times (-5)] \times 6 &= -10 \times 6 \\ &= -60 \text{ మరియు}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2 \times [(-5) \times 6] &= 2 \times (-30) \\ &= -60\end{aligned}$$

$$\text{కావున } [2 \times (-5)] \times 6 = 2 \times [(-5) \times 6]$$

సాధారణముగా ఏదేని a, b, c అను పూర్ణాంకములకు $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$.

అందువలన, పూర్ణాంకముల గుణకారమునుని సహచర్య ధర్మమును పాటించుని మనము చెప్పవచ్చును.

(vi) విభజించు (వేరువేయు) ధర్మము: (Distributive property)

12, 9, 7 అను పూర్ణాంకములను తీసుకొనుము.

దీని నుండి

$$12 \times (9 + 7) = 12 \times 16 = 192$$

$$(12 \times 9) + (12 \times 7) = 108 + 84 = 192$$

$$\text{కావున } 12 \times (9 + 7) = (12 \times 9) + (12 \times 7)$$



క్రింద ఇవ్వబడినవి సమాన మైనవా?

1. $4 \times (5 + 6)$ మరియు $(4 \times 5) + (4 \times 6)$
2. $3 \times (7 - 8)$ మరియు $(3 \times 7) + (3 \times -8)$
3. $4 \times (-5)$ మరియు $(-5) \times 4$

సాధారణముగా a, b, c అను ఏవేని మూడు పూర్ణాంకములకు

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c).$$

అందువలన పూర్ణాంకముల యొక్క గుణకారమునుని విభజించు ధర్మమును పాటించును.

పూర్ణాంకముల భాగహార ధర్మములు: (Properties of division of integers)

(i) సంవృత ధర్మము: (Closure property)

క్రింది ఉదాహరణలను గమనించుము:

$$(i) \quad 15 \div 5 = 3$$

$$(ii) \quad (-3) \div 9 = \frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$$

$$(iii) \quad 7 \div 4 = \frac{7}{4}$$

పైన చూపబడిన ఉదాహరణల నుండి పూర్ణాంకముల భాగహారమునుని సంవృత ధర్మమును పాటించడు.



(ii) వ్యత్యయ ధర్మము: (Commutative Property)

క్రింది ఉదాహరణలను గమనించుము:

$$8 \div 4 = 2 \text{ మరియు } 4 \div 8 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 8 \div 4 \neq 4 \div 8$$

పైన చూపిన ఉదాహరణల నుండి పూర్ణాంకముల భాగవేరమనుని వ్యత్యయ ధర్మమును పాటించడు.

(iii) సహచర్య ధర్మము: (Associative Property)

క్రింద చూపబడిన ఉదాహరణలను గమనించుము:

$$12 \div (6 \div 2) = 12 \div 3 = 4$$

$$(12 \div 6) \div 2 = 2 \div 2 = 1$$

$$\therefore 12 \div (6 \div 2) \neq (12 \div 6) \div 2$$

పైన చూపబడిన ఉదాహరణల నుండి పూర్ణాంకముల భాగవేరమనుని సహచర్య ధర్మమును పాటించడు.

కృత్యము

తరగతిలోని విద్యార్థులను గ్రూపులుగా విభజించి ప్రతి గ్రూపువారు ఇచ్చిన పట్టికను సాంత ఉదాహరణల ద్వారా పూరించి తప్పు లేక ఒప్పులను గుర్తించవలెను.

పూర్ణాంకముల ధర్మములు	సంవృత ధర్మము	వ్యత్యయ ధర్మము	సహచర్య ధర్మము
కూడిక			
తీసివేత			
గుణకారము			
భాగవేరము			

1.4 భిన్నములు (Fractions)

పరిచయము:

మనము ముందు తరగతులలో భిన్నములను గూర్చియు క్రమ భిన్నము, అప్క్రమ భిన్నము మరియు మిక్రమ భిన్నములను గూర్చియు వాటి యొక్క కూడిక, తీసివేతలను గూర్చియు నేర్చుకొనియున్నాము. ఇప్పుడు భిన్నముల గుణకారము మరియు భాగవేరములను గూర్చి చూచేదము.

పునఃపరిశీలనము:

క్రమభిన్నము: ఒక భిన్నములో హోరము, లవము కంటే పెద్దదిగా ఉండిన ఆ భిన్నమును “క్రమభిన్నము” అని అంటారు.

$$\text{ఉదాహరణ: } \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{9}{10}, \frac{5}{6}$$

అప్క్రమ భిన్నము: ఒక భిన్నములో లవము, హోరము కంటే పెద్దదిగా ఉండిన ఆ భిన్నమును “అప్క్రమ భిన్నము” అని అంటారు.

$$\text{ఉదాహరణ: } \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{41}{30}, \frac{51}{25}$$

మిక్రమ భిన్నము: ఒక భిన్నమునుని ఒక సహజ సంఖ్య మరియు ఒక క్రమ భిన్నము కలిసినదిగా ఉండిన ఆ భిన్నమును “మిక్రమ భిన్నము” అని అంటారు.

$$\text{ఉదాహరణ: } 2\frac{3}{4}, 1\frac{4}{5}, 5\frac{1}{7}$$

జ్ఞాపికి తెచ్చుకొనుము: మిక్రమ భిన్నము = సహజ సంఖ్య + క్రమ భిన్నము



మీకు తెలుసా?

ఆన్ని పూర్జనసంఖ్యలు 1 ని హారముగా గల భిన్న సంఖ్యలగును.

చర్చించుము: సున్నకు మరియు 1 కి మధ్యలో ఎన్ని సంఖ్యలు ఉన్నవి.

పునఃపరిశీలనము: భిన్నముల యొక్క కూడిక మరియు తీసివేత

ఉదాహరణ (i)

$$\text{సూక్ష్మకరించుము: } \frac{2}{5} + \frac{3}{5}$$

సాధన

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2+3}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

ఉదాహరణ (ii)

$$\text{సూక్ష్మకరించుము: } \frac{2}{3} + \frac{5}{12} + \frac{7}{24}$$

సాధన

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} + \frac{5}{12} + \frac{7}{24} &= \frac{2 \times 8 + 5 \times 2 + 7 \times 1}{24} \\ &= \frac{16 + 10 + 7}{24} \\ &= \frac{33}{24} = 1\frac{3}{8} \end{aligned}$$

ఉదాహరణ (iii)

$$\text{సూక్ష్మకరించుము: } 5\frac{1}{4} + 4\frac{3}{4} + 7\frac{5}{8}$$

సాధన

$$\begin{aligned} 5\frac{1}{4} + 4\frac{3}{4} + 7\frac{5}{8} &= \frac{21}{4} + \frac{19}{4} + \frac{61}{8} \\ &= \frac{42 + 38 + 61}{8} = \frac{141}{8} \\ &= 17\frac{5}{8} \end{aligned}$$

ఉదాహరణ (iv)

$$\text{సూక్ష్మకరించుము: } \frac{5}{7} - \frac{2}{7}$$

సాధన

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5-2}{7} = \frac{3}{7}.$$

ఉదాహరణ (v)

$$\text{సూక్ష్మకరించుము: } 2\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6} + 6\frac{3}{4}$$

సాధన

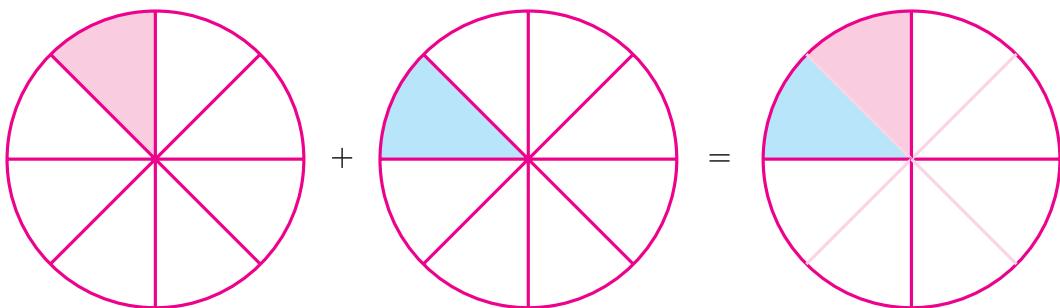
$$2\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6} + 6\frac{3}{4} = \frac{8}{3} - \frac{19}{6} + \frac{27}{4}$$

గ్రాఫిక్స్



$$= \frac{32 - 38 + 81}{12} \\ = \frac{75}{12} = 6 \frac{1}{4}$$

(i) భిన్నములను పూర్ణసంఖ్యలతో గుణించుట: (Multiplication of a fraction by a whole number)



పటము 1.1

పటము (1.1) లో ఉన్న పటములను గమనించుము. చాయ వేయబడిన భాగమనునది ఒక పూతములో $\frac{1}{8}$ భాగమగును. రెండు చాయవేయబడిన భాగములను కలిపిన ఎంత భాగమను గుర్తించును.
 $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 2 \times \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ ను గుర్తించుచున్నది.

మనము ఒక క్రమభిన్నము లేక అప్క్రమ భిన్నమును పూర్ణసంఖ్యతో గుణించుటకు మొదట భిన్నము యొక్క లవమును పూర్ణ సంఖ్యతో గుణించవలెను. హారమును అటులనే ప్రాయవలెను.

గుణక లబ్ధము అప్క్రమ భిన్నముగా ఉండిన దానిని మిశ్రమ భిన్నముగా మార్చవలెను.

ఒక మిశ్రమ భిన్నమును ఒక పూర్ణ సంఖ్యతో గుణించుటకు మొదట మిశ్రమ భిన్నమును అప్క్రమ భిన్నముగా మార్చిన తర్వాత గుణించవలెను.

$$\text{అందువలన, } 4 \times 3\frac{4}{7} = 4 \times \frac{25}{7} = \frac{100}{7} = 14\frac{2}{7}$$



ప్రయత్నించుము

కనుగొనుము :

- i) $\frac{2}{5} \times 4$
- ii) $\frac{8}{5} \times 4$
- iii) $4 \times \frac{1}{5}$
- iv) $\frac{13}{11} \times 6$



ప్రయత్నించుము

కనుగొనుము:

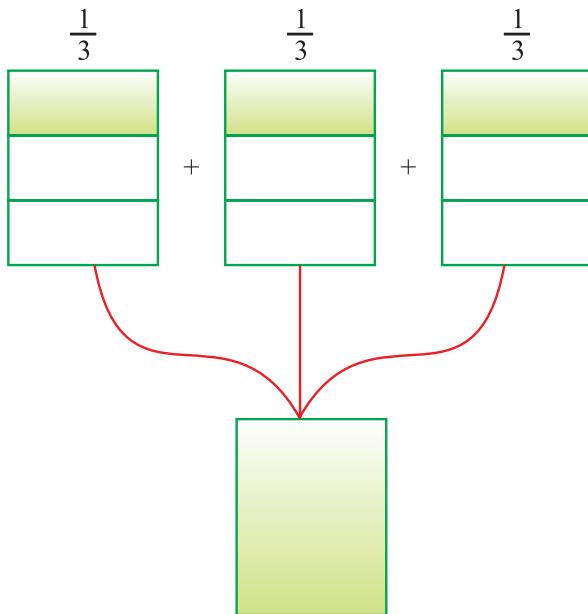
- i) $6 \times 7\frac{2}{3}$
- ii) $3\frac{2}{9} \times 7$

(ii) భిన్నము “గుణిజము” అను ప్రక్రియగా నున్నది: (Fraction as an operator ‘of’)

పటము నుండి (పటము 1.2) ఒక్కాక్క చాయ వేయబడిన భాగము $\frac{1}{3}$ ను గుర్తించుచున్నది. మూడు చాయవేయబడిన భాగములు $\frac{1}{3}$ ను గుర్తించుచున్నపి.



గ్రాఫ్‌ఎంబు



పటము 1.2

మూడు ఛాయ వేయబడిన భాగములను ఒకతీగా చేర్చిన మనము 1 ని పొందవచ్చును.

$$\text{అందువలన } \frac{1}{3} \text{ గుణిజము } 3 = \frac{1}{3} \times 3 = 1.$$

“గుణిజము” (of) అనునది గుణకారమును గుర్తించును అని తీర్చాన్నించవచ్చును.

ప్రేమ 15 చాక్లెట్లు ఉంచుకొనియుండినది. పీలా, ప్రేమ ఉంచుకొనియున్న చాక్లెట్లలో $\frac{1}{3}$ భాగము లక్క గలిగిన చాక్లెట్లను ఉంచుకొనియున్నది. పీలా దగ్గర ఉన్న చాక్లెట్ల యొక్క సంఖ్య ఎంత?

$$\text{పీలా ఉంచుకొనియున్న చాక్లెట్లు} = \frac{1}{3} \times 15 = 5 \text{ చాక్లెట్లు}$$

ఉదాహరణ 1.9

$$\text{విలువను కనుగొనుము : } 2\frac{1}{5} \text{ లో } \frac{1}{4}$$

సాధన

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{5} \text{ లో } \frac{1}{4} &= \frac{1}{4} \times 2\frac{1}{5} \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{11}{5} \\ &= \frac{11}{20} \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 1.10

60 మంది విద్యార్థులు గల ఒక గ్రూప్‌లో $\frac{3}{10}$ భాగము విద్యార్థులు విజ్ఞాన శాస్త్రము చదువుటకు ఇష్టపడిరి. $\frac{3}{5}$ భాగము సాంఘీక విజ్ఞానము చదువుటకు ఇష్టపడిరి.

(i) విజ్ఞాన శాస్త్రము చదువుటకు ఇష్టపడిన విద్యార్థులు ఎంతమంది?

(ii) సాంఘీక విజ్ఞానము చదువుటకు ఇష్టపడిన విద్యార్థులు ఎంతమంది?

అధ్యాయము 1



సాధన

తరగతిలో నున్న మొత్తం విద్యార్థులు = 60

(i) 60 మంది విద్యార్థులలో $\frac{3}{10}$ భాగము విద్యార్థులు విజ్ఞాన శాస్త్రము చదువుటకు ఇష్టపడిరి.

కాబట్టి, విజ్ఞాన శాస్త్రము చదువుటకు ఇష్టపడిన విద్యార్థుల సంఖ్య 60 లో $\frac{3}{10}$.

$$= \frac{3}{10} \times 60 = 18 \text{ మంది.}$$

(ii) 60 మంది విద్యార్థులలో $\frac{3}{5}$ భాగము విద్యార్థులు సాంఘీక విజ్ఞానము చదువుటకు ఇష్టపడిరి.

కాబట్టి, సాంఘీక విజ్ఞానము చదువుటకు ఇష్టపడిన విద్యార్థుల సంఖ్య 60 లో $\frac{3}{5}$

$$= \frac{3}{5} \times 60 = 36 \text{ మంది.}$$

అభ్యాసము 1.3

1. గుణించుము:

- | | | | |
|-----------------------------|----------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| i) $6 \times \frac{4}{5}$ | ii) $3 \times \frac{3}{7}$ | iii) $4 \times \frac{4}{8}$ | iv) $15 \times \frac{2}{10}$ |
| v) $\frac{2}{3} \times 7$ | vi) $\frac{5}{2} \times 8$ | vii) $\frac{11}{4} \times 7$ | viii) $\frac{5}{6} \times 12$ |
| ix) $\frac{4}{7} \times 14$ | x) $18 \times \frac{4}{3}$ | | |

2. విలువను కనుగొనుము:

- | | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| i) $28 \text{ లో } \frac{1}{2}$ | ii) $27 \text{ లో } \frac{7}{3}$ | iii) $64 \text{ లో } \frac{1}{4}$ | iv) $125 \text{ లో } \frac{1}{5}$ |
| v) $216 \text{ లో } \frac{8}{6}$ | vi) $32 \text{ లో } \frac{4}{8}$ | vii) $27 \text{ లో } \frac{3}{9}$ | viii) $100 \text{ లో } \frac{7}{10}$ |
| ix) $35 \text{ లో } \frac{5}{7}$ | x) $100 \text{ లో } \frac{1}{2}$ | | |

3. క్రింద ఇవ్వబడిన వాటిని గుణించి గుణక లబ్ధమును మిక్రేమ భిన్నముగా మార్చుము.

- | | | | |
|-----------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| i) $5 \times 5 \frac{1}{4}$ | ii) $3 \times 6 \frac{3}{5}$ | iii) $8 \times 1 \frac{1}{5}$ | iv) $6 \times 10 \frac{5}{7}$ |
| v) $7 \times 7 \frac{1}{2}$ | vi) $9 \times 9 \frac{1}{2}$ | | |

4. వాను మరియు రవి ఇద్దరు ఒక విహార యాత్రకు వెళ్లిరి. వారి తల్లి వారికి ఒక కేనులో 10 లీటర్లు నీళ్ళను ఇచ్చి పంపినది. వాను $\frac{2}{5}$ భాగము నీళ్ళను ఉపయోగించుకొనెను. మిగిలియున్న నీళ్ళను రవి ఉపయోగించుకొనెను. వాను ఎంత నీళ్ళు త్రాగెను.



జ్ఞానాలైట్

(iii) ఒక భిన్నమును మరొక భిన్నముచే గుణించుట: (Multiplication of a fraction by a fraction)

ఉదాహరణ 1.11

కనుగొనుము: $\frac{3}{8} \text{ లో } \frac{1}{5}$.

సాధన

$$\frac{3}{8} \text{ లో } \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{40}$$

ఉదాహరణ 1.12

కనుగొనుము: $\frac{2}{9} \times \frac{3}{2}$.

సాధన

$$\frac{2}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{3}$$

ఉదాహరణ 1.13

లీల ఒక పుస్తకములో $\frac{1}{4}$ భాగమును ఒక గంటలో చదివినది. $3\frac{1}{2}$ గంటలలో ఆమె పుస్తకములో ఎంత భాగమును చదవగలదు.

సాధన

లీల ఒక గంటలో పుస్తకములో చదివిన భాగము = $\frac{1}{4}$

$$\begin{aligned} 3\frac{1}{2} \text{ గంటలలో ఆమె పుస్తకములో చదివిన భాగము} &= 3\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{7}{2} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{7 \times 1}{4 \times 2} \\ &= \frac{7}{8} \end{aligned}$$



కనుగొనుము:
i) $\frac{1}{3} \times \frac{7}{5}$
ii) $\frac{2}{3} \times \frac{8}{9}$

\therefore లీలా $3\frac{1}{2}$ గంటలలో పుస్తకములో $\frac{7}{8}$ భాగమును చదవగలదు.

అభ్యాసము 1.4

1. కనుగొనుము :

- i) $\frac{5}{10} \text{ లో } \frac{10}{5}$ ii) $\frac{7}{8} \text{ లో } \frac{2}{3}$ iii) $\frac{7}{4} \text{ లో } \frac{1}{3}$ iv) $\frac{7}{9} \text{ లో } \frac{4}{8}$
- v) $\frac{9}{4} \text{ లో } \frac{4}{9}$ vi) $\frac{2}{9} \text{ లో } \frac{1}{7}$

2. నిర్ధిష్ట రూపములో వ్రాయుము:

- i) $\frac{2}{9} \times 3\frac{2}{3}$ ii) $\frac{2}{9} \times \frac{9}{10}$ iii) $\frac{3}{8} \times \frac{6}{9}$ iv) $\frac{7}{8} \times \frac{9}{14}$
- v) $\frac{9}{2} \times \frac{3}{3}$ vi) $\frac{4}{5} \times \frac{12}{7}$

అధ్యాయము 1

గుణితమై



3. క్రింద ఇవ్వబడిన భిన్నములను గుణించుము :
 - i) $\frac{2}{5} \times 5\frac{2}{3}$
 - ii) $6\frac{3}{4} \times \frac{7}{10}$
 - iii) $7\frac{1}{2} \times 1$
 - iv) $5\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{2}$
 - v) $7\frac{1}{4} \times 8\frac{1}{4}$
4. ఒక కారు 1 లీటరు పెట్రోలుతో 20 కి.మీ ప్రయాణించినది. ఆ కారు $2\frac{3}{4}$ లీ పెట్రోలుతో ఎంత దూరము ప్రయాణించును?
5. గోపాల్ ఒక పుస్తకమును ఒక్కాక్కు రోజుకు $1\frac{3}{4}$ గంటలు చదువుచుండెను. అతను 7 రోజులలో పుస్తకము మొత్తమును చదివి ముగించెను. పుస్తకము మొత్తమును చదువుటకు అతనికి ఎంత కాలము (గంటలు) కావలయును?

ఒక భిన్నము యొక్క విలోపము: (The reciprocal of a fraction)

సున్నకాని రెండు సంఖ్యల గుణకలబ్దము ‘1’ గా ఉండిన ఆ సంఖ్యలు ఒకదానికాకటి విలోపము అని పిలువబడుచున్నది. అందువలన, $\frac{3}{5}$ యొక్క విలోపము $\frac{5}{3}$, $\frac{5}{3}$ యొక్క విలోపము $\frac{3}{5}$ అగును.

గమనిక: ‘1’ కి ఒకటే విలోపము అగును. సున్నాకు విలోపము లేదు.

(iv) ఒక భిన్నమును ఒక పూర్ణసంఖ్యచే భాగించుట: (Division of a whole number by a fraction)

ఒక పూర్ణసంఖ్యను ఒక భిన్నముచే భాగించుటకు ఆ పూర్ణసంఖ్యను ఆ భిన్నము యొక్క విలోపముచే గుణించవలయును.

ఉదాహరణ 1.14

కనుగొనుము: (i) $6 \div \frac{2}{5}$ (ii) $8 \div \frac{7}{9}$

సాధన

(i) $6 \div \frac{2}{5} = 6 \times \frac{5}{2} = 15$

(ii) $8 \div \frac{7}{9} = 8 \times \frac{9}{7} = \frac{72}{7}$

ఒక పూర్ణసంఖ్యను మిశ్రమ భిన్నముతో భాగించునపుడు మిశ్రభిన్నమును మొదట అపక్రమ భిన్నముగా మార్చవలెను.

ఉదాహరణ 1.15

కనుగొనుము: $6 \div 3\frac{4}{5}$

సాధన

$6 \div 3\frac{4}{5} = 6 \div \frac{19}{5} = 6 \times \frac{5}{19} = \frac{30}{19} = 1\frac{11}{19}$



కనుగొనుము:

i) $6 \div 5\frac{2}{3}$ ii) $9 \div 3\frac{3}{7}$

(v) ఒక భిన్నమును మరొక భిన్నముచే భాగించుట: (Division of a fraction by another fraction)

ఒక భిన్నమును మరొక భిన్నముచే భాగించుటకు మొదటి భిన్నమును రెండవ భిన్నము యొక్క విలోపముచే గుణించవలెను.



మనము ఇప్పుడు $\frac{1}{5} \div \frac{3}{7}$ ను చూచెదము.

$$\frac{1}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{7}. \text{ యొక్క విలోమము.}$$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{7}{15}$$



కనుగొనుము:

i) $\frac{3}{7} \div \frac{4}{5}$, ii) $\frac{1}{2} \div \frac{4}{5}$, iii) $2\frac{3}{4} \div \frac{7}{2}$

అభ్యాసము 1.5

1. క్రింద ఇవ్వబడిన భిన్నముల యొక్క విలోమమును కనుగొనుము:

- | | | | |
|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|
| i) $\frac{5}{7}$ | ii) $\frac{4}{9}$ | iii) $\frac{10}{7}$ | iv) $\frac{9}{4}$ |
| v) $\frac{33}{2}$ | vi) $\frac{1}{9}$ | vii) $\frac{1}{13}$ | viii) $\frac{7}{5}$ |

2. కనుగొనుము:

- | | | | |
|--------------------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|
| i) $\frac{5}{3} \div 25$ | ii) $\frac{6}{9} \div 36$ | iii) $\frac{7}{3} \div 14$ | iv) $1\frac{1}{4} \div 15$ |
|--------------------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|

3. కనుగొనుము:

- | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| (i) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{4}$ | ii) $\frac{5}{6} \div \frac{6}{7}$ | iii) $2\frac{3}{4} \div \frac{3}{5}$ | iv) $3\frac{3}{2} \div \frac{8}{3}$ |
|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|

4. ఒక సౌట్ (scout) యూనిఫారమ్కు కావలసిన గుడ్డకొలత $2\frac{1}{4}$ మీటర్లు అయిన $47\frac{1}{4}$ మీటర్లు గుడ్డతో ఎన్ని యూనిఫారమ్లను కుట్టవచ్చును?

5. రెండు స్థలములకు మధ్యలో ఉన్న దూరము $47\frac{1}{2}$ కి.మీ. ఒక వ్యాను (van) ఆ దూరమును దాటుటకు $\frac{3}{16}$ గంటలు తీసుకొన్నది, అయిన వ్యాను వేగము ఎంత?

1.5 అకరణీయ సంఖ్యలు - పరిచయము (Introduction to Rational Numbers)

ఒక అకరణీయ సంఖ్య $\frac{p}{q}$, $q \neq 0$, p మరియు q పూర్తిసంఖ్యలు అని పేర్కొనబడుచున్నవి. ఇక్కడ p అనునది లవము, q అనునది హోరము అగును.

$\frac{7}{3}, -\frac{5}{7}, \frac{2}{9}, \frac{11}{-7}, -\frac{3}{11}$ అనునవి అకరణీయ సంఖ్యలు.

ఒక అకరణీయ సంఖ్య యొక్క హోరము ధనాత్మక సంఖ్యగాను పైగా హోరము మరియు లవమునకు ‘1’ తప్ప వేరేదైనా భాజకము లేని యొడల ఆ అకరణీయ సంఖ్య నిర్ధిష్ట రూపములో ఉన్నదని చెప్పవచ్చును.

ఒక అకరణీయ సంఖ్య నిర్ధిష్ట రూపములో లేని యొడల దానిని నిర్ధిష్ట రూపములో మార్చవచ్చును.

ఉధారణ 1.16

$\frac{72}{54}$ ను నిర్ధిష్ట రూపములోనికి మార్చము.

అభ్యాస
ప్రయత్నించుము

అధ్యాయము 1

క్రిందిన ప్రశ్నలకు సాధించండి.

సాధన

$$\begin{aligned}\frac{72}{54} &= \frac{72 \div 2}{54 \div 2} \\&= \frac{36}{27} = \frac{36 \div 3}{27 \div 3} \\&= \frac{12}{9} = \frac{12 \div 3}{9 \div 3} \\&= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

మరొక పద్ధతి: $\frac{72}{54} = \frac{72 \div 18}{54 \div 18} = \frac{4}{3}$

ఈ ఉదాహరణలో 72 మరియు 54 ఏటి యొక్క గరిష్ట సామాన్య భాజకము 18 గా ఉన్నది.

ఈ అకరణీయ సంఖ్యను దానియొక్క నిర్ధిష్ట రూపములోనికి మర్చుటకు దాని యొక్క లవము మరియు హరమును వాటి యొక్క గరిష్ట సామాన్య భాజకముచే భాగించవలెను. ఇక్కడ బుణాత్మక గుర్తును చూడరాదు.

హరములో బుణాత్మక గుర్తు ఉండిన - గరిష్ట సామాన్య భాజకముచే భాగించవలెను.

ఉదాహరణ 1.17

(i) $\frac{18}{-12}$ (ii) $\frac{-4}{-16}$ లను నిర్ధిష్ట రూపములోనికి మార్చుము.

సాధన

(i) 18 మరియు 12 యొక్క గ.సా.భా 6.



ప్రయత్నించుట

నిర్ధిష్ట రూపములో ప్రాయించుట.

i) $\frac{-18}{51}$, ii) $\frac{-12}{28}$, iii) $\frac{7}{35}$

కాబట్టి, దానియొక్క నిర్ధిష్ట రూపము వచ్చుటకు -6 చే భాగించవలయిను.

$$\frac{18}{-12} = \frac{18 \div (-6)}{-12 \div (-6)} = \frac{-3}{2}$$

(ii) 4 మరియు 16 యొక్క గ.సా.భా 4.

కాబట్టి, దాని యొక్క నిర్ధిష్ట రూపమును పొందుటకు -4 చే భాగించవలెను.

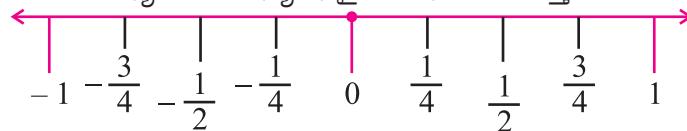
$$\frac{-4}{-16} = \frac{-4 \div (-4)}{-16 \div (-4)} = \frac{1}{4}$$

1.6 అకరణీయ సంఖ్యలను సంఖ్యా రేఖలైప్ గుర్తించుట: (Representation of Rational numbers on the Number line).

పూర్ణాంకములను సంఖ్యారేఖలైప్ ఏ విధముగా గుర్తించవలెనని మీకు తెలియిను. ఇప్పుడు ఒక సంఖ్యారేఖను గేచెదము.

సున్నకు కుడి ప్రక్కన ఉన్న బిందువులు ధనాత్మక పూర్ణాంకములు అగును. సున్నకు ఎడమ ప్రక్కన ఉన్న బిందువులు బుణాత్మక పూర్ణాంకములగును.

ఇప్పుడు అకరణీయ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖలైప్ ఏ విధముగా గుర్తించవలెనని చూచెదము.



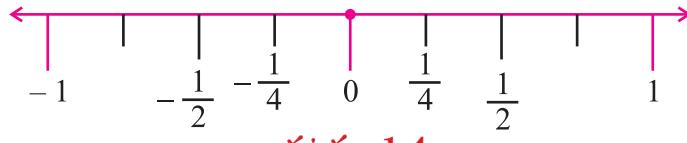
పటము 1.3



అభిముఖ్యమైన
అభిముఖ్యమైన

$-\frac{1}{4}$ అను సంఖ్యను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించుటకు ప్రయత్నించెదము.

ధనాత్మక పూర్ణాంకములను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించునట్లు ధనాత్మక అకరణీయ సంఖ్యలను సున్నకు కుడి ప్రక్కగాను, బుణాత్మక అకరణీయ సంఖ్యలను సున్నకు ఎడమ ప్రక్కగాను గుర్తించవచ్చును.



పటము 1.4

$-\frac{1}{4}$ ను సున్నకు ఏ ప్రక్కన గుర్తించెదవు? ఒక బుణాత్మక అకరణీయ సంఖ్యగా ఉండిన దానిని సున్నకు ఎడమ ప్రక్కగా గుర్తించవచ్చును.

పూర్ణాంకములను సంఖ్యా రేఖలో గుర్తించునపుడు ప్రక్కప్రక్కన వచ్చు పూర్ణాంకములు సమాన మధ్య స్థలములో గుర్తించబడుచున్నదని మీకు తెలియును. ఇదే విధముగా అకరణీయ సంఖ్యలు $\frac{1}{4}$ మరియు $-\frac{1}{4}$ అను అకరణీయ సంఖ్యలను ఎట్లు గుర్తించవలయునని మీకు తెలియును. $\frac{1}{4}$ అను అకరణీయ సంఖ్యను ఎట్లు గుర్తించవలయునని మీకు తెలియును. ఇది సున్నకును, 1 కును గుర్తించిన దూరములో 4 లో 1 భాగము దూరములో గుర్తించబడుచున్నది.

అందువలన $-\frac{1}{4}$ అనునది సున్నకును -1 కును గుర్తించిన దూరములో 4 లో 1 భాగము దూరములో గుర్తించబడుచున్నది.

$\frac{3}{2}$ ను సంఖ్యారేఖపై ఎట్లు గుర్తించవలెను? అనునది మనకు తెలియును. ఇది సున్నకు కుడి ప్రక్కగాను 1 కును 2 కును మధ్య భాగములో గుర్తించబడుచున్నది. ఇప్పుడు $-\frac{3}{2}$ ను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించుటకు ప్రయత్నించెదము.

ఇది సున్నకు ఎడమ ప్రక్కగాను, సున్న సుండి $\frac{3}{2}$ ఉన్న అదే దూరములో ఎడమ ప్రక్కగాను అమరును. ఇదే విధముగా $-\frac{1}{2}$ సున్నకు ఎడమ ప్రక్కగా ఉన్నది. అదే దూరములో $\frac{1}{2}$ సున్నకు కుడి ప్రక్కగా నున్నది. అందువలన పైన చూపిన విధముగా సంఖ్యారేఖలో $-\frac{1}{2}$ ను గుర్తించవచ్చును. ఇదే విధముగా ఇతర అన్ని అకరణీయ సంఖ్యలను గుర్తించవచ్చును.

రెండు అకరణీయ సంఖ్యలకు మధ్యలో సున్న అకరణీయ సంఖ్యలు: (Rational numbers between two rational numbers)

4 మరియు 12 వాటికి మధ్యనున్న పూర్ణ సంఖ్యలను కూడుటకు రాజు ఇష్టపడెను. 4 మరియు 12 కు మధ్యలో సరిగ్గా 7 పూర్ణ సంఖ్యలు గలవు అని అతనికి తెలియును.

5 మరియు 6 కు మధ్యలో ఏవైనా పూర్ణాంకములు ఉన్నవా?

5 కును 6 కును మధ్యలో ఎటువంటి ఒక పూర్ణాంకమును లేదు.

\therefore రెండు పూర్ణ సంఖ్యలకు మధ్యలో ఉన్న పూర్ణాంకముల సంఖ్య పరిమితము కలిగియున్నది.

ఇప్పుడు ఈ పద్ధతిలో అకరణీయ సంఖ్యలలో ఏమి ఏర్పడుచున్నదని మనము చూచెదము.

రాజు $\frac{3}{7}$ మరియు $\frac{2}{3}$ కు మధ్య గల అకరణీయ సంఖ్యలను చూచుటకు ఇష్టపడెను.

అధ్యాయము 1



గీతా శాస్త్రములు

అతడు వాటిని అకరణీయ సంఖ్యలుగా మార్చుటకు ఒకే హరములు ఉండునవిగా మార్చుకొనెను.

$$\text{అందువలన } \frac{3}{7} = \frac{9}{21} \text{ మరియు } \frac{2}{3} = \frac{14}{21}$$

$$\text{ఇప్పుడు అతడు } \frac{9}{21} < \frac{10}{21} < \frac{11}{21} < \frac{12}{21} < \frac{13}{21} < \frac{14}{21} \text{ ను పొందగలడు.}$$

$$\text{అందువలన } \frac{9}{21} \text{ మరియు } \frac{14}{21} \text{ కి మధ్య గల అకరణీయ సంఖ్యలు } \frac{10}{21}, \frac{11}{21}, \frac{12}{21}, \frac{13}{21}.$$

ఇప్పుడు $\frac{3}{7}$ మరియు $\frac{2}{3}$ అను వాటికి మధ్యలోనున్న ఇంకను పలు అకరణీయ సంఖ్యలను కనుగొనుటకు ప్రయత్నించేదము.

$$\frac{3}{7} = \frac{18}{42} \text{ మరియు } \frac{2}{3} = \frac{28}{42} \text{ అని మనము పొందగలము.}$$

$$\text{అందువలన } \frac{18}{42} < \frac{19}{42} < \frac{20}{42} < \dots < \frac{28}{42}.$$

$$\text{కాబట్టి } \frac{3}{7} < \frac{19}{42} < \frac{20}{42} < \frac{21}{42} < \dots < \frac{2}{3}.$$

కాబట్టి $\frac{3}{7}$ మరియు $\frac{2}{3}$ అను వాటికి మధ్యలో పలు అకరణీయ సంఖ్యలను మనము కనుగొనవచ్చును.

రెండు అకరణీయ సంఖ్యలకు మధ్యలో లెక్కలేని అకరణీయ సంఖ్యలను మనము కనుగొనవచ్చును.

ఉదాహరణ 1.18

$\frac{2}{5}$ మరియు $\frac{4}{7}$ కు మధ్య గల ఐదు అకరణీయ సంఖ్యలను కనుగొనము.

సాధన

మనము మొదట ఇవ్వబడిన అకరణీయ సంఖ్యలను ఒకే విధమైన హరములు వచ్చునట్లు మార్చుకొనవలయిను.

$$\text{ఇప్పుడు, } \frac{2}{5} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} = \frac{14}{35} \text{ మరియు } \frac{4}{7} = \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{20}{35}.$$

$$\text{అందువలన మనము పొందునవి } \frac{14}{35} < \frac{15}{35} < \frac{16}{35} < \frac{17}{35} < \frac{18}{35} < \frac{19}{35} < \frac{20}{35}$$

$$\text{కావలసిన ఐదు అకరణీయ సంఖ్యలు } \frac{15}{35}, \frac{16}{35}, \frac{17}{35}, \frac{18}{35}, \frac{19}{35}$$

ఉదాహరణ 1.19

$-\frac{5}{3}$ మరియు $-\frac{8}{7}$ కు మధ్యగల ఏడు అకరణీయ సంఖ్యలను కనుగొనము.

సాధన

మనము మొదట ఇవ్వబడిన అకరణీయ సంఖ్యలను ఒకేవిధమైన హరములు వచ్చునట్లు మార్చుకొనవలయిను.

$$\text{ఇప్పుడు } -\frac{5}{3} = -\frac{5 \times 7}{3 \times 7} = -\frac{35}{21} \text{ మరియు } -\frac{8}{7} = -\frac{8 \times 3}{7 \times 3} = -\frac{24}{21}$$

$$\text{అందువలన మనము పొందునది } -\frac{35}{21} < -\frac{34}{21} < -\frac{33}{21} < -\frac{32}{21} < -\frac{31}{21} < -\frac{30}{21}$$

$$< -\frac{29}{21} < -\frac{28}{21} < -\frac{27}{21} < -\frac{26}{21} < -\frac{25}{21} < -\frac{24}{21}$$

$$\therefore \text{కావలసిన ఏడు అకరణీయ సంఖ్యలు } -\frac{34}{21}, -\frac{33}{21}, -\frac{32}{21}, -\frac{31}{21}, -\frac{30}{21}, -\frac{29}{21}, -\frac{28}{21}.$$

(మనకు కావలసిన ఏవైనా ఏడు అకరణీయ సంఖ్యలను తీసుకొనవచ్చును)



అభ్యాసము 1.6

1. సరైన జవాబును ఎన్నుకొనము.
- i) $\frac{3}{8}$ అనునది ఒక
 (అ) ధనాత్మక అకరణీయ సంఖ్య (ఆ) బుఱాత్మక అకరణీయ సంఖ్య
 (ఇ) పూర్ణసంఖ్య (ఈ) ధనాత్మక పూర్ణాంకము
- ii) హారము ధనాత్మక పూర్ణాంకముగాను లవము బుఱాత్మక పూర్ణాంకముగాను ఉన్న ఒక అకరణీయ సంఖ్యను కనుగొనము.
 (అ) $\frac{4}{3}$ (ఆ) $-\frac{7}{5}$ (ఇ) $-\frac{10}{9}$ (ఈ) $\frac{10}{9}$
- iii) క్రింద ఇవ్వబడిన వాటిలో ఏది నిర్దిష్ట రూపములో ఉన్నది.
 (అ) $-\frac{4}{12}$ (ఆ) $-\frac{1}{12}$ (ఇ) $-\frac{1}{12}$ (ఈ) $-\frac{7}{14}$
- iv) అన్ని భిన్నములు ఒక
 (అ) పూర్ణ సంఖ్య (ఆ) సహజ సంఖ్య (ఇ) బేసి సంఖ్య (ఈ) అకరణీయ సంఖ్య
2. మధ్యగల నాలుగు అకరణీయ సంఖ్యలను వ్రాయము.
- i) $-\frac{7}{5}$ మరియు $-\frac{2}{3}$ ii) $\frac{1}{2}$ మరియు $\frac{4}{3}$ iii) $\frac{7}{4}$ మరియు $\frac{8}{7}$
3. నిర్దిష్ట రూపములో వ్రాయము.
- i) $-\frac{12}{16}$ ii) $-\frac{18}{48}$ iii) $-\frac{21}{-35}$
 iv) $-\frac{70}{42}$ v) $-\frac{4}{8}$
4. సంఖ్యారేఖను గీచి, దానిపైన క్రింద ఇవ్వబడిన అకరణీయ సంఖ్యలను గుర్తించుము.
- i) $\frac{3}{4}$ ii) $-\frac{5}{8}$ iii) $-\frac{8}{3}$
 iv) $\frac{6}{5}$ v) $-\frac{7}{10}$
5. క్రింద ఇవ్వబడిన వాటిలో ఏవి నిర్దిష్ట రూపములో ఉన్నవి.
- i) $\frac{2}{3}$ ii) $\frac{4}{16}$ iii) $\frac{9}{6}$
 iv) $-\frac{1}{7}$ v) $-\frac{4}{7}$

1.7 అకరణీయ సంఖ్యలపై నున్న నాలుగు ప్రాథమిక పరిక్రియలు: (Four Basic Operations on Rational numbers)

పూర్ణాంకములలో కూడిక, తీసివేత, గుణకారము మరియు భాగహరము గూర్చి మీకు తెలియును.

(i) అకరణీయ సంఖ్యల యొక్క కూడిక: (Addition of rational numbers)

హారములు ఒకే విధముగా ఉన్న అకరణీయ సంఖ్యలను కూడెదము.

అభ్యాసము

అధ్యాయము 1



స్విత్స్‌టైప్

ఉదాహరణ 1.20

$\frac{9}{5}$ మరియు $\frac{7}{5}$ ను కూడము.

సాధన

$$\frac{9}{5} + \frac{7}{5} = \frac{9+7}{5} = \frac{16}{5}.$$

హారములు వేరు విభజముగా ఉన్న అకరణీయ సంఖ్యలను కూడచుండము.

ఉదాహరణ 1.21

సూక్ష్మకరించుము: $\frac{7}{3} + \left(\frac{-5}{4}\right)$

సాధన

$$\frac{7}{3} + \left(\frac{-5}{4}\right)$$

$$= \frac{28 - 15}{12} \quad (3, 4 \text{ యొక్క క.సా.గు 12)$$

$$= \frac{13}{12}$$

ఉదాహరణ 1.22

సూక్ష్మకరించుము: $\frac{-3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6}$.

సాధన

$$\begin{aligned} \frac{-3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} &= \frac{(-3 \times 3) + (1 \times 6) - (5 \times 2)}{12} \quad (4, 2, 6 \text{ యొక్క క.సా.గు 12) \\ &= \frac{-9 + 6 - 10}{12} \\ &= \frac{-19 + 6}{12} = \frac{-13}{12} \end{aligned}$$

(ii) అకరణీయ సంఖ్యల యొక్క తీసివేత: (Subtraction of rational numbers)

ఉదాహరణ 1.23

$\frac{10}{3}$ నుండి $\frac{8}{7}$ ను తీసివేయము.

సాధన

$$\frac{10}{3} - \frac{8}{7} = \frac{70 - 24}{21} = \frac{46}{21}$$

ఉదాహరణ 1.24

సూక్ష్మకరించుము: $\frac{6}{35} - \left(\frac{-10}{35}\right)$.

సాధన

$$\frac{6}{35} - \left(\frac{-10}{35}\right) = \frac{6 + 10}{35} = \frac{16}{35}$$



ఉదాహరణ 1.25

$$\text{సూక్ష్మకరించుము: } \left(-2\frac{7}{35}\right) - \left(3\frac{6}{35}\right).$$

సార్లన

$$\begin{aligned} \left(-2\frac{7}{35}\right) - \left(3\frac{6}{35}\right) &= \frac{-77}{35} - \frac{111}{35} \\ &= \frac{-77 - 111}{35} = \frac{-188}{35} = -5\frac{13}{35} \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 1.26

రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మొత్తము 1, వాటిలో ఒక సంఖ్య $\frac{5}{20}$ అయిన మరొక సంఖ్య ఏది?

పోదన

రెండు అకరణీయ సంబ్ముల మొత్తము = 1

ఇవ్వబడిన సంఖ్య + కావలసిన సంఖ్య = 1

$$\frac{5}{20} + \text{కావలసిన సంఖ్య} = 1$$

$$\begin{aligned}
 \text{కావలసిన సంఖ్య} &= 1 - \frac{5}{20} \\
 &= \frac{20 - 5}{20} \\
 &= \frac{15}{20} = \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

∴ కావలసిన సంఖ్య $\frac{3}{4}$ అగును.



ప్రయత్నించుము

- i) $\frac{7}{35} - \frac{5}{35}$, ii) $\frac{5}{6} - \frac{7}{12}$,
 iii) $\frac{7}{3} - \frac{3}{4}$, iv) $(3\frac{3}{4}) - (2\frac{1}{4})$,
 v) $(4\frac{5}{7}) - (6\frac{1}{4})$

అభ్యాసము 1.7

1. సద్రైన జవాబును ఎన్నకొనుము:

 - $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ కు సమానమైనది

గ) 2	గ) 3	గ) 1	గ) 4
------	------	------	------

 - $\frac{4}{5} - \frac{9}{5}$ కు సమానమైనది

గ) 1	గ) 3	గ) -1	గ) 7
------	------	-------	------

 - $5 \frac{1}{11} + 1 \frac{10}{11}$ కు సమానమైనది

గ) 4	గ) 3	గ) -5	గ) 7
------	------	-------	------

 - రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మొత్తము 1. ఒక సంఖ్య $\frac{1}{2}$ అయిన మరొక సంఖ్య ఏది?

గ) $\frac{4}{3}$	గ) $\frac{3}{4}$	గ) $\frac{-3}{4}$	గ) $\frac{1}{2}$
------------------	------------------	-------------------	------------------

అధ్యాయము 1

స్విట్సన్ లైట్



2. కూడుము:

- i) $\frac{12}{5}$ మరియు $\frac{6}{5}$
- ii) $\frac{7}{13}$ మరియు $\frac{17}{13}$
- iii) $\frac{8}{7}$ మరియు $\frac{6}{7}$
- iv) $-\frac{7}{13}$ మరియు $-\frac{5}{13}$
- v) $\frac{7}{3}$ మరియు $\frac{8}{4}$
- vi) $-\frac{5}{7}$ మరియు $\frac{7}{6}$
- vii) $\frac{9}{7}$ మరియు $-\frac{10}{3}$
- viii) $\frac{3}{6}$ మరియు $-\frac{7}{2}$
- ix) $\frac{9}{4}, \frac{8}{7}$ మరియు $\frac{1}{28}$
- x) $\frac{4}{5}, -\frac{7}{10}$ మరియు $-\frac{8}{15}$

3. క్రింద ఇవ్వబడిన వాటికి మొత్తమును కనుగొనుము:

- i) $-\frac{3}{4} + \frac{7}{4}$
- ii) $\frac{9}{6} + \frac{15}{6}$
- iii) $-\frac{3}{4} + \frac{6}{11}$
- iv) $-\frac{7}{8} + \frac{9}{16}$
- v) $\frac{4}{5} + \frac{7}{20}$
- vi) $(-\frac{6}{13}) + (-\frac{14}{26})$
- vii) $\frac{11}{13} + (-\frac{7}{2})$
- viii) $(-\frac{2}{5}) + \frac{5}{12} + (-\frac{7}{10})$
- ix) $\frac{7}{9} + (-\frac{10}{18}) + (-\frac{7}{27})$
- x) $\frac{6}{3} + (-\frac{7}{6}) + (-\frac{9}{12})$

4. సూక్ష్మకరించుము:

- i) $\frac{7}{35} - \frac{5}{35}$
- ii) $\frac{5}{6} - \frac{7}{12}$
- iii) $\frac{7}{3} - \frac{3}{4}$
- iv) $(3\frac{3}{4}) - (2\frac{1}{4})$
- v) $(4\frac{5}{7}) - (6\frac{1}{4})$

5. సూక్ష్మకరించుము:

- i) $(1\frac{2}{11}) + (3\frac{5}{11})$
- ii) $(3\frac{4}{5}) - (7\frac{3}{10})$
- iii) $(-1\frac{2}{11}) + (-3\frac{5}{11}) + (6\frac{3}{11})$
- iv) $(-3\frac{9}{10}) + (3\frac{2}{5}) + (6\frac{5}{20})$
- v) $(-3\frac{4}{5}) + (2\frac{3}{8})$
- vi) $(-1\frac{5}{12}) + (-2\frac{7}{11})$
- vii) $(9\frac{6}{7}) + (-11\frac{2}{3}) + (-5\frac{7}{42})$
- viii) $(7\frac{3}{10}) + (-10\frac{7}{21})$

6. రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మొత్తము $\frac{17}{4}$. వాటిలో ఒక సంఖ్య $\frac{5}{2}$, అయిన మరొక సంఖ్యను కనుగొనుము.

7. ఏ సంఖ్యతో $\frac{5}{6}$ ను కూడిన $\frac{49}{30}$. లభించును?

8. ఒక అంగడివాడు ఒక రోజులో $7\frac{3}{4}$ కి.గ్రా, $2\frac{1}{2}$ కి.గ్రా మరియు $3\frac{3}{5}$ కి.గ్రా చక్కరను అమ్మేను. ఆ రోజు అతను అమ్మిన చక్కర బరువును కనుగొనుము.

9. రాజూ 25 కి.గ్రా బియ్యమును కొని మొదటి రోజు $1\frac{3}{4}$ కి.గ్రా బియ్యమును, రెండవ రోజు $4\frac{1}{2}$ కి.గ్రా బియ్యమును ఉపయోగించుకొనెను. మిగిలియున్న బియ్యము యొక్క బరువును కనుగొనుము.

10. రామ్ 10 కి.గ్రా ఆపిల్ పండ్లను కొని వాటిలో $3\frac{4}{5}$ కి.గ్రా అతని సహాదరికి మరియు $2\frac{3}{10}$ కి.గ్రా స్నేహితునికి ఇచ్చేను. ఇంక అతని వద్ద ఎన్ని కి.గ్రా ఆపిల్ పండ్ల మిగిలివుండును?



(iii) అకరణీయ సంఖ్యల యొక్క గుణకారము: (Multiplication of Rational numbers)

రెండు అకరణీయ సంఖ్యలను గుణించుటకు, వాటి యొక్క లవములను మరియు హోరములను విడివిడిగా గుణించి క్రొత్త అకరణీయ సంఖ్యగా ప్రాయివచ్చును. క్రొత్త అకరణీయ సంఖ్యను దాని యొక్క నిర్ధిష్ట రూపమునకు సూక్ష్మకరించవచ్చును.

ఉదాహరణ 1.27

$$\frac{4}{-11} \text{ మరియు } \left(-\frac{22}{8} \right) \text{ ల గుణక లబ్దమును కనుగొనుము.}$$

సాధన

$$\begin{aligned} & \left(\frac{4}{-11} \right) \times \left(-\frac{22}{8} \right) \\ & = \left(\frac{-4}{11} \right) \times \left(\frac{-22}{8} \right) = \frac{88}{88} \\ & = 1 \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 1.28

$$\left(-2\frac{4}{15} \right) \text{ మరియు } \left(-3\frac{2}{49} \right) \text{ ల గుణక లబ్దమును కనుగొనుము.}$$

సాధన

$$\begin{aligned} \left(-2\frac{4}{15} \right) \times \left(-3\frac{2}{49} \right) &= \left(\frac{-34}{15} \right) \times \left(\frac{-149}{49} \right) \\ &= \frac{5066}{735} = 6\frac{656}{735} \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 1.29

రెండు అకరణీయ సంఖ్యల గుణక లబ్దము $\frac{2}{9}$. వాటిలో ఒక అకరణీయ సంఖ్య $\frac{1}{2}$ అయిన మరొక అకరణీయ సంఖ్యను కనుగొనుము.

సాధన

$$\begin{aligned} \text{రెండు అకరణీయ సంఖ్యల గుణక లబ్దము} &= \frac{2}{9} \\ \text{ఇవ్వబడిన అకరణీయ సంఖ్య} &= \frac{1}{2} \\ \therefore \text{ఇవ్వబడిన అకరణీయ సంఖ్య} \times \text{కావలసిన సంఖ్య} &= \frac{2}{9} \\ \frac{1}{2} \times \text{కావలసిన సంఖ్య} &= \frac{2}{9} \\ \text{కావలసిన సంఖ్య} &= \frac{2}{9} \times \frac{2}{1} = \frac{4}{9} \\ \therefore \text{కావలసిన అకరణీయ సంఖ్య} &= \frac{4}{9} \text{ అగును.} \end{aligned}$$

ఒక అకరణీయ సంఖ్య యొక్క గుణక విలోపము: (Multiplicative inverse (or reciprocal) of a rational number)

రెండు అకరణీయ సంఖ్యల గుణక లబ్దము 1 గా ఉండిన ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యకు గుణక విలోపము అని పిలువబడుచున్నది.

జ్ఞానార్థులు

అధ్యాయము 1



వ్యక్తిగతి

i) $\frac{7}{23} \times \frac{23}{7} = 1$
 $\therefore \frac{7}{23}$ యొక్క గుణక విలోపము $\frac{23}{7}$.

ఇదే విధముగా $\frac{23}{7}$ యొక్క గుణక విలోపము $\frac{7}{23}$.

ii) $\left(\frac{-8}{12}\right) \times \left(\frac{12}{-8}\right) = 1$
 $\therefore \left(\frac{-8}{12}\right)$ యొక్క గుణక విలోపము $\left(\frac{12}{-8}\right)$.

ఇదే విధముగా $\left(\frac{12}{-8}\right)$ యొక్క గుణక విలోపము $\left(\frac{-8}{12}\right)$.



కనుగొనుము:

1) $\frac{7}{8} \times \frac{9}{12}$, 2) $\frac{11}{12} \times \frac{24}{33}$
3) $\left(-1\frac{1}{4}\right) \times \left(-7\frac{2}{3}\right)$

(iv) అకరణీయ సంఖ్యల యొక్క భాగహారము: (Division of rational numbers)

ఈక అకరణీయ సంఖ్యను మరొక అకరణీయ సంఖ్యచే భాగించుటకు, మొదటి అకరణీయ సంఖ్యను రెండవ అకరణీయ సంఖ్య యొక్క గుణక విలోపముచే గుణించవలెను.

ఉదాహరణ 1.30

కనుగొనుము: $\left(\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{-5}{10}\right)$.

సాధన

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{-5}{10}\right) &= \frac{2}{3} \div \left(\frac{-1}{2}\right) \\ &= \frac{2}{3} \times (-2) = \frac{-4}{3} \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 1.31

కనుగొనుము: $4\frac{3}{7} \div 2\frac{3}{8}$.

సాధన

$$\begin{aligned} 4\frac{3}{7} \div 2\frac{3}{8} &= \frac{31}{7} \div \frac{19}{8} \\ &= \frac{31}{7} \times \frac{8}{19} = \frac{248}{133} \\ &= 1\frac{115}{133} \end{aligned}$$

అభ్యాసము 1.8

1. సరైన జవాబును ఎన్నుకోనుము:

- | | | | | |
|---|------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| i) $\frac{7}{13} \times \frac{13}{7}$ కు సమానమైనది | గ) 7 | గ) 13 | ఇ) 1 | ఈ) -1 |
| ii) $\frac{7}{8}$ యొక్క గుణక విలోపము | గ) $\frac{7}{8}$ | గ) $\frac{8}{7}$ | ఇ) $\frac{-7}{8}$ | ఈ) $\frac{-8}{7}$ |
| iii) $\frac{4}{-11} \times \left(\frac{-22}{8}\right)$ కు సమానమైనది | గ) 1 | గ) 2 | ఇ) 3 | ఈ) 4 |



(ii) దశాంశ సంబుల యొక్క కూడిక మరియు తీసివేత: (Addition and Subtraction of decimals)

ఉదాహరణ 1.32

కూడుము: 120.4, 2.563, 18.964

సాధన

$$\begin{array}{r}
 120.4 \\
 2.563 \\
 18.964 \\
 \hline
 141.927
 \end{array}$$

ఉదాహరణ 1.33

63.7 నుండి 43.508 ను తీసివేయుము.

సాధన

$$\begin{array}{r}
 63.700 \\
 (-) \quad 43.508 \\
 \hline
 20.192
 \end{array}$$

ఉదాహరణ 1.34

విలువను కనుగొనుము: $27.69 - 14.04 + 35.072 - 10.12$.

సాధన

$$\begin{array}{rrr}
 27.690 & - 14.04 & 62.762 \\
 35.072 & - 10.12 & - 24.16 \\
 \hline
 62.762 & - 24.16 & 38.602
 \end{array}$$

జవాబు 38.602.

ఉదాహరణ 1.35

దీప ఒక పేనాను ₹177.50 కును ఒక పెన్నిల్నను ₹4.75 కును మరియు ఒక నోట్ పుస్తకమును ₹20.60 కును తీసుకొనెను. ఆమె యొక్క మొత్తము ఖర్చు ఎంత?

సాధన

$$\begin{aligned}
 \text{ఒక పేనా ధర} &= ₹177.50 \\
 \text{ఒక పెన్నిల్ ధర} &= ₹4.75 \\
 \text{ఒక నోట్ పుస్తకము ధర} &= ₹20.60 \\
 \therefore \text{దీప యొక్క మొత్తము ఖర్చు} &= ₹202.85
 \end{aligned}$$



జ్ఞాన
గ్రహి

(iii) దశాంశ సంఖ్యల యొక్క గుణకారము: (Multiplication of Decimal Numbers)

రాణి 1 కి.గ్రా పండ్ల ధర ₹23.50 వంతున 2.5 కి.గ్రా పండ్లను తీసుకొన్నది. ఆమె చెల్లించవల సిన సామ్య ఎంత? ఖచ్చితముగా అది ₹(2.5×23.50) అని ఉండును. 2.5 మరియు 23.5 రెండునూ దశాంశ సంఖ్యలుగా ఉన్నవి.

ఇప్పుడు 1.5×4.3 యొక్క విలువను కనుగొనేదము.

43 ను 15 చే గుణించిన మనకు 645 వచ్చును. 4.3 మరియు 1.5 రెండింటిలోను కుడి ప్రక్కకు ఒక స్థానము జరిగి దశాంశ బిందువు ఉన్నది. అందువలన, గుణక లబ్ధములో రెండు స్థానములు జరిపి దశాంశ బిందువును పెట్టివచ్చును ($1+1=2$). కాబట్టి $4.3 \times 1.5 = 6.45$

ఇప్పుడు 1.43 ను 2.1 చే గుణించుటకు మొదట 143 ను 21 చేత గుణించవలెను. ఇప్పుడు 1.43 ను 2.1 చే గుణించుటకు మొదట 143 ను 21 చేత గుణించవలెను. గుణక లబ్ధములో దశాంశ బిందువును గుర్తించుటకు ($2+1=3$) స్థానములు కుడి ప్రక్కగా జరిపి ఉంచవలెను. కాబట్టి $1.43 \times 2.1 = 3.003$



- i) 2.9×5
- ii) 1.9×1.3
- iii) 2.2×4.05

ఉదాహరణ 1.36

ఒక చతురప్రము యొక్క భుజము 3.2 సెం.మీ, దాని చుట్టూ కొలతను కనుగొనుము.

సాధన

ఒక చతురప్రములో అన్ని భుజములు సమానముగా ఉండును.

ఒక్కాక్క భుజము యొక్క పొడవు = 3.2 సెం.మీ

కాబట్టి, చతురప్రము యొక్క చుట్టూ కొలత = $4 \times$ భుజము

$$= 4 \times 3.2 = 12.8 \text{ సెం.మీ.}$$

మీకు తెలుసా?

చతురప్రము చుట్టూకొలత
 $= 4 \times$ భుజము

ఉదాహరణ 1.37

ఒక దీర్ఘ చతురప్రము యొక్క పొడవు 6.3 సెం.మీ మరియు దాని వెడల్పు 3.2 సెం.మీ గా నున్నది. దీర్ఘ చతురప్రము యొక్క వైశాల్యము ఎంత?

సాధన

దీర్ఘ చతురప్రము పొడవు = 6.3 సెం.మీ.

దీర్ఘ చతురప్రము వెడల్పు = 3.2 సెం.మీ.

దీర్ఘ చతురప్రము వైశాల్యము = ($\text{పొడవు} \times \text{వెడల్పు}$)

$$= 6.3 \times 3.2 = 20.16 \text{ సెం.మీ}^2$$

దశాంశ సంఖ్యలను $10, 100$ మరియు 1000 లచే గుణించుట: (Multiplication of Decimal number by $10, 100$ and 1000)

రాణి $3.7 = \frac{37}{10}$, $3.72 = \frac{372}{100}$ మరియు $3.723 = \frac{3723}{1000}$ అని కనుగొనినది. కావున దశాంశ బిందువు యొక్క స్థానమును అనుసరించి దశాంశ సంఖ్యలను $10, 100$ మరియు 1000 ను హోరముగా కలిగిన భిన్న సంఖ్యలుగా మార్చివచ్చునని కనుగొనినది. ఇప్పుడు ఒక దశాంశ సంఖ్యను $10, 100, 1000$ చే గుణించిన ఏమి సంభవించును అనునది కనుగొనేదము.

అధ్యాయము 1



సిద్ధాంతములు

ఉదాహరణకు,

$$3.23 \times 10 = \frac{323}{100} \times 10 = 32.3$$

దశాంశ సంఖ్యను 10 చే గుణించునపుడు దశాంశ బిందువు అనునది కుడి ప్రక్కకు ఒక స్థానము జరుగుచున్నది.

$$3.23 \times 100 = \frac{323}{100} \times 100 = 323$$

దశాంశ సంఖ్యను 100 చే గుణించునపుడు దశాంశ బిందువు అనునది కుడి ప్రక్కకు రెండు స్థానములు జరుగుచున్నది.

$$3.23 \times 1000 = \frac{323}{100} \times 1000 = 3230$$

దశాంశ సంఖ్యను 1000 చే గుణించునపుడు దశాంశ బిందువు అనునది కుడి ప్రక్కకు మూడు స్థానములు జరుగుచున్నది.



ప్రయోగించము

- i) 0.7×10
- ii) 1.3×100
- iii) 76.3×1000

అభ్యాసము 1.9

1. సరైన జవాబును ఎన్నుకొనము.

i) 0.1×0.1 కు సమానమైనది

- అ) 0.1 ఆ) 0.11 ఇ) 0.01 ఈ) 0.0001

ii) $5 \div 100$ కు సమానమైనది

- అ) 0.5 ఆ) 0.005 ఇ) 0.05 ఈ) 0.0005

iii) $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ కు సమానమైనది

- అ) 0.01 ఆ) 0.001 ఇ) 0.0001 ఈ) 0.1

iv) 0.4×5 కు సమానమైనది

- అ) 1 ఆ) 0.4 ఇ) 2 ఈ) 3

2. కనుగొనము:

(i) 0.3×7 (ii) 9×4.5 (iii) 2.85×6 (iv) 20.7×4

(v) 0.05×9 (vi) 212.03×5 (vii) 3×0.86 (viii) 3.5×0.3

(ix) 0.2×51.7 (x) 0.3×3.47 (xi) 1.4×3.2 (xii) 0.5×0.0025

(xiii) 12.4×0.17 (xiv) 1.04×0.03

3. కనుగొనము:

(i) 1.4×10 (ii) 4.68×10 (iii) 456.7×10 (iv) 269.08×10

(v) 32.3×100 (vi) 171.4×100 (vii) 4.78×100

4. పొడవు 10.3 సెం.మీ., వెడల్పు 5 సెం.మీ కొలతలు గల దీర్ఘ చతురప్రము యొక్క వైశాల్యమును కనుగొనము.

5. ఒక మోటారు వాహనము ఒక లీటరు పెట్రోల్యూషన్ 75.6 కి.మీ ల దూరమును దాటుచున్నది. అది 10 లీటర్ల పెట్రోల్యూషన్ ఎంత దూరమును దాటగలదు?



అర్థాట
ప్రాణీలు

(iv) దశాంశ సంఖ్యల యొక్క భాగహరము: (Division of Decimal Numbers)

జాన్సమిన్ ఆమె యొక్క తరగతి గదిని అలంకారము చేయుటకు ఆకారములను తయారు చేసుకొనుచుండెను. ఆమెకు 1.8 సెం.మీ పొడవు గల కొన్ని రంగు కాగితములు కావలసియుండెను. ఆమె 7.2 సెం.మీ పొడవుగల రంగు కాగితపు ముక్కను తీసుకొన్నది. ఈ కాగితము నుండి ఆమెకు కావలసిన ఎన్ని కాగితపు ముక్కలు ఆమె పొందగలదు? ఆమె దానిని $\frac{7.2}{1.8}$ సెం.మీ గా తలంచిన ఆమె అనుకొనినది సరియా?

7.2 మరియు 1.8 రెండునూ దశాంశ సంఖ్యలుగా వున్నవి. అందువలన దశాంశ సంఖ్యల భాగహరమును మనము తెలుసుకొనవలయును.

ఉదాహరణకు,

$$141.5 \div 10 = 14.15$$

$$141.5 \div 100 = 1.415$$

$$141.5 \div 1000 = 0.1415$$



కనుగొనుము:

- i) $432.5 \div 10$
- ii) $432.5 \div 100$
- iii) $432.5 \div 1000$



కనుగొనుము:

- i) $85.8 \div 3$
- ii) $25.5 \div 5$

ఉదాహరణ 1.38

కనుగొనుము: $4.2 \div 3$.

సాధన

$$\begin{aligned} 4.2 \div 3 &= \frac{42}{10} \div 3 = \frac{42}{10} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{42 \times 1}{10 \times 3} = \frac{1 \times 42}{10 \times 3} \\ &= \frac{1}{10} \times \frac{42}{3} = \frac{1}{10} \times 14 \\ &= \frac{14}{10} = 1.4 \end{aligned}$$



కనుగొనుము:

- i) $73.12 \div 4$
- ii) $34.55 \div 7$

ఉదాహరణ 1.39

కనుగొనుము: $18.5 \div 5$.

సాధన

185 ను 5 చే భాగించిన 37 పొందగలము.

18.5 లో దశాంశ బిందువుకు కుడి ప్రక్కన ఒక స్థానము గలదు.

కావన 37 లో కుడి ప్రక్కలో ఒక స్థానము తోచి ఒక దశాంశ బిందువును ఉంచిన 3.7 లబ్బించును.



అధ్యాయము I

ಒಕ ದಶಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆನು ಮೂರೊಕ ದಶಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಚೇ ಭಾಗಿಂಚುವುದು: (Division of a Decimal Number by another Decimal number)

ఉదాహరణ 1.40

కనుగొనుము: $\frac{17.6}{0.4}$.

ಸಾರ್ಥಕ

$$\text{మనము పొందునది } 17.6 \div 0.4 = \frac{176}{10} \div \frac{4}{10} \\ = \frac{176}{10} \times \frac{10}{4} = 44.$$

ಉದಾಹರಣ 1.41

ఈ కారు 129.92 కి.మీ దూరమును 3.2 గంటలలో దాటుచున్నది. ఒక గంటలో అది ప్రయాణించు దూరము ఎంత?

సాధన

కారు ప్రయాణించిన దూరము = 129.92 కి.మీ.

ఈ దూరమును ప్రయాణించుటకు కావలసిన కాలము = 3.2 గంటలు

$$\text{ఆందువలన, } 1 \text{ గంటలో \text{అది ప్రయాణించు దూరము} = \frac{129.92}{3.2} = \frac{1299.2}{32} = 40.6 \text{కి.మీ.}$$



కనుగొనుము:

$$\text{i) } \frac{9.25}{0.5}$$

ii) $\frac{36}{0.04}$

iii) $\frac{6.5}{1.3}$

అభ్యాసము 1.10



జ్ఞానార్థమై

4. కనుగొనుము:

- | | | |
|-----------------------|---------------------|-----------------------|
| (i) $5.6 \div 100$ | (ii) $0.7 \div 100$ | (iii) $0.69 \div 100$ |
| (iv) $743.6 \div 100$ | (v) $43.7 \div 100$ | (vi) $78.73 \div 100$ |

5. కనుగొనుము:

- | | | |
|------------------------|-----------------------|-------------------------|
| (i) $8.9 \div 1000$ | (ii) $73.3 \div 1000$ | (iii) $48.73 \div 1000$ |
| (iv) $178.9 \div 1000$ | (v) $0.9 \div 1000$ | (vi) $0.09 \div 1000$ |

6. కనుగొనుము:

- | | | |
|---------------------|---------------------|-----------------------|
| (i) $9 \div 4.5$ | (ii) $48 \div 0.3$ | (iii) $6.25 \div 0.5$ |
| (iv) $40.95 \div 5$ | (v) $0.7 \div 0.35$ | (vi) $8.75 \div 0.25$ |

7. ఒక వాహనము 2.4 లీటర్లు పెట్రోల్యూమై కి.మీ దూరమును ప్రయాణించును. 1 లీటర్ పెట్రోల్యూమై ఆ వాహనము ఎంత దూరము ప్రయాణించగలదు?

8. ఒకే విధమైన 11 సంచుల మొత్తము బరువు 115.5 కి.గ్రా అయిన ఒక సంచి బరువు ఎంత?

9. ఒక పుస్తకము ధర $\text{₹}40.25$ అయిన $\text{₹}362.25$ లకు ఎన్ని పుస్తకములు కొనవచ్చును?

10. ఒక వాహన చోదకుడు 3.2 గంటలలో 135.04 కి.మీ దూరమును ప్రయాణించెను. అతని యొక్క వేగమును కనుగొనుము.

11. రెండు సంఖ్యల గుణక లబ్ధము 45.36 వాటిలో ఒక సంఖ్య 3.15 మరొక సంఖ్యను కనుగొనుము.

1.9 ఘూతములు: (Powers)

పరిచయము: (Introduction)

“ఉపాధ్యాయుడు రామును చూచి 2560000000000000 ” దీనిని నీవు చదవగలవా? అని అడిగెను.

“దీనిని చదువుటకు కలినముగా ఉన్నది సార్” అని రాము సమాధానము చెప్పేను.

సూర్యుడు మరియు శని గ్రహములకు మధ్య గల దూరము $1,433,500,000,000$ మీ. రాజూ, ఈ సంఖ్యను నీవు చదవగలవా? అని ఉపాధ్యాయుడు అడిగెను.

“ఇది కూడా చదువుటకు కలినముగా ఉన్నది సార్” అని రాజూ సమాధానము చెప్పేను.

ఇప్పుడు పైన ఇవ్వబడిన ఉదాహరణములనుండి చదువుటకు కలినముగా ఉన్న సంఖ్యలను ఏ విధముగా చదువవలెను అని చూచెదము.

ఘూత సంకేతములు: (Exponents)

క్రింద చూపబడిన పద్ధతులలో పెద్ద సంఖ్యలను సులభ పద్ధతిలో మనము వ్రాయవచ్చును.

$$10 = 10^1$$

$$100 = 10^1 \times 10^1 = 10^2$$

$$1000 = 10^1 \times 10^1 \times 10^1 = 10^3$$

అధ్యాయము 1



స్విట్టీ

ఇదే విధముగా,

$$2^1 \times 2^1 = 2^2$$

$$2^1 \times 2^1 \times 2^1 = 2^3$$

$$2^1 \times 2^1 \times 2^1 \times 2^1 = 2^4$$

పైన చూపిన ఉదాహరణల నుండి

$a \times a = a^2$ [$'a'$ యొక్క వర్గము 2 లేక $'a'$ యొక్క ఘూతము 2 కు అధికరించబడినది అని చదువవచ్చును]

$a \times a \times a = a^3$ [$'a'$ యొక్క ఘునము 3 లేక $'a'$ యొక్క ఘూతము 3 కు అధికరించబడినది అని చదువవచ్చును]

$a \times a \times a \times a = a^4$ [$'a'$ నాలుగు ఘూతమునకు అధికరించబడినది లేక $'a'$ యొక్క నాలుగవ ఘూతము అని చదువవచ్చును]

.....

$a \times a \times \dots m$ సార్లు $= a^m$ [$'a'$, $'m'$ ఘూతమునకు అధికరించబడినది లేక a యొక్క m వ ఘూతము అని చదువవచ్చును]

ఇక్కడ $'a'$ ఆధారము అని పిలువబడుచున్నది. $'m'$ ఘూత సంకేతము (లేక) ఘూతము అని పిలువబడుచున్నది.

గమనిక: a^2 మరియు a^3 అనునవి “ a వర్గము” మరియు “ a ఘునము” అను ప్రత్యేకమైన పేర్లు పొందియున్నవి.

∴ ఘూత సంకేతములను ఉపయోగించి పెద్ద సంఖ్యలను సులభపర్చతిలో మనము వ్రాయవచ్చును.

ఉదాహరణ 1.42

512 ను ఘూత విస్తరణ పద్ధతిలో వ్రాయుము.

సాధన

$512 = 2 \times 2$ ను మనము పొందగలము.

అందువలన $512 = 2^9$ అని మనము చెప్పవచ్చును.

ఉదాహరణ 1.43

2^5 , 5^2 ఏటిలో ఏది పెద్దది?

సాధన

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$\text{మరియు } 5^2 = 5 \times 5 = 25 \text{ అని మనము పొందగలము.}$$

$$32 > 25.$$

∴ 2^5 అనునది 5^2 కంటే పెద్దది.



ఉదాహరణ 1.44

144 యొక్క ఘూతముల గుణకారమును దాని ప్రథాన కారణాంకములుగా వ్రాయము.

సాధన

$$\begin{aligned} 144 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ &= 2^4 \times 3^2 \\ \therefore 144 &= 2^4 \times 3^2 \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 1.45

(i) 4^5 (ii) $(-4)^5$ యొక్క విలువను కనుగొనుము.

సాధన

(i) 4^5

$$\begin{aligned} 4^5 &= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \\ &= 1024. \end{aligned}$$

(ii) $(-4)^5$

$$\begin{aligned} (-4)^5 &= (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \\ &= -1024. \end{aligned}$$

అభ్యాసము 1.11

1. సరైన జవాబును ఎన్నుకోనుము.

i) -10^2 కు సమానమైనది

- (అ) -100 (ఆ) 100 (ఇ) -10 (ఈ) 10

ii) $(-10)^2$ కు సమానమైనది

- (అ) 100 (ఆ) -100 (ఇ) 10 (ఈ) -10

iii) $a \times a \times a \times \dots \times n$ సార్లకు సమానమైనది

- (అ) a^m (ఆ) a^{-n} (ఇ) a^n (ఈ) a^{m+n}

iv) $103^3 \times 0$ కు సమానమైనది

- (అ) 103 (ఆ) 9 (ఇ) 0 (ఈ) 3

2. క్రింది వాటియొక్క విలువను కనుగొనుము:

- | | | |
|-------------|------------|---------------|
| (i) 2^8 | (ii) 3^3 | (iii) 11^3 |
| (iv) 12^3 | (v) 13^4 | (vi) 0^{10} |

3. క్రింది వాటిని ఘూత విస్తరణ పద్ధతిలో వ్రాయము:

- | | |
|--|--|
| (i) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ | (ii) $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$ |
| (iii) $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$ | (iv) $b \times b \times b \times b \times b$ |
| (v) $2 \times 2 \times a \times a \times a \times a$ | (vi) $1003 \times 1003 \times 1003$ |

అభ్యాస
పత్రి



4. క్రింది వాటిని ఘూత విస్తరణ సంకేత పద్ధతిలో ప్రాయుము. (చిన్న ఆధారములలో)

(i) 216	(ii) 243	(iii) 625
(iv) 1024	(v) 3125	(vi) 100000
5. క్రింది వాటిలో పెద్ద సంఖ్య ఏది:

(i) $4^5, 5^4$	(ii) $2^5, 5^2$	(iii) $3^2, 2^3$
(iv) $5^6, 6^5$	(v) $7^2, 2^7$	(vi) $4^7, 7^4$
6. క్రింద ఇవ్వబడిన వాటిని వాటి యొక్క ప్రథాన కారణాంకముల గుణకారములుగా ప్రాయుము.

(i) 100	(ii) 384	(iii) 798
(iv) 678	(v) 948	(vi) 640
7. సూక్ష్మికరించుము:

(i) 2×10^5	(ii) 0×10^4	(iii) $5^2 \times 3^4$
(iv) $2^4 \times 3^4$	(v) $3^2 \times 10^9$	(vi) $10^3 \times 0$
8. సూక్ష్మికరించుము:

(i) $(-5)^3$	(ii) $(-1)^{10}$	(iii) $(-3)^2 \times (-2)^3$
(iv) $(-4)^2 \times (-5)^3$	(v) $(6)^3 \times (7)^2$	(vi) $(-2)^7 \times (-2)^{10}$

ఘూత సంకేతముల యొక్క విధులు: (Laws of exponents)

ఒకే విధమైన ఆధారములు గల ఘూతములను గుణించుట

$$\begin{aligned} 1) \quad 3^2 \times 3^4 &= (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) \\ &= 3^1 \times 3^1 \times 3^1 \times 3^1 \times 3^1 \times 3^1 \\ &= 3^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad (-5)^2 \times (-5)^3 &= [(-5) \times (-5)] \times [(-5) \times (-5) \times (-5)] \\ &= (-5)^1 \times (-5)^1 \times (-5)^1 \times (-5)^1 \times (-5)^1 \\ &= (-5)^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad a^2 \times a^5 &= (a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a) \\ &= a^1 \times a^1 \times a^1 \times a^1 \times a^1 \times a^1 \times a^1 \\ &= a^7 \end{aligned}$$



ప్రయత్నించుము

దీని నుండి సున్నలేని ఘూర్చాంకము a ను m మరియు n అను ఘూర్చాంకములకు $a^m \times a^n = a^{m+n}$ అని మనము సాధారణముగా చెప్పవచ్చును.

- | | |
|-----------------------|-----------------------------------|
| i) $2^5 \times 2^7$ | ii) $4^3 \times 4^4$ |
| iii) $p^3 \times p^5$ | iv) $(-4)^{100} \times (-4)^{10}$ |



ఒకే విధమైన ఆధారములు గల ఘాతముల భాగహరము: (Dividing powers with the same base)

క్రింది ఉదాహరణలను గమనించేదము:

$$\text{i) } 2^7 \div 2^5 = \frac{2^7}{2^5} \\ = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} \\ = 2^2$$

$$\text{ii) } (-5)^4 \div (-5)^3 = \frac{(-5)^4}{(-5)^3} \\ = \frac{(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)}{(-5) \times (-5) \times (-5)} \\ = -5$$

వీటి నుండి సాధారణముగా సున్నలేని పూర్తాంకము ‘ a ’ కు $a^m \div a^n = a^{m-n}$, m మరియు n పూర్తాంబ్యలు మరియు $m > n$ అని చెప్పవచ్చును.

ఒక ఘాతము యొక్క ఘాతము (Power of a power)

క్రింది వాటిని గమనించుము:

$$\text{(i) } (3^3)^2 = 3^3 \times 3^3 \\ = 3^{3+3} = 3^6$$

$$\text{(ii) } (2^2)^3 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \\ = 2^{2+2+2} \\ = 2^6$$

దీని నుండి సున్నలేని ఏ ఒక ‘ a ’ కు $(a^m)^n = a^{mn}$, m మరియు n పూర్తాంబ్యలు అని మనము చెప్పవచ్చును.

ఉదాహరణ 1.46

ఘాత సంకేత రూపములో వ్రాయుము. ఆధారము 3 అని తీసుకొనుము.

$$9 \times 9 \times 9 \times 9$$

సాధన

$$9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^4 \text{ అని మనము పొందవచ్చును.}$$

$$9 = 3 \times 3 \text{ అనునది మనకు తెలుసు.}$$

$$\begin{aligned} \text{అందువలన } 9^4 &= (3^2)^4 \\ &= 3^8 \end{aligned}$$

అభివృద్ధి

అభ్యాసము 1.12

1. సరైన జవాబును ఎన్నుకోనము:

i) $a^m \times a^x$ కు సమానమైనది

(అ) a^{m-x}

(ఆ) a^{m+x}

(ఇ) a^{m-x}

(ఈ) a^{m^x}

ii) $10^{12} \div 10^{10}$ కు సమానమైనది

(అ) 10^2

(ఆ) 1

(ఇ) 0

(ఈ) 10^{10}

iii) $10^{10} \times 10^2$ కు సమానమైనది

(అ) 10^5

(ఆ) 10^8

(ఇ) 10^{12}

(ఈ) 10^{20}

iv) $(2^2)^{10}$ కు సమానమైనది

(అ) 2^5

(ఆ) 2^{12}

(ఇ) 2^{20}

(ఈ) 2^{10}

ఘూత సంకేతముల విధులను ఉపయోగించి, ఘూత విస్తరణ పద్ధతిలో ప్రాయుము:

2. i) $3^5 \times 3^3 \times 3^4$

3. i) $5^{10} \div 5^6$

4. i) $(3^4)^3$

ii) $a^3 \times a^2 \times a^7$

ii) $a^6 \div a^2$

ii) $(2^5)^4$

iii) $7^x \times 7^2 \times 7^3$

iii) $10^{10} \div 10^0$

iii) $(4^5)^2$

iv) $10^0 \times 10^2 \times 10^5$

iv) $4^6 \div 4^4$

iv) $(4^0)^{10}$

v) $5^6 \times 5^2 \times 5^1$

v) $3^3 \div 3^3$

v) $(5^2)^{10}$

క్రీతము

పటముల ద్వారా భిన్నముల గుణకారము

మెట్టు1: ఒక పారదర్శక కాగితమును తీసుకోనము.

మెట్టు2: 16 సె.మీ. \times 10 సె.మీ. కొలతలు గల దీర్ఘచతురప్రమును గీయుము. దానిని నిలువుగా ‘8’ సమ భాగములుగా చేయుము. మొదటి మూడు భాగములకు ఛాయ వేయుము. ఛాయ వేసిన భాగము దీర్ఘచతురప్రములో $\frac{3}{8}$ వ భాగమును సూచించును.

మెట్టు3: అదే కొలతలు గల మరొక దీర్ఘచతురప్రమును గీయుము. దానిని అడ్డముగా ‘5’ సమ భాగములుగా చేయుము. మొదటి రెండు భాగములకు ఛాయ వేయుము. ఛాయ వేసిన భాగము దీర్ఘచతురప్రములో $\frac{2}{5}$ వ భాగమును సూచించును.

మెట్టు4: మొదటి దీర్ఘ చతురప్ర పటమును 2వ దీర్ఘచతురప్ర పటముపై సరిగ్గా అమరునట్టు ఉంచుము.

$$\text{మొత్తము చతురప్రములు} = 40$$

$$\text{నిలువుగా, అడ్డముగా ఛాయ వేసిన చతురప్రములు} = 6$$

$$\therefore \frac{3}{8} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{40} \text{ అని తెలుసుకొందుము.}$$



గుర్తంచుకోవలసిన విషయములు

జ్ఞానాంగాలు

1. సహజ సంఖ్యలు $N = \{1, 2, 3, \dots\}$
2. పూర్తి సంఖ్యలు $W = \{0, 1, 2, \dots\}$
3. పూర్తింకములు $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
4. రెండు ధనాత్మక పూర్తింకముల గుణక లబ్ధము ఒక ధనాత్మక పూర్తింకమగును.
5. రెండు బుఱాత్మక పూర్తింకముల గుణక లబ్ధము ఒక ధనాత్మక పూర్తింకమగును.
6. ఒక ధనాత్మక పూర్తింకము మరియు ఒక బుఱాత్మక పూర్తింకము అను వాటి గుణక లబ్ధము ఒక బుఱాత్మక పూర్తింకమగును.
7. రెండు పూర్తింకముల భాగహోరమనునది ఒక పూర్తింకముగా ఉండనవసరములేదు.
8. భీస్సుము అనునది ఒక మొత్తములో ఒక భాగము అగును.
9. గుణక లబ్ధము 1 గా ఉండునటువంటి సున్నలేని రెండు సంఖ్యలు ఒకదానికాకటి విలోమము అని పిలువబడుచున్నది.
10. $a \times a \times a \times \dots m$ సార్లు $= a^m$ [దీనిని ‘ a ’ ఘూతము ‘ m ’ (లేక) ‘ a ’ యొక్క ‘ m ’ వ ఘూతము అని చదువవచ్చును]
11. సున్నకాని పూర్తింకములు a, b మరియు m, n కు పూర్తి సంఖ్యలు.
 - i) $a^m a^n = a^{m+n}$
 - ii) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, m > n$ అనునపుడు
 - iii) $(a^m)^n = a^{mn}$
 - iv) $(-1)^n = 1, n$ ఒక సరి సంఖ్య అనునపుడు
 $(-1)^n = -1, n$ ఒక బేసి సంఖ్య అనునపుడు



2

బీజగణితము

2.1 బీజీయ సమాసములు (ALGEBRAIC EXPRESSIONS)

(i) పరిచయము (Introduction)

మనము ఆరవ తరగతిలో $x + 10$, $y - 9$, $3m + 4$, $2y - 8$ వంటి సాధారణ బీజీయ సమాసములును చూసియున్నాము.

బీజ గణితములో సమాసములు అనునవి మిక్కిల్లి ముఖ్య స్థానము వహించును. ఈ పాఠ్యాంశములో బీజీయ సమాసములను ఏర్పరచు విధానము, సమాసములను ఏ విధముగా ఒకటి చేర్చుట, సమాసముల విలువలను ఏ విధముగా కనుగొనుట, సాధారణ సమీకరణములను ఏర్పరచి వాటిని సాధించుట వంటి వాటిని గురించి మనము నేర్చుకొనవలసియున్నది.

(ii) చరరాశులు, స్థిరరాశులు మరియు గుణకములు: (Variables, Constants and Coefficients)

చరరాశులు (Variable)

వివిధ సంఖ్యా రూపముల విలువలను తీసుకొను ఒక పరిమాణము చరరాశి అనబడును.

చరరాశులను a , b , c , x , y , z వంటి ఆంగ్ల అక్షరములతో గుర్తొంచవచ్చును.

స్థిరరాశులు (Constant)

నిర్ణయించిన సంఖ్యా రూపమునే విలువగా తీసుకొను ఒక పరిమాణము స్థిరరాశి అనబడును.

ఉదాహరణకు 3 , -25 , $\frac{12}{13}$ మరియు 8.9 అనునవి స్థిరరాశులు అగును.

అంకగణిత సమాసము (Numerical expression)

అంకగణిత ప్రక్రియల ఆధారముగా చేర్చి ప్రాయబడిన సమాసము సంఖ్యారూపక సమాసము లేక అంకగణిత సమాసము అని చెప్పబడును.

ఉదాహరణకు $3 + (4 \times 5)$, $5 - (4 \times 2)$, $(7 \times 9) \div 5$ మరియు $(3 \times 4) - (4 \times 5 - 7)$ అనునవి సంఖ్యా రూపక సమాసములు.

బీజీయ సమాసము (Algebraic Expression)

చరరాశులను, సంఖ్యారూపములను (స్థిరరాశి) గణిత ప్రక్రియల ఆధారముగా చేర్చి ప్రాసిన సమాసము బీజీయ సమాసము అగును.



ఉదాహరణ 2.1

వాక్యము	సమాసము
(i) y తో 5 ను కూడము	$y + 5$
(ii) n నుండి 8 ను తీసివేయము	$n - 8$
(iii) 12 ను x తో గుణించుము	$12x$
(iv) p ను 3 తో భాగించుము	$\frac{p}{3}$

పదము (Term)

ఒక స్థిరరాశిని లేక ఒక చరరాశిని లేక చరరాశి మరియు స్థిరరాశుల కలయికను ఒక పదము అందురు.

$3x^2 + 6x - 5$ అను సమాసములో $3x^2$, $6x$ మరియు -5 అనునవి సమాసము యొక్క పదములు అనబడును.

ఒక పదము అనునది క్రింది విధముగా వుండవచ్చును.

- (i) ఒక స్థిరరాశి
- (ii) ఒక చరరాశి
- (iii) ఒక స్థిరరాశి మరియు చరరాశి (చరరాశుల) లభ్యము
- (iv) రెండు లేక అంతకన్నా ఎక్కువ చరరాశుల లభ్యము

$4a^2 + 7a + 3$ అను సమాసములో $4a^2$, $7a$ మరియు 3 అనునవి పదములగును. పదముల సంఖ్య 3.

$-6p^2 + 18pq + 9q^2 - 7$ అను సమాసములో $-6p^2$, $18pq$, $9q^2$ మరియు -7 అనునవి పదములగును. పదముల సంఖ్య 4.



ఎన్ని పదములున్నవి?

- | | |
|----------------------|----------------------------|
| (i) $8b$ | (iv) $7x^2y - 4y + 8x - 9$ |
| (ii) $3p - 2q$ | (v) $4m^2n + 3mn^2$ |
| (iii) $a^2 + 4a - 5$ | |

గుణకము (Coefficient)

ఒక పదములో వున్న చరరాశి లేక కారణాంక గుణకము అనునది ఆ పదము యొక్క మరియుక కారణాంకము అగును. ఈ కారణాంకముతో ఇవ్వబడిన చరరాశిని (లేక కారణాంకమును) గుణించిన ఆదే పదము వచ్చును.

గుణకము ఒక స్థిర సంఖ్యగా వుండిన దానిని స్థిరరాశి గుణకము లేక సంభ్యారూపక గుణకము అందురు.

మీకు తెలుసా?

$6xy$ అను పదములో 6 , x మరియు y అనునవి పదములగును.

అధ్యాయము 2



స్వాస్థ్య జీవించండి

ఉదాహరణ 2.2

$5xy$ అను పదములో,

xy యొక్క గుణకము 5 అగును (సంఖ్య రూపక గుణకము),

$5x$ యొక్క గుణకము y అగును,

$5y$ యొక్క గుణకము x అగును.



సంఖ్య రూపక గుణకములను కనుగొనుము.

- | | | |
|------------|---------------------|-----------------------|
| (i) $3z$ | (ii) $8ax$ | (iii) ab |
| (iv) $-pq$ | (v) $\frac{1}{2}mn$ | (vi) $-\frac{4}{7}yz$ |

ఉదాహరణ 2.3

$-mn^2$ అను పదములో,

mn^2 యొక్క గుణకము -1 ,

$-n^2$ యొక్క గుణకము m ,

m యొక్క గుణకము $-n^2$.



వరుస సంఖ్య	సమాసము	y ను కలిగిన పదము	y యొక్క గుణకము
1	$10 - 2y$		
2	$11 + yz$	yz	z
3	$yn^2 + 10$		
4	$-3m^2y + n$		



అభ్యాసము 2.1

ପ୍ରତିକାଳିକ

(iii) పూతము (Power)

ఈక చరరాశి a ను, 5 సార్లు గుణించుటను $a \times a \times a \times a \times a = a^5$ అని ప్రాయవచ్చును. (దీనిని a ఘూతము 5 అని చెప్పవచ్చును). అదే విధముగా, $b \times b \times b = b^3$ (b ఘూతము 3) మరియు $c \times c \times c \times c = c^4$ (c ఘూతము 4). ఇక్కడ a, b, c అనునవి ఆధారము అగును. 5, 3, 4 అనునవి ఘూతము అగును.

ಉದಾಹರಣ 2.4

- (i) $-8a^2$ అను పదములో చరరాశి a ఘూతము 2 అగును.
(ii) m అను పదములో చరరాశి m ఘూతము 1 అగును.

అధ్యాయము 2

(iv) సదృశ్య పదములు మరియు విదృశ్య పదములు (Like terms and Unlike terms)

ఒకే ఘూతములను కలిగిన ఒకే చరరాశి లేక చరరాశుల గుణకారము సదృశ్యపదములనబడును. వేర్వేరు ఘూతములను కలిగిన వేర్వేరు చరరాశులు లేక చరరాశుల గుణకారము విదృశ్య పదములనబడును.

ఉదాహరణ 2.5

(i) x , $-5x$, $9x$ వంటి పదములు అన్నియు x అను చరరాశినే కలిగియున్నందువలన, ఇవి సదృశ్య పదములు అనబడును.

(ii) $4x^2y$, $-7yx^2$ వంటి పదములన్నియు x^2y అను చరరాశినే కలిగియున్నందు వలన, ఇవి సదృశ్య పదములు అనబడును.

ఉదాహరణ 2.6

(i) $6x$, $6y$ అనునవి విదృశ్య పదములగును

(ii) $3xy^2$, $5xy$, $8x$, $-10y$ అనునవి విదృశ్య పదములగును



సదృశ్య పదములను, విదృశ్య పదములను గుర్తించుము:

(i) $13x$ మరియు $5x$ (iv) $36mn$ మరియు $-5nm$

(ii) $-7m$ మరియు $-3n$ (v) $-8p^2q$ మరియు $3pq^2$

(iii) $4x^2z$ మరియు $-10zx^2$

కృత్యము

చరరాశులు, స్థిరరాశులు, సదృశ్య మరియు విదృశ్య పదములను గుర్తించుట.

కొన్ని అట్టముక్కలలో x, y, z, \dots అక్షరములను, $0, 1, 2, 3, \dots$ సంఖ్యలను $+, -, \times, \div$ అను గుర్తులను ప్రాసి ఒక డబ్బులలో వేయుము. ప్రతి విద్యార్థిని పిలిచి క్రింది కృత్యమును చేయమని చెప్పము.

- చరరాశులను తీయుట
- సదృశ్య పదములను తీయుట
- స్థిరరాశులను తీయుట
- విదృశ్య పదములను తీయుట

(v) బీజీయ సమాసము అంతస్థి (Degree of an Algebraic expression)

$8x^2 - 6x + 7$ అను సమాసమును తీసుకొనెదము. దీనిలో $8x^2$, $-6x$ మరియు 7 అను 3 పదములు వున్నాయి. $8x^2$ అను పదములో, చరరాశి x ఘూతము 2 అగును. $-6x$ అను పదములో, చరరాశి x ఘూతము 1 అగును. 7 అను పదమును స్థిరరాశి లేక స్వతంత్ర పదము అని చెప్పవచ్చును.

$7 \times 1 = 7x^0$ ఇక్కడ x ఘూతము 0 అగును. పైన చెప్పబడిన సమాసములో $8x^2$ అనునది మిక్కిలి అధిక ఘూతముగా 2 ను కలిగియున్నది. కాబట్టి $8x^2 - 6x + 7$ అను సమాసము అంతస్థి 2 అగును. $6x^2y + 2xy + 3y^2$ అను సమాసమును తీసుకొనెదము. దీనిలో $6x^2y$ అను పదము చరరాశి x^2y . దీని ఘూతము 3. (x మరియు y ఘూతములను కూడగ అంటే $2+1=3$ వచ్చును). $2xy$ అను పదములో చరరాశి xy , దీని ఘూతము 2. $3y^2$ అను పదములో చరరాశి y^2 , దీని ఘూతము 2.



కావున, $6x^2y + 2xy + 3y^2$ అను సమాసములో, $6x^2y$ అను పదమైనది మిక్కిలి అధిక ఘూతముగా 3 ను కలిగియున్నది. కాబట్టి, ఈ సమాసము అంతస్థి 3 అగును.

కావున ఒక చరరాశిని కలిగిన సమాసములో ఆ చరరాశి మిక్కిలి అధిక ఘూతము ఆ సమాసము అంతస్థిని చెప్పబడును. ఒకటి కంటే ఎక్కువ చరరాశులు వున్న సమాసములో చరరాశుల మిక్కిలి అధిక ఘూతముల కూడిక మొత్తము ఆ సమాసము అంతస్థిని చెప్పబడును.

గమనిక: ఒక స్థిరరాశి అంతస్థి 0 అగును.

ఉదాహరణ 2.7

- (i) $5a^2 - 6a + 10$ అను సమాసము అంతస్థి 2
- (ii) $3x^2 + 7 + 6xy^2$ అను సమాసము అంతస్థి 3
- (iii) $m^2n^2 + 3mn + 8$ అను సమాసము అంతస్థి 4

(vi) బీజీయ సమాసము విలువ (Value of an Algebraic expression)

ఒక సమాసము చరరాశులను కలిగియుండునని, ఒక చరరాశి ఏ విలువనైనను తీసుకొనునని మనకు తెలియును. కాబట్టి, చరరాశులు వేర్వేరు విలువలను తీసుకొనునప్పుడు సమాసము ఒక్కాక్క విలువను పొందుచున్నది.

ఉదాహరణకు, ఒక పుస్తకము వెల రూ x అయిన, 5 పుస్తకములను కొనిన, నీవు ఇవ్వవలసిన డబ్బు రూ $5x$ అగును. $5x$ అను సమాసము యొక్క విలువనైనది x తీసుకొను విలువను అనుసరించి ఉండును.

$$x = 4 \text{ అయిన } 5x = 5 \times 4 = 20.$$

$$x = 30 \text{ అయిన } 5x = 5 \times 30 = 150.$$

కాబట్టి, ఒక సమాసము విలువను కనుగొనుటకు ఇవ్వబడిన x విలువను ప్రతిక్షేపించవలయును.

ఉదాహరణ 2.8

$x = 2$ అయిన క్రింద ఇవ్వబడిన సమాసముల విలువను కనుగొనుము.

- (i) $x + 5$
- (ii) $7x - 3$
- (iii) $20 - 5x^2$

సాధన: $x = 2$ ను సమాసములో ప్రతిక్షేపించుము.

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad x + 5 &= 2 + 5 = 7 \\
 \text{(ii)} \quad 7x - 3 &= 7(2) - 3 \\
 &= 14 - 3 = 11 \\
 \text{(iii)} \quad 20 - 5x^2 &= 20 - 5(2)^2 \\
 &= 20 - 5(4) \\
 &= 20 - 20 = 0
 \end{aligned}$$

అధ్యాయము 2

ఉదాహరణ 2.9

$a = -3, b = 2$ అయిన, క్రింద ఇవ్వబడిన సమాసముల విలువను కనుగొనుము.

- (i) $a + b$ (ii) $9a - 5b$ (iii) $a^2 + 2ab + b^2$

సాధన: $a = -3, b = 2$ అని ప్రతిక్షేపించుము.

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad a + b &= -3 + 2 = -1 \\ \text{(ii)} \quad 9a - 5b &= 9(-3) - 5(2) \\ &= -27 - 10 = -37 \\ \text{(iii)} \quad a^2 + 2ab + b^2 &= (-3)^2 + 2(-3)(2) + (2)^2 \\ &= 9 - 12 + 4 = 1 \end{aligned}$$



ప్రయత్నించుము

1. $p = -3$ అయిన, క్రింది సమాసముల విలువను కనుగొనుము.

- (i) $6p - 3$ (ii) $2p^2 - 3p + 2$

2. ఇవ్వబడిన విలువలతో సమాసము విలువను కనుగొనుము.

x	3	5	6	10
$x - 3$				

3. చరరాశి విలువను కనుగొనుము.

x				
$2x$	6	14	28	42

అభ్యాసము 2.2

1. సరియైన జవాబును ఎన్నుకొనుము.

- (i) $5m^2 + 25mn + 4n^2$ అను సమాసము అంతస్థ
 (అ) 1 (ఆ) 2 (ఇ) 3 (ఈ) 4
- (ii) $p = 40, q = 20$ అయిన $(p - q) + 8$ అను సమాసము విలువ
 (అ) 60 (ఆ) 20 (ఇ) 68 (ఈ) 28
- (iii) $x^2y + x^2y^2 + y$ అను సమాసము అంతస్థ
 (అ) 1 (ఆ) 2 (ఇ) 3 (ఈ) 4
- (iv) $m = -4$ అయిన $3m + 4$ అను సమాసము విలువ
 (అ) 16 (ఆ) 8 (ఇ) -12 (ఈ) -8
- (v) $p = 2, q = 3$ అయిన $(p + q) - (p - q)$ అను సమాసము విలువ
 (అ) 6 (ఆ) 5 (ఇ) 4 (ఈ) 3



జీ
జగ
గణ
ిత

2. క్రింది వాటిలో సదృశ్య పదములను గుర్తించుము:

- (i) $4x, 6y, 7x$
- (ii) $2a, 7b, -3b$
- (iii) $xy, 3x^2y, -3y^2, -8yx^2$
- (iv) $ab, a^2b, a^2b^2, 7a^2b$
- (v) $5pq, -4p, 3q, p^2q^2, 10p, -4p^2, 25pq, 70q, 14p^2q^2$

3. సమాసము అంతస్థను గుర్తించుము:

- (i) $x^2 + yz$
- (ii) $15y^2 - 3$
- (iii) $6x^2y + xy$
- (iv) $a^2b^2 - 7ab$
- (v) $1 - 3t + 7t^2$

4. $x = -1$ అయిన, క్రింది వాటి విలువలను కనుగొనుము:

- (i) $3x - 7$
- (ii) $-x + 9$
- (iii) $3x^2 - x + 7$

5. $a = 5, b = -3$ అయిన, క్రింది వాటి విలువలను కనుగొనుము:

- (i) $3a - 2b$
- (ii) $a^2 + b^2$
- (iii) $4a^2 + 5b - 3$

2.2 సమాసముల కూడిక మరియు తీసివేత (Addition and subtraction of expressions)

సదృశ్య పదముల కూడిక మరియు తీసివేత (Adding and subtracting like terms)

సదృశ్య పదములను, విదృశ్య పదములను గురించి మనము ముందుగానే తెలిసికొనియున్నాము. సదృశ్య పదములను మాత్రమే కూడవలెను అనునది కూడిక ఆధార సూత్రము అగును.

రెండు లేక అంతకంటే ఎక్కువ సదృశ్య పదముల కూడికను కనుగొనుటకు, వాటి సంభ్యా రూపక గుణకములను మనము కూడవలెను. అదే విధముగా సదృశ్య పదముల వ్యత్యాసమును కనుగొనుటకు, వాటి సంభ్యా రూపక గుణకముల వ్యత్యాసమును కనుగొనవలెను.

సదృశ్య పదముల కూడిక, లేక తీసివేతలను కనుగొనుటకు రెండు పద్ధతులు వున్నవి. అవి

- (i) అడ్డవరుస పద్ధతి
- (ii) నిలువ వరుస పద్ధతి

(i) అడ్డవరుస పద్ధతి (Horizontal method): ఈ పద్ధతిలో అన్ని పదములను అడ్డ వరుస క్రమములో ప్రాసుకొని సదృశ్య పదములను ఒకటిగా చేర్చిన తరువాత కూడవలెను లేక తీసివేయవలెను.

ఉదాహరణ 2.10

$2x, 5x$ లను కూడుము.

సాధన:

$$\begin{aligned}
 2x + 5x &= (2 + 5) \times x \\
 &= 7 \times x \\
 &= 7x
 \end{aligned}$$

క్రూట్యము

తరగతిలోని పిల్లలను 5 గ్రూపులుగా చేయుము. వారి వారి పెన్నిల్ పెట్టెలోని పెన్నిళ్ళు, కలములు, రబ్బర్లు మొదలగు వాటిని వేరుచేసి, ఒక్కాక్క పెట్టెలో ఉన్నవాటిని మరియు మొత్తమును లెక్కించుని చెప్పాము.



అధ్యాయము 2

(ii) నిలువ వరుస పద్ధతి (Vertical method): ఈ పద్ధతిలో, సదృశ్య పదములను నిలువుగా ప్రాసుకొన్న తరువాత కూడవలెను లేక తీసివేయవలెను.

ఉదాహరణ 2.11

$4a, 7a$ లను కూడుము.

సాధన:	$4a$
	$+ 7a$
	$11a$

ఉదాహరణ 2.12

$7pq, -4pq, 2pq$ లను కూడుము.

సాధన:	అడ్డు వరుస పద్ధతి	నిలువ వరుస పద్ధతి
	$7pq - 4pq + 2pq$	$7pq$
	$= (7 - 4 + 2) \times pq$	$-4pq$
	$= 5pq$	$+ 2pq$
		$5pq$

ఉదాహరణ 2.13

$5x^2y, 7x^2y, -3x^2y, 4x^2y$ ల మొత్తమును కనుగొనుము.

సాధన:	అడ్డు వరుస పద్ధతి	నిలువ వరుస పద్ధతి
	$5x^2y + 7x^2y - 3x^2y + 4x^2y$	$5x^2y$
	$= (5 + 7 - 3 + 4)x^2y$	$+ 7x^2y$
	$= 13x^2y$	$- 3x^2y$
		$+ 4x^2y$
		$13x^2y$

ఉదాహరణ 2.14

$7a$ నుండి $3a$ ను తీసివేయుము.

సాధన:	అడ్డు వరుస పద్ధతి	నిలువ వరుస పద్ధతి
	$7a - 3a = (7 - 3)a$	$7a$
	$= 4a$	$+ 3a$
		$(-)$ (గుర్తును మార్చుము)
		$4a$



మీకు తెలుసా?

మనము ఒక సంఖ్య నుండి మరియుక సంఖ్యను తీసివేయవలెనన్నా రెండవ సంఖ్య కూడిక విలోమమును మొదటి సంఖ్యతో కూడవలెను. అనగా 6 నుండి 4 ను తీసివేయవలెనన్న, 4 యొక్క గుర్తును మార్చి – గా ప్రాసి $6 - 4 = 2$ అని ప్రాయవలెను.

గమనిక: ఒక పదమును తీసివేయుట అనునది దాని కూడిక విలోమమతో కూడుటకు సమమగును. ఉదాహరణకు $+3a$ ను తీసివేయుట అనునది $-3a$ ను కూడుటకు సమమగును.

ఉదాహరణ 2.15

$$(i) \quad 9xy \text{ నుండి } -2xy \text{ ను తీసివేయుము.}$$

సాధన:

$$\begin{array}{r} 9xy \\ - 2xy \\ \hline (+) \quad (\text{గుర్తును మార్చుము}) \\ \hline 11xy \end{array}$$

$$(ii) \quad -6p^2q^2 \text{ నుండి } 8p^2q^2 \text{ ను తీసివేయుము}$$

సాధన:

$$\begin{array}{r} -6p^2q^2 \\ + 8p^2q^2 \\ \hline (-) \\ \hline -14p^2q^2 \end{array}$$

సదృశ్య పదములను కూడుట లేక తీసివేయుట మాదిరిగా విదృశ్య పదములను కూడుట లేక తీసివేయుట వీలుకాదు.

ఉదాహరణకు x తో మనము 7 ను కూడుటకు, $x + 7$ అని ప్రాస్తాము. దీనిలో x మరియు 7 అను రెండు పదములు మారకుండా వున్నావి.

ఆదే విధముగా విదృశ్య పదములైన $4xy$ మరియు 5 ను కూడిన, వాటి మొత్తము $4xy + 5$ అని ప్రాస్తాము. $5pq$ నుండి 6 ను తీసివేసిన $5pq - 6$ వచ్చును.

ఉదాహరణ 2.16

మొత్తమును కనుగొనుము: $6a + 3, 4a - 2$.

సాధన:

$$\begin{array}{c} \text{సదృశ్య పదములు} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 6a + 3 + 4a - 2 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{సదృశ్య పదములు} \end{array}$$

సదృశ్య
పదములు

అధ్యాయము 2



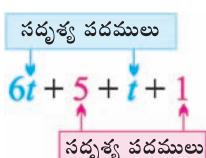
సూక్ష్మార్థములను ఒకటిగా చేర్చుట

$$\begin{aligned}
 &= 6a + 4a + 3 - 2 && (\text{సదృశ్య పదములను ఒకటిగా చేర్చుట}) \\
 &= 10a + 1
 \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 2.17

సూక్ష్మార్థములను ఒకటిగా చేర్చుట:

సాధన:



$$\begin{aligned}
 &= 6t + t + 5 + 1 && (\text{సదృశ్య పదములను ఒకటిగా చేర్చుట}) \\
 &= 7t + 6
 \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 2.18

మొత్తమును కనుగొనుటు: $5y + 8 + 3z, 4y - 5$

సాధన:

$$\begin{aligned}
 &5y + 8 + 3z + 4y - 5 \\
 &= 5y + 4y + 8 - 5 + 3z && (\text{సదృశ్య పదములను ఒకటిగా చేర్చుట}) \\
 &= 9y + 3 + 3z && (\text{విర్యుల్య పదమైన } 3z \text{ అలాగే వుండును})
 \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 2.19

$15n^2 - 10n + 6n - 6n^2 - 3n + 5$ అను సమాసమును సూక్ష్మార్థములను ఒకటిగా చేర్చుట.

సాధన:

సదృశ్య పదములను ఒకటిగా చేర్చుట.

$$\begin{aligned}
 &15n^2 - 6n^2 - 10n + 6n - 3n + 5 \\
 &= (15 - 6)n^2 + (-10 + 6 - 3)n + 5 \\
 &= 9n^2 + (-7)n + 5 \\
 &= 9n^2 - 7n + 5
 \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 2.20

కూడుటు: $10x^2 - 5xy + 2y^2, -4x^2 + 4xy + 5y^2, 3x^2 - 2xy - 6y^2$.

సాధన:

$$\begin{array}{r}
 10x^2 - 5xy + 2y^2 \\
 - 4x^2 + 4xy + 5y^2 \\
 + 3x^2 - 2xy - 6y^2 \\
 \hline
 9x^2 - 3xy + y^2
 \end{array}$$



కూడుటు:

- (i) $8m - 7n, 3n - 4m + 5$
- (ii) $a + b, -a + b$
- (iii) $4a^2, -5a^2, -3a^2, 7a^2$



X లైఫ్ స్టేట్స్

ఉదాహరణ 2.21

$-8a + 9b$ నుండి $6a - 3b$ ను తీసివేయుము.

సాధన:

$$\begin{array}{r}
 -8a + 9b \\
 + 6a - 3b \\
 \hline
 (-) (+) \\
 \hline
 -14a + 12b
 \end{array}$$

ఉదాహరణ 2.22

$3(5p - q + 3)$ నుండి $2(p - q)$ ను తీసివేయుము.

సాధన:

$$\begin{aligned}
 & 3(5p - q + 3) - 2(p - q) \\
 &= 15p - 3q + 9 - 2p + 2q \\
 &= 15p - 2p - 3q + 2q + 9 \\
 &= 13p - q + 9
 \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 2.23

$a^2 - b^2 - 3ab$ నుండి $a^2 + b^2 - 3ab$ ను తీసివేయుము.

సాధన:

అడ్డవరుస పద్ధతి

$$\begin{aligned}
 & (a^2 - b^2 - 3ab) - (a^2 + b^2 - 3ab) \\
 &= a^2 - b^2 - 3ab - a^2 - b^2 + 3ab \\
 &= -b^2 - b^2 \\
 &= -2b^2
 \end{aligned}$$

మీకు తెలుసా?

$$\begin{aligned}
 -(8 - 5) &= -8 + 5, \\
 -2(m - n) &= -2m + 2n
 \end{aligned}$$

సంఖ్యలలో గుర్తులను ఉపయోగించు విధముగానే బీజీయ పదముల గుర్తులను ఉపయోగించాలి.

నిలవ వరుస పద్ధతి

$$\begin{array}{r}
 a^2 - b^2 - 3ab \\
 a^2 + b^2 - 3ab \\
 \hline
 (-) (-) (+) \\
 \hline
 - 2b^2
 \end{array}$$

ఉదాహరణ 2.24

$A = 5x^2 + 7x + 8$, $B = 4x^2 - 7x + 3$ అఱువు $2A - B$ ను కనుగొనుము.

సాధన: $2A = 2(5x^2 + 7x + 8)$

$$= 10x^2 + 14x + 16$$

$$2A - B = (10x^2 + 14x + 16) - (4x^2 - 7x + 3)$$

$$= 10x^2 + 14x + 16 - 4x^2 + 7x - 3$$

$$= 6x^2 + 21x + 13$$

అధ్యాయము 2



స్వాస్థ్యానుష్ఠానం



ప్రయత్నించుము

తీసివేయము:

- (i) $(a + b)$ నుండి $(a - b)$ ను తీసివేయము.
- (ii) $(-2x + 8y)$ నుండి $(5x - 3y)$ ను తీసివేయము.

ఉదాహరణ 2.25

$6b^2$ ను పొందుటకు $14b^2$ నుండి దేనిని తీసివేయవలెను?

సాధన:

$$14b^2$$

$$6b^2$$

(-)

$$8b^2$$

ఉదాహరణ 2.26

$-a^2 - b^2 + 6ab$ ను పొందుటకు $3a^2 - 4b^2 + 5ab$ నుండి దేనిని తీసివేయవలెను?

సాధన:

$$3a^2 - 4b^2 + 5ab$$

$$-a^2 - b^2 + 6ab$$

(+) (+) (-)

$$4a^2 - 3b^2 - ab$$

కృత్యము

30 అట్టముక్కలను తీసుకొని వాటిపై x^2 , x , 1 (బక్కొక్కబి 10 కార్డులపై) ప్రాయము. వాటి వెనుక వైపున $-x^2$, $-x$, -1 లను ప్రాయము.

1. ఇద్దరు విద్యార్థులను వేరు వేరు సమానములను ప్రాయమని చెప్పము.
2. మూడవ విద్యార్థిని సమానములను కూడి ఘలితమును కనుగొనమని చెప్పము.
3. మరొక విద్యార్థిని సమానములను తీసివేత చేసి ఘలితమును కనుగొనమని చెప్పము.

అభ్యాసము 2.3

1. సరియైన జవాబును ఎన్నుకోనుము.

(i) $4x, -8x$ మరియు $7x$ ల మొత్తము

(అ) $5x$

(ఆ) $4x$

(ఇ) $3x$

(ఈ) $19x$

(ii) $2ab, 4ab, -8ab$ ల మొత్తము

(అ) $14ab$

(ఆ) $-2ab$

(ఇ) $2ab$

(ఈ) $-14ab$



అభివృద్ధి

(iii) $5ab + bc - 3ab$ అనునది

(అ) $2ab + bc$ (అ) $8ab + bc$ (ఇ) $9ab$ (ఈ) $3ab$

(iv) $5y - 3y^2 - 4y + y^2$ అనునది

(అ) $9y + 4y^2$ (అ) $9y - 4y^2$ (ఇ) $y + 2y^2$ (ఈ) $y - 2y^2$

(v) $A = 3x + 2, B = 6x - 5$ అయిన $A - B$ అనునది

(అ) $-3x + 7$ (అ) $3x - 7$ (ఇ) $7x - 3$ (ఈ) $9x + 7$

2. సూక్ష్మకరించుము:

- (i) $6a - 3b + 7a + 5b$
- (ii) $8l - 5l^2 - 3l + l^2$
- (iii) $-z^2 + 10z^2 - 2z + 7z^2 - 14z$
- (iv) $p - (p - q) - q - (q - p)$
- (v) $3mn - 3m^2 + 4nm - 5n^2 - 3m^2 + 2n^2$
- (vi) $(4x^2 - 5xy + 3y^2) - (3x^2 - 2xy - 4y^2)$

3. కూడుము:

- (i) $7ab, 8ab, -10ab, -3ab$
- (ii) $s + t, 2s - t, -s + t$
- (iii) $3a - 2b, 2p + 3q$
- (iv) $2a + 5b + 7, 8a - 3b + 3, -5a - 7b - 6$
- (v) $6x + 7y + 3, -8x - y - 7, 4x - 4y + 2$
- (vi) $6c - c^2 + 3, -3c - 9, c^2 + 4c + 10$
- (vii) $6m^2n + 4mn - 2n^2 + 5, n^2 - nm^2 + 3, mn - 3n^2 - 2m^2n - 4$

4. తీసివేయుము:

- (i) $14a$ నుండి $6a$ ను తీసివేయుము.
- (ii) $6a^2b$ నుండి $-a^2b$ ను తీసివేయుము.
- (iii) $-4x^2y^2$ నుండి $7x^2y^2$ ను తీసివేయుము.
- (iv) $xy + 12$ నుండి $3xy - 4$ ను తీసివేయుము.
- (v) $n(5 - m)$ నుండి $m(n - 3)$ ను తీసివేయుము.
- (vi) $-10p - 6p^2$ నుండి $9p^2 - 5p$ ను తీసివేయుము.
- (vii) $5m^2 - 9$ నుండి $-3m^2 + 6m + 3$ ను తీసివేయుము.
- (viii) $6s - 10$ నుండి $-s^2 + 12s - 6$ ను తీసివేయుము.
- (ix) $6n^2 - 4mn - 4m^2$ నుండి $5m^2 + 6mn - 3n^2$ ను తీసివేయుము.

5. (i) $4x^2 + 6xy$ ను పొందుటకు $3x^2 + xy + 3y^2$ తో దేనిని కూడవలెను?

(ii) $-5p + 8q + 20$ ను పొందుటకు $4p + 6q + 14$ తో దేనిని తీసివేయవలెను?

(iii) $A = 8x - 3y + 9, B = -y - 9$ మరియు $C = 4x - y - 9$ అయిన, $A + B - C$ ను కనుగొనుము.

అధ్యాయము 2



గుర్తుంచుకోవలసిన విషయములు

6. ఒక త్రిభుజము మూడు భుజములు $3a + 4b - 2$, $a - 7$ మరియు $2a - 4b + 3$ అయిన, దాని చుట్టూకొలత ఎంత?
7. ఒక దీర్ఘచతురప్రము భుజములు $3x + 2$ మరియు $5x + 4$ అయిన, దాని చుట్టూకొలతను కనుగొనుము.
8. రాము ఒక చోక్కు కోసము ₹ $4a + 3$ మరియు ఒక పుస్తకము కోసము ₹ $8a - 5$ ఇర్చు చేసెను. అతను ఇర్చు చేసిన మొత్తము ఎంత?
9. ఒక కమ్మీ పొడవు $10x - 3$ మీ, దీని నుంచి ఉపయోగించుటకు $3x + 5$ మీ పొడవును కత్తిరించివేసిన మిగిలిన కమ్మీ పొడవు ఎంత?
10. $A = p^2 + 3p + 5$ మరియు $B = 2p^2 - 5p - 7$ అయిన,
(i) $2A + 3B$ (ii) $A - B$ కనుగొనుము.
11. $P = m^2 + 8m$ మరియు $Q = -m^2 + 3m - 2$ అయిన, $P - Q + 8$ విలువను కనుగొనుము.



గుర్తుంచుకోవలసిన విషయములు

1. బీజగణితము గణితశాస్త్రంలో ఒక భాగము అగును. గణిత ప్రక్రియలు, సంఖ్యలు మరియు ఆంగ్ల అక్షరములను కలిగినదిగా ఈ భాగము వుండును.
2. వివిధ సంఖ్యా రూపముల విలువలను తీసుకొను ఒక పరిమాణము చరరాశి అగును.
3. నిర్ణయించిన సంఖ్యా రూపమునే విలువగా తీసుకొను ఒక పరిమాణము స్థిరరాశి అగును.
4. చరరాశులను, సంఖ్యారూపములను గణిత ప్రక్రియల ఆధారముగా చేర్చి ప్రాసిన సమాసము బీజీయ సమాసము అగును.
5. అనేక పదములతో ఏర్పడినది సమాసము అగును.
6. ఒకే ఘూతములను కలిగిన ఒకే చరరాశి లేక చరరాశుల గుణకారము సదృశ్యపదములనబడును. వేర్చేరు ఘూతములను కలిగిన వేర్చేరు చరరాశులు లేక చరరాశుల గుణకారము విదృశ్య పదముల నబడును.
7. ఒక చరరాశితో వుండు ఒక సమీకరణము అంతస్థ అనునది ఆ చరరాశి యొక్క మిక్కిలి అధిక ఘూతము అగును. ఒకటి కంటే ఎక్కువ చరరాశులతో వుండు ఒక సమీకరణము అంతస్థ అనునది, చరరాశుల మిక్కిలి అధిక ఘూతముల మొత్తము అగును.

3

క్లైటగణితము

క్లైట
గణిత
ము

క్లైటగణితము అనునది గణితము యొక్క ఒక భాగము అగును. ఇది క్లైటగణిత ఆకారముల పలు భేదములు గల లక్షణములను తెలుసుకొనుటకు ఉపయోగపడుచున్నది. గ్రీకు పదములో “క్లైటగణితము” అనుదానికి “భూమిని కొలుచుట” అని అర్థము. క్లైటగణితమునునది వస్తువుల ఆకారము, పరిమాణము, స్థితి మరియు ఇతర క్లైటగణిత లక్షణములను గూర్చి తెలుసుకొనుటకు సహాయపడుచున్నది. అంతరిక్షము, భవన నిర్మాణము, శిల్పకళ మరియు వాస్తుకళ మొదలగు శాఖ (సంస్కరణలలో క్లైటగణితము యొక్క భాగము ఎక్కువ సంఖ్యలో ఉపయోగములోనున్నది.

3.1 పున:పరిశీలనము:

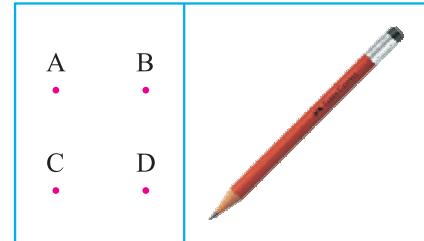
క్లైటగణితము యొక్క ప్రాథమిక భావనలు (Basic Geometrical concepts):

ముందు తరగతులలో క్లైటగణితము యొక్క ప్రాథమిక భావనలు కొన్నింటిని మనము చదివియున్నాము. ఇప్పుడు వాటిని జ్ఞాపీకి తెచ్చుకొనేదము.

బిందువు (Point)

పదునైన ఒక పెన్చిలుతో ఉంచబడు ఒక గుర్తు (చుక్క) సాధారణముగా బిందువు అని గుర్తించబడుచున్నది. ఒక బిందువుకు పొడవు, వెడల్పు, మందము ఏమియలేదు. అయితే స్థితి (స్థలము) ఉన్నది. బిందువు A, B, C, D అను ఆంగ్ర పెద్ద ఆక్షరములతో గుర్తించబడుచున్నది.

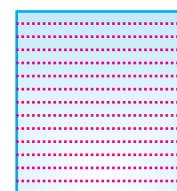
పటములో A, B, C, D అనునవి బిందువులు.



పటము 3.1

రేఖ (Line)

రేఖ అనునది ఒక జరుగు బిందువు యొక్క మార్గము అగును. పెన్చిలు మొనను ఒక కాగితముపై ఉంచి జరిపినపుడు ఏర్పడు బాటను ఒక రేఖ అందురు. రేఖకు పొడవు వుండును కాని మందము ఉండదు. AB అను రేఖను \overleftrightarrow{AB} అని ప్రాయపచ్చును. ఒక రేఖను l , m , n అను ఆంగ్ర చిన్న ఆక్షరములతో గుర్తించవచ్చును. మనము దానిని రేఖ l , రేఖ m , రేఖ n అని చదువచ్చును. ఒకరేఖ రెండు ప్రక్కల ముగింపు లేకుండా పోవుటవలన దానికి అంత్య బిందువులు లేవు.



పటము 3.2

కిరణము (Ray)

ఒక కిరణమునకు ప్రారంభ బిందువు ఉండును. కాని అంత్యము బిందువు ఉండదు. ప్రారంభ బిందువును స్థిర బిందువు అనవచ్చును.

ఇక్కడ OA అనునది కిరణము. దానిని \overrightarrow{OA} అని ప్రాయుదుము. అనగా కిరణము O నుండి బయలుదేరి A వైపుగా పోవుచున్నది. ఒక కిరణము యొక్క O ప్రారంభ బిందువు అనునది ఒక అంత్యబిందువుగా మరొక దిశలో అంత్యము లేకుండా పోవును.

పటము 3.3



అధ్యాయము 3

రేఖా ఖండము (Line Segment)

\overleftrightarrow{AB} అనునది ఒక సరళరేఖ అగును.

ఆ సరళరేఖపైన �C, D అను బిందువులను తీసుకొనుము.

AB లో ఒక భాగము CD అగును. CD ను ఒక రేఖా ఖండము అని చెప్పవచ్చును. దీనిని \overline{CD} అని ప్రాయిదుము. ఒక రేఖా ఖండమునకు రెండు అంత్య బిందువులు ఉండును. ఎందుకనగా అవి గుర్తించిన పొడవును కలిగియుండును.



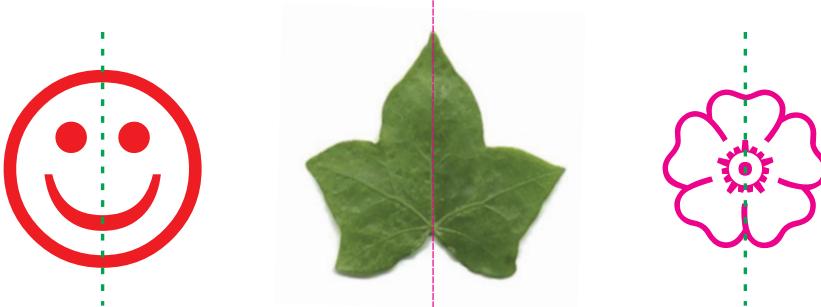
పటము 3.4

తలము (Plane)

తలము అనునది అన్ని దిశలలోను అంతంలేకుండా పోవ ఒక సమతలము అగును. మేజా యొక్క ఉపరి భాగము, నల్లబల్ల, గోడలు అనునవి తలమునకు కొన్ని ఉదాహరణములు అగును.

3.2 సౌష్టవము (Symmetry)

సౌష్టవము అనునది క్షేత్రగణిత భావనలలో సామాన్యముగా ప్రకృతిలో కనిపించుచున్నది మరియు మన నిత్యజీవితములోను ఉపయోగములో ఉన్నది. విత్రకళ, ఉత్సత్తిదారులు, చిత్రలేఖనము చేయువారు, భవన నిర్మాణశాఖ మరియు పలు శాఖలలో సౌష్టవము యొక్క భావనను ఉపయోగించుచున్నారు. తేనెగూడు, పుష్పములు, చెట్టు ఆకులు, చేతిగుడ్లలు మరియు పాత్ర సామానులు సౌష్టవ ఆకారములను కలిగియుండును.



పటము 3.5

ఒక వస్తువు యొక్క రెండు అర్ధభాగములు ఒకదానికొకటి ఆకారము మరియు కొలతలో సరిగ్గా జత అయినపుడు అది సౌష్టవము అని చెప్పబడుచున్నది. ఒక పటమును రెండు సమభాగములుగా మడుచునపుడు రెండు అర్ధభాగములను ఎడమ సగము, కుడి సగమును ఒకదానికొకటి జత అయినపుడు ఆ పటమును సౌష్టవము కలిగినది అని చెప్పవచ్చును.

ఉదాహరణకు ఒక ఆపిల్సును రెండు సమభాగములుగా కోసిన, ఆ రెండు భాగములు సౌష్టవముగా ఉండును.



పటము 3.6



అగ్రాలో ఉన్న తాజ్‌మహల్ సౌష్టవమును పొందియున్న జ్ఞాపక చిచ్చుము.



సీతాకోకచిలుక కూడా సొప్పవమునకు ఒక ఉదాహరణ అగును. సీతాకోక చిలుక దేహము యొక్క మధ్యలో ఒక మధ్య గీతను గీచిన, ఆ రెండు భాగములు సమానముగా నుండును.



పటము 3.7

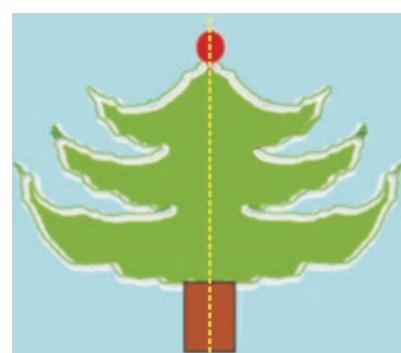
పలు విధములైన సొప్పవము మరియు వాటిలో క్రింది ఇవ్వబడిన సొప్పవములను గూర్చి చూచేదము.

1. సొప్పవరేఖ లేక సొప్పవాక్షము.
2. దర్శణ సొప్పవము.
3. బ్ర్యాఫమణ సొప్పవము.

1. సొప్పవరేఖ (Line of symmetry)

పటము 3.8 లో బిందువులు ఉంచిన రేఖ పటమును రెండు సమ భాగములుగా విభజించుచున్నది. పటమును ఆ రేఖను పెట్టి మడిచిన ఒక భాగము మరొక భాగముతో సరిగ్గా ఒకదానికొకటి జతపడును. ఈ బిందువులు ఉంచిన రేఖను సొప్పవరేఖ అని అందుము.

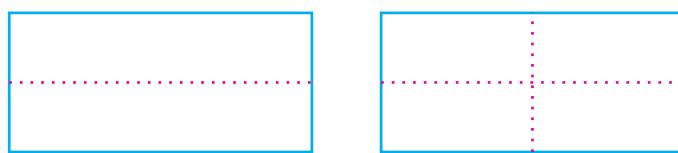
ఒక రేఖ ఇచ్చియున్న పటమును రెండు సమభాగములుగా విభజించుచున్నది. ఎడమ సగము కుడి సగముతో సరిగ్గా జతపడినట్లయితే ఆ ఆకారము సొప్పవముగా ఉన్నది అని చెప్పవచ్చును. అటువంటి రేఖ సొప్పవరేఖ లేక సొప్పవాక్షము అనబడును.



పటము 3.8

చేసి చూడుము 1:

ఒక దీర్ఘ చతురప్రాకార కాగితమును తీసుకొనుము. ఆ కాగితమును పొడవు వైపుగా ఒకసారి మడువుము. దానితో ఒక సగము మరొక సగముతో సరిగ్గా వుంచి,



పటము 3.9



అధ్యాయము 3

బాగుగా మడువుము. ఇప్పుడు తెరచి మరలా వెడల్పు వైపుగా మడువుము. ఈ కాగితము మడత నుండి మీరు దీర్ఘ చతురస్రమునకు రెండు సౌష్టవరేఖలు ఉండును అని తెలుసుకొనవచ్చును.

చర్చించుము: ఒక సమాంతర చతుర్భుజము సౌష్టవమును పొందియున్నదా?

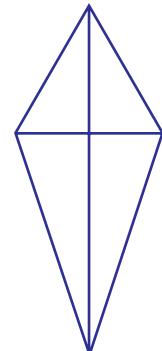
శ్రీ గ్రహి

చేసి చూడుము 2:

క్షేత్రగణిత ఉపకరణముల పెట్టెలో ఉన్న రెండు ముక్కొణ ఆకార పరికరములో $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ గల ముక్కొణ ఆకారమును తీసుకొనుము. అదేవిధంగా మరొక ముక్కొణ ఆకార పరికరమును తీసుకొనుము. వాటిని పటము 3.10 లో ఉన్నట్లు “గాలి పటము” ఆకారములో అమర్చుము.

ఈ ఆకారము ఎన్ని సౌష్టవ రేఖలను కలిగియున్నది?

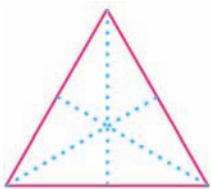
ఈ గాలిపటము దాని లంబకర్ణమును ఒక సౌష్టవరేఖగా కలిగియున్నది అని మీరు తెలుసుకొనవచ్చును.



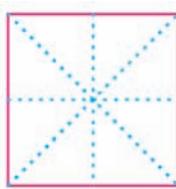
పటము 3.10

చేసి చూడుము 3:

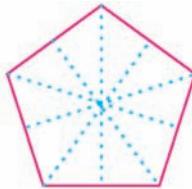
ఇప్పటియున్న బహుభుజ కోణముల సౌష్టవమును కాగిత మడత పద్ధతి ప్రకారము సౌష్టవ రేఖను కనుగొని బిందువు ఉంచిన రేఖల మూలముగా గీచి చూపించుము.



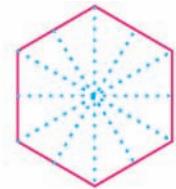
సమభాహు త్రిభుజము



చతురస్రము



క్రమాకార పంచభుజి



క్రమాకార షష్ఠుజి

పటము 3.11

పైన చెప్పిన కాగిత మడతల మూలముగా

- సమభాహు త్రిభుజమునకు మూడు సౌష్టవరేఖలు.
- చతురస్రమునకు నాలుగు సౌష్టవరేఖలు.
- ఒక పంచభుజి యందు ఐదు సౌష్టవ రేఖలు ఉండును.
- ఒక షష్ఠుజమునకు ఆరు సౌష్టవ రేఖలు ఉన్నవి అని తెలుసుకొనవచ్చును.

మీకు తెలుసో?

ఒక బహుభుజి, షష్ఠుజి అనిన వాటి భుజముల పొడవు, కోణముల కొలత సమానముగా ఉండును.

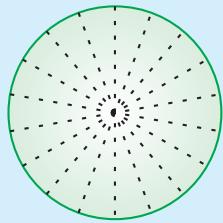
ఒక్కక్క క్రమమైన బహుభుజ కోణములు ఎన్ని భుజములను కలిగియుండునో అన్ని సౌష్టవరేఖలను కలిగియుండును.

సౌష్టవములేని ఆకారములు, రూపములు గలవు.



స్వాధీనం

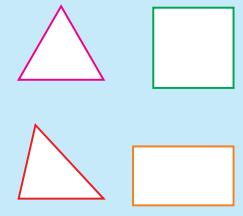
మీకు తెలుసా?



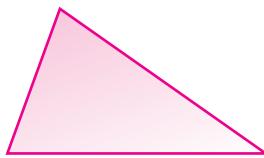
వృత్తము అనేక సాప్తవ రేఖలను కలిగియున్నది.



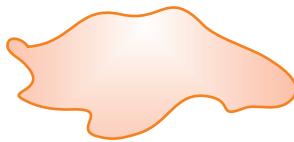
ప్రయత్నించము



క్రమమైన అనేక కోణములను కనుగొనుము.



Scalene triangle



Irregular shape



ప్రయత్నించము

అంగ్రేజ్ అక్షరములలో సాప్తవ రేఖలు లేనటువంటి అక్షరములను పట్టిక పరచుము.

పటము 3.12

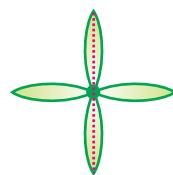
పైన ఉన్న పటములకు సాప్తవ రేఖలు లేవు. ఎందుకనగా ఆ పటములు సాప్తవము లేనటువంటివి.

మీకు తెలుసా?

ఒక వస్తువు యొక్క ప్రతిబింబము అనునది దర్శణ ప్రతిబింబము.

దర్శణ సాప్తవము (Mirror line symmetry)

మనము అద్దములో చూచునపుడు అద్దము వెనుక భాగమున మన ప్రతిబింబమును చూచుచున్నాము. ఈ ప్రతిబింబము అద్దము యొక్క పరావర్తనము వలన ఏర్పడుచున్నది. దర్శణమునకు ముందు మనము ఎంత దూరములో ఉండుచో అదే దూరములో దర్శణమునకు వెనుక మన ప్రతిబింబము అదే దూరములో ఉండును.



పటము 3.13

పైన ఉన్న పటములో సమతల దర్శణమును మధ్య గీతపైన వుంచిన పటము యొక్క అర్ధభాగము సమతల దర్శణము మూలముగా మరొక అర్ధభాగమును పరావర్తనము చేయుచున్నది. వేరువిధముగా చెప్పపలయున్న సమతల దర్శణమును మనము ఏ రేఖలో ఉంచెదో ఆ రేఖ (పటము 3.13 లో) పటమును రెండు సమభాగములుగా విభజించును. వాటిని ఒక కొలతలో రేఖకు ఒక ప్రక్కన ఆ రేఖ ప్రతిబింబము అదే దూరములో వేరొక ప్రక్కన ఏర్పడుచున్నది. అందుచే ఇది దర్శణ సాప్తవము అని చెప్పచుచ్చును.

మనము దర్శణము యొక్క పరావర్తనమును పరిశోధించునపుడు ఎడమ కుడి మార్పులను పటములో గమనించవచ్చును.

ఉదాహరణ 3.1



ఇవ్వబడిన పటము దర్శణ సాప్తవము యొక్క పరావర్తనము (ప్రతిబింబము)ను చూపుచున్నది.



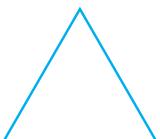
అధ్యాయము 3

అభ్యాసము 3.1



గుర్తొన్ని
జ్ఞానం

1. సరైన జవాబును ఎన్నుకోనుము.
- i) సమద్విబాహు త్రిభుజమునకు
 - (అ) సౌష్టవరేఖలు లేవు
 - (ఇ) మూడు సౌష్టవరేఖలు
 - ii) ఒక సమాంతర చతుర్భుజమునకు
 - (అ) రెండు సౌష్టవరేఖలు
 - (ఇ) సౌష్టవరేఖలు లేవు
 - iii) దీర్ఘచతురప్రమునకు
 - (అ) రెండు సౌష్టవరేఖలు
 - (ఇ) నాలుగు సౌష్టవరేఖలు
 - iv) ఒక రాంబస్ (సమచతురప్రము) నకు
 - (అ) సౌష్టవరేఖలు లేవు
 - (ఇ) రెండు సౌష్టవరేఖలు
 - v) అనమథుజ త్రిభుజమునకు
 - (అ) సౌష్టవరేఖలు లేవు
 - (ఇ) ఒక సౌష్టవరేఖ
2. క్రింద ఇవ్వబడిన పటములో ఏవి సౌష్టవరేఖలను కలిగియున్నవి? అవి ఎన్ని సౌష్టవరేఖలను కలిగియుండును.



(i)



(ii)



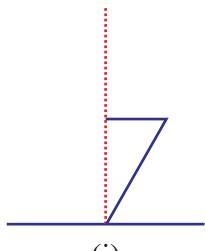
(iii)



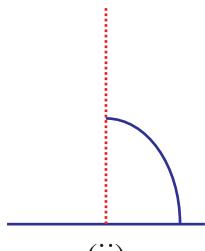
(iv)

చిందువులతో గీతలు గీచి చూపించుము?

3. క్రింద ఇవ్వబడిన పటములకు చిందువుతో గీచిన సరళరేఖ ఇవ్వబడిన దర్శణ సౌష్టవరేఖ అనిన దర్శణ సౌష్టవమును ఉపయోగించి మరొక భాగమును గీయుము.



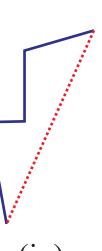
(i)



(ii)



(iii)



(iv)



జ్ఞానాంగాలు

4. క్రింద ఇవ్వబడిన పట్టికను పూర్తిచేయుము:

ఆకారము	మాదిరి పటము	సౌష్టవరేఖల సంఖ్య
సమబాహు త్రిభుజము		
చతురస్రము		
దీర్ఘ చతురస్రము		
సమద్విబాహు త్రిభుజము		
రాంబన్ (సమ చతురస్రము)		

5. క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలోగల సౌష్టవరేఖలను కలిగిన త్రిభుజముల పేర్లను వ్రాయుము.

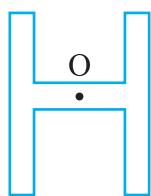
- (i) ఒక సౌష్టవరేఖ.
- (ii) మూడు సౌష్టవరేఖలు.
- (iii) సౌష్టవరేఖలు లేవు.

6. ఆంగ్ల పెద్ద అక్షరముల యొక్క

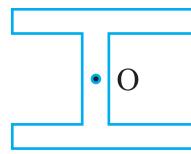
- (i) ఒక క్రమలంబరేఖను అనుసరించి ఒక సౌష్టవరేఖను గల అక్షరములను
- (ii) ఒక సమాంతరరేఖను అనుసరించి ఒక సౌష్టవరేఖను గల అక్షరములను
- (iii) సమాంతరరేఖను, క్రమలంబరేఖను అనుసరించి రెండు సౌష్టవరేఖలను గల అక్షరములను పట్టికపరచుము.

3.3 భ్రమణ సౌష్టవము (Rotational Symmetry)

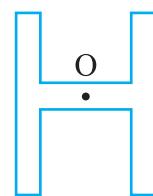
క్రింద ఇవ్వబడిన పటముల నుండి మనము కేంద్రమును ('O' ను) వుంచి 90° లేక 180° లకు భ్రమణము చేయునపుడు మనకు లభించు ఆకారములను చూడవచ్చును.



Letter H

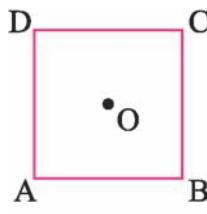


90° rotation

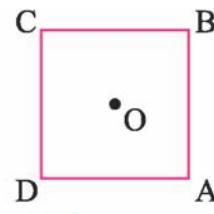


180° rotation

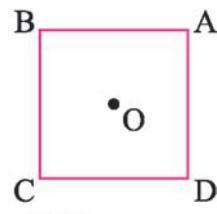
పటము 3.14



చతురస్రము

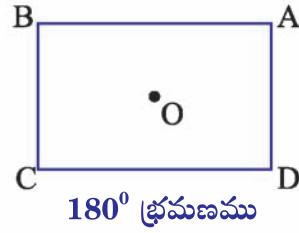
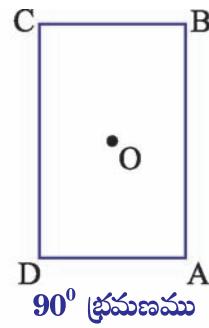
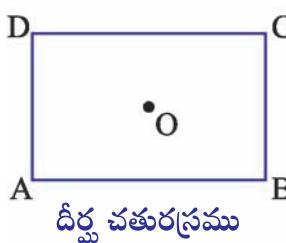


90° భ్రమణము



180° భ్రమణము

పటము 3.15



పటము 3.16

ఒక చతురప్రమును 90° లకు భ్రమణము చెందిన తరువాత అదే ఆకారము గల చతురప్రము లభించును. అయితే ఒక దీర్ఘ చతురప్రమును 180° లకు భ్రమణము చెందిన తర్వాత మాత్రమే అదే ఆకారము గల దీర్ఘచతురప్రము లభించుచున్నది. ఈ ఆకారములను 360° లకు తక్కువగా భ్రమణము చేయునపుడు అదే ఆకారము లభించుటను భ్రమణ సౌష్టవము అని చెప్పాచున్నాము.

భ్రమణ కోణము (Angle of Rotation)

ఒక గుర్తించిన బిందువును అనుసరించి ఏ తక్కువ కోణము కొలతలో ఒక ఆకారమును భ్రమణము చేసిన అదే ఆకారము లభించుచున్నదో ఆ కోణమును భ్రమణకోణమనియు, ఆ బిందువును భ్రమణకేంద్రము అనియు చెప్పాచున్నాము.

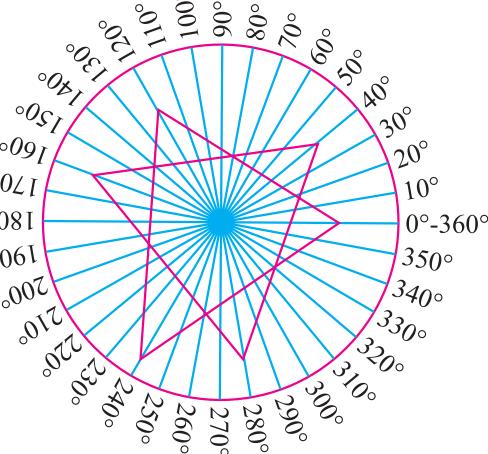
చేసి చూడము 4:

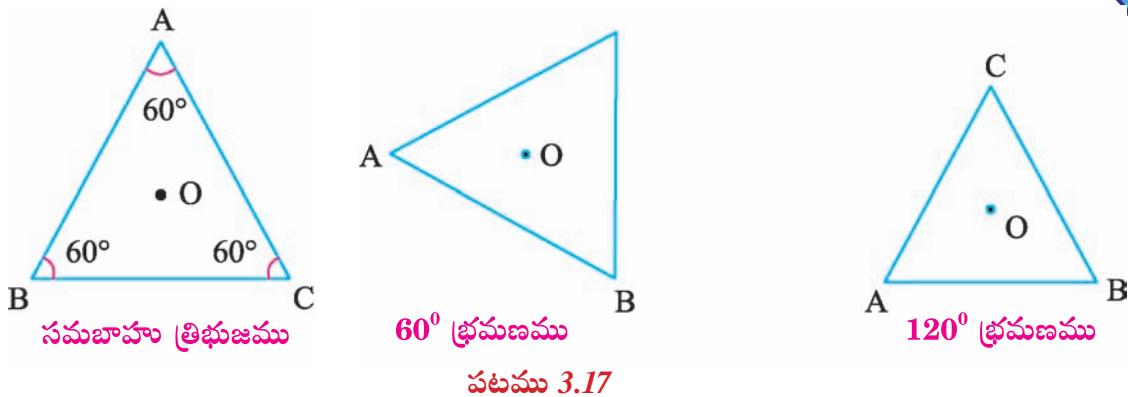
రెండు అట్టుకాగితములను తీసుకొని ఒక సమభుజత్రిభుజమును ఒక్కాక్కుతో గొట్టులో గొట్టిరించుకొనుము. ఈ త్రిభుజములు రెండును సమాన కొలతలు గలవిగా ఉండవలయ్యాము. ఒక అట్టు కాగితములో ఒక వృత్తమును గొట్టి గడియారము చుట్టూ దిశకు వ్యతిరేకదిశలో 0° డిగ్రీల నుండి 360° డిగ్రీల వరకు గుర్తించుము. ఇప్పుడు ఒక త్రిభుజమును మరొక త్రిభుజముపైన సరిగ్గా జతపరచి వృత్తము అట్టు కాగితము యొక్క కేంద్రము త్రిభుజము యొక్క కేంద్రముల మధ్యలో ఒక గుండు సూదిని అమర్చుము. పైన వున్న త్రిభుజము క్రింద వున్న త్రిభుజముతో సరిగ్గా మరల ఒకసారి అమరువరకు త్రిపుము.

త్రిభుజమును 120° చుట్టీన తరువాత అది మరల క్రింద నున్న త్రిభుజముతో జతపడియుండుటను చూడవచ్చును.

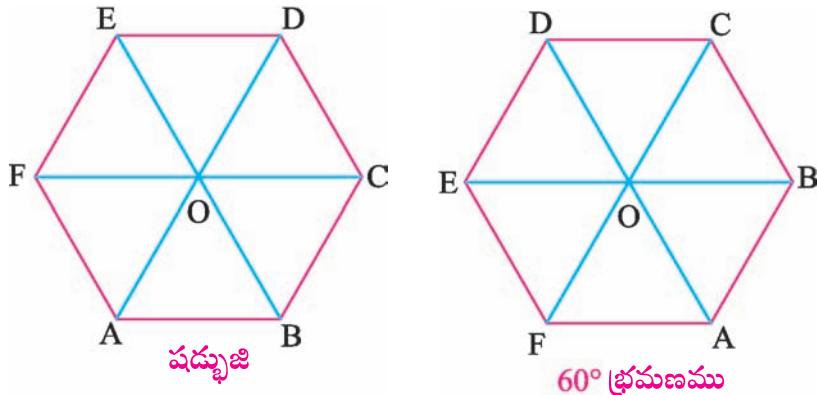
మరల రెండవ సారి పైన ఉన్న త్రిభుజము క్రిందనున్న త్రిభుజముతో జతపడియుండుటను చూడవచ్చును.

పైన ఉన్న త్రిభుజమును మూడవసారి క్రిందనున్న త్రిభుజముతో జతపరచుము. ఇప్పుడు పైన ఉన్న త్రిభుజము ఒక భ్రమణమునకు 360° లో ప్రారంభ స్థితిని కలిగియుండుటను పైన చూచిన పరిశోధనల నుండి మీరు సమభుజ త్రిభుజము యొక్క భ్రమణకోణము 120° అని తెలుసుకొనవచ్చును.





ఒక షడ్యాజి యొక్క భ్రమణ కోణము (Angle of rotation of a hexagon)



పటము 3.18

పైన ఉన్న పటము 3.15 నుండి 3.18 వరకు

మనకు చతురస్రము, దీర్ఘ చతురస్రము, సమబాహు త్రిభుజము మరియు షడ్యాజి అనునవి క్రమముగా 90° , 180° , 120° , 60° భ్రమణములో ఒకే విధమైన ఆకారములు వచ్చుచున్నాయి.

కాబట్టి, భ్రమణ కోణములో

- చతురస్ర భ్రమణకోణము 90°
- దీర్ఘ చతురస్ర భ్రమణకోణము 180°
- సమబాహు త్రిభుజ భ్రమణకోణము 120°
- షడ్యాజి భ్రమణకోణము 60°

భ్రమణ సౌష్ఠవ క్రమము (Order of rotational symmetry)

భ్రమణ సౌష్ఠవ క్రమము అనునది ఒక ఆకారము ఎన్నిసార్లు ఒక పూర్తి భ్రమణములో అదే ఆకారము కలిగి ఉండునో ఆ సంఖ్య భ్రమణ సౌష్ఠవక్రమము అనబడును. ఒక వస్తువు యొక్క భ్రమణకోణము x° అనిన దాని భ్రమణ సౌష్ఠవ క్రమము $= \frac{360}{x^\circ}$

పటము 3.15 నుండి 3.18 వరకు

అధ్యాయము 3

స్వాధీనించి



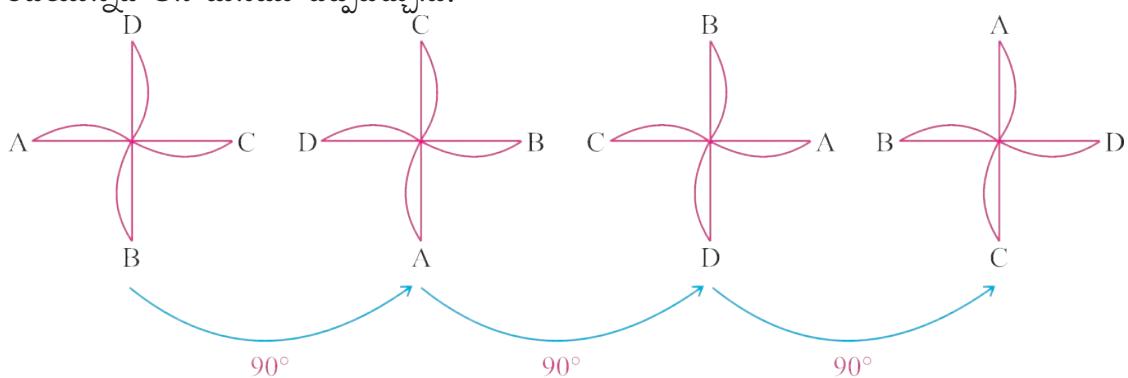
భ్రమణ సౌష్టవ క్రమము

- | | |
|---------------------------|-----------------------------------|
| (i) చతురప్రమునకు | $\frac{360^\circ}{90^\circ} = 4$ |
| (ii) దీర్ఘ చతురప్రమునకు | $\frac{360^\circ}{180^\circ} = 2$ |
| (iii) సమబాహు త్రిభుజమునకు | $\frac{360^\circ}{120} = 3$ |
| (iv) షడ్ఫుజమునకు | $\frac{360^\circ}{60^\circ} = 6.$ |

ఉదాహరణ 3.2

సౌష్టవ రేఖలు లేని ఆకారములు భ్రమణ సౌష్టవము కలిగియుండును.

మీరు కాగిత గాలిపటమును చేసి చూచియున్నారా? పటములో ఉన్న కాగిత గాలిపటము సౌష్టవము కలిగియుండునదిగా తెలియుచున్నది. అయితే దానిలో సౌష్టవ రేఖను చూచుటకు వీలుకాదు. పటమును మడిచిన రెండు సగములు సరిగ్గా జతపడవు. అయినను మీరు దానిని దాని యొక్క కేంద్ర బిందువును బట్టి 90° భ్రమణమునకు తిరుగునపుడు కాగిత గాలిపటము అదే మాదిరిగానే చూపబడుచున్నది. గాలిపటము భ్రమణ సౌష్టవ క్రమము పొందియున్నది అని మనము చెప్పవచ్చును.



ఒక పూర్తి భ్రమణములో నాలుగు స్థితులలో తిరుగునపుడు క్రమముగా $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ మరియు 360° లో గాలిపటము అదే మాదిరిగా ఏర్పడుచున్నది. దీని కారణముగా గాలిపటము నాలుగు భ్రమణ సౌష్టవ క్రమమును పొందియున్నది అని చెప్పవచ్చును.

చేసి చూడుము 5:

పటములో చూపబడినట్లు అట్టకాగితము లేక కాగిత త్రిభుజమును కత్తిరించుకొనము. దానిని పలకపై వుంచి డ్రాయింగ్ సూడిని దాని ఒక శీర్షములో అమర్చుము. ఇప్పుడు ఆ త్రిభుజము యొక్క శీర్షమును 90° కు ఒక్కాక్కు సారిగా త్రిప్పి అది దాని స్థితికి వచ్చి చేరువరకు త్రిప్పము. దీనినుండి మీరు ఒక్కాక్కు 90° కును క్రింది చూపిన పటములు

