



Government of Tamilnadu

ಕರ್ನಾಟಕ

STANDARD SEVEN
KANNADA MEDIUM

ಅವಧಿ II

TERM II

ಭಾಗ 2

Volume 2

ಗಣಿತಶಾಸ्त್ರ
MATHEMATICS

ವಿಜ್ಞಾನ
SCIENCE

ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನ
SOCIAL SCIENCE

Untouchability is Inhuman and a Crime

Department of School Education

© Government of Tamilnadu

First Edition - 2012

Revised Edition - 2013, 2014, 2015

(Published under Uniform System of School Education Scheme in Trimester Pattern)

Textbook Prepared and Compiled By

State Council of Educational Research and Training

College Road, Chennai - 600 006.

Textbook Printing

Tamil Nadu Textbook and Educational Services Corporation

College Road, Chennai - 600 006.

This book has been printed on 80 G.S.M. Maplitho Paper

Price : Rs.

Printed by Web Offset at :

Textbook available at

www.textbooksonline.tn.nic.in

ಪರಿವಿಡಿ

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ MATHEMATICS

(1-59)

ಸಂಖ್ಯೆ	ಪಾಠದ ಹೆಸರು	ಮುಟ ಸಂಖ್ಯೆ
1.	ದೃನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತ	2
2.	ಅಳತೆಗಳು	19
3.	ರೇಖಾಗಣಿತ	43
4.	ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ರೇಖಾಗಣಿತ ಉತ್ತರಗಳು	53 57

ವಿಜ್ಞಾನ SCIENCE

(60-134)

ಸಂಖ್ಯೆ	ಪಾಠದ ಹೆಸರು	ಮುಟ ಸಂಖ್ಯೆ
1.	ಮಾನವನ ದೇಹರಚನೆ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಯ	61
2.	ಸಸ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಪ್ರಾಣಿಗಳಲ್ಲಿ ಶಾಸಕ್ರಿಯೆ	77
3.	ವಸ್ತು ಮತ್ತು ಅದರ ಸ್ಥಾವ	87
4.	ವಿದ್ಯುಚ್ಛಕ್ತಿ	113

ಸಂಪುಟ	ಪಾಠದ ಹೆಸರು	ಮಟ ಸಂಖ್ಯೆ
ಇತಿಹಾಸ		
1.	ಅರಬ್ಬರು, ತುಕಿಯರ ದಂಡಯಾತ್ರೆ	136
2.	ದೇಹಲಿಯ ಸುಲ್ತಾನರು	142
ಭಾಗೋಳಿಕಶಾಸ್ತ್ರ		
1.	ಹವಾಮಾನ ಮತ್ತು ವಾಯುಗುಣ	159
ಪೌರನೀತಿ		
1.	ರಾಜಕೀಯ ಪ್ರಕ್ರಿಗಳು	179

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ

MATHEMATICS
KANNADA MEDIUM

ಕಷ्ठನೇ ತರಗತಿ

STANDARD SEVEN

ಅವಧಿ II

TERM II



1

ದೃವಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತ (LIFE MATHEMATICS)

ಒಂದು
ನೋಟಿಕ್‌
ಎಂಟ್‌

1.1 ಪೀಠಿಕೆ (Introduction)

ನಮ್ಮ ದಿನನಿತ್ಯದ ಹಲವು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಾದ ಜೈವಧಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲು ಅಥವಾ ನಮ್ಮ ಮನೆಯನ್ನು ಅಲಂಕರಿಸಲು ಅಥವಾ ದಿನನಿತ್ಯದ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಲೇಕ್ಕೆ ಹಾಕಲು ಮುಂತಾದವರು ಗಣಿತದ ಸಾಧನವಾಗಿ ಬಳಸುತ್ತಿರುತ್ತೇವೆ. ಪ್ರಪಂಚದಾದ್ಯಂತ ಸಾಮಾನ್ಯ ವರ್ಷಗಳಿಂದ ಈ ಶಿಕ್ಷಣ ಜನರು ಬಳಸುತ್ತಿರುತ್ತಿರುತ್ತಾರೆ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ದೋಷೀಯನ್ನು ನಡೆಸುವಾಗ ಅಥವಾ ಉಣಿಯಲ್ಲಿ ಮನೆಯನ್ನು ಕಡುವಾಗ, ಅಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ನೀವು ಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿರಿ.

ಹಾಗಾದರೆ ಗಣಿತವು ಹೇಗೆ ಸಾರ್ಥಕವಾಯಿತು? ಆದ ಮಾನವರು ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಶೋಧಿಸಿರಲಿಲ್ಲ, ನಾವು ಅದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದೆವು ಹಾಗೂ ಗಣಿತದ ಭಾಷೆಯು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು ಯಾವುದೇ ಆಂಗ್ಲ ಅಥವಾ ಜರ್ಮನ್ ಅಥವಾ ರಷ್ಯಾ ಭಾಷೆ ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ನಾವು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಚತುರತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಅದು ನಮಗೆ ಪ್ರತಿನಿತ್ಯದ ಕೆಲಸಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಮತ್ತು ಮುಖ್ಯವಾದ ತೀವ್ರಾನಗಳನ್ನು ಕ್ಯೂಗೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಗಣಿತವು ನಿಖರವಾಗಿ ಖರ್ಚುಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಆರ್ಥಿಕ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಮನೆಯನ್ನು ಪುನರ್ ನಿರ್ಮಿಸಲು, ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಬೆಳವಣಿಗೆಯನ್ನು ಅಧ್ಯೋತ್ಸಿಕೊಳ್ಳಲು, ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಹೂಡಿಕೊಂಡಿರುವ ಮತ್ತು ಸಂತೋಷದಾಯಕವಾಗಿ ಉಳಿತಾಯ ಮಾಡಲು ನಮಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ.

ನಮ್ಮ ವಾಸ್ತವ ಜೀವನದ ಸನ್ವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಗಣಿತದ ಕೆಲವು ಮೂಲಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಈಗ ನಾವು ಕಲಿಯೋಣ.

1.2 ಮನರಾಖರಣ – ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಸಮಾನಪಾತ (Revision - Ratio and Proportion)

ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಸಮಾನಪಾತದ ವ್ಯಾಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಸ್ಥಿರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಹಾಗೂ ಕೇಳಿಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸಹಾಯ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಮೊಣಗೊಳಿಸಿ:

1. ಭಾಗಾಕಾರದಿಂದ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳ ಹೋಲಿಕೆಯನ್ನು _____ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.
2. ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡುವ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಅನುಪಾತದ _____ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.
3. ಅನುಪಾತದ ಮೊದಲನೆ ಪದವನ್ನು _____ ಎಂದು ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಪದವನ್ನು _____ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.
4. ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ, _____ ಮೂಲಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೋಲಿಸಬಹುದು.
5. ಅನುಪಾತದ ಪದಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ನಾವು _____ ವನ್ನು ತೆಗೆದುಹಾಕಲು ದರಿಂದ ಅದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದಗಳಿಗೆ ಸರಳೀಕರಿಸಬಹುದು.
6. ಅನುಪಾತದ ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ಶಾಂಕಾವಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಅಥವಾ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಅನುಪಾತವು _____. ಹಾಗೆ ಪಡೆದ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು _____ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.



7. ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಪದಗಳ ಕ್ರಮವು ತುಂಬಾ ಮುಖ್ಯವಾದುದಾಗಿದೆ. (ಸರಿಯೋ ತಮ್ಮೇ ತಿಳಿಸಿ)
8. ಅನುಪಾತಗಳು ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಷ್ಟೇ. ಆದ್ದರಿಂದ ಮೂಲಮಾನಗಳು ಅವಶ್ಯಕವಿರುವುದಿಲ್ಲ. (ಸರಿಯೋ ತಮ್ಮೇ ತಿಳಿಸಿ)
9. ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳ ಸಮತೆಯನ್ನು _____ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. $a, b; c, d$ ಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ $a:b::c:d$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
10. ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಅಂತ್ಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ = _____

ಸಹಾಯ ಪಟ್ಟಿಗೆ:

- | | | | |
|-----------------------|-------------------------------------|------------------|---------|
| 1) ಅನುಪಾತ | 2) ಪದಗಳು | 3) ಮೂರ್ಚಪದ, ಪರಪದ | 4) ಒಂದೇ |
| 5) ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು | 6) ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ, ಸಮಾನವಾದ ಅನುಪಾತಗಳು | | |
| 7) ಸರಿ | 8) ಸರಿ | 9) ಸಮಾನುಪಾತ | |
| 10) ಮಧ್ಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ | | | |

ನೈತಿಕ
ಅಧಿಕಾರಿ

ಉದಾಹರಣೆ 1.1

2:7 ರ 5 ಸಮಾನವಾದ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: 2 : 7 ನ್ನು $\frac{2}{7}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

$\frac{2}{7}$ ರ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಭೇದವನ್ನು 2, 3, 4, 5, 6 ಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಿರಿ

$$\frac{2 \times 2}{7 \times 2} = \frac{4}{14}, \frac{2 \times 3}{7 \times 3} = \frac{6}{21}, \frac{2 \times 4}{7 \times 4} = \frac{8}{28}$$

$$\frac{2 \times 5}{7 \times 5} = \frac{10}{35}, \quad \frac{2 \times 6}{7 \times 6} = \frac{12}{42}$$

2:7 ರ ಸಮಾನವಾದ ಅನುಪಾತಗಳು 4 : 14, 6 : 21, 8 : 28, 10 : 35, 12 : 42 ಆಗಿವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 1.2

270 : 378 ನ್ನು ಅದರ ಕನಿಷ್ಠ ರೂಪಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$270:378 = \frac{270}{378}$$

ಅಂಶ ಮತ್ತು ಭೇದವನ್ನು 2ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ

$$\frac{270 \div 2}{378 \div 2} = \frac{135}{189}$$

ಪರಿಹಾರ:

270,378 ನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿದಾಗ

$$\begin{aligned} \frac{270}{378} &= \frac{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7} \\ &= \frac{5}{7} \end{aligned}$$



3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ

$$\frac{135 \div 3}{189 \div 3} = \frac{45}{63}$$

9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ

$$\frac{45 \div 9}{63 \div 9} = \frac{5}{7}$$

$270 : 378$ ನ್ನು $5 : 7$ ಕ್ಕೆ ಸರಳೀಕರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಲುದಾಹರಣೆ 1.3

9 ತಿಂಗಳು ಮತ್ತು 1 ವರ್ಷದ ಶ್ರೀರೂಪ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: 1 ವರ್ಷ = 12 ತಿಂಗಳು

9 ತಿಂಗಳು ಮತ್ತು 12 ತಿಂಗಳುಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತ = $9 : 12$

$$\begin{aligned} 9 : 12 &\text{ ನ್ನು } \frac{9}{12} \text{ ಎಂದು \text{ಬರೆಯಬಹುದು.} \\ &= \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4} \\ &= 3 : 4 \end{aligned}$$

ಲುದಾಹರಣೆ 1.4

ಒಂದು ತರಗತಿಯ 60 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು ಹುಡುಗರು ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವು $2:1$ ಆಗಿದೆ. ಹುಡುಗರು ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\text{ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} = 60$$

ಹುಡುಗರು ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತ = $2 : 1$

$$\text{ಒಟ್ಟು ಭಾಗಗಳು} = 2 + 1 = 3$$

$$\begin{aligned} \text{ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ} &= 60 \times \frac{2}{3} \\ &= \frac{2}{3} \times 60 = 40 \end{aligned}$$

$$\text{ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ} = 40$$

$$\begin{aligned} \text{ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ} &= \text{ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} - \text{ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ} \\ &= 60 - 40 \end{aligned}$$

$$= 20$$

$$\text{ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ} = 20$$

[ಅಭಿವಾ]

$$\begin{aligned} \text{ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ} &= 60 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 60 \\ &= 20 \end{aligned}$$

ಒಂದೇ ಮೂಲಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಅನುಪಾತಗಳಲ್ಲಿ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ವರ್ಷವನ್ನು ತಿಂಗಳುಗಳಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.



ನೈತಿಕ
ಆರ್ಥಿಕ

ಉದಾಹರಣೆ 1.5

ಒಂದು ಕಟ್ಟುವ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು 3: 2: 7 ರ ಅನುಪಾತದಂತೆ ಮೂರು ತುಂಡುಗಳಾಗಿ ಕತ್ತಲಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪಟ್ಟಿಯ ಒಟ್ಟು ಉದ್ದೇಶವು 24 ಮೀ. ಆದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತುಂಡಿನ ಉದ್ದೇಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\text{ಕಟ್ಟುವ ಪಟ್ಟಿಯ ಉದ್ದೇಶ} = 24 \text{ ಮೀ.}$$

$$\text{ಮೂರು ತುಂಡುಗಳ ಅನುಪಾತ} = 3 : 2 : 7$$

$$\text{ಒಟ್ಟು ಭಾಗಗಳು} = 3 + 2 + 7 = 12$$

$$\begin{aligned}\text{ಪಟ್ಟಿಯ ಮೊದಲನೇ ತುಂಡಿನ ಉದ್ದೇಶ} &= 24 \text{ ರ } \frac{3}{12} \\ &= \frac{3}{12} \times 24 = 6 \text{ ಮೀ.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ಪಟ್ಟಿಯ ಎರಡನೇ ತುಂಡಿನ ಉದ್ದೇಶ} &= 24 \text{ ರ } \frac{2}{12} \\ &= \frac{2}{12} \times 24 = 4 \text{ ಮೀ.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ಪಟ್ಟಿಯ ತೊನೆಯ ತುಂಡಿನ ಉದ್ದೇಶ} &= 24 \text{ ರ } \frac{7}{12} \\ &= \frac{7}{12} \times 24 = 14 \text{ ಮೀ.}\end{aligned}$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಕಟ್ಟುವ ಪಟ್ಟಿಯ ತುಂಡುಗಳ ಉದ್ದೇಶಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 6ಮೀ., 4ಮೀ., 14ಮೀ. ಆಗಿವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 1.6

ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹುಡುಗರು ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವು 4 : 5 ಆಗಿದೆ. ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆಯು 20 ಆದರೆ, ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$\text{ಹುಡುಗರು ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತ} = 4 : 5$$

$$\text{ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ} = 20$$

ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯು x ಆಗಿರಲಿ.

ಹುಡುಗರು ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವು $20 : x$ ಆಗಿದೆ.

4 : 5 ಮತ್ತು 20 : x ಎಂಬ ಅನುಪಾತಗಳು ಹುಡುಗರ ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದರಿಂದ ಅವು ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

$$(ಅಂದರೆ) 4 : 5 :: 20 : x$$

$$\text{ಅಂತ್ಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ} = 4 \times x$$

$$\text{ಮಧ್ಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ} = 5 \times 20$$

$$\text{ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿ, ಅಂತ್ಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ} = \text{ಮಧ್ಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ.}$$



ಅಧ್ಯಾಯ १

$$\begin{aligned} 4 \times x &= 5 \times 20 \\ x &= \frac{5 \times 20}{4} = 25 \\ \text{ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ} &= 25 \end{aligned}$$

ಉದಾಹರಣೆ 1.7

$A : B = 4 : 6$, $B : C = 18 : 5$ ಆದರೆ, $A : B : C$ ನ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

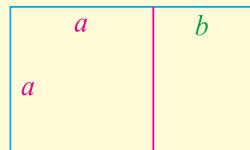
$$\begin{aligned} A : B &= 4 : 6 \\ B : C &= 18 : 5 \\ 6, 18 \text{ ರ } \text{ಲ.ಸಾ.ಅ} &= 18 \\ A : B &= 12 : 18 \\ B : C &= 18 : 5 \\ A : B : C &= 12 : 18 : 5 \end{aligned}$$

ಮುಳಿವು

ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವಂತೆ 3 ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು ಮೊದಲನೇ ಅನುಪಾತದ ಪರ ಪದವನ್ನು (2ನೇ ಪದ) ಮತ್ತು 2ನೇ ಅನುಪಾತದ ಮೂರ್ಖ ಪದವನ್ನು (1ನೇ ಪದ) ಸಮರ್ಪಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ನಿಮಗಿದು ಗೊತ್ತೇ?

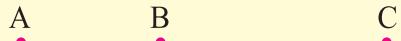
ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತ: ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತವು ವಿಶೇಷ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು ಅಂದಾಜಾಗಿ $1.6180339887498948482\ldots$ ಗೆ ಸಮರ್ಪಾಡಿಸಿದೆ. ಈ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಫ್ಯಾ(Φ) ಎಂಬ ಗ್ರೀಕ್ ಅಕ್ಷರವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವುದು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದ ಅಂಕಗಳು ಆವರ್ತನವಲ್ಲದೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತವೆ.



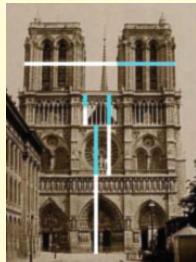
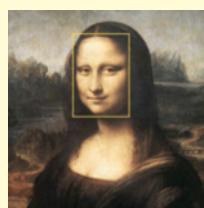
ಸುವರ್ಣ ಆಯತ: ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳಿಗಿರುವ ಅನುಪಾತವು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತವಾಗಿರುವ ಆಯತವು ಸುವರ್ಣ ಆಯತವಾಗಿದೆ. ಸುವರ್ಣ ಆಯತದ ಅಗಲವು 2 ಅಡಿ ಉದ್ದವಿದ್ದರೆ, ಇನ್ನೊಂದು ಬಾಹುವು ಸರಿಸುಮಾರು $2(1.62) = 3.24$ ಅಡಿ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಸುವರ್ಣ ರೇಖಾಖಂಡ: ಇದು ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭజಿಸಿರುವ ರೇಖಾಖಂಡವಾಗಿದೆ. ಈ ರೇಖಾಖಂಡದ ಎರಡು ಭಾಗಗಳ ಉದ್ದದ ಅನುಪಾತವು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತವಾಗಿದೆ.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{AC}$$



ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದ ಅನ್ವಯಗಳು:

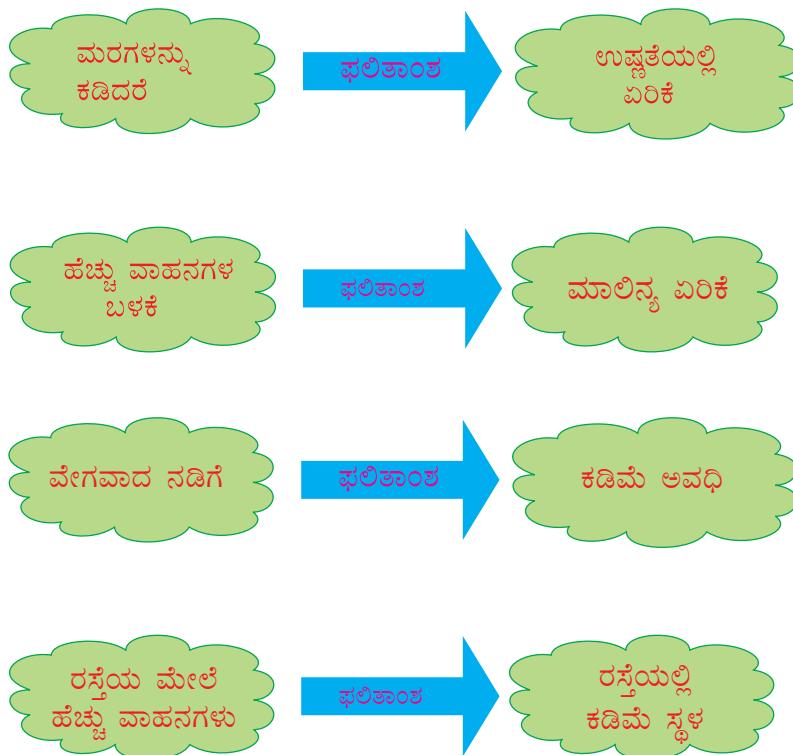




ಚಿಂತಿಸಿ!

- ಸಾದ್ಯವಾದಪ್ಪು ಸಮಾನಪಾಠಗಳನ್ನು ಒರೆಯಲು 1 ರಿಂದ 9 ರವರೆಗಿನ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಿರಿ. ಸಮಾನಪಾಠದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಬಳಸಬಹುದು. ಸಮಾನಪಾಠವನ್ನು ಉಂಟಿಮಾಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವಿಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ಏಕ ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಬೇಕು.
ಉದಾಹರಣೆಗೆ: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$
- ಒಂದು ಮೀಶ್ ಲೋಹದಲ್ಲಿ ಸತ್ತ ಮತ್ತು ತಾಮ್ರಗಳಿಗಿರುವ ಅನುಪಾತವು $4 : 9$ ಆದರೆ, ಮಿಶ್‌ಲೋಹದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಸತ್ತ ಇದೆಯೇ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ತಾಮ್ರವಿದೆಯೇ?
- ಒಂದು ಕಂಚಿನ ವಿಗ್ರಹವು ತಾಮ್ರ, ತವರ ಮತ್ತು ಸೀಸದ ಲೋಹಗಳಿಂದಾಗಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ $\frac{1}{10}$ ರಷ್ಟು ತವರ, $\frac{1}{4}$ ರಷ್ಟು ಸೀಸ ಮತ್ತು ಉಳಿದಪ್ಪು ತಾಮ್ರವಾಗಿದೆ. ಕಂಚಿನ ವಿಗ್ರಹದಲ್ಲಿರುವ ತಾಮ್ರದ ಭಾಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1.3 ಅನುಪಾತ (Variation)



ಇವುಗಳು ಕೆಲವು ಬದಲಾವಣೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಇವುಗಳ ಪರಿಣಾಮಗಳೇನು.....

ನೀವು ಜೆನಾಗಿ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿದರೆ?
ನೀವು ಹೆಚ್ಚು ಆಹಾರವನ್ನು ಸೇವಿಸಿದರೆ?
ನೀವು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಗದ್ದಲ ಮಾಡಿದರೆ?

ನೀವು ಹೆಚ್ಚನ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸುತ್ತಿರಿ.
ನೀವು ದಪ್ಪ ಆಗುತ್ತಿರಿ.
ತರಗತಿಯು ಗದ್ದಲದಿಂದ ಕೂಡಿರುತ್ತದೆ.

ಅಧ್ಯಾಯ 1



ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಗತಿಗಳಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಅಪವರ್ತನದಲ್ಲಿನ ಬದಲಾವಣೆಯು ಅದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅಪವರ್ತನದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆ ಉಂಟುಮಾಡುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಅನುಪಾತ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಈಗ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ಇವುಗಳ ಪರಿಣಾಮಗಳೇನು.....

ನೀವು ಹಚ್ಚು ಪೆನ್ನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಹೊಂಡರೆ?

ಹಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಶೀಕರು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾದರೆ?

ನೀವು ಹಚ್ಚು ಬೆಲೆ ತರಬೇಕಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ನೀವು ಕಡಿಮೆ ದೂರವನ್ನು ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದರೆ?

ಜೀಲರ ತೂಕವು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

ಪುಸ್ತಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿದರೆ?

ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲವು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಬದಲಾವಣೆಯಾಗುವ ಅಂತರ್ಾಫಲಂಬಿತವಾದ ಪರಿಮಾಣವಾಗಿವೆ.

ಒಂದು ಪರಿಮಾಣದ ಏರಿಕೆಯು (↑) ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಿ ಏರಿಕೆಯನ್ನು (↑) ಉಂಟುಮಾಡುವುದನ್ನು ಮತ್ತು ಹೀಗೆಯೇ ಒಂದು ಪರಿಮಾಣದ ಇಳಿಕೆಯು (↓) ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇಳಿಕೆಯನ್ನು (↓) ಉಂಟುಮಾಡುವುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಈಗ, ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಗಳನ್ನು ನೋಡಿ:

ಒಂದು ಪೆನ್ನದ ಬೆಲೆ (₹)	10 ಪೆನ್ನಗಳ ಬೆಲೆ (₹)
5	$10 \times 5 = 50$
20	$10 \times 20 = 200$
30	$10 \times 30 = 300$

ಪೆನ್ನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹೆಚ್ಚಾದರೆ, ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಬೆಲೆಯೂ ಕೂಡ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ.

5 ಅಂಗಿಗಳ ಬೆಲೆ (₹)	1 ಅಂಗಿಯ ಬೆಲೆ (₹)
3000	$\frac{3000}{5} = 600$
1000	$\frac{1000}{5} = 200$



ಅಂಗಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ, ಅದಕ್ಕನುಗೊಣವಾಗಿ ಬೆಲೆಯೂ ಕೂಡ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಒಂದು ಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಾದ ಏರಿಕೆ (↑) [ಇಳಿಕೆ (↓)] ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಿ ಏರಿಕೆ (↑) [ಇಳಿಕೆ (↓)] ಉಂಟುಮಾಡಿದರೆ, ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳು ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ಈಗ, ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನಾವು ನೋಡೋಣ.

i) ಕಾರಿನ ವೇಗವು ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ತಲುಪಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವು ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದೇ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಯೋಚಿಸಿದ್ದಿರಾ?

ii) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿಲಯದಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಆಹಾರ ತಯಾರಿಸಲು ದಿನಸಿ ಪದಾರ್ಥಗಳು ಹೆಚ್ಚು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಯುವುದೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ?

ಕಾರಿನ ವೇಗವು ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ತಲುಪಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವು ಎಂದಿತವಾಗಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

ಹೀಗೆಯೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ, ದಿನಸಿ ಪದಾರ್ಥಗಳು ಹೆಚ್ಚು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಯುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಒಂದು ಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಾದ ಏರಿಕೆಯು (↑) [ಇಳಿಕೆಯು (↓)] ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇಳಿಕೆಯನ್ನು (↓) [ಏರಿಕೆಯನ್ನು (↑)] ಉಂಟುಮಾಡಿದರೆ, ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳು ಎಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.



ಪ್ರಯೋಜಿಸಿ

- ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ನೇರ ಮತ್ತು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಿ.
- ಸೇಸದ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಬೆಲೆ
 - ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಕಂಬಗಳ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದು
 - ಒಂದು ಅಂತರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ವೇಗ ಮತ್ತು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲ
 - ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು
 - ಕೆಲಸವನ್ನು ಮೂರಿಗೊಳಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕೂಲಿಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
 - ಶಿಬಿರದಲ್ಲಿರುವ ಸೈನಿಕರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ವಾರದ ವೆಚ್ಚಗಳು
 - ಅಸಲು ಮತ್ತು ಬಡ್ಡಿ
 - ಒಂದು ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ಪುಟದಲ್ಲಿರುವ ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಮಟಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ನೋಡಿ:

ಪೆನ್ನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	x	2	4	7	10	20
ಪೆನ್ನಗಳ ಬೆಲೆ (₹)	y	100	200	350	500	1000

‘ x ’ ಏರಿಕೆಯಾದರೆ (↑) ‘ y ’ ಕೂಡ ಏರಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ (↑) ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಬಹುದು.

ನೋಡಿ



ಅಧ್ಯಾಯ ೧

ಪೆನ್ನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪೆನ್ನಗಳ ಬೆಲೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

$$\frac{\text{ಪೆನ್ನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}{\text{ಪೆನ್ನಗಳ ಬೆಲೆ}} = \frac{x}{y} . \text{ಇದು } \frac{2}{100}, \frac{4}{200}, \frac{7}{350}, \frac{10}{500}, \frac{20}{1000}$$

ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಅನುಪಾತವು $= \frac{1}{50} = \text{ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಬಹುದು.}$

ಪೆನ್ನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪೆನ್ನಗಳ ಬೆಲೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$$\therefore \frac{x}{y} = \text{ಸ್ಥಿರಾಂಕ}$$

ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳು ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಸ್ಥಿರಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಈಗ, ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡೋಣ:

ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲ (ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ)	$x_1 = 2$	$x_2 = 10$
ಕ್ರಮಿಸಿದ ಅಂತರ (ಕೆ.ಮೀ.)	$y_1 = 10$	$y_2 = 50$

ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲವು ಏರಿಕೆಯಾದರೆ (↑), ಕ್ರಮಿಸಿದ ಅಂತರವು ಏರಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ (↑).

$$X = \frac{x_1}{x_2} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$Y = \frac{y_1}{y_2} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

$$X = Y = \frac{1}{5}$$

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಿಂದ, ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಒಂದು ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಕೆಲವು ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಮಾಣವು ಅದೇ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿದೆ.

ಈಗ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚರಾಂಶಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿ ಹಾಗೂ a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲ (ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ)	x	2	5	6	8	10	12
ಕ್ರಮಿಸಿದ ಅಂತರ (ಕೆ.ಮೀ.)	y	120	300	a	480	600	b

ಇಲ್ಲಿ ಮನಃ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲ ಮತ್ತು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ.

$$\frac{\text{ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲ}}{\text{ಕ್ರಮಿಸಿದ ಅಂತರ}} = \frac{2}{120} = \frac{5}{300} = \frac{10}{600} = \frac{8}{480} = \frac{1}{60} = \text{ಸ್ಥಿರಾಂಕ}$$

(ಅಂದರೆ) $\frac{x}{y} = \frac{1}{60}$. ಈಗ, ಅವುಕೆ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

$$\frac{1}{60} = \frac{6}{a}$$

$$\frac{1 \times 6}{60 \times 6} = \frac{6}{360}$$

$$a = 360$$



$$\frac{\frac{1}{60} = \frac{12}{b}}{\frac{1 \times 12}{60 \times 12} = \frac{12}{720}}$$

$$b = 720$$

ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಹೋಸ್ಟೆಕವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

ವೇಗ (ಕಿ.ಮೀ/ಗಂಟೆ)	x	40	48	60	80	120
ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲ (ಗಂಟೆಗಳು)	y	12	10	8	6	4

ಇಲ್ಲಿ, x ಏರಿಕೆಯಾದರೆ (\uparrow) y ಇಳಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ (\downarrow) ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ.

$$\begin{aligned} xy &= 40 \times 12 = 480 \\ &= 48 \times 10 = 60 \times 8 = 80 \times 6 = 120 \times 4 = 480 \end{aligned}$$

$$\therefore xy = \text{ಸ್ಥಿರಾಂಕ}$$

ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಗುಣಲಭವು ಸ್ಥಿರಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಿರೂಪಿಸಬಹುದು.

ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ವೇಗ (ಕಿ.ಮೀ/ಗಂಟೆ)	$x_1 = 120$	$x_2 = 60$
ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲ (ಗಂಟೆಗಳು)	$y_1 = 4$	$y_2 = 8$

ವೇಗವು ಏರಿಕೆಯಾದರೆ (\uparrow) ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲವು ಇಳಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ (\downarrow).

$$\begin{aligned} X &= \frac{x_1}{x_2} = \frac{120}{60} = 2 \\ Y &= \frac{y_1}{y_2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad 1/Y = 2 \\ X &= \frac{1}{Y} \end{aligned}$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಕೆಲವು ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸಿದರೆ ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಮಾಣವು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿದೆ.

ಈಗ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚರಾಂಶಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿ ಹಾಗೂ a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಗಂಡಸರ ಸಂಖ್ಯೆ	x	15	5	6	b	60
ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	y	4	12	a	20	1

$$xy = 15 \times 4 = 5 \times 12 = 60 = \text{ಸ್ಥಿರಾಂಕ} \text{ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಬಹುದು.}$$

$$xy = 60$$

$$6 \times a = 60$$

$$6 \times 10 = 60$$

$$a = 10$$

ಅಧ್ಯಾಯ 1



ಪ್ರಯೋಗಿಸಿ

$$\begin{array}{rcl} xy & = & 60 \\ b \times 20 & = & 60 \\ 3 \times 20 & = & 60 \end{array}$$

$$b = 3$$

1. x ಎಂಬುದು y ಗೆ ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಕೆಳಗೆ ಹೊಬ್ಬಿರುವ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಮಾರ್ಗಗೊಳಿಸಿ:

(i)

x	1	3			9	15
y	2		10	16		

(ii)

x	2	4	5		
y	6			18	21

2. x ಎಂಬುದು y ಗೆ ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಕೆಳಗೆ ಹೊಬ್ಬಿರುವ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಮಾರ್ಗಗೊಳಿಸಿ:

(i)

x	20	10	40	50	
y			50		250

(ii)

x		200	8	4	16
y	10		50		

ಉದಾಹರಣೆ 1.8

16 ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಬೆಲೆಯು ₹48 ಆದರೆ, 4 ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ನಾಲ್ಕು ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಬೆಲೆ ‘ a ’ ಆಗಿರಲಿ.

ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೆಲೆ (₹)

x	y
16	48
4	a

ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ (\downarrow) ಬೆಲೆಯು ಕೂಡ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ(\downarrow) ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳು ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ, $\frac{x}{y} =$ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

$$\frac{16}{48} = \frac{4}{a}$$

$$16 \times a = 48 \times 4$$

$$a = \frac{48 \times 4}{16} = 12$$

ನಾಲ್ಕು ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಬೆಲೆ = ₹12



ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

ನಾಲ್ಕು ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಬೆಲೆ 'a' ಆಗಿರಲಿ.

ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೆಲೆ (₹)

x	y
16	48
4	a

ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ (\downarrow) ಬೆಲೆಯು ಕೂಡ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ (\downarrow). ನೇರ ಅನುಪಾತ (ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣ).

$$\frac{16}{4} = \frac{48}{a}$$

$$16 \times a = 4 \times 48$$

$$a = \frac{4 \times 48}{16} = 12$$

ನಾಲ್ಕು ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಬೆಲೆ = ₹12.

ಉದಾಹರಣೆ 1.9

ಒಂದು ಕಾರು 4 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 360 ಕಿ.ಮೀ. ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. ಅದೇ ವೇಗದಲ್ಲಿ 6 ಗಂಟೆಗಳು 30 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$6\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವು a ಆಗಿರಲಿ.

ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲ (ಗಂಟೆಗಳು) ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ (ಕಿ.ಮೀ.)

x	y
4	360
$6\frac{1}{2}$	a

$$\begin{aligned} 30 \text{ ನಿಮಿಷ} &= \frac{30}{60} \text{ ಗಂಟೆಗಳು} \\ &= \frac{1}{2} \text{ ಗಂಟೆ} \\ 6 \text{ ಗಂಟೆ } 30 \text{ ನಿಮಿಷ} &= 6\frac{1}{2} \text{ ಗಂಟೆ} \end{aligned}$$

ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲವು ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ (\uparrow), ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವು ಕೂಡ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ (\uparrow), ನೇರ ಅನುಪಾತ.

ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ, $\frac{x}{y} = \text{ಸ್ಥಿರಾಂಕ}$.

$$\frac{4}{360} = \frac{6\frac{1}{2}}{a}$$

$$4 \times a = 360 \times 6\frac{1}{2}$$

$$4 \times a = 360 \times \frac{13}{2}$$

$$a = \frac{360 \times 13}{4 \times 2} = 585$$

$6\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ = 585 ಕಿ.ಮೀ.

ನೈತಿಕ
ಅಭಿವೃದ್ಧಿ



ଅଧ୍ୟାଯ ୧

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ: $6 \frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮೀಸಿದ ದೂರವನ್ನು a ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲ (ಗಂಟೆಗಳು) ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ (ಕಿ.ಮೀ.)

4 360

$$6\frac{1}{2} \qquad \qquad a$$

ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲವು ಹೆಚ್ಚಿದಂತಹ(↑), ತ್ರೈಮಿಸಿದ ದೂರವು ಕೊಡ ಹೆಚ್ಚಿಗೆತ್ತದೆ(↑), ನೇರ ಅನುಪಾತ (ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣ).

$$\frac{4}{6\frac{1}{2}} = \frac{360}{a}$$

$$4 \times a = 360 \times 6\frac{1}{2}$$

$$4 \times a = 360 \times \frac{13}{2}$$

$$a = \frac{360}{4} \times \frac{13}{2} = 585$$

$6 \frac{1}{2}$ ଗଂଟେଗଲ୍ଲି କ୍ରମୀସିଦ୍ଧ ଦୂର = 585 କ.ମୀ.

લદાહરણ 1.10

52 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ 7 ಗಂಡಸರು ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ಮೊಣಿಗೊಳಿಸುತ್ತಾರೆ. ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮೊಣಿಗೊಳಿಸಲು 13 ಗಂಡಸರು ಎಷ್ಟು ದಿನವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ?

පරිහාර: අව්‍යුත් දිනග්‍ල සංඛ්‍යා ආ ගිරලි.

ಗಂಡಸರ ಸಂಖ್ಯೆ

ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

x y

7 52

13 *a*

గండసర సంబీళనాదంతె(↑), దినగళ సంబీళయ కడిమెయాగుత్తదే(↓), ఎలోమ అనుపాత.

ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ, $xy =$ ಸ್ಥಿರಾಂಕ

$$7 \times 52 = 13 \times a$$

$$13 \times a \equiv 7 \times 52$$

$$a = \frac{7 \times 52}{13} = 28$$

13 ಗಂಡಸರು 28 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಆ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮೊಣಂಗೊಳಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

ಅವ್ವುಕ್ಕೆ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ a ಆಗಿರಲಿ.

ಗಂಡಸರ ಸಂಖ್ಯೆ

ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

7 52

13



ಗಂಡಸರ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ(↑), ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ(↓), ಎಲೋಮ ಅನುಪಾತ.

$$\frac{7}{13} = \frac{a}{52}$$

$$7 \times 52 = 13 \times a$$

$$13 \times a = 7 \times 52$$

$$a = \frac{7 \times 52}{13} = 28$$

13 ಗಂಡಸರು 28 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಆ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೊರ್ಚಾಗೊಳಿಸುತ್ತಾರೆ.

ನೈಟ್‌ಫ್ಲಿಫ್ರೆಂಚ್
(೧೬)

ಲುದಾಹರಣೆ 1.11

ಒಂದು ಮುಸ್ತಕವು 120 ಮಟಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಮಟವು 35 ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಆ ಮುಸ್ತಕದ ಪ್ರತಿ ಮಟವು 24 ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅದು ಎಷ್ಟು ಮಟಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ: ಮಟಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು a ಆಗಿರಲಿ.

ಪ್ರತಿ ಮಟದಲ್ಲಿರುವ ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮಟಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

$$35 \qquad \qquad \qquad 120$$

$$24 \qquad \qquad \qquad a$$

ಪ್ರತಿ ಮಟದಲ್ಲಿರುವ ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ (↓) ಮಟಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ(↑). ಇದು ಎಲೋಮ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ (ಎಲೋಮ ಪ್ರಮಾಣ).

$$\frac{35}{24} = \frac{a}{120}$$

$$35 \times 120 = a \times 24$$

$$a \times 24 = 35 \times 120$$

$$a = \frac{35 \times 120}{24}$$

$$a = 35 \times 5 = 175$$

ಒಂದು ಮಟದಲ್ಲಿ 24 ಸಾಲುಗಳಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಮುಸ್ತಕದಲ್ಲಿನ ಮಟಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 175.

ಅಭ್ಯಾಸ 1.1

1. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

i) 8 ಕಿ.ಗ್ರಾ.0 ಅಕ್ಷೀಯ ಬೆಲೆಯು ₹160 ಆದರೆ, 18 ಕಿ.ಗ್ರಾ.0. ಅಕ್ಷೀಯ ಬೆಲೆಯು

(A) ₹480

(B) ₹180

(C) ₹360

(D) ₹1280





11. ಒಂದು ಸೈನಿಕ ಶಿಬಿರದಲ್ಲಿ 800 ಸೈನಿಕರಿದ್ದಾರೆ. ಅವರಿಗೆ 60 ದಿನಗಳಿಗೆ ದಿನಸಿ ಪದಾರ್ಥವು ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ. 400 ಹೆಚ್ಚು ಸೈನಿಕರು ಆ ಶಿಬಿರಕ್ಕೆ ಸೇರಿದರೆ, ದಿನಸಿ ಪದಾರ್ಥವು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಿಗೆ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ?



ಒಂದು ಗೂಬೆಯು ಒಂದು ಸೆಕೆಂಡನಲ್ಲಿ ಗೂಡನ್ನು ಕಟ್ಟಿದರೆ, 200 ಗೂಬೆಗಳು ಎಷ್ಟು ಕಾಲವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ?

ಗೂಬೆಗಳು ತಮ್ಮ ಸ್ವಂತ ಗೂಡನ್ನು ಕಟ್ಟುಪುದಿಲ್ಲ. ಅವು ಗಿಡುಗನ ಹಳೆಯ ಗೂಡಿಗೆ ಸೇರಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಅಥವಾ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿದ ಬಿಲದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.



ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಓದಿರಿ. ನೀವು ಹಿಂದೆ ಕಲಿತ ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಮನರ್ಹಿಸಿ. ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಹರಿಸಿ.

1. ಒಂದು ಚಕ್ರವ್ರ 3 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ 48 ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಅದು 30 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ?
2. ಒಬ್ಬ ಚಲನಚಿತ್ರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಾರನು 5 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ 100 ನೆಗೆಟಿವ್ ಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸಬಹುದಾದರೆ, 1200 ನೆಗೆಟಿವ್ ಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸಲು ಅವನು ಎಷ್ಟು ನಿಮಿಷಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ?
3. 2 ತಂಡಗಳಲ್ಲಿ 36 ಆಟಗಾರರಿದ್ದಾರೆ. 5 ತಂಡಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಆಟಗಾರರಿರುತ್ತಾರೆ?

ನೋಟಿಕ್ಯಾಲ್



ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

1. ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳು ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬೇಕಾದರೆ ಒಂದು ಪರಿಮಾಣದ ಏರಿಕೆ (ಇಳಿಕೆ)ಯು ಮತ್ತೊಂದು ಪರಿಮಾಣದ ಏರಿಕೆ (ಇಳಿಕೆ)ಯನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಉಂಟುಮಾಡುವಂತಿರಬೇಕು.
2. ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬೇಕಾದರೆ ಒಂದು ಪರಿಮಾಣದ ಏರಿಕೆ (ಇಳಿಕೆ)ಯು ಮತ್ತೊಂದು ಪರಿಮಾಣದ ಇಳಿಕೆ (ಏರಿಕೆ)ಯನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಉಂಟುಮಾಡುವಂತಿರಬೇಕು.
3. ನೇರ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಪರಿಮಾಣದ ಅನುಪಾತವು ಎರಡನೇ ಪರಿಮಾಣದ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
4. ವಿಲೋಮ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಪರಿಮಾಣದ ಅನುಪಾತವು ಎರಡನೇ ಪರಿಮಾಣದ ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.



2

ಅಳತೆಗಳು (MEASUREMENTS)

ನೈತಿಕ
ಆರ್ಥಿಕ

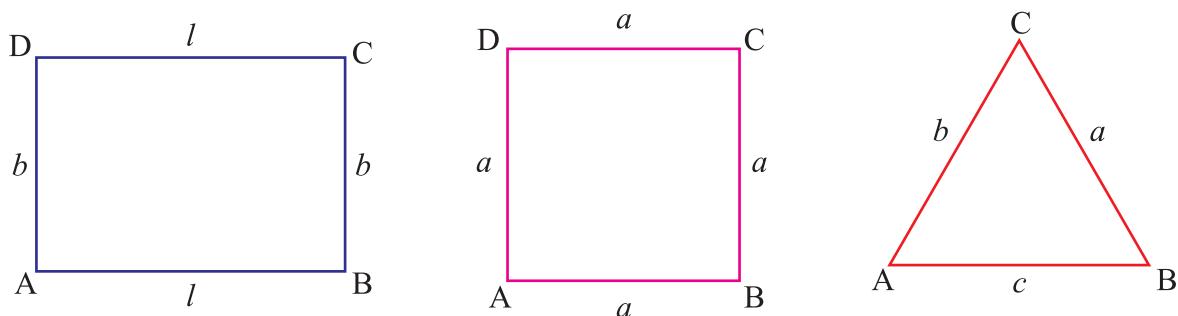
ಆರನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ, ನಾವು ಆಯತ, ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನ ಶ್ರೀಭೂಜ ಇನ್ನೊಮ್ಮೆಂತಾದ ಸರಳ ಆವೃತ್ತಾಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಬಳಸುವ ಸೂತ್ರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಓದಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ, ಶ್ರೀಭೂಜ, ಚತುಭುಜ, ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜ, ವರ್ತಾಕೃತಿ, ತ್ರಾಂತಿಜ್ಞ ಮತ್ತು ವೃತ್ತಗಳಂತಹ ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ಹಲವಾರು ಆವೃತ್ತಾಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಕಲಿಯಲಿದ್ದೇವೆ.

2.1 ಮನರಾಖರಣ

ನಾವು ಆಯತ, ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನ ಶ್ರೀಭೂಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತಿರುವುದನ್ನು ಸ್ವೀಕಾರಿಸೋಣ.

ಸುತ್ತಳತೆ

ಆವೃತ್ತಾಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲೆಯ ಸುತ್ತಲೂ ಚಲಿಸಿದಾಗ ನಾವು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ಸುತ್ತಳತೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.



ಚಿತ್ರ 2.1

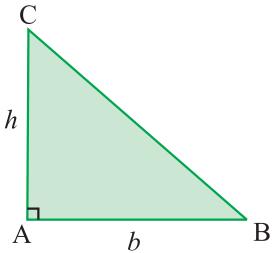
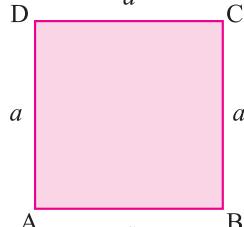
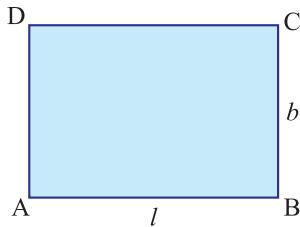
ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ	$= 2 \times (\text{ಉದ್ದ} + \text{ಅಗಲ})$
	$= 2 [\text{ಉದ್ದ} + \text{ಅಗಲ}]$
ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ	$= 2 (l + b) \text{ ಮೂಲಮಾನಗಳು, } \text{ಇಲ್ಲಿ } l = \text{ಉದ್ದ}, b = \text{ಅಗಲ}$
ವರ್ಗದ ಸುತ್ತಳತೆ	$= 4 \times \text{ಅದರ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ}$
	$= 4 \times \text{ಬಾಹು}$
ವರ್ಗದ ಸುತ್ತಳತೆ	$= 4 a \text{ ಮೂಲಮಾನಗಳು, } \text{ಇಲ್ಲಿ } a = \text{ಬಾಹು}$
ಶ್ರೀಭೂಜದ ಸುತ್ತಳತೆ	$= \text{ಶ್ರೀಭೂಜದ ಬಾಹುಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ}$
ಶ್ರೀಭೂಜದ ಸುತ್ತಳತೆ	$= (a + b + c) \text{ ಮೂಲಮಾನಗಳು}$
	ಇಲ್ಲಿ a, b, c ಗಳು ಶ್ರೀಭೂಜದ ಬಾಹುಗಳಾಗಿವೆ.

ಅಧ್ಯಾಯ 2



ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಆಯತಕ್ಕಾಗಿ ಒಳಗೆ ಇರುವ ಮೇಲ್ಯೆಯನ್ನು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.



ಚಿತ್ರ 2.2

$$\text{ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \text{ಉದ್ದ} \times \text{ಅಗಲ}$$

$$\text{ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = l \times b \text{ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು}$$

$$\text{ವರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \text{ಬಾಹು} \times \text{ಬಾಹು}$$

$$\text{ವರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = a \times a \text{ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು}$$

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} \times 90^\circ$ ಕೋನವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಬಾಹುಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} \times (b \times h)$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು

ಇಲ್ಲಿ b ಮತ್ತು h ಗಳು ಲಂಬಕೋನದ ಪಾಶ್ಚಯ ಬಾಹುಗಳು.



ಪ್ರಯೋಜಿ

- ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ಕಮ್ಮು ಹಲಗೆ, ಮೇஜು ಮತ್ತು ಕಿಟಕಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- ಒಂದು ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಹೊಂಡು, ಅದನ್ನು ವಿವಿಧ ಅಳತೆಯ ಆಯತಗಳು, ವರ್ಗಗಳು ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ಕೆತ್ತರಿಸಿ. ಮೇರಿನ ಮೇಲಿಟ್ಟು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 2.1

15 ಮೀ. ಉದ್ದ ಮತ್ತು 10 ಮೀ. ಅಗಲವಿರುವ ಆಯತಕಾರದ ಮೈದಾನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ : ಉದ್ದ = 15 ಮೀ. ಮತ್ತು ಅಗಲ = 10 ಮೀ.

$$\begin{aligned}\text{ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \text{ಉದ್ದ} \times \text{ಅಗಲ} \\ &= 15 \text{ ಮೀ.} \times 10 \text{ ಮೀ.} \\ &= 150 \text{ ಮೀ.}^2\end{aligned}$$



ಚಿತ್ರ 2.3



$$\begin{aligned}
 \text{ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ} &= 2 [\text{ಲುದ್ದ} + \text{ಅಗಲ}] \\
 &= 2 [15 + 10] = 50 \text{ ಮೀ.} \\
 \therefore \text{ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 150 \text{ ಮೀ.}^2 \\
 \text{ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ} &= 50 \text{ ಮೀ.}
 \end{aligned}$$

ಉದಾಹರಣೆ 2.2

80 ಮೀ. ಲುದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಆಯತಾಕೃತಿಯ ತೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 3200 ಚದರ ಮೀ. ಆದರೆ, ತೋಟದ ಅಗಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ : ಲುದ್ದ = 80 ಮೀ., ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 3200 ಚದರ ಮೀ.

$$\begin{aligned}
 \text{ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \text{ಲುದ್ದ} \times \text{ಅಗಲ} \\
 \text{ಅಗಲ} &= \frac{\text{ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\text{ಲುದ್ದ}} \\
 &= \frac{3200}{80} = 40 \text{ ಮೀ.} \\
 \therefore \text{ತೋಟದ ಅಗಲ} &= 40 \text{ ಮೀ. ಆಗಿದೆ.}
 \end{aligned}$$

ಉದಾಹರಣೆ 2.3

40 ಮೀ. ಲುದ್ದವಿರುವ ಚೌಕಾಕೃತಿಯ ನಿರ್ಮಾಣದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ : ಚೌಕಾಕೃತಿ ನಿರ್ಮಾಣದ ಬಾಹು = 40 ಮೀ.

$$\begin{aligned}
 \text{ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \text{ಬಾಹು} \times \text{ಬಾಹು} \\
 &= 40 \text{ ಮೀ.} \times 40 \text{ ಮೀ.} \\
 &= 1600 \text{ ಚದರ ಮೀ.} \\
 \text{ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆ} &= 4 \times \text{ಬಾಹು} \\
 &= 4 \times 40 = 160 \text{ ಮೀ.} \\
 \therefore \text{ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 1600 \text{ ಚ. ಮೀ.} \\
 \text{ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆ} &= 160 \text{ ಮೀ.}
 \end{aligned}$$



ಚಿತ್ರ 2.4

ಉದಾಹರಣೆ 2.4

ಚೌಕಾಕಾರದ ಹೂದೋಟದ ಬಾಹುವು 50 ಮೀ. ಇದೆ. ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ಪ್ರತಿ ಮೀ. ಗೆ ₹10 ರಂತೆ ಖರ್ಚಾದರೆ, ತೋಟದ ಸುತ್ತಳತೆ ಬೇಲಿ ನಿರ್ಮಾಣಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ : ಹೂದೋಟದ ಬಾಹು = 50 ಮೀ.

ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ನಾವು ತೋಟದ ಎಲ್ಲೆಯ ಒಟ್ಟು ಲುದ್ದವನ್ನು (ಸುತ್ತಳತೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ನಂತರ ಅದನ್ನು ಪ್ರತಿ ಮೀ. ಗೆ ಆಗುವ ಖರ್ಚನಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

ಅಧ್ಯಾತ್ಮ 2



$$\begin{aligned}
 \text{ಚೌಕಾಕೃತಿ ಮೂದೋಟದ ಸುತ್ತಳತೆ} &= 4 \times \text{ಬಾಹು} \\
 &= 4 \times 50 \\
 &= 200 \text{ ಮೀ.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 \text{ ಮೀಟರ್} \text{ ಬೇಲಿಗೆ ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ} &= ₹10 \quad (\text{ದತ್ತ}) \\
 \therefore 200 \text{ ಮೀ. ಬೇಲಿ ನಿಮಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ} &= ₹10 \times 200 \\
 &= ₹2000
 \end{aligned}$$

ಉದಾಹರಣೆ 2.5

ಚೌಕಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವನದ ಬಾಹುವು 60 ಮೀ. ಇದೆ. ಇದನ್ನು ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀ. ಗೆ ₹2 ರಂತೆ ಖರ್ಚಾದರೆ, ಉದ್ಯಾನವನವನ್ನು ಪೂರ್ತಿ ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ : ಉದ್ಯಾನವನದ ಬಾಹು = 60 ಮೀ.

ಉದ್ಯಾನವನವನ್ನು ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ನಾವು ಉದ್ಯಾನವನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ನಂತರ ಅದನ್ನು ಪ್ರತಿ ಚ.ಮೀ. ಗೆ ಆಗುವ ಖರ್ಚನಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

$$\begin{aligned}
 \text{ಚೌಕಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \text{ಬಾಹು} \times \text{ಬಾಹು} \\
 &= 60 \times 60 \\
 &= 3600 \text{ ಚದರ ಮೀ.}
 \end{aligned}$$

1 ಚ.ಮೀಟರನ್ನು ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ = ₹2

$$\begin{aligned}
 \therefore 3600 \text{ ಚ.ಮೀಟರನ್ನು ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ} &= ₹2 \times 3600 \\
 &= ₹7200
 \end{aligned}$$

ಉದಾಹರಣೆ 2.6

ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ಶ್ರೀಭುಜಾಕೃತಿಯ ಮೈದಾನದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನದ ಪಾಶ್ಚಯ ಬಾಹುಗಳು 50 ಮೀ. ಮತ್ತು 80 ಮೀ. ಅಗಿದ್ದು, ಅದಕ್ಕೆ ಸಿಮೆಂಟ್ ಗಾರೆಯನ್ನು ಹಾಕಲು ಪ್ರತಿ ಚ.ಮೀ. ಗೆ ₹5 ರಂತೆ ಖರ್ಚಾದರೆ, ಇದಕ್ಕೆ ಪೂರ್ತಿ ಸಿಮೆಂಟ್ ಗಾರೆಯನ್ನು ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

ಪರಿಹಾರ

ಲಂಬಕೋನ ಶ್ರೀಭುಜಾಕೃತಿ ಮೈದಾನಕ್ಕೆ ಸಿಮೆಂಟ್‌ಗಾರೆಯನ್ನು ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು. ಇದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ನಂತರ ಸಿಮೆಂಟ್ ಗಾರೆ ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ಖರ್ಚನಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

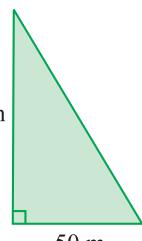
ಲಂಬಕೋನ ಶ್ರೀಭುಜಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} \times b \times h$

b ಮತ್ತು h ಗಳು ಲಂಬಕೋನದ ಪಾಶ್ಚಯ ಬಾಹುಗಳಾಗಿವೆ.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times (50 \text{ ಮೀ.} \times 80 \text{ ಮೀ.}) \\
 &= 2000 \text{ ಮೀ.}^2
 \end{aligned}$$

1 ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ಸಿಮೆಂಟ್ ಗಾರೆ ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ = ₹5

$\therefore 2000 \text{ ಚ.ಮೀ.ಗೆ ಸಿಮೆಂಟ್ ಗಾರೆ ಹಾಕಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ}$



ಚತುರಂಗ 2.5

ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತೇ?

1 ಏರ್ = 100 ಮೀ.²

1 ಹೆಕ್ಟೇರ್ = 100 ಏರ್
(ಅಥವಾ) 10000 ಮೀ.²

$$= ₹5 \times 2000 = ₹10000$$



2.2 ಸಂಯೋಜಿತ ಸಮತಲಾಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ, ನಾವು ಆಯತ, ಚೌಕೆ ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಂತಹವುಗಳಲ್ಲಿ ಪಿಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ತೇಗೆದುಕೊಂಡಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಸಂಯೋಜಿತ ಸಮತಲಾಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿಯಲಿದ್ದೇವೆ.

ಒಬ್ಬ ಗ್ರಾಮವಾಸಿಯು ಜಿತ್ತು 2.6 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಆಕ್ಷಪಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಜಮೀನನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತಾನೆ. ಅವನಿಗೆ ತನ್ನಲ್ಲಿರುವ ಜಮೀನುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ತಿಳಿದಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಒಂದು ಜಮೀನು $50 \text{ m} \times 20 \text{ m}$. ಅಳತೆಯಿರುವ ಆಯತಾಕಾರದ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಜಮೀನು $30 \text{ m} \times 20 \text{ m}$. ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕಾಕಾರದ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಗ್ರಾಮವಾಸಿಗೆ ಅವನಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ಜಮೀನಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನೀವು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ ಮಾಡುವಿರಾ?

ಈಗ, ವರ್ಷಿಕೆ ಮತ್ತು ಸೋನಾ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿರುವ ಗಣಿತ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ನಾಯಕಿಯರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ಗೋಡೆಗಳನ್ನು ಜಿತ್ತುಗೊಂದ ಶೃಂಗರಿಸಿದರು. ಮೊದಲು ವರ್ಷಿಕೆಯು 2 m . ಉದ್ದ ಮತ್ತು 1.5 m ಮೀ. ಅಗಲದ ಆಯತಾಕೃತಿಯ ಜಿತ್ತುವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದಳು. ಅದರಂತೆ ಸೋನಾಳು ಜಿತ್ತು 2.7 m ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಜಿತ್ತುವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದಳು. ಅದರಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನದ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹುಗಳು 1.5 m . ಮತ್ತು 2 m . ಆದರೆ, ಶೃಂಗರಿಸಿದ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬುಹುದೇ?

ನಾವೀಗ ಸಂಯೋಜಿತ ಆಕೃತಿಗಳ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 2.7

ಪಕ್ಕದ ಆಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

$$\text{ಚೌಕ } (1) \text{ ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 3 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \times 3 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} = 9 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2$$

$$\text{ಆಯತ } (2) \text{ ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 10 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \times 4 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} = 40 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ಆಕೃತಿಯ } (\text{ಜಿತ್ತು } 2.9) \text{ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= (9 + 40) \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2 \\ &= 49 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2 \end{aligned}$$

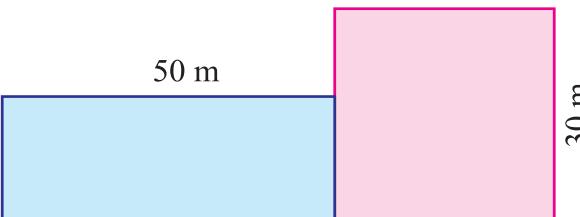
ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

$$\text{ಆಯತ } (1) \text{ ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 7 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \times 3 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} = 21 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2$$

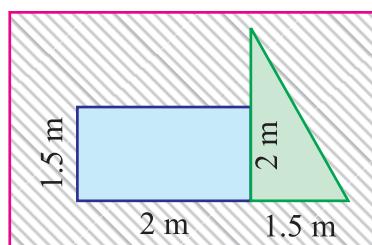
$$\text{ಆಯತ } (2) \text{ ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 7 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \times 4 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} = 28 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2$$

$$\therefore \text{ಆಕೃತಿಯ } (\text{ಜಿತ್ತು } 2.10) \text{ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = (21 + 28) \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2$$

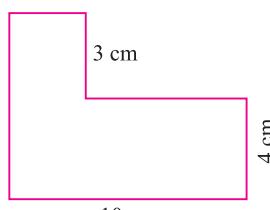
$$= 49 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2$$



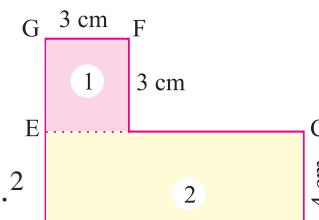
ಚಿತ್ರ 2.6



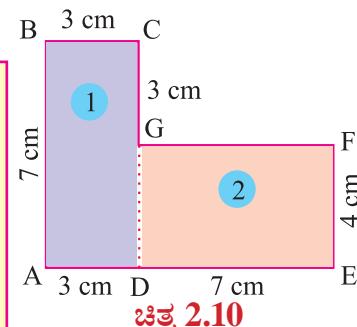
ಚಿತ್ರ 2.7



ಚಿತ್ರ 2.8



ಚಿತ್ರ 2.9

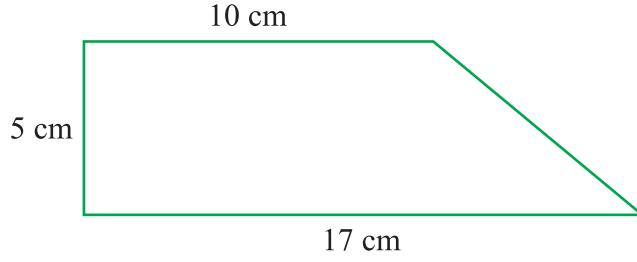


ಚಿತ್ರ 2.10

ಅಧ್ಯಾಯ 2

ಉದಾಹರಣೆ 2.8

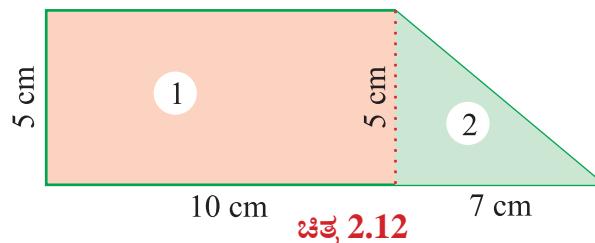
ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 2.11

ಪರಿಹಾರ

ಆಕೃತಿಯು ಆಯತ ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 2.12

$$\begin{aligned} \text{ಆಯತ } (1) \text{ ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 5 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \times 10 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \\ &= 50 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ } (2) \text{ ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{1}{2} \times (7 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \times 5 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}) \\ &= \frac{35}{2} \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2 = 17.5 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2 \end{aligned}$$

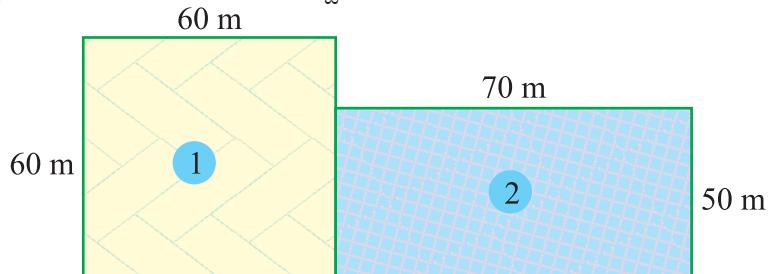
$$\begin{aligned} \therefore \text{ಆಕೃತಿಯ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= (50 + 17.5) \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2 \\ &= 67.5 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2 \end{aligned}$$

$$\text{ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 67.5 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2$$

ಉದಾಹರಣೆ 2.9

60 ಮೀ. ಬಾಹುವಿರುವ ಚೌಕಾಕಾರದ ನಿರ್ವೇಶನವನ್ನು ಶರೀಯ ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು. ಇದಕ್ಕೆ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯದಲ್ಲಿ 70 ಮೀ. \times 50 ಮೀ. ಆಳತೆಯ ಆಯತಾಕಾರದ ನಿರ್ವೇಶನವನ್ನು ರವಿಯು ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು. ಇಬ್ಬರೂ ಸಮನಾದ ಹಣವನ್ನು ಪಾವತಿಸಿದರೆ, ಯಾರಿಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಲಾಭವಾಯಿತು?

ಪರಿಹಾರ



ಚಿತ್ರ 2.13



$$\text{ಶಕ್ತಿಯ (1) ಚೋಕಾಕಾರದ ನಿವೇಶನದ ವಿಸೀಣ್ಣ} = 60 \text{ ಮೀ.} \times 60 \text{ ಮೀ.} = 3600 \text{ ಮೀ.}^2$$

ರವಿಯ (2) ಆಯತಾಕಾರದ ನಿರ್ಮಾಣದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 70 ಮೀ. \times 50 ಮೀ. = 3500 ಮೀ.²

ಜೋಕಾಕಾರ ನಿವೇಶನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಆಯಾಕಾರ ನಿವೇಶನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ. ಅದ್ದರಿಂದ ಶತಿಯು ಹೆಚ್ಚು ಲಾಭವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಂಡನು.



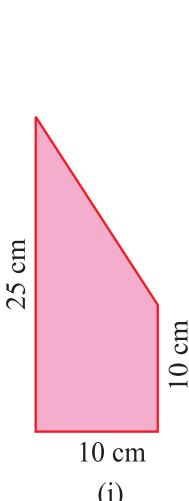
ಪ್ರಯತ್ನಿ

ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವುಳ್ಳ ಎರಡು ಚೌಕಾಕಾರದ ಹಾಳೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಹೊಳ್ಳಿ. ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಅದರ ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ. ಎಪ್ಪು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ? ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನು ಹೇಳುವಿರಿ? ಅವುಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಚೌಕಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಇಟ್ಟಿ ವೀಕ್ಷಿಸಿ ಮತ್ತು ಬೆಳೆಸಿರಿ.

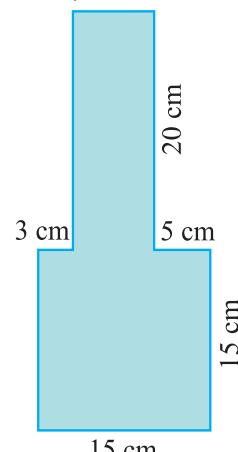
ఈగ, ఒందే అళతెయ ఎరదు ఆయతాకారద హాళేగలన్న తెగెదుచోళ్లి. ఒందు ఆయతాకారద హాళేయన్న అదర కోడ మూలక కత్తరిసి. ఎష్టు లంబశోన త్రిభుజగళు కిగుత్తావే? అవుగళ ఏష్టోడ బగ్గె నీవు ఏఱు వేణువిరి? అవుగళన్న బేరె ఆయతాకారద హాళేయ మేలె ఇది. లంబశోన త్రిభుజ మత్త ఆయతాకారద నదువిన సంబంధవేను?

ಅಭ್ಯಾಸ 2.1

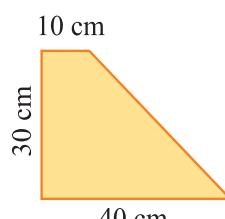
- ## 1. ಕೆಳಗಿನ ಅಕ್ಷತಿಗಳ ವಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.



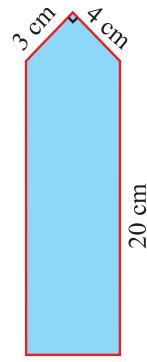
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

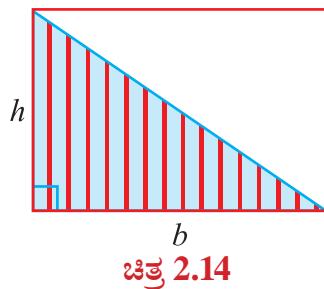
2. తీవను 5 మీ. ఉద్ద మత్తు 4 మీ. అగలవిరువ కోఠడియ నెలక్కే, చౌకాకారద నెల హాసుగళన్న (టైల్స్) హాకలు ఇచ్చిసిదను. ప్రతి జదర నెల హాసిన విస్తీర్ణావు $\frac{1}{2}$ మీ.² ఆదరే, కోఠడియ పొలాన నెలక్కే హాకలు బేకాద నెల హాసుగళ సంబ్యేయన్న కండుహిదియిరి.
 3. లంబకోఎన త్రిభుజాకృతియ జమీనిన బేలే మత్తు ఆయతాకృతియ జమీనిన బేలేగళు సమవాగివే. ఎరడూ జమీనుగళు అక్షపక్షదల్లివే. లంబకోఎన త్రిభుజాకృతియ జమీనిన పాశ్చా బాహుగళు 30 మీ. మత్తు 40 మీ. ఆగివే. ఆయతాకృతియ జమీనిన అళంకారిగళు 20 మీ. మత్తు 15 మీ. ఆదరే, యావుదు కొండుకోళ్లు యోగ్యవాగిదే?
 4. 50 మీ. బాహువిరువచౌకాకారదనివేశనవన్న రాజువు కొండుకోండను. ఇదక్కే పాశ్చా దల్లిరవియు 60 మీ. \times 40 మీ. అళంకారి ఆయతాకారద నివేశనవన్న కొండుకోండను. ఇట్టరూ సమనాద హణవన్న పావతిసిదరే, యారిగే హెచ్చు లాభవాయితు మత్తు ఎప్పు జదర మీ. హెచ్చుగి లభిసితు?
 5. 50 సెం.మీ. ఉద్దద చౌకద విస్తీర్ణ అధవా లంబకోఎనవన్న ఒళగొండిరువ బాహుగళు 80 సెం.మీ. మత్తు 60 సెం.మీ. ఆగిరువ లంబకోఎన త్రిభుజద విస్తీర్ణావల్లి యావుదు హెచ్చు విస్తీర్ణవన్న హొందిదే?

2.3 ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅಧಿಕಾರಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =

$$\frac{1}{2} (90^\circ \text{ ನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಬಾಹುಗಳ ಗುಣಲಭ) \\ (\text{ಅಥವಾ}) \quad = \quad \frac{1}{2} b h \text{ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು.}$$



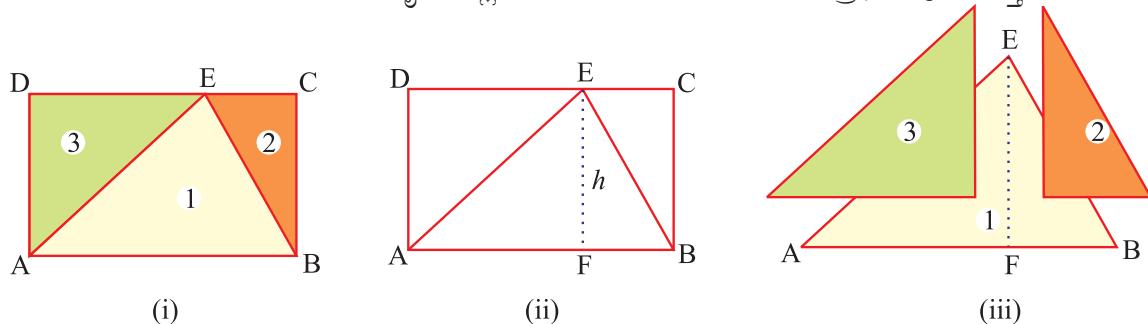
ಚಿತ್ರ 2.14

ಇಲ್ಲಿ b ಮತ್ತು h ಗಳು ಲಂಬಕೋನದ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹುಗಳು ಆಗಿವೆ.

ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ, ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಲಿಯಲಿದ್ದೇವೆ.

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು

ಆಯತಕಾರದ ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಶೃಂಗಗಳನ್ನು A, B, C ಮತ್ತು D ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ. DC ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ E ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. AE ಮತ್ತು BE ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿರಿ. ಚಿತ್ರ 2.15 (i) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ABCD ಆಯತಕ್ಕಾಗಿಯಲ್ಲಿ ಅಂತರ್ಗತವಾಗಿರುವ ABE ತ್ರಿಭುಜವು ಸಿಗುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 2.15

ಈಗ $DE = AF$ ಆಗುವಂತೆ AB ಯಲ್ಲಿ F ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. $EF = BC$ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. ನಾವು EF ನ್ನು h ಮತ್ತು AB ಯನ್ನು b ಎಂದು ಕರೆಯೋಣ.

ಚಿತ್ರ 2.15 (iii) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, AE ಮತ್ತು BE ರೇಖೆಗಳ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ, (2) ಮತ್ತು (3) ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ABE ತ್ರಿಭುಜದ ಮೇಲೆ ಇಡಿ.

$$\therefore \Delta ABE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \Delta ADE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} + \Delta BCE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \dots\dots (1)$$

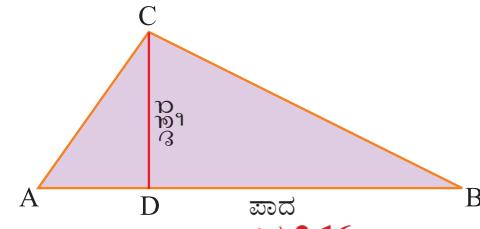
$$\begin{aligned} \text{ABCD ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \Delta ABE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} + (\Delta ADE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} + \\ &\qquad\qquad\qquad \Delta BCE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}) \\ &= \Delta ABE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} + \Delta ABE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} ((1)\ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ) \\ &= 2 \Delta ABE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \end{aligned}$$

ಅಂದರೆ, $2 \Delta ABE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = ABCD \text{ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$



\therefore ತ್ರಿಭುಜ ABE ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} (\text{ABCD ಅಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}) \\ &= \frac{1}{2} (\text{ಉದ್ದ} \times \text{ಅಗಲ}) \\ &= \frac{1}{2} b h \text{ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು} \end{aligned}$$



\therefore ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} b h$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು

ಇಲ್ಲಿ b ಯು ಪಾದ ಮತ್ತು h ಎಂಬುದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರವಾಗಿದೆ.

ನೈಟ್‌ಫ್ಲೋಟ್

ಚಿಂತಿ!

ABC ವಿಶಾಲಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಪರಿಗಳಿಸಿರಿ. C ನಿಂದ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ವಿಸ್ತರಿಸಿದ ಪಾದ BA ನೊಂದಿಗೆ D ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೇನು?

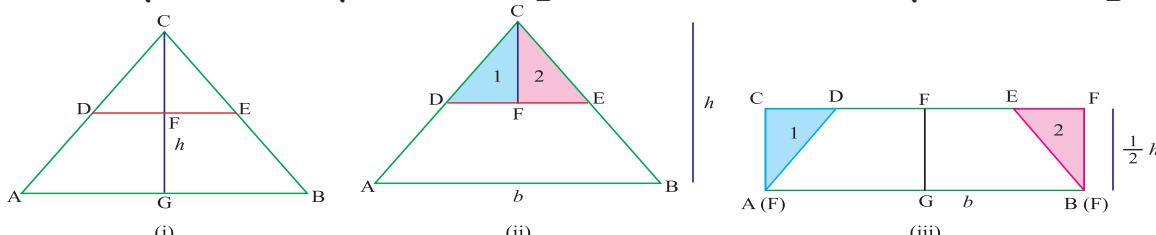


ಪರಿಯತ್ವ

ಕಾಗದ ಮಡಕವ ವಿಧಾನ

ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದ ಕಾಗದದ ತುಂಡನ್ನು ತೆಗೆದುಹೊಂಡು, ಅದರ ಶೃಂಗಗಳಿಗೆ A, B ಮತ್ತು C ಎಂದು ಹೇಳಿಸಿ. ಪಾದ AB ಯನ್ನು b ಎಂದು ಮತ್ತು ಜೆನ್ನತ್ವವನ್ನು h ಎಂದು ಪರಿಗಳಿಸಿರಿ.

AC ಮತ್ತು BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಇವುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ D ಮತ್ತು E ಎಂದು ಹೇಳಿರಿ. D ಮತ್ತು E ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಹಾಗೂ C ಯಿಂದ AB ಗೆ ಲಂಬರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು DE ನ್ನು F ನಲ್ಲಿ, AB ನ್ನು G ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ $CF = FG$ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.



DE ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಪುನಃ CF ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ, ಎರಡು ಲಂಬ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. ಈ ಲಂಬ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 2.18 (iii) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ABED ಚತುಭೂಜದ ಅಂಚುಗಳಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಿ.

ಚಿತ್ರ (i) ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=$ ಚಿತ್ರ (iii) ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

(ಅಂದರೆ) ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=$ ಅಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

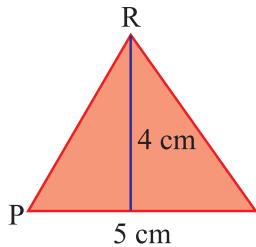
$$\begin{aligned} &= b \times \left(\frac{1}{2} h\right) \text{ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು} \quad [CF + FG = h] \\ &= \frac{1}{2} b h \text{ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು.} \end{aligned}$$

ಅಧ್ಯಾಯ 2

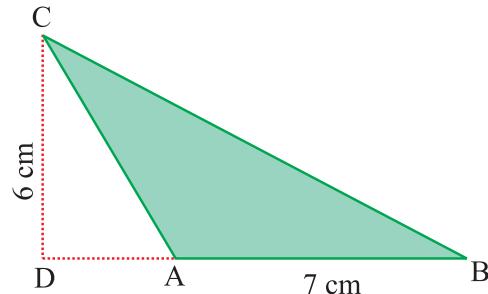


ಲುದಾಹರಣ 2.10

ಕೆಳಗಿನ ಅಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



(i)



(ii)

ಚಿತ್ರ 2.19

ಪರಿಹಾರ

(i) ದತ್ತ: ಪಾದ = 5 ಸೆ.ಮೀ., ಎತ್ತರ = 4 ಸೆ.ಮೀ.

$$\begin{aligned}\text{ಶ್ರಿಘ್ರಜ } \triangle PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{1}{2} b h \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \times 4 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \\ &= 10 \text{ ಚದರ ಸೆ.ಮೀ. (ಅಥವಾ) } \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2\end{aligned}$$

(ii) ದತ್ತ: ಪಾದ = 7 ಸೆ.ಮೀ., ಎತ್ತರ = 6 ಸೆ.ಮೀ.

$$\begin{aligned}\text{ಶ್ರಿಘ್ರಜ } \triangle ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{1}{2} b h \\ &= \frac{1}{2} \times 7 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \times 6 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \\ &= 21 \text{ ಚದರ ಸೆ.ಮೀ. (ಅಥವಾ) } \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2\end{aligned}$$

ಲುದಾಹರಣ 2.11

ಶ್ರೀಕೌನಾಕೃತಿಯ ತೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 800 ಚದರ ಮೀ. ಮತ್ತು ತೋಟದ ಎತ್ತರವು 40 ಮೀ. ಆದರೆ, ತೋಟದ ಪಾದದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ಶ್ರೀಕೌನಾಕೃತಿಯ ತೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 800 ಚದರ ಮೀ.

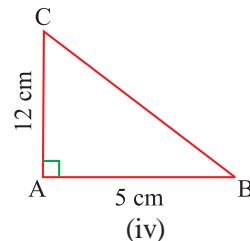
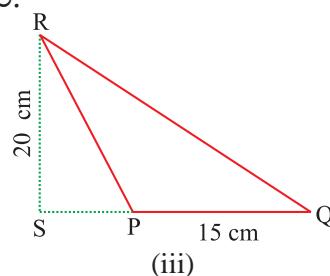
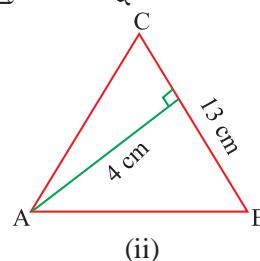
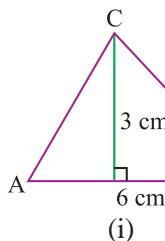
$$\begin{aligned}\frac{1}{2} b h &= 800 \\ \frac{1}{2} \times b \times 40 &= 800 \quad (h = 40 \text{ ಆಗಿದೆ}) \\ 20 b &= 800 \\ b &= 40 \text{ ಮೀ.}\end{aligned}$$

\therefore ತೋಟದ ಪಾದವು 40 ಮೀ. ಆಗಿದೆ.



ಅಭ್ಯಾಸ 2.2

1. ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



2. ಕೆಳಗಿನ ಅಳತೆಗಳಿಗನುಗೂಣವಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) ಪಾದ = 6 ಸೆ.ಮೀ., ಎತ್ತರ = 8 ಸೆ.ಮೀ.

(ii) ಪಾದ = 3 ಮೀ., ಎತ್ತರ = 2 ಮೀ.

(iii) ಪಾದ = 4.2 ಮೀ., ಎತ್ತರ = 5 ಮೀ.

3. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದಿಂದ ಅದರ ಪಾದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 40 ಮೀ.^2 , ಎತ್ತರ = 8 ಮೀ.

(ii) ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 210 ಸೆ.ಮೀ.^2 , ಎತ್ತರ = 21 ಸೆ.ಮೀ.

(iii) ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 82.5 ಮೀ.^2 , ಎತ್ತರ = 10 ಮೀ.

4. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಪಾದದಿಂದ ಅದರ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 180 ಮೀ.^2 , ಪಾದ = 20 ಮೀ.

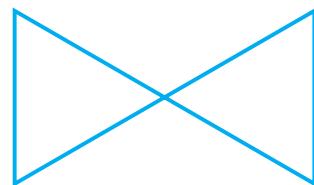
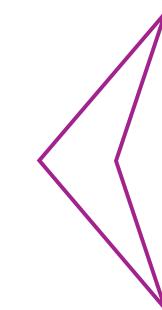
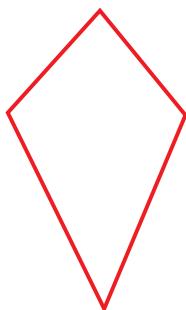
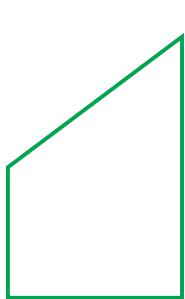
(ii) ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 62.5 ಮೀ.^2 , ಪಾದ = 25 ಮೀ.

(iii) ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 20 ಸೆ.ಮೀ.^2 , ಪಾದ = 5 ಸೆ.ಮೀ.

5. ಒಂದು ತೋಟವು 26 ಮೀ. ಪಾದ ಮತ್ತು 28 ಮೀ. ಎತ್ತರವಿರುವ ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಸಮತಣ್ಣಿಸಲು ಪ್ರತಿ ಮೀ. 2 ಗೆ ₹ 5 ರಂತೆ, ಮೊಳ್ಳಿ ತೋಟವನ್ನು ಸಮತಣ್ಣಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವೆಷ್ಟು?

2.4 ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ರೇಖಾಶಿಲ್ಪಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಭೇದಿಸದಂತೆ, ನಾಲ್ಕು ರೇಖಾಶಿಲ್ಪಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾದ ಆಕೃತಿಯು ಚತುಭುಜವಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 2.20

ಈ ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ,

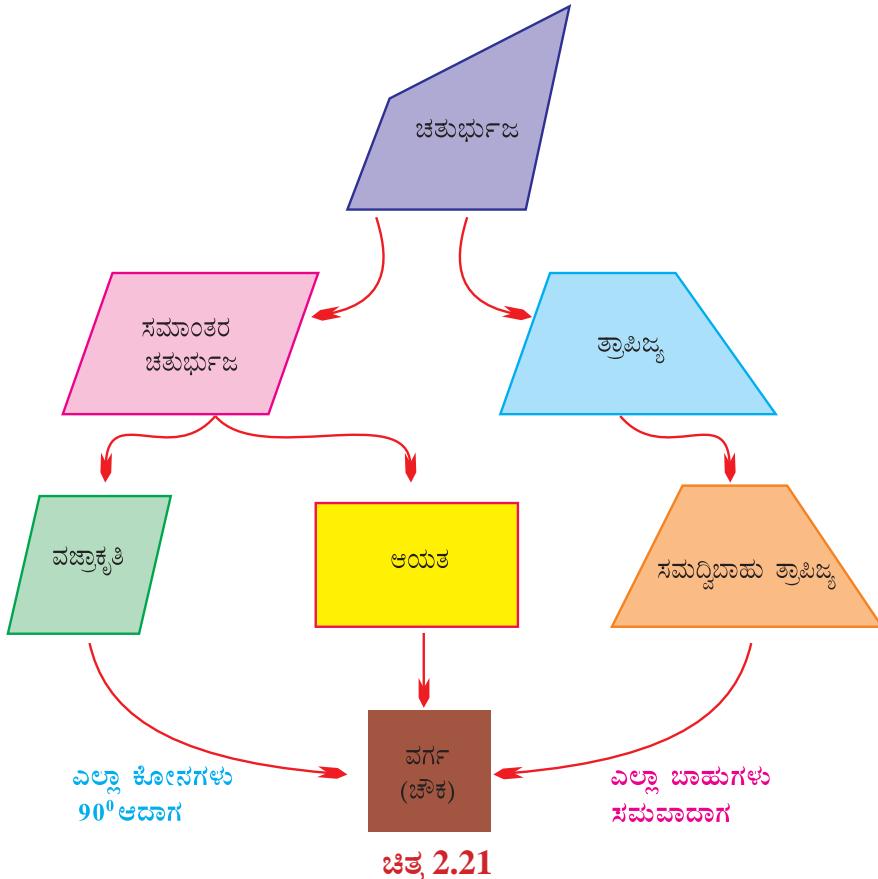
ಚಿತ್ರ (i), (ii), (iii) ಗಳು ಚತುಭುಜಗಳಾಗಿವೆ.

ಚಿತ್ರ (iv) ಚತುಭುಜವಲ್ಲ.



ಚರ್ಚೆಭುಜದ ವಿಧಗಳು

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವು ಚರ್ಚೆಭುಜದ ವಿಧಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.



ಚರ್ಚೆಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ABCD ಚರ್ಚೆಭುಜದಲ್ಲಿ, AC ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ಚರ್ಚೆಭುಜವನ್ನು ABC ಮತ್ತು ADC ಎಂಬ ಏರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಸಾಮಾನ್ಯ ಪಾದ AC ಗೆ BE ಮತ್ತು DF ಜೊನ್ಯಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

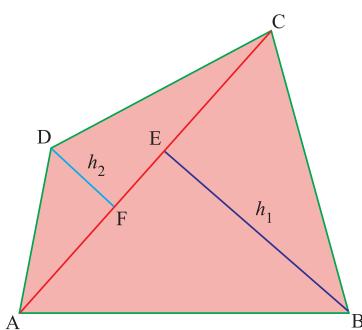
ಚರ್ಚೆಭುಜ ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \triangle ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} + \triangle ADC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$

$$= [\frac{1}{2} \times AC \times h_1] + [\frac{1}{2} \times AC \times h_2]$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times (h_1 + h_2)$$

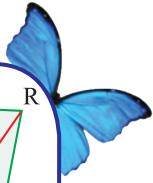
$$= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) \text{ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು}$$



ಚತ್ರ 2.22

ಇಲ್ಲಿ, d ಎಂಬುದು AC ಕರ್ಣದ ಉದ್ದು ಹಾಗೂ h_1 ಮತ್ತು h_2 ಗಳು ಅಭಿಮುಖ ಶೃಂಗಳಿಂದ ಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳಾಗಿವೆ.

$$\therefore \text{ಚರ್ಚೆಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) \text{ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು}$$



ಲೂದಾಹರಣ 2.12

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಚತುಭುಜ PQRS ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ: $d = 20$ ಸೆ.ಮೀ., $h_1 = 7$ ಸೆ.ಮೀ., $h_2 = 10$ ಸೆ.ಮೀ.

PQRS ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) \\ &= \frac{1}{2} \times 20 \times (7 + 10) \\ &= 10 \times 17 \\ &= 170 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2 \end{aligned}$$

\therefore PQRS ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 170 ಸೆ.ಮೀ. 2

ಲೂದಾಹರಣ 2.13

ಒಂದು ನಿರ್ವೇಶನವು ಚತುಭುಜಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿದ್ದು, ಇದರ ಒಂದು ಕೊಣವು 200 ಮೀ. ಉದ್ದವಿದೆ. ಕೊಣದ ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿನ ಶೃಂಗಗಳು ಕೊಣದಿಂದ 60 ಮೀ. ಮತ್ತು 50 ಮೀ. ದೂರದಲ್ಲಿವೆ. ನಿರ್ವೇಶನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ: $d = 200$ ಮೀ., $h_1 = 50$ ಮೀ., $h_2 = 60$ ಮೀ.

$$\begin{aligned} \text{ABCD ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) \\ &= \frac{1}{2} \times 200 \times (50 + 60) \\ &= 100 \times 110 \end{aligned}$$

\therefore ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 11000 ಮೀ. 2

ಲೂದಾಹರಣ 2.14

ಒಂದು ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 525 ಚದರ ಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಇದರ ಕೊಣಕ್ಕೆ ಎರಡು ಶೃಂಗಗಳಿಂದ 15 ಮೀ. ಮತ್ತು 20 ಮೀ. ಉದ್ದದ ಎರಡು ಲಂಬಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಕೊಣದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

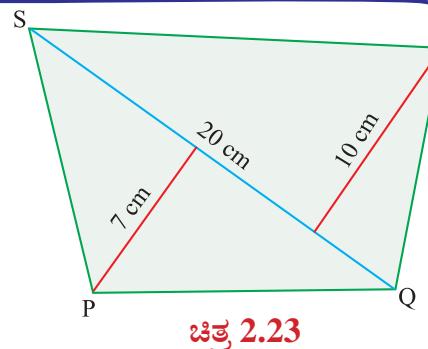
ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ: ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 525 ಚ.ಮೀ., $h_1 = 15$ ಮೀ., $h_2 = 20$ ಮೀ.

ಈಗ,

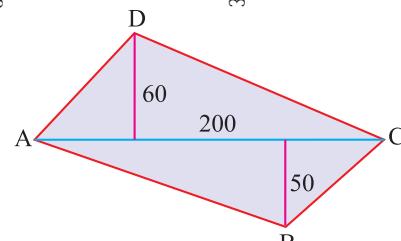
$$\text{ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 525 \text{ ಚ. ಮೀ.}$$

$$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) = 525$$



ಚಿತ್ರ 2.23

ನೈತಿಕ
ಆರ್ಥಿಕ



ಚಿತ್ರ 2.24

ಅಧ್ಯಾಯ 2

$$\frac{1}{2} \times d \times (15 + 20) = 525$$

$$\frac{1}{2} \times d \times 35 = 525$$

$$d = \frac{525 \times 2}{35} = \frac{1050}{35} = 30 \text{ ಮೀ.}$$

\therefore ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ್ವ = 30 ಮೀ.

ಉದಾಹರಣೆ 2.15

PQRS ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 400 ಸೆಂ.ಮೀ.² ಆಗಿದೆ. Q ನಿಂದ PR ಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬರೇಖೆಯ ಉದ್ದ್ವ = 15 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು PR = 25 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆದರೆ, S ನಿಂದ PR ಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬರೇಖೆಯ ಉದ್ದ್ವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಷಾರ

ದತ್ತ: $d = 25$ ಸೆಂ.ಮೀ., $h_1 = 15$ ಸೆಂ.ಮೀ., ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 400 ಸೆಂ.ಮೀ.²

PQRS ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 400 ಸೆಂ.ಮೀ.²

$$\frac{1}{2} \times d \times (SL + QM) = 400. \text{ ಇಲ್ಲಿ } SL = h_1, QM = h_2.$$

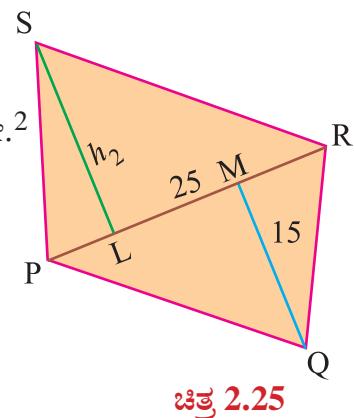
$$(ಅಂದರೆ) \quad \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) = 400$$

$$\frac{1}{2} \times 25 \times (15 + h_2) = 400$$

$$15 + h_2 = \frac{400 \times 2}{25} = 16 \times 2 = 32$$

$$h_2 = 32 - 15 = 17$$

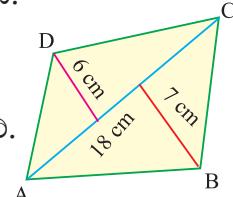
\therefore S ನಿಂದ PR ಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬರೇಖೆಯ ಉದ್ದ್ವವು 17 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ.



ಚತ್ರ 2.25

ಅಭ್ಯಾಸ 2.3

1. ಚಿತ್ರದಿಂದ, ABCD ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



2. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚತುಭುಜದ ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳಿಂದ, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $d = 15$ ಸೆಂ.ಮೀ., $h_1 = 5$ ಸೆಂ.ಮೀ., $h_2 = 4$ ಸೆಂ.ಮೀ.

(ii) $d = 10$ ಸೆಂ.ಮೀ., $h_1 = 8.4$ ಸೆಂ.ಮೀ., $h_2 = 6.2$ ಸೆಂ.ಮೀ.

(iii) $d = 7.2$ ಸೆಂ.ಮೀ., $h_1 = 6$ ಸೆಂ.ಮೀ., $h_2 = 8$ ಸೆಂ.ಮೀ.

3. ಒಂದು ಚತುಭುಜದ ಕರ್ಣವು 25 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ ಹಾಗೂ ಏರಡು ಅಭಿಮುಖಿ ಶೃಂಗಗಳಿಂದ ಇದಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳು 5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 7 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದ್ವವಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. ಒಂದು ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 54 ಸೆಂ.ಮೀ.² ಆಗಿದೆ. ಏರಡು ಅಭಿಮುಖಿ ಶೃಂಗಗಳಿಂದ ಕರ್ಣಕ್ಕೆ 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದ್ವದ ಲಂಬಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ್ವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5. ಒಂದು ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿನ ನಿರ್ವಹಣೆ ಚತುಭುಜಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿದ್ದು, ಇದರ ಒಂದು ಕರ್ಣವು 250 ಮೀ. ಉದ್ದ್ವವಿದೆ. ಕರ್ಣದ ಏರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿನ ಶೃಂಗಗಳು ಕರ್ಣದಿಂದ 70 ಮೀ. ಮತ್ತು 80 ಮೀ. ದೂರದಲ್ಲಿವೆ. ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿನ ನಿರ್ವಹಣೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



2.5 ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ನಮ್ಮ ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಚೌಕ, ಆಯತ, ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ ಅನೇಕ ಸಮತಲ ಅಕೃತಿಗಳನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಬೇರೆ ಸಮತಲ ಅಕೃತಿಗಳು ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆಯೇ?

ಬೇರೆ ಸಮತಲ ಅಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜವು ಒಂದಾಗಿದೆ.

ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಚಚೆಸಲಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸಹ ಚಚೆಸಲಿದ್ದೇವೆ.

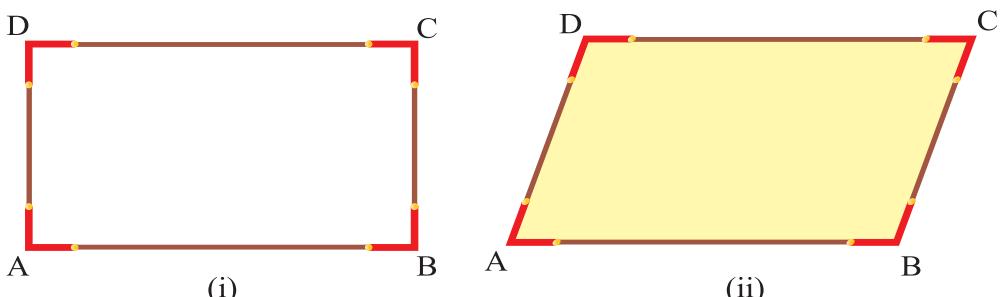
ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಮೈದಾನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ?

ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜವನ್ನು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವುಳ್ಳ ಆಯತವನ್ನಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದೇ?

ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜವನ್ನು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವುಳ್ಳ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದೇ?

ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾ

ನಾಲ್ಕು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಸೈಕಲ್ ಟ್ರೂಬನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಅವುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ (ಚಿತ್ರ 2.26 (i) ನ್ನು ನೋಡಿರಿ).



ಚಿತ್ರ 2.26

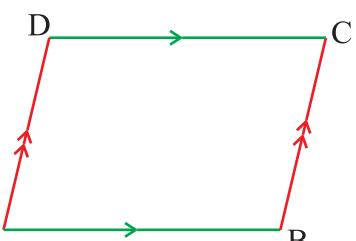
AB ಪಾದವನ್ನು ಸ್ಥಿರಗೊಳಿಸಿ D ಮೂಲೆಯನ್ನು ಅದರ ಬಲಕ್ಕೆ ಸ್ಥಳೀಯ ತಳ್ಳಿದಾಗ ನಿಮಗೆ ಚಿತ್ರ 2.26 (ii) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸುವ ಆಕಾರವು ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಈಗ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿರಿ:

ಈ ಆಕಾರವು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆಯೇ? ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರವ ಬಾಹುಗಳು ಯಾವುವು?

ಇಲ್ಲ AB ಮತ್ತು DC ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ ಹಾಗೂ AD ಮತ್ತು BC ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ. ‘ಸಮಾಂತರ’ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುಲು ‘||’ ಸಂಕೇತವನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.

ಅಂದರೆ $AB \parallel DC$ ಮತ್ತು $AD \parallel BC$. (ಇದನ್ನು AB ಸಮಾಂತರ DC ಮತ್ತು AD ಸಮಾಂತರ BC ಎಂದು ಓದಿಕೊಳ್ಳಿ).



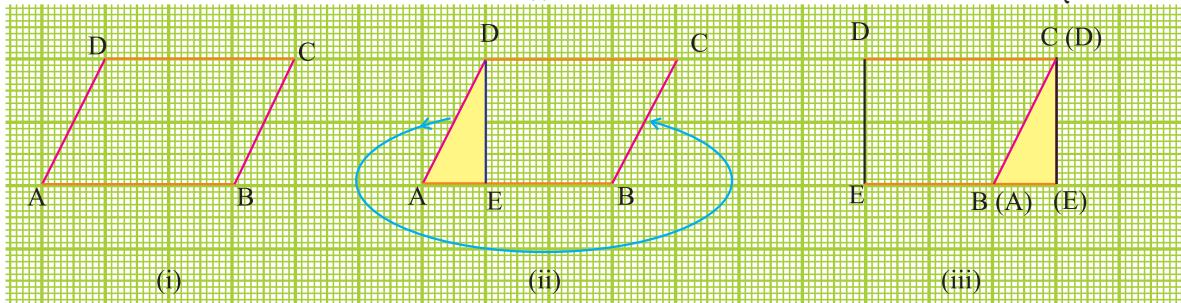
ಚಿತ್ರ 2.27

ಚತುಭುಜದಲ್ಲಿ, ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳ ಪ್ರತಿ ಜೊತೆಗಳ ಸಮಾಂತರವಾಗಿದ್ದರೆ ಇದನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ (ಚಿತ್ರ 2.27).

ಅಧ್ಯಾಯ 2

ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಚಿತ್ರ 2.28 (i) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜವನ್ನು ಬರೆಯಿರ.



ಚಿತ್ರ 2.28

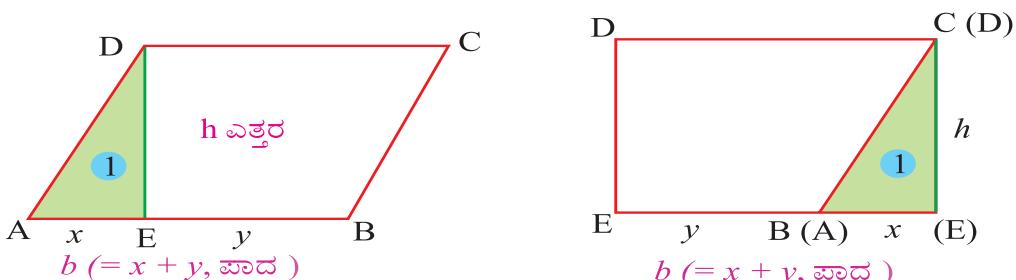
D ಶೃಂಗದಿಂದ AB ಪಾದವನ್ನು E ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಲಂಬರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರ.

ಈಗ, AED ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಕತ್ತಲಿಸಿ ಮತ್ತು AED ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಚಿತ್ರ. 2.28 (iii) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ AD ಬಾಹುವ BC ಬಾಹುವಿನೊಂದಿಗೆ ಅಧಿಕ್ಷಾಪಿಸುವ ಹಾಗೆ ಜೋಡಿಸಿರಿ.

ಯಾವ ಆಕಾರವನ್ನು ನೀವು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ? ಇದು ಆಯತವೇ?

ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ರಚಿತವಾದ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನವುದೇ?

ಹೌದು. ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ರಚಿತವಾದ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ



ಚಿತ್ರ 2.29

ರಚಿತವಾದ ಆಯತದ ಉದ್ದವು ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮ ಮತ್ತು ಆಯತದ ಅಗಲವು ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ಎತ್ತರಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ (ಚಿತ್ರ 2.29 ನ್ನು ನೋಡಿರಿ).

\therefore ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ($ಉದ್ದ \times ಅಗಲ$) ಚದರ ಮಾನಗಳು

= ($ಪಾದ \times ಎತ್ತರ$) ಚದರ ಮಾನಗಳು

ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= bh ಚದರ ಮಾನಗಳು

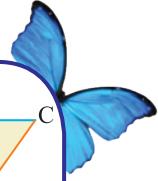
ಇಲ್ಲಿ b ಮತ್ತು h ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳಾಗಿವೆ.

\therefore ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಪಾದ (b) ಮತ್ತು ಅದರ ಅನುಗುಣವಾದ ಎತ್ತರ (h) ಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಮೂಡನೆ: ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದಲ್ಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಾಹುವನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ಪಾದವಾಗಿ ಆಯ್ದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಆ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲೆ ಅಭಿಮುಖ ಶೃಂಗದಿಂದ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ಅನುಗುಣವಾದ ಎತ್ತರ (ಜಿನ್ನತೆ) ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತೇ?

- ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ.
- ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
- ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.
- ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಲ್ಲ.
- ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅಧಿಸುತ್ತವೆ.



ಉದಾಹರಣೆ 2.16

ಚಿಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು,

(i) AB ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ii) AD ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಪಾದ × ಎತ್ತರ

$$\begin{aligned} \text{(i) } AB \text{ ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \text{ಪಾದ } AB \times \text{ಎತ್ತರ } DE \\ &= 6 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \times 4 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \\ &= 24 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) } AD \text{ ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \text{ಪಾದ } AD \times \text{ಎತ್ತರ } FB \\ &= 5 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \times 4.8 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \\ &= 24 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2 \end{aligned}$$

ಮೂಲಕ: ಇಲ್ಲಿ AB ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು AD ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

∴ ಯಾವುದೇ ಬಾಹುವನ್ನು ಆಯ್ದು ಮಾಡಿ, ಅನುಗುಣವಾದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು ಎಂದು ತೀವ್ರಾನಿಸುತ್ತೇವೆ.

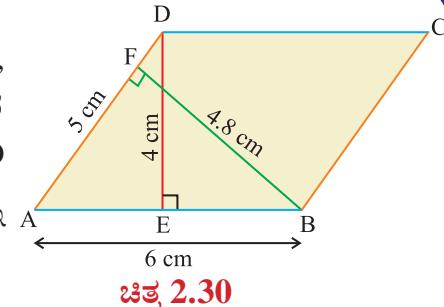
ಉದಾಹರಣೆ 2.17

ಪಾದ 9 ಸೆ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಜೈನ್ಯತ್ವ (ಎತ್ತರ) 5 ಸೆ.ಮೀ. ಆಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ: $b = 9$ ಸೆ.ಮೀ., $h = 5$ ಸೆ.ಮೀ.

$$\begin{aligned} \text{ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= b \times h \\ &= 9 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \times 5 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \\ \therefore \text{ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 45 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2 \end{aligned}$$



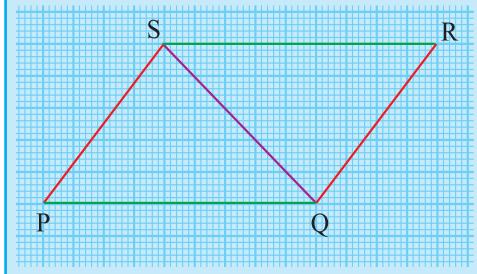
ಚತ್ರ 2.30

ನೈತಿಕ
ಆರ್ಥಿಕ



ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಚತ್ರ 2.31 ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜ ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಿರಿ.



ಚತ್ರ 2.31

ಅಧ್ಯಾಯ 2

ಉದಾಹರಣೆ 2.18

ಪಾದವು 24 ಸೆ.ಮೀ. ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 480 ಸೆ.ಮೀ.² ಆಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ : ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 480 ಸೆ.ಮೀ.², ಪಾದ $b = 24$ ಸೆ.ಮೀ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 480

$$b \times h = 480$$

$$24 \times h = 480$$

$$h = \frac{480}{24} = 20 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

\therefore ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 20 ಸೆ.ಮೀ.

ಉದಾಹರಣೆ 2.19

ಎತ್ತರವು 7 ಸೆ.ಮೀ. ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 56 ಸೆ.ಮೀ.² ಆಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ಪಾದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ದತ್ತ : ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 56 ಸೆ.ಮೀ.², ಎತ್ತರ $h = 7$ ಸೆ.ಮೀ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 56

$$b \times h = 56$$

$$b \times 7 = 56$$

$$b = \frac{56}{7} = 8 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

\therefore ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ಪಾದ = 8 ಸೆ.ಮೀ.

ಉದಾಹರಣೆ 2.20

PQRS ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ಏರಡು ಬಾಹ್ಯಗಳು 9 ಸೆ.ಮೀ. ಮತ್ತು 5 ಸೆ.ಮೀ. ಆಗಿವೆ. ಇದರ PQ ಪಾದಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಎತ್ತರವು 4 ಸೆ.ಮೀ. (ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿ) ಆದರೆ,

- (i) ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
- (ii) PS ಪಾದಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

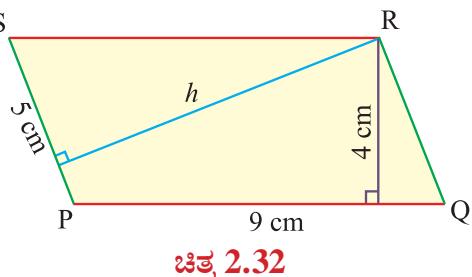
ಪರಿಹಾರ

$$(i) \text{ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = b \times h$$

$$= 9 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \times 4 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

$$= 36 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}^2$$

$$(ii) \text{ ದತ್ತ : ಪಾದ } PS (b) = 5 \text{ ಸೆ.ಮೀ. ಆದರೆ}$$





$$\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 36$$

$$b \times h = 36$$

$$5 \times h = 36$$

$$h = \frac{36}{5} = 7.2 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

\therefore PS ಪಾದಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಎತ್ತರವು 7.2 ಸೆ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ.

ಚಂತಿಸಿ ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸಿ:

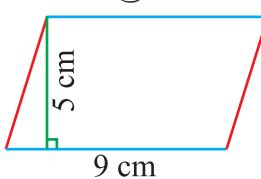
- * ಸಮನಾದ ಸುತ್ತಲೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಿವಿಧ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
- * ಇವುಗಳು ಒಂದೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿವೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಹುದೇ?

ಅಭ್ಯಾಸ 2.4

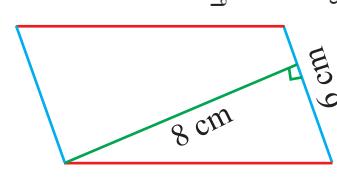
1. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

- i) ಪಾದ 15 ಸೆ.ಮೀ. ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 300 ಸೆ.ಮೀ.² ಆಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ಎತ್ತರವು
 (A) 10 ಸೆ.ಮೀ. (B) 15 ಸೆ.ಮೀ. (C) 20 ಸೆ.ಮೀ. (D) 30 ಸೆ.ಮೀ.
- ii) ಎತ್ತರ 20 ಸೆ.ಮೀ. ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 800 ಸೆ.ಮೀ.² ಆಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ಪಾದವು
 (A) 20 ಸೆ.ಮೀ. (B) 30 ಸೆ.ಮೀ. (C) 40 ಸೆ.ಮೀ. (D) 50 ಸೆ.ಮೀ.
- iii) ಪಾದ 20 ಸೆ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 30 ಸೆ.ಮೀ. ಆಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು
 (A) 300 ಸೆ.ಮೀ.² (B) 400 ಸೆ.ಮೀ.² (C) 500 ಸೆ.ಮೀ.² (D) 600 ಸೆ.ಮೀ.²

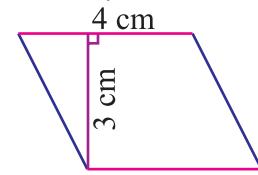
2. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



(i)



(ii)



(iii)

3. ಕೆಳಗಿನ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(i) b = 14 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}, h = 18 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \quad (ii) b = 15 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}, h = 12 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

$$(iii) b = 23 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}, h = 10.5 \text{ ಸೆ.ಮೀ.} \quad (iv) b = 8.3 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}, h = 7 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

4. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹು ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಎತ್ತರವು ಕ್ರಮವಾಗಿ 14 ಸೆ.ಮೀ. ಮತ್ತು 8 ಸೆ.ಮೀ. ಆದರೆ, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5. ಪಾದ 324 ಮೀ. ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 75 ಮೀ. ಹೊಂದಿರುವ ಮೈದಾನವು ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

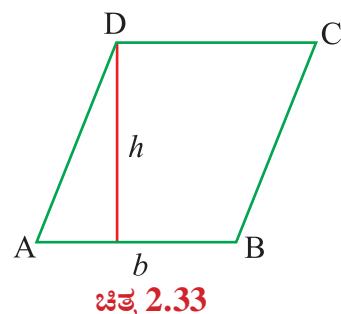
6. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 324 ಚದರ ಸೆ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಪಾದ 27 ಸೆ.ಮೀ ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2.6 ವಜ್ಞಾಕೃತಿ

ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದಲ್ಲಿ ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅದನ್ನು ವಜ್ಞಾಕೃತಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ಪಾದವು b ಮಾನಗಳು ಮತ್ತು ಅದರ ಅನುಗುಣವಾದ ಎತ್ತರವು h ಮಾನಗಳಾಗಿರಲಿ. ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯು ಕೊಡ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅದೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

$$\therefore \text{ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = b \times h \text{ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು}$$

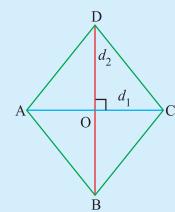


ಚಿತ್ರ 2.33

ನಿಮಗಿದು ಗೊತ್ತೇ?

ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ,

- (i) ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- (ii) ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- (iii) ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ಕೊಡಗಳು ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯನ್ನು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ.
- (iv) ಒಂದು ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ಕೊಡಗಳು ಲಂಬಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಅಧಿಸುತ್ತವೆ.



ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಅದರ ಕೊಡಗಳ ಪದಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು

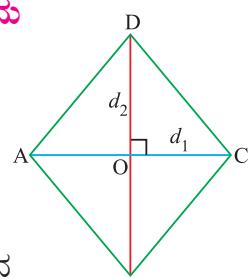
ABCD ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ, $AB \parallel DC$ ಮತ್ತು $BC \parallel AD$

ಹಾಗೂ $AB = BC = CD = DA$

d_1 (AC) ಮತ್ತು d_2 (BD) ಎಂಬವು ಕೊಡಗಳಾಗಿರಲಿ.

ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ಕೊಡಗಳು ಲಂಬಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಅಧಿಸುವುದರಿಂದ

$AC \perp BD$ ಮತ್ತು $BD \perp AC$.



ಚಿತ್ರ 2.34

ABCD ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$\begin{aligned}
 &= \Delta ABC \text{ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} + \Delta ADC \text{ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \\
 &= \left[\frac{1}{2} \times AC \times OB \right] + \left[\frac{1}{2} \times AC \times OD \right] \\
 &= \frac{1}{2} \times AC \times (OB + OD) \\
 &= \frac{1}{2} \times AC \times BD \\
 &= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \text{ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} [d_1 \times d_2] \text{ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು}$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{ಕೊಡಗಳ ಗುಣಲಭ}) \text{ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು}$$

ಚಿಂತಿಸಿ ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸಿ

ಚೌಕವು ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ಆದರೆ, ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯು ಚೌಕವಲ್ಲ.



ಉದಾಹರಣೆ 2.21

ಬಾಹುವು 15 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಜೈನ್‌ತ್ಯವು (ಎತ್ತರ) 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

$$\text{ದತ್ತ: } \text{ಪಾದ} = 15 \text{ ಸೆಂ.ಮೀ., } \text{ಎತ್ತರ} = 10 \text{ ಸೆಂ.ಮೀ.}$$

$$\begin{aligned}\text{ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ} \\ &= 15 \text{ ಸೆಂ.ಮೀ.} \times 10 \text{ ಸೆಂ.ಮೀ.} \\ \therefore \text{ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 150 \text{ ಸೆಂ.ಮೀ.}^2\end{aligned}$$

ಉದಾಹರಣೆ 2.22

ಹೊವಿನ ತೋಟವು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ್ವಾಂಸ 18 ಮೀ. ಮತ್ತು 25 ಮೀ. ಆದರೆ, ಹೊವಿನ ತೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

$$\text{ದತ್ತ: } d_1 = 18 \text{ ಮೀ., } d_2 = 25 \text{ ಮೀ.}$$

$$\begin{aligned}\text{ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \\ &= \frac{1}{2} \times 18 \times 25 \\ \therefore \text{ಹೊವಿನ ತೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 225 \text{ ಮೀ.}^2\end{aligned}$$

ಉದಾಹರಣೆ 2.23

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 150 ಚದರ ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಅದರ ಒಂದು ಕರ್ಣವು 20 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆದರೆ, ಇನ್ನೊಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ್ವಾಂಸ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

$$\text{ದತ್ತ: } \text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 150 \text{ ಚದರ ಸೆಂ.ಮೀ., } \text{ಕರ್ಣ } d_1 = 20 \text{ ಸೆಂ.ಮೀ.}$$

$$\begin{aligned}\text{ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 150 \\ \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 &= 150 \\ \frac{1}{2} \times 20 \times d_2 &= 150 \\ 10 \times d_2 &= 150 \\ d_2 &= 15 \text{ ಸೆಂ.ಮೀ.}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{ಇನ್ನೊಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ್ವಾಂಸ} = 15 \text{ ಸೆಂ.ಮೀ.}$$

ಉದಾಹರಣೆ 2.24

ಒಂದು ಮೃದಾನವು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಮೃದಾನದ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ್ವಾಂಸ 50 ಮೀ. ಮತ್ತು 60 ಮೀ. ಆದರೆ, ಅದನ್ನು ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ₹2 ರಂತೆ ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚೆಯನ್ನು?

ಪರಿಹಾರ

$$\text{ದತ್ತ: } d_1 = 50 \text{ ಮೀ., } d_2 = 60 \text{ ಮೀ.}$$



ಅಧ್ಯಾಯ २

$$\begin{aligned} \text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \times 60 \text{ ಚ.ಮೀ.} \\ &= 1500 \text{ ಚ.ಮೀ.} \end{aligned}$$

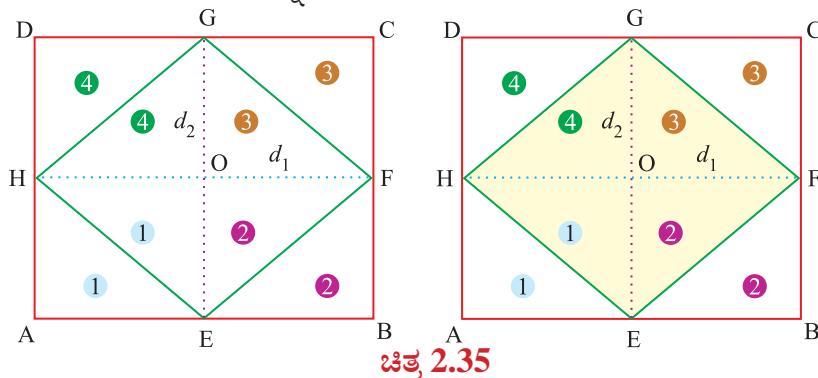
ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್ ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ = ₹2

$$\begin{aligned} \therefore 1500 \text{ ಚ.ಮೀ. ಮೈದಾನವನ್ನು ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ} &= ₹2 \times 1500 \\ &= ₹3000 \end{aligned}$$

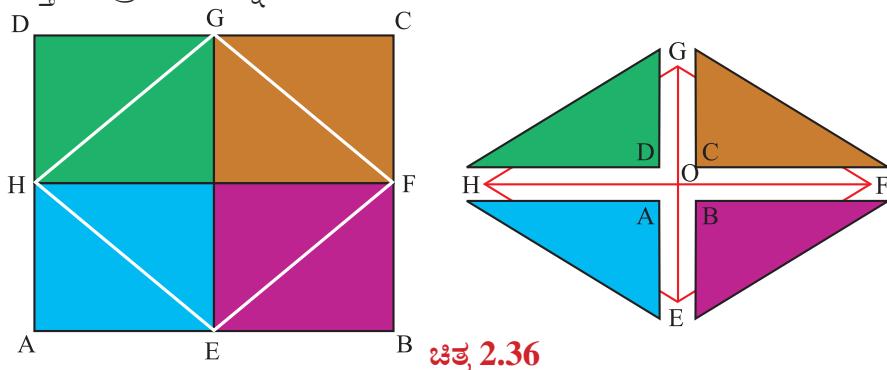


ಪ್ರಯೋಗ

ಆಯತಕಾರದ ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 2.35 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.



ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿದ ಆಕೃತಿ EFGH ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ತಿಳಿಯಾಗಿ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿದ ಶ್ರೀಭೂಜಗಳನ್ನು ಕತ್ತಲಿಸಿ ಮತ್ತು ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಲು ಅವುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಹೊಸ ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ಮೂಲ ವಜ್ಞಾಕೃತಿ EFGH ಗೆ ಏಕರೂಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಚಿತ್ರ 2.36 ನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



\therefore ಆಯತಕಾರದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡರಷ್ಟು

$$\text{ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} [\text{ಆಯತಕಾರದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}]$$

$$= \frac{1}{2} [AB \times BC]$$

$$= \frac{1}{2} [HF \times EG] \quad [\text{ಚಿತ್ರ 2.36}]$$

$\text{ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} (d_1 \times d_2)$ ಚದರ ಮೂಲಮಾನಗಳು.

ಅಭ್ಯಾಸ 2.5



ನ್ಯೂ
ಷೈಕ್
ಆರ್

1. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.
- i) ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು
 (A) $d_1 \times d_2$ (B) $\frac{3}{4}(d_1 \times d_2)$ (C) $\frac{1}{2}(d_1 \times d_2)$ (D) $\frac{1}{4}(d_1 \times d_2)$
- ii) ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಥಸುವ ಕೋನ
 (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90°
- iii) 10 ಸೆ.ಮೀ. ಮತ್ತು 12 ಸೆ.ಮೀ. ಉದ್ದದ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು
 (A) 30 ಸೆ.ಮೀ.² (B) 60 ಸೆ.ಮೀ.² (C) 120 ಸೆ.ಮೀ.² (D) 240 ಸೆ.ಮೀ.²
2. ಕೆಳಗಿನ ಅಳತೆಯ ಕರ್ಣಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾದ ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) 15 ಸೆ.ಮೀ., ಮತ್ತು 12 ಸೆ.ಮೀ.	ii) 13 ಸೆ.ಮೀ., ಮತ್ತು 18.2 ಸೆ.ಮೀ.
iii) 74 ಸೆ.ಮೀ., ಮತ್ತು 14.5 ಸೆ.ಮೀ.	iv) 20 ಸೆ.ಮೀ., ಮತ್ತು 12 ಸೆ.ಮೀ.
3. ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ಬಾಹು 8 ಸೆ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಎತ್ತರವು 12 ಸೆ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 4000 ಚದರ ಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವು 100 ಮೀ. ಆದರೆ, ಇನ್ನೊಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. ಒಂದು ಮೃದಾನವು ವಜ್ಞಾಕೃತಿಯ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಮೃದಾನದ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದವು 70 ಮೀ. ಮತ್ತು 80 ಮೀ. ಆದರೆ, ಅದನ್ನು ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್ಗೆ ₹ 3 ರಂತೆ ಸಮತಟ್ಟಾಗಿಸಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವೆಷ್ಟು?



ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

ಚಿತ್ರ	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಮೊತ್ತ
<p>ಪಾದ ಶ್ರೀಭುಜ</p>	$\frac{1}{2} \times \text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ}$	$\frac{1}{2} \times b \times h$ ಚದರ ಮಾನಗಳು
<p>ಚತುಭುಂಜ</p>	$\frac{1}{2} \times \text{ಕೊರ} \times (\text{ಅಭಿಮುವಿ ಶೃಂಗಳಿಂದ ಕೊರಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳ ಮೊತ್ತ})$	$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ಚದರ ಮಾನಗಳು
<p>ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಂಜ</p>	ಪಾದ \times ಅನುಗುಣವಾದ ಜೈಸ್ಕ್ವಟ್ಟೆ (ಎತ್ತರ)	bh ಚದರ ಮಾನಗಳು
<p>ವಜ್ಞಾಕೃತಿ</p>	$\frac{1}{2} \times \text{ಕೊರಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ}$	$\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ಚದರ ಮಾನಗಳು

3

ರೇಖಾಗಣಿತ (GEOMETRY)

3.1 ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು (Parallel Lines)

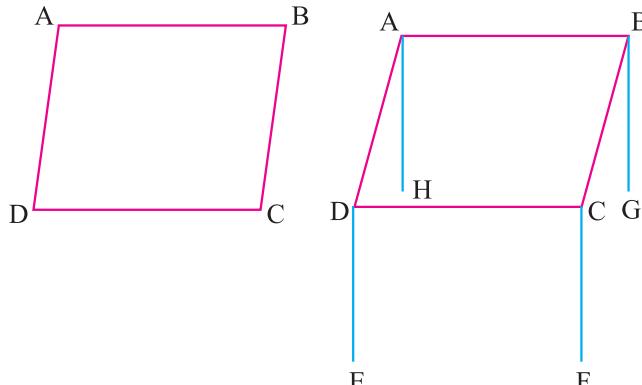
ಮೇಜನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

$ABCD$ ಮೇಚಿನ ಮೇಲ್ಬಾಗವು ಸಮಾಂತರ ಮೇಲ್ಕೆಳ್ಳಿ ಆಗಿದೆ. ಮೇಲ್ಬಾಗದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ರೇಖಾವಿಂಡಗಳನ್ನು ನೀವು ನೋಡಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಹೊಮು.

AB ಮತ್ತು BC ರೇಖಾವಿಂಡಗಳು B ನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಯಾವ ರೇಖಾವಿಂಡವು A, C ಮತ್ತು D ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುತ್ತದೆ? AD ಮತ್ತು CD ರೇಖಾವಿಂಡಗಳು ಭೇದಿಸುತ್ತವೆಯೇ? AD ಮತ್ತು BC ರೇಖಾವಿಂಡಗಳು ಭೇದಿಸುತ್ತವೆಯೇ?

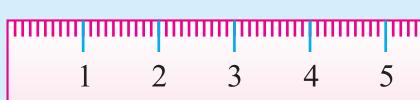
AB ಮತ್ತು CD ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟೇ ವೃದ್ಧಿಸಿದರೂ ಅವು ಸಂಧಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಅಂತಹ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. AD ಮತ್ತು BC ಅಂತಹ ಒಂದು ಚೋಡಿಗಳಾಗಿವೆ. AB ಮತ್ತು CD ಅಂತಹ ಇನ್ನೊಂದು ಜೋಡಿಗಳಾಗಿವೆ.



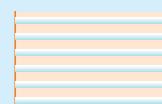
ಚತ್ರ 3.1

ನಿಮಗಿದು ಗೊತ್ತೇ?

ಕೆಳಗಿನವುಗಳು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳಾಗಿವೆ.

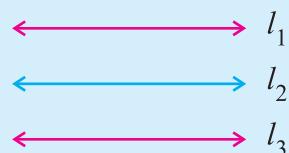


ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಯ ಅಭಿಮುಖಿ ಅಂಚುಗಳು



ಕಿಟಕಿಯ ಅಡ್ಡ ಸರಳುಗಳು

ನಿಮಗಿದು ಗೊತ್ತೇ?

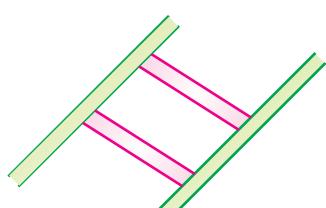


l_1 ಎಂಬುದು l_3 ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿದೆ.

AB ಮತ್ತು CD ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾದರೆ, ನಾವು $AB \parallel CD$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸದ ಎರಡು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಲಂಬಿಯ ಅಂತರವು ಎಲ್ಲಾ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.



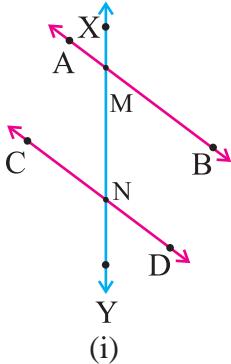
ಚತ್ರ 3.2

ಅಧ್ಯಾಯ ೩

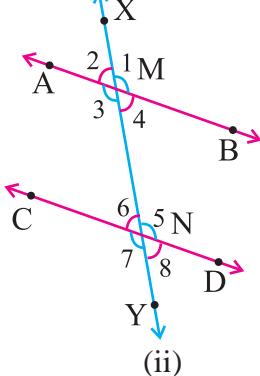
3.2 ಫೇದಕ (Transversal)

ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯು ಏರಡು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಕೊಟ್ಟರುವ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಫೇದಿಸಿದರೆ, ಅದನ್ನು ಕೊಟ್ಟರುವ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಫೇದಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಕೊಟ್ಟರುವ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ಆಗಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ಆಗಿಲ್ಲದೆಯೂ ಇರಬಹುದು.

ಫೇದಕದಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನಗಳ ಹೆಸರುಗಳು.



ಚಿತ್ರ 3.3



ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತೇ?



ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರವು ಫೇದಕದ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ರೈಲ್‌ನ ಹಳಿಯ ಹಲವಾರು ಹಳಗಳನ್ನು ಫೇದಿಸುವುದನ್ನು ನೀವು ನೋಡಿದ್ದೀರಿ.

ಚಿತ್ರ 3.3 (i) ರಲ್ಲಿ, AB ಮತ್ತು CD ರೇಖೆಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ M ಮತ್ತು N ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ XY ಫೇದಕದಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ. M ಮತ್ತು N ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಫೇದನಾ ಬಿಂದುಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಒಂದು ಫೇದಕವು ಏರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಫೇದಿಸಿದರೆ, ಚಿತ್ರ 3.3 (ii) ರಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿರುವ 1 ರಿಂದ 8 ರವರೆಗಿನ ಕೋನಗಳು ಅವುಗಳ ವಿಶೇಷ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಆ ಕೋನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ತಿಳಿಯೋಣ.

1. ಒಳ ಕೋನಗಳು (Interior angles)

ಚಿತ್ರ 3.3(ii) ರಲ್ಲಿ MN ರೇಖೆಯಾವಿಂಡವನ್ನು ಒಂದು ಭೂಜವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು AB ಮತ್ತು CD ಏರಡು ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು ಒಳ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಚಿತ್ರ 3.3 (ii) ರಲ್ಲಿ $\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$ ಎಂಬವು ಒಳ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.

2. ಒಳ ಪಯಾರ್ಯ ಕೋನಗಳು (Interior alternate angles)

ಒಂದು ಫೇದಕವು ಏರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಫೇದಿಸಿದಾಗ ನಾಲ್ಕು ಒಳ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ, ಫೇದಕದ ಅಭಿಮುಖ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿರುವ ಮತ್ತು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಸರಳಯುಗ್ಗಳಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ಒಳ ಪಯಾರ್ಯ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಚಿತ್ರ 3.3 (ii) ರಲ್ಲಿ $\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 5, \angle 4$ ಮತ್ತು $\angle 6$ ಒಳ ಪಯಾರ್ಯ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.

3. ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳು (Exterior angles)

MN ರೇಖೆಯಾವಿಂಡವನ್ನು ಒಂದು ಭೂಜವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಚಿತ್ರ 3.3 (ii) ರಲ್ಲಿ $\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$ ಎಂಬವು ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.

4. ಬಾಹ್ಯ ಪಯಾರ್ಯ ಕೋನಗಳು (Exterior alternate angles)

ಒಂದು ಫೇದಕವು ಏರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಫೇದಿಸಿದರೆ, ನಾಲ್ಕು ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಫೇದಕದ ಅಭಿಮುಖ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿರುವ ಮತ್ತು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಸರಳಯುಗ್ಗಳಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ಬಾಹ್ಯ ಪಯಾರ್ಯ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಚಿತ್ರ 3.3 (ii) ರಲ್ಲಿ $\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 7, \angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 8$ ಬಾಹ್ಯ ಪಯಾರ್ಯ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.



5. ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು (Corresponding angles)

ಫೇರೆಕದಂದು ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಕೋನವಾಗಿದ್ದು ಇನ್ನೊಂದು ಒಳ ಕೋನವಾಗಿರುವ ಆದರೆ ಸರಳಯುಗ್ಗೆ ಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಚಿತ್ರ 3.3 (ii) ರಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳೆಂದರೆ $\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 5$, $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 6$, $\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 7$, $\angle 4$ ಮತ್ತು $\angle 8$ ಆಗಿವೆ.

$\angle 6$ ಮತ್ತು $\angle 7$ ಫೇರೆಕದ ಒಂದೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗಿದ್ದು, $\angle 6$ ಎಂಬುದು ಒಳ ಕೋನ ಮತ್ತು $\angle 7$ ಎಂಬುದು ಬಾಹ್ಯ ಕೋನ ಆಗಿದ್ದರೂ ಸಹ, ಸರಳಯುಗ್ಗೆ ಪನ್ನು ರಚಿಸುವುದರಿಂದ, ಅವು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳಿಲ್ಲ. ಈಗ ನಾವು ಕೋನಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡೋಣ.

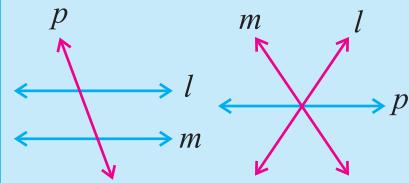
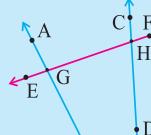
a	ಒಳ ಕೋನಗಳು	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
b	ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳು	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
c	ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳು	$\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 5$; $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 6$ $\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 7$; $\angle 4$ ಮತ್ತು $\angle 8$
d	ಒಳ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು	$\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 5$; $\angle 4$ ಮತ್ತು $\angle 6$
e	ಬಾಹ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು	$\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 7$; $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 8$
f	ಫೇರೆಕದ ಒಂದೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಒಳ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳು	$\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 6$; $\angle 4$ ಮತ್ತು $\angle 5$



ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕೆಳಗಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೇಳಿಸಿ:

- a) ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಒಳ ಕೋನಗಳು—
—ಮತ್ತು—
- b) ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳು—
—ಮತ್ತು—
- c) ಒಳ ಕೋನಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿಯು _____ ಮತ್ತು _____
- d) ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿಯು _____ ಮತ್ತು _____

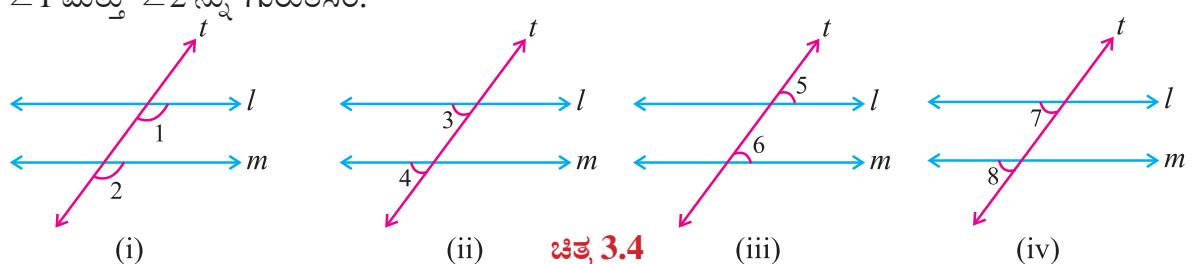


ಚಿತ್ರ (i) ರಲ್ಲಿ l ಮತ್ತು m ರೇಖೆಗಳಿಗೆ p ಯು ಫೇರೆಕವಾಗಿದೆ. ಚಿತ್ರ (ii) ರಲ್ಲಿ p ರೇಖೆಯು l ಮತ್ತು m ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಕತ್ತಲಿಸಿದರೂ ಕೂಡ ಅದು ಫೇರೆಕವಲ್ಲ. ಏಕೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳುವಿರಾ?

ಫೇರೆಕದಿಂದ ಕತ್ತಲಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು

ಚಟುವಟಿಕೆ 1:

ಒಂದು ಬಿಳಿ ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ' l ' ಮತ್ತು ' m ' ಎಂಬ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ (ಬಣ್ಣದಲ್ಲಿ). ' l ' ಮತ್ತು ' m ' ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ' t ' ಫೇರೆಕವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಚಿತ್ರ 3.4 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ $\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 2$ ನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ.



ಅರ್ಥಾಯ 3

ರಚಿಸಿದ ಚಿತ್ರದ ಮೇಲೆ ಅಚ್ಚು ಹಾಳೆಯನ್ನು ಇಡಿ. ' l ', ' m ' ಮತ್ತು ' t ' ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಅಚ್ಚು ಮಾಡಿ. ' t ' ನ ಮೂಲಕ ಅಚ್ಚು ಹಾಳೆಯನ್ನು ' l ' ಎಂಬುದು ' m ' ನೊಂದಿಗೆ ಅಧಿವ್ಯಾಪಿಸುವವರಿಗೆ ಓರೆಮಾಡಿರಿ.

ಅಚ್ಚು ಚಿತ್ರದ $\angle 1$ ಮೂಲ ಚಿತ್ರದ $\angle 2$ ರೊಂದಿಗೆ ಅಧಿವ್ಯಾಪಿಸುವುದನ್ನು ನೀವು ಕಾಣುತ್ತೀರಿ. ಹಾಗೆಯೇ ಅಚ್ಚು ಮಾಡುವುದು ಮತ್ತು ಓರೆಮಾಡುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯಿಂದ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ನೀವು ನೋಡಬಹುದು.

$$(i) \angle 1 = \angle 2 \quad (ii) \angle 3 = \angle 4 \quad (iii) \angle 5 = \angle 6 \quad (iv) \angle 7 = \angle 8$$

ಇದರಿಂದ ನೀವು ಗಮನಿಸುವುದೇನೆಂದರೆ, ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಭೇದಕದಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ,

- (a) ಪ್ರತಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಯು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- (b) ಪ್ರತಿ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಯು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- (c) ಭೇದಕದ ಒಂದೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿ ಒಳಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಯು ಪರಿಪೂರಕವಾಗಿರುತ್ತವೆ (ಅಂದರೆ 180°).

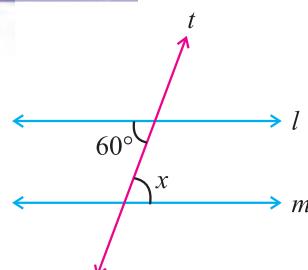


ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

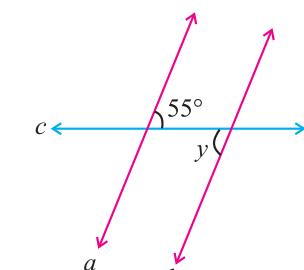
ಭೇದಕದಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಕೋನಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಿರವಾಗಿ ಅಳೆಯುದರಿಂದ ಮೇಲಿನ ಮೂರು ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.



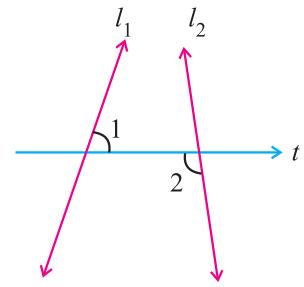
ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ



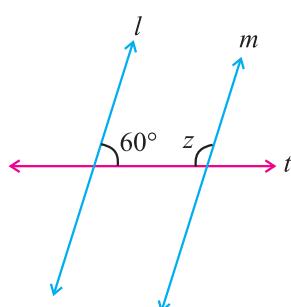
ರೇಖೆಗಳು $l \parallel m$, t ಎಂಬುದು ಭೇದಕ, $\angle x = ?$



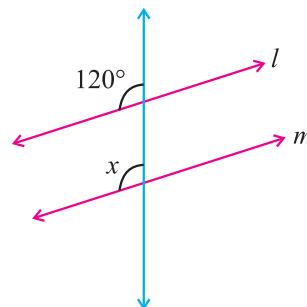
ರೇಖೆಗಳು $a \parallel b$, c ಎಂಬುದು ಭೇದಕ, $\angle y = ?$



l_1, l_2 ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು t ಭೇದಕ ಆದರೆ, $\angle 1 = \angle 2$ ಅಸುವುದೇ?



ರೇಖೆಗಳು $l \parallel m$, t ಎಂಬುದು ಭೇದಕ, $\angle z = ?$

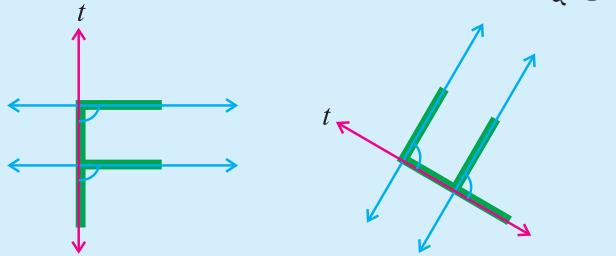


ರೇಖೆಗಳು $l \parallel m$, t ಎಂಬುದು ಭೇದಕ, $\angle x = ?$

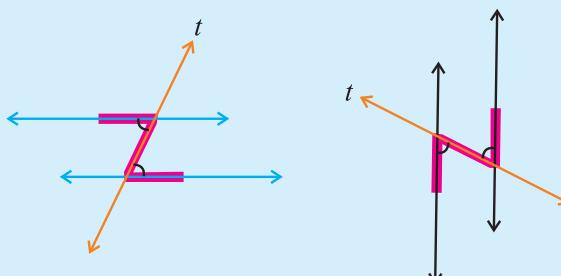


ನಿಮಗಿದು ಗೊತ್ತೇ?

F - ಆಕಾರವು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.



Z - ಆಕಾರವು ಪಯಾರ್ಯಯ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.



ಪ್ರಯೋಜಿಸಿ

ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿಯನ್ನು ಪಡೆಯುವಂತೆ ಒಂದು ಹಾಳೆಯನ್ನು ಮಡಚಿರಿ. ಒಂದು ಭೇದಕವನ್ನು ಪಡೆಯುವಂತೆ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಅಡ್ಡಲಾಗಿ ಮನಃ ಮಡಚಿರಿ. ಮಡಚಿದ ಕಾಗದವನ್ನು ಒತ್ತಿ ನಂತರ ತೆರೆಯಿರಿ. ಈಗ ನೀವು ಭೇದಕದೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ನೋಡುತ್ತಿರಿ. ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಭೇದಕದಿಂದ ಕತ್ತಲಿಸಲಷ್ಟೂ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ನಿಮಗಿದು ಗೊತ್ತೇ?

ಸಮಾಂತರ
ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಪರಿಶೀಲನೆ:
Z ಅಕ್ಷರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ
ಪಯಾರ್ಯಯ
ಕೋನಗಳು ಸಮಾಗಿರುವುದರಿಂದ,
ಅಡ್ಡವಾಗಿರುವ ರೇಖಾವಿಂಡಗಳು
ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 3.1

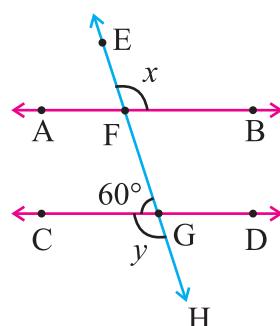
ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $\angle CGH$ ಮತ್ತು $\angle BFE$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $AB \parallel CD$ ಮತ್ತು EH ಎಂಬುದು ಭೇದಕವಾಗಿದೆ.

$$\angle FGC = 60^\circ \text{ (ದತ್ತ)}$$

$$y = \angle CGH = 180^\circ - \angle FGC \quad (\angle CGH \text{ ಮತ್ತು } \angle FGC \text{ ಗಳು ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಕೋನಗಳು)$$



ಅಧ್ಯಾಯ 3

$$= 180^\circ - 60^\circ$$

$$= 120^\circ$$

$$\angle FGC = \angle EFA = 60^\circ \text{ (ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)}$$

$$\angle EFA + \angle BFE = 180^\circ \text{ (ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಕ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ } 180^\circ)$$

$$60^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 60^\circ$$

$$= 120^\circ$$

$$\therefore x = \angle BFE = 120^\circ$$

$$y = \angle CGH = 120^\circ$$

ಉದಾಹರಣೆ 3.2

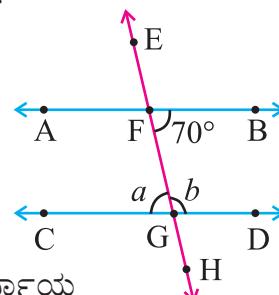
ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $\angle CGF$ ಮತ್ತು $\angle DGF$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $AB \parallel CD$ ಮತ್ತು EH ಎಂಬುದು ಭೇದಕವಾಗಿದೆ.

$$\angle GFB = 70^\circ \text{ (ದತ್ತ)}$$

$$\angle FGC = a = 70^\circ \quad (\angle GFB \text{ ಮತ್ತು } \angle CGF \text{ ಒಳಗೆ ಪಯ್ಯಾರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮ})$$



$$\angle CGF + \angle DGF = 180^\circ \quad (\text{ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಕ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ } 180^\circ)$$

$$a + b = 180^\circ$$

$$70 + b = 180^\circ$$

$$b = 180^\circ - 70^\circ$$

$$= 110^\circ$$

$$\angle CGF = a = 70^\circ$$

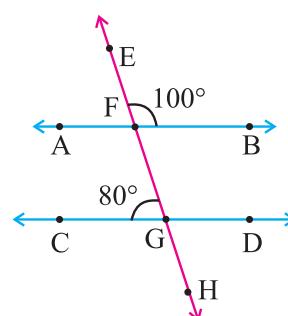
$$\angle DGF = b = 110^\circ$$

ಉದಾಹರಣೆ 3.3

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $\angle BFE = 100^\circ$ ಮತ್ತು $\angle CGF = 80^\circ$ ಅದರೆ,

i) $\angle EFA$, ii) $\angle DGF$,

iii) $\angle GFB$, iv) $\angle AFG$, v) $\angle HGD$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.





ನ್ಯಾಷನಲ್
ಆಕ್ಟ್

ಪರಿಹಾರ:

$$\angle BFE = 100^\circ \text{ ಮತ್ತು } \angle CGF = 80^\circ \text{ (ದತ್ತ)}$$

- i) $\angle EFA = \angle CGF = 80^\circ$ (ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)
- ii) $\angle DGF = \angle BFE = 100^\circ$ (ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)
- iii) $\angle GFB = \angle CGF = 80^\circ$ (ಒಳ ಪರ್ಯಾಫಿಯ ಕೋನಗಳು)
- iv) $\angle AFG = \angle BFE = 100^\circ$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)
- v) $\angle HGD = \angle CGF = 80^\circ$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)

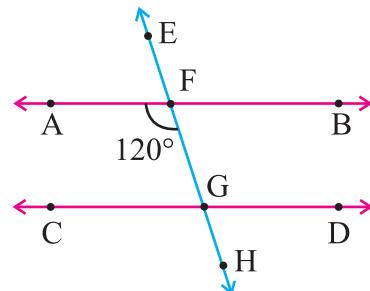
ಉದಾಹರಣೆ 3.4

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $AB \parallel CD$, $\angle AFG = 120^\circ$ ಆದರೆ,

(i) $\angle DGF$

(ii) $\angle GFB$

(iii) $\angle CGF$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ:

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $AB \parallel CD$ ಮತ್ತು EH ಎಂಬುದು ಫೋರ್ಮೆಟ್‌ವಾಗಿದೆ.

$$(i) \angle AFG = 120^\circ \text{ (ದತ್ತ)}$$

$$\angle DGF = \angle AFG = 120^\circ \text{ (ಒಳ ಪರ್ಯಾಫಿಯ ಕೋನಗಳು)}$$

$$\therefore \angle DGF = 120^\circ$$

$$(ii) \angle AFG + \angle GFB = 180^\circ \text{ (ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಕ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ } 180^\circ)$$

$$120^\circ + \angle GFB = 180^\circ$$

$$\angle GFB = 180^\circ - 120^\circ$$

$$= 60^\circ$$

$$(iii) \angle AFG + \angle CGF = 180^\circ$$

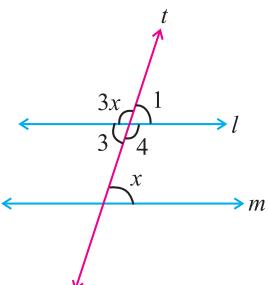
$$120^\circ + \angle CGF = 180^\circ \text{ (ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಕ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ } 180^\circ)$$

$$\angle CGF = 180^\circ - 120^\circ$$

$$= 60^\circ$$

ಉದಾಹರಣೆ 3.5

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $l \parallel m$ ಆದರೆ, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ଅଧ୍ୟାଯ 3



ಪರಿಹಾರ:

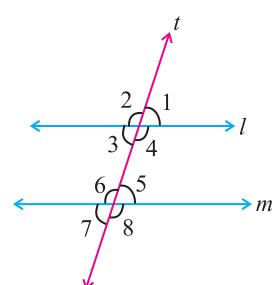
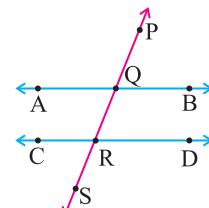
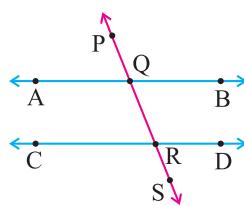
ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $l \parallel m$

$$\angle 3 = x \quad (\text{ಒಳ ಪರ್ಯಾಫಿಯ ಕೋನಗಳು ಸಮ})$$

$$3x + x = 180^\circ \quad (\text{ಡೇಬೆಯ ಮೇಲಿನ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಕ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ } 180^\circ)$$

$$\begin{aligned}4x &= 180^\circ \\ x &= \frac{180^\circ}{4} \\ &= 45^\circ\end{aligned}$$

ಅಭ್ಯಾಸ 3.1



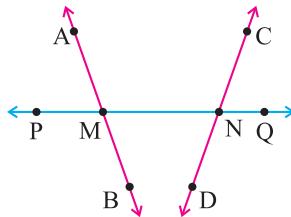
2. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಮೀಯೋಂದು ಹೇಳಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸಿರುವ
ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ

 - (i) $l \parallel m$ ಆದರೆ, $\angle 1 = \angle 5$.
 - (ii) $\angle 4 = \angle 6$ ಆದರೆ, $l \parallel m$.
 - (iii) $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ ಆದರೆ, $l \parallel m$.



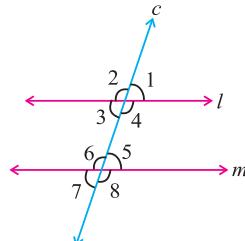
3. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಅಗತ್ಯವಾದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

- (i) $\angle AMN$ ಗೆ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನ
- (ii) $\angle CNQ$ ಗೆ ಪಯಾಂಯ ಕೋನ
- (iii) $\angle BMP$ ಗೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನ
- (iv) $\angle BMN$ ಗೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನ

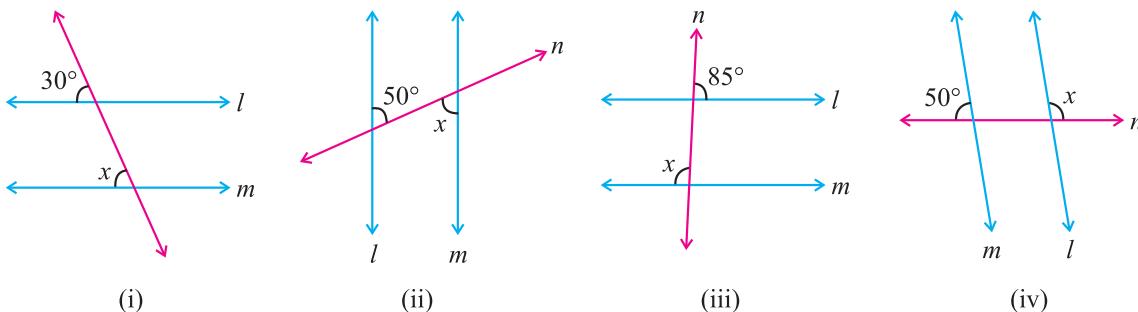


4. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಪತ್ತಿಹೆಚ್ಚಿರಿ.

- (i) ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ
- (ii) ಒಳ ಪರ್ಯಾಂಕಂ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ.
- (iii) ಫೇದಕದ ಒಂದೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಒಳಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ
- (iv) ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು.

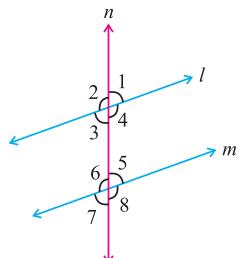


5. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ $l \parallel m$ ಆದರೆ, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

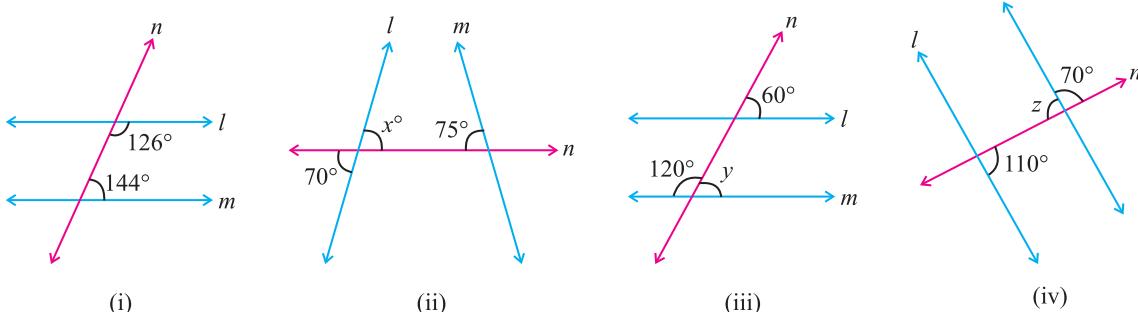


6. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $l \parallel m$ ಮತ್ತು $\angle 1 = 70^\circ$ ಆದರೆ,

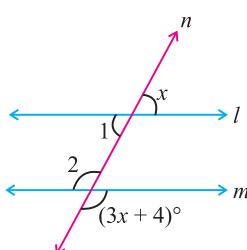
$\angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7$ ಮತ್ತು $\angle 8$ ರ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



7. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ $l \parallel m$ ಆಗುವುದೇ ತೀವ್ರಾನಿಸಿ? ಕಾರಣವನ್ನು ಕೊಡಿ.



8. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $l \parallel m$ ಆದರೆ, $\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 2$ ರ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.





ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

1. ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸದ ಎರಡು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
2. ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸಿದರೆ, ಆ ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಭೇದಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
3. ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಭೇದಕದಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಲ್ಪಟ್ಟರೆ, ಉಂಟಾದ
 - (a) ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಪ್ರತಿ ಜೋಡಿಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.
 - (b) ಪರಯಾರ್ಥ ಕೋನಗಳ ಪ್ರತಿ ಜೋಡಿಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.
 - (c) ಭೇದಕದ ಒಂದೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಒಳಕೋನಗಳ ಪ್ರತಿ ಜೋಡಿಯು ಪರಿಮಾರ್ಕವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

4

ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ರೇಖಾಗಣಿತ (PRACTICAL GEOMETRY)

4.1 ಅಳತೆಪಟ್ಟಿ ಮತ್ತು ಕ್ರೀಡಾರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $60^\circ, 30^\circ, 120^\circ, 90^\circ$ ಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು

(i) 60° ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು

ಹಂತ 1 : 'l' ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದರ ಮೇಲೆ 'O' ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

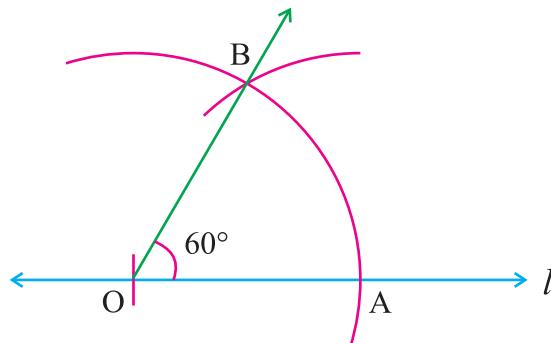
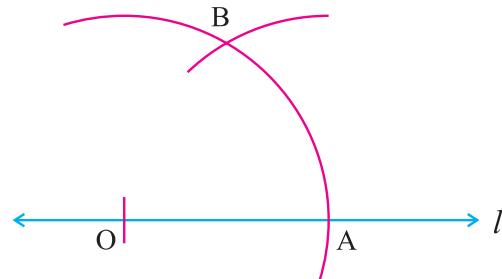
ಹಂತ 2 : 'O' ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಸಿಕೊಂಡು ರೇಖೆಯನ್ನು A ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 3 : A ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಸಿಕೊಂಡು ಅದೇ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಹಿಂದಿನ ಕಂಸವನ್ನು B ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

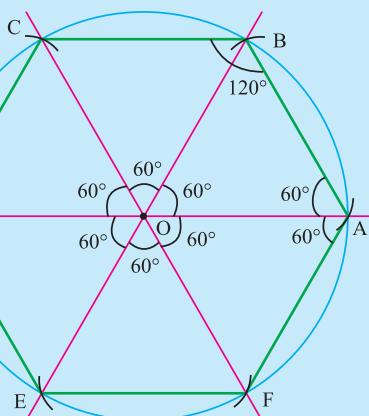
ಹಂತ 4 : OB ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. $\angle AOB = 60^\circ$.



ಪ್ರಯೋಗಿಸಿ



'O' ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು 'A' ನ್ನು ತೆಗೆದುಹೊಳ್ಳಿ 'A' ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಸಿಕೊಂಡು ಮತ್ತು OA ನ್ನು ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿಸಿ ವೃತ್ತವನ್ನು 'B' ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. 'B' ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಸಿಕೊಂಡು ಅದೇ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ವೃತ್ತವನ್ನು 'C' ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದೇ ರೀತಿ ಮುಂದುವರಿಸಿರಿದಾಗ, ಅಂತಿಮ ಕಂಸವು 'A' ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೊಗುತ್ತದೆ. A, B, C, D, E ಮತ್ತು F ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ, ABCDEF ಎಂಬ ನಿಯಮಿತ ಷಡ್ಫಳಾಕೃತಿಯು ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಮೇಲೆನ ಚಿತ್ರದಿಂದ ನಮಗೆ ತಿಳಿಯುವುದೇನೆಂದರೆ,



- ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು 60° ಕೋನ ಏರ್ಪಡಿಸುವಂತೆ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಆರು ಸಮ ಉದ್ದದ ಕಂಸಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ಯಾವುದೇ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ಉದ್ದವುಳ್ಳ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 60° ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ.
- ಕೇಂದ್ರದ ಸುತ್ತಲೂ ಉಂಟಾದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 360° ಅಗಿದೆ.
- ಇದು ಆರು ಸಮಭಾಗ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ.

ನೈತಿಕ
ಆರ್ಥಿಕ

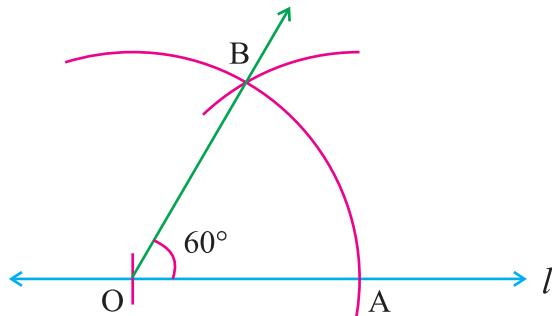
ಅಧ್ಯಾಯ 4

(ii) 30° ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು

ಮೊದಲು 60° ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ನಂತರ 30° ಕೋನವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅದನ್ನು ಅಧಿಕಸಿರಿ.

ಹಂತ 1 : (ರಚನೆ (i) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ)

60° ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



ಹಂತ 2 : ‘A’ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಸಿಕೊಂಡು,

$\angle AOB$ ಒಳ ಭಾಗದಲ್ಲಿ

AB ಯು ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ

ಶ್ರೀಜ್ಯದ ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 3 : B ನ್ನು

ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಸಿಕೊಂಡು

ಅದೇ ಶ್ರೀಜ್ಯದಿಂದ

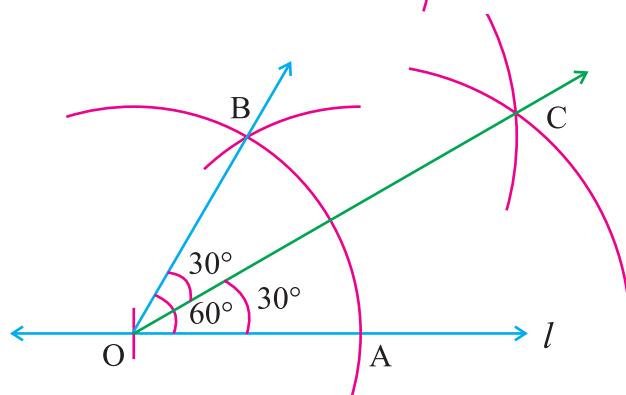
ಹಿಂದಿನ ಕಂಸವನ್ನು

C ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ

ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

OC ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

$\angle AOC$ ಯು 30° ಆಗಿದೆ.



ಪ್ರಯೋಗಿ

15° ಕೋನವನ್ನು ನೀವು ಹೇಗೆ ರಚಿಸುವಿರಿ?

(iii) 120° ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು

ಹಂತ 1 : ‘l’ ಎಂಬ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ‘O’

ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.



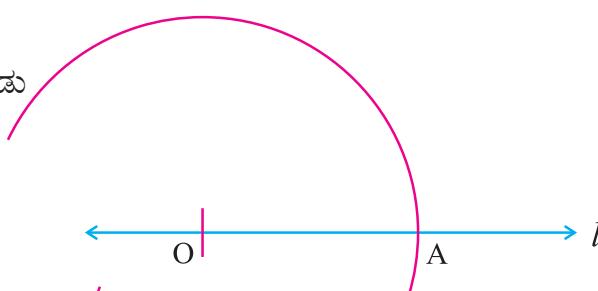
ಹಂತ 2 : ‘O’ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಸಿಕೊಂಡು

ರೇಖೆಯನ್ನು A ನಲ್ಲಿ

ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಯಾವುದೇ

ಶ್ರೀಜ್ಯ ಒಂದು

ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



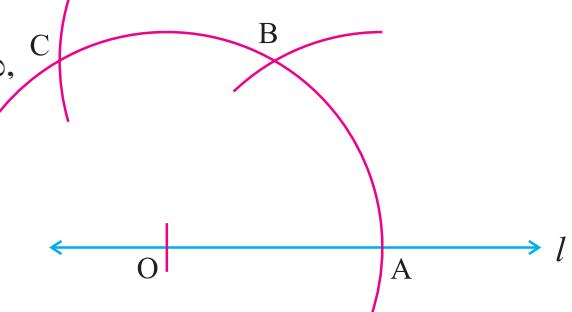
ಹಂತ 3 : ‘A’ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಸಿಕೊಂಡು,

ಅದೇ ಶ್ರೀಜ್ಯದಿಂದ ಹಿಂದಿನ

ಕಂಸವನ್ನು ‘B’ನಲ್ಲಿ

ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಇನ್ನೊಂದು

ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

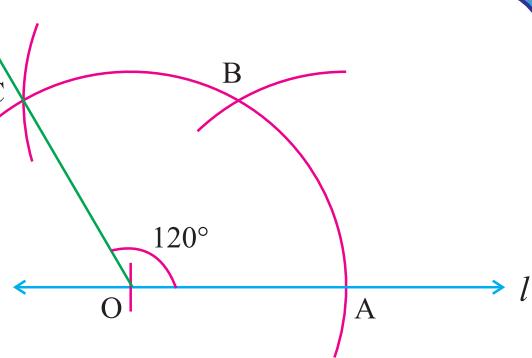




ನೈಟ್‌ಎಂಟ್

ಹಂತ 4 : ‘B’ ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಸಿಕೊಂಡು, C ಮೊದಲ ಕಂಸವನ್ನು ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 5 : OC ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.
 $\angle AOC$ ಯು 120° ಆಗಿದೆ.



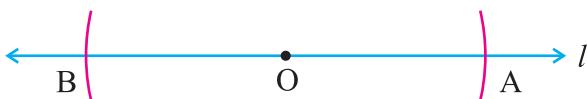
(iv) 90° ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು

90° ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು, ನಾವು 180° ಸರಳಕೋನವನ್ನು ಅಧಿಕಸುತ್ತೇವೆ.

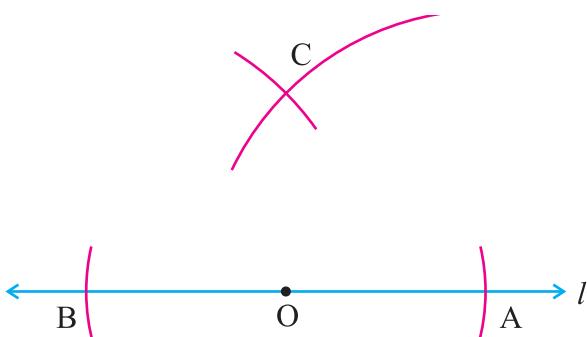
ಹಂತ 1 : ‘l’ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ‘O’ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.



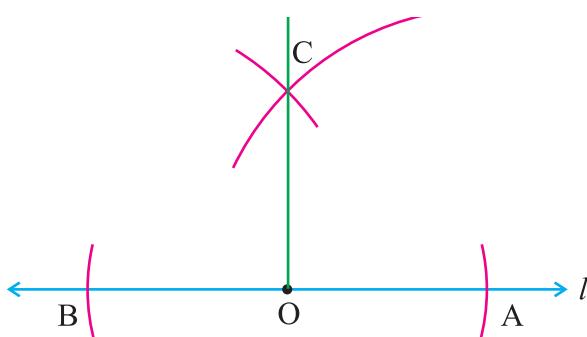
ಹಂತ 2 : ‘O’ ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಸಿಕೊಂಡು, l ರೇಖೆಯನ್ನು A ಮತ್ತು B ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಕಂಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
ಈಗ $\angle AOB = 180^\circ$.



ಹಂತ 3 : A ಮತ್ತು B ಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಸಿಕೊಂಡು ಮತ್ತು AB ಯ ಅಧಿಕ್ಷಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿ AB ಯ ಮೇಲ್ಮೈಗಡಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ‘C’ ನಲ್ಲಿ ಫೇದಿಸುವಂತೆ ಕಂಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಹಂತ 4 : OC ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.
 $\angle AOC = 90^\circ$.





ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. 60° ಅಳತೆಯ ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದರ ಮೂರಕ ಕೋನದ ಕೋನಾರ್ಥಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ತ್ರಿಭಾಗಿಸಿರಿ.
3. ಕೆಳಗಿನ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
 $22\frac{1}{2}^\circ, 75^\circ, 105^\circ, 135^\circ, 150^\circ$

ನಿಮಗಿದು ಗೊತ್ತೇ?

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖೆಯ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಲಂಬರೇಖೆಯನ್ನು ರಚಿಸಲು, ಶ್ರೀಕೋನ ಪಟ್ಟಿಯ ವಿಧಾನಕ್ಕೆ ಪಯಾರ್ಯವಾಗಿ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಅಭ್ಯಾಸ 4.1

1. ಕೆಳಗೆ ಹೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಅಳತೆಪಟ್ಟಿ ಮತ್ತು ಕೃಷಾರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
- (i) 60° (ii) 30° (iii) 120° (iv) 90°



ಉತ್ತರಗಳು (ANSWERS)

ಅಧ್ಯಾಯ - 1

ಅಭಾಸ 1.1

1. (i) C (ii) A (iii) B (iv) A (v) D
2. 100 ಕ್ರಾಂ 3. 120 ಶಿಕ್ಷಕರು
4. 80 ಕ್ರ.ಮೀ. 5. 216 ಚದರ ಮೀ.
6. 26 ಕ್ರಾಂ 7. $7\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಗಳು
8. 15 ದಿನಗಳು 9. 156 ಸ್ವೇಚ್ಛಾಕರು
10. 105 ಪುಟಗಳು 11. 40 ದಿನಗಳು

ಅಧ್ಯಾಯ - 2

ಅಭಾಸ 2.1

1. (i) 175 ಸೆ.ಮೀ.² (ii) 365 ಸೆ.ಮೀ.² (iii) 750 ಸೆ.ಮೀ.² (iv) 106 ಸೆ.ಮೀ.²
2. 40 ನೆಲದ ಹಾಸುಗಳು (ಟೈಲ್ಸ್)
3. ಶ್ರೀಭೂಜಾಕೃತಿಯ ಭೂಮಿ
4. ರಾಜುವಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಲಾಭವಾಯಿತು ಮತ್ತು 100 ಚ.ಮೀ. ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಲಭಿಸಿತು.
5. (ವರ್ಗ) ಚೌಕವು ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

ಅಭಾಸ 2.2

1. (i) 9 ಸೆ.ಮೀ.² (ii) 26 ಸೆ.ಮೀ.² (iii) 150 ಸೆ.ಮೀ.² (iv) 30 ಸೆ.ಮೀ.²
2. (i) 24 ಸೆ.ಮೀ.² (ii) 3 ಮೀ.² (iii) 10.5 ಮೀ.²
3. (i) 10 ಮೀ. (ii) 20 ಸೆ.ಮೀ. (iii) 16.5 ಮೀ.
4. (i) 18 ಮೀ. (ii) 5 ಮೀ. (iii) 8 ಸೆ.ಮೀ.
5. ಬೆಲೆ ₹ 1,820

ಅಭಾಸ 2.3

1. 117 ಸೆ.ಮೀ.²
2. (i) 67.5 ಸೆ.ಮೀ.² (ii) 73 ಸೆ.ಮೀ.² (iii) 50.4 ಸೆ.ಮೀ.²
3. 150 ಸೆ.ಮೀ.² 4. 12 ಸೆ.ಮೀ. 5. 18750 ಸೆ.ಮೀ.²



ଓଡ଼ିଆ ୨.୪

1. (i) C (ii) C (iii) D

2. (i) 45 सें.मी.² (ii) 48 सें.मी.² (iii) 12 सें.मी.²

3. (i) 252 सें.मी.² (ii) 180 सें.मी.² (iii) 241.5 सें.मी.² (iv) 58.1 सें.मी.²

4. 112 सें.मी.² 5. 24300 मी.² 6. 12 सें.मी.

ಅಭ್ಯಾಸ 2.5

1. (i) C (ii) D (iii) B
2. (i) 90 സെ.മീ.² (ii) 118.3 സെ.മീ.² (iii) 536.5 സെ.മീ.² (iv) 120 സെ.മീ.²
3. 96 സെ.മീ.² 4. 80 സെ.മീ. 5. ₹ 8400

ಅಧ್ಯಾಯ - 3

ଓଡ଼ିଆ ୩.୧

‘ನನ್ನಂದ ಸಾಧ್ಯ ನಾನು ಮಾಡಿದೆ’
("I can, I did")
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಚಟುವಟಿಕೆ ದಾಖಲೆ

ವಿಷಯ :