Government of Tamilnadu

ఏడవ తరగతి

STANDARD SEVEN

TELUGU MEDIUM

కాలావధి II

TERM II

భాగము 2 VOLUME 2

గణితము	విజ్ఞాన శాస్త్రం	సాంఘిక శాస్త్రము
MATHEMATICS	SCIENCE	SOCIAL SCIENCE

Untouchability is Inhuman and a Crime

Department of School Education

First Edition - 2012
Revised Edition - 2013, 2014, 2015
(Published under Uniform System of School Education Scheme in Trimester Pattern)

Textbook Prepared and Compiled By

State Council of Educational Research and Training
College Road, Chennai - 600 006.

Textbook Printing

Tamil Nadu Textbook and Educational Services Corporation
College Road, Chennai - 600 006.

This book has been printed on 80 G.S.M. Maplitho Paper

Price : Rs.

Printed by Web Offset at :

Textbook available at
www.textbooksonline.tn.nic.in

విషయ సూచిక

గణితము MATHEMATICS (1-59)

విజ్ఞాన శాస్త్రం SCIENCE (60-134)

సాంఘిక శాస్త్రము SOCIAL SCIENCE (135-180)

గణితము

MATHEMATICS

TELUGU MEDIUM

ఏడవ తరగతి

STANDARD SEVEN

కాలావధి II

TERM II

1 అనుదిన అంకగణితము

1.1 పరిచయము

మనము మన నిత్యజీవిత పనులలో ఇంటి పని, ఇంటిని అలంకరించుట, ఆదాయము, ఖర్చులను లెక్కవేయుట మొదలగు వాటిలో మనకు తెలియకనే గణిత సిద్ధాంతములను ఉపయోగించుచున్నాము. ఈ సిద్ధాంతములను ప్రజలు చాలా దేశములలో చాలా ఖండములలో కొన్ని వేల సంవత్సరములుగా ఉపయోగించుచున్నారు. మీరు చెన్నై సముద్రతీరములో పడవ బయలుదేరునపుడు లేక ఊటిలో ఇల్లు కట్టినపుడుగాని, గణితమును ఉపయోగించి పనులను చేసి యుందురు.

గణితము ఎట్లు ఇంత విశ్వ వ్యాప్తము అయినది? మొదట మానవులు గణితము యొక్క సిద్ధాంతములను క్రొత్తగా కనుగొనలేదు. దానిని ఉన్నది ఉన్నట్లుగానే ఉపయోగించుకొంటూ వచ్చారు. గణితము యొక్క భాష ఆంగ్లమో (లేక) జర్మనీయో (లేక) రష్యా భాషయో కాదు. గణితముయొక్క భాష "సంఖ్యలు". మనము సంఖ్యా భాషలో నేర్పరిగాయుండిన, అది ముఖ్యమైన తీర్మానములను చేయుటకు ఉపయోగపడును. అంతేగాక మన నిత్యజీవిత కార్యక్రమములలోనూ ఉపయోగపడుచున్నది. మనము తెలివిగా వస్తువులను కొనుటకునూ, ఒక గుర్తించిన మొత్తము (డబ్బు) లో గృహమును బాగుచేయుటకును, జనాభా పెరుగుదలను అర్థము చేసుకొనుటకును, సరియైన పెట్టుబడి పెట్టుటకును గణితము ఉపయోగపడుచున్నది.

మనము మన నిత్య జీవితములో ఉపయోగించుచున్న గణితము యొక్క ప్రాథమిక సిద్ధాంతము (భావన) లను నేర్చుకొనెదము.

1.2 పున:పరిశీలనము – నిష్పత్తి, అనుపాతము :

నిష్పత్తి మరియు అనుపాతముల నిర్వచనములను, వాస్తవములను జ్ఞప్తికి తెచ్చుకొని క్రింద ఇవ్వబడిన ఖాళీలను పూర్తిచేయుము.

1. ఒకే రకమైన రెండు కొలతలను భాగించుట మూలముగా పోల్చుట ..... అగును.
2. పోల్చబడినటువంటి రెండు కొలతలను నిష్పత్తి యొక్క ..... అందురు.
3. నిష్పత్తి యొక్క మొదటి పదమును ..... అనియు, రెండవ పదమును ..... అని అందురు.
4. ఒకే ..... గల రెండు కొలతలను నిష్పత్తిలో పోల్చవచ్చును.
5. నిష్పత్తిలో గల పదములు సామాన్యకారణాంకములను కలిగి వుండిన వాటిలోనున్న ..... ను వదలి సూక్ష్మీకరించవచ్చును.
6. నిష్పత్తి యొక్క రెండు పదములను ఒకే సంఖ్యచే గుణించిననో (లేక) భాగించిననో (సున్నను తప్ప) నిష్పత్తి ..... ఉండును. ఈ విధముగా లభించు నిష్పత్తులను ..... అని చెప్పవచ్చును.

7. నిష్పత్తిలో, పదముల వరుస చాలా ముఖ్యమైనది. (సరియా / కాదా)

8. నిష్పత్తి అనునది సంఖ్యలతో కూడినది. కనుక దానికి ప్రమాణములు అవసరము లేదు (సరియా / కాదా)

9. నిష్పత్తుల యొక్క సమానత్వమును ..... అని చెప్పవచ్చును. a, b, c, d అనునవి అనుపాతములో ఉండునట్లయితే, వాటిని a : b :: c : d అని వ్రాయవచ్చును.

10. అనుపాతములో అంత్యముల లబ్ధము = ...

సహాయ పెట్టె :

1) నిష్పత్తి	2) పదములు	3) పూర్వ పదము, పర పదము
4) ప్రమాణము	5) సామాన్య కారణాంకములు	6) మారకుండ, సమాన నిష్పత్తులు
7) సరి	8) సరి	9) అనుపాతము
10) మధ్యముల లబ్ధము		

ఉదాహరణ 1.1

2:7 అను నిష్పత్తికి 5 సమాన నిష్పత్తులను కనుగొనుము.

సాధన : 2:7 ను $\frac{2}{7}$ అని వ్రాయవచ్చును. $\frac{2}{7}$ అను భిన్నము యొక్క హారమును, లవమును 2,3,4,5,6 లచే గుణించిన,

క్రింది వచ్చు సమాన నిష్పత్తులను పొందవచ్చును.

$$\frac{2\times2}{7\times2}=\frac{4}{14},\ \frac{2\times3}{7\times3}=\frac{6}{21},\ \frac{2\times4}{7\times4}=\frac{8}{28}$$

$$\frac{2\times5}{7\times5}=\frac{10}{35},\ \frac{2\times6}{7\times6}=\frac{12}{42}$$

4 : 14, 6 : 21, 8 : 28, 10 : 35, 12 : 42 అనునవి 2 : 7 యొక్క సమాన నిష్పత్తులగును.

ఉదాహరణ 1.2

270 : 378 ను సూక్ష్మీకరించుము.

సాధన :

$$270:378=\frac{270}{378}$$

లవము, హారములను 2 చే భాగించిన,

$$\frac{270\div2}{378\div2}=\frac{135}{189}$$

3 చే భాగించిన,

$$\frac{135\div3}{189\div3}=\frac{45}{63}$$

మరొక పద్ధతి :

270,378 ను కారణాంకపరచిన,

$$\frac{270}{378}=\frac{2\times3\times3\times3\times5}{2\times3\times3\times3\times7}$$

$$=\frac{5}{7}$$

9 చే భాగించిన,

$$\frac{45 \div 9}{63 \div 9} = \frac{5}{7}$$

270 : 378 అనునది 5 : 7 గా అయినది.

ఉదాహరణ 1.3

9 నెలలకును, 1 సంవత్సరమునకును మధ్యలో ఉన్న నిష్పత్తిని కనుగొనుము.

సాధన : 1 సంవత్సరము = 12 నెలలు

9 నెలలకు 12 నెలలకు

మధ్య గల నిష్పత్తి = 9 :12

9 : 12 ను $\frac{9}{12}$ అని వ్రాయవచ్చును.

$$= \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4}$$

= 3 : 4

> నిష్పత్తిలో ఒకే రకమైన రెండు కొలతలను మాత్రమే పోల్చుటకు వీలగును. కనుక సంవత్సరమును నెలలకు మార్చవలెను.

ఉదాహరణ 1.4

60 మంది విద్యార్థులు గల ఒక తరగతిలో బాలురు, బాలికలకు గల నిష్పత్తి 2:1 అయిన, ఆ తరగతిలోని బాలురు, బాలికల సంఖ్యను కనుగొనుము ?

సాధన :

మొత్తము విద్యార్థులు = 60

బాలురు, బాలికల నిష్పత్తి = 2 : 1

మొత్తము భాగములు = 2 + 1 = 3

బాలుర సంఖ్య = 60 లో $\frac{2}{3}$ భాగము

$= \frac{2}{3} \times 60 = 40$

బాలుర సంఖ్య = 40

బాలికల సంఖ్య = మొత్తము విద్యార్థులు – బాలుర సంఖ్య

= 60 – 40 [లేదా]

= 20

∴ బాలికల సంఖ్య = 20

> బాలికల సంఖ్య
>
> = 60 లో $\frac{1}{3}$ భాగము
>
> $= \frac{1}{3} \times 60 = 20$

ఉదాహరణ 1.5

24 మీ పొడవుగల ఒక రిబ్బను 3 : 2 : 7 అను నిష్పత్తిలో 3 ముక్కలుగా కత్తిరించబడినది. అయిన, ఒక్కొక్క ముక్క పొడవు ఎంత?

సాధన :

రిబ్బను పొడవు = 24 మీ

మూడు ముక్కల నిష్పత్తి = 3 : 2 : 7

మొత్తము భాగములు = 3 + 2 + 7 = 12

మొదటి ముక్క పొడవు = 24 లో $\frac{3}{12}$

$= \frac{3}{12} \times 24 = 6$ మీ

రెండవ ముక్క పొడవు = 24 లో $\frac{2}{12}$

$= \frac{2}{12} \times 24 = 4$ మీ

మూడవ ముక్క పొడవు = 24 లో $\frac{7}{12}$

$= \frac{7}{12} \times 24 = 14$ మీ

కాబట్టి, రిబ్బను యొక్క మూడు ముక్కల పొడవులు 6 మీ, 4 మీ, 14 మీ అగును.

ఉదాహరణ 1.6

ఒక తరగతిలోనున్న బాలురు, బాలికలకు గల నిష్పత్తి 4:5. బాలుర సంఖ్య 20 అయిన, బాలికల సంఖ్యను కనుగొనుము ?

సాధన : బాలురు, బాలికల నిష్పత్తి = 4 : 5

బాలురు సంఖ్య = 20

బాలికల సంఖ్యను x అనుకొనుము.

బాలురు, బాలికల సంఖ్య యొక్క నిష్పత్తి 20 : x

4 : 5 , 20 : x రెండునూ బాలురు, బాలికలను గుర్తించుచున్నది కాబట్టి 4 : 5 :: 20 : x

అంత్యముల లబ్ధము = $4 \times x$

మధ్యముల లబ్ధము = 5×20

అనుపాతములో, అంత్యముల లబ్ధము = మధ్యముల లబ్ధము

$$4 \times x = 5 \times 20$$

$$x = \frac{5 \times 20}{4} = 25$$

$\therefore$ బాలికల సంఖ్య $= 25$

ఉదాహరణ 1.7

A : B = 4 : 6, B : C = 18 : 5, అయిన A : B : C ల నిష్పత్తిని కనుగొనుము.

సాధన :

A : B = 4 : 6

B : C = 18 : 5

6, 18 ల క.సా.గు = 18

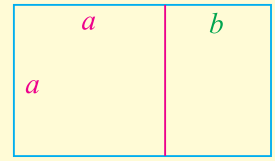
A : B = 12 : 18

B : C = 18 : 5

A : B : C = 12 : 18 : 5

గమనిక:
మూడు నిష్పత్తులను పోల్చుటకు, మొదటి నిష్పతి యొక్క రెండవ పదమును, రెండవ నిష్పత్తి యొక్క మొదటి పదమును సమపరచ వలయును.

తెలుసుకొనుము :



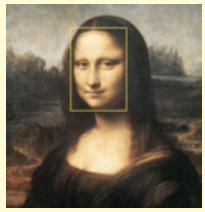
బంగారు నిష్పత్తి : బంగారు నిష్పత్తి అనునది ఒక ప్రత్యేక సంఖ్యఅగును. దాని సరాసరి విలువ 1.6180339887498948482⋯. అగును. దీనిని "పై" (Φ) అను గ్రీకు అక్షరముతో గుర్తించెదము, బంగారు నిష్పత్తిలో గల దశాంశ సంఖ్యలు ఆవర్తన దశాంశ సంఖ్యలు కావు.

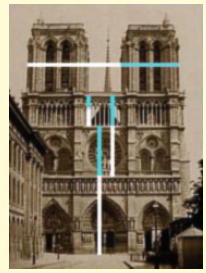
బంగారు దీర్ఘ చతురస్రము : దీర్ఘ చతురస్రము యొక్క పొడవు, వెడల్పు కొలతల నిష్పత్తులు బంగారు నిష్పత్తిలో అమరియుండిన, ఆ దీర్ఘ చతురస్రమును బంగారు దీర్ఘ చతురస్రము అని చెప్పవచ్చును. బంగారు దీర్ఘచతురస్ర ఒక భుజము 2 అడుగులు అయిన దాని మరొక భుజము (సుమారుగా)

$= 2(1.62) = 3.24$ అడుగులు అగును.

బంగారు ఖండము : ఒక రేఖా ఖండమును రెండు భాగములుగా విభజించునపుడు, రెండు ఖండముల నిష్పత్తి బంగారు నిష్పత్తి అయిన $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{AC}$

బంగారు నిష్పత్తియొక్క ఉపయోగము.





ఆలోచించుము!

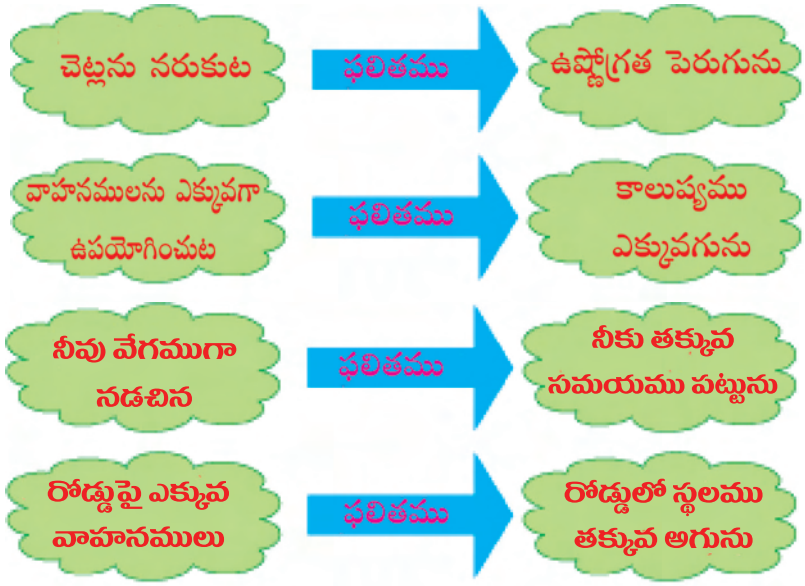
1. 1 నుండి 9 వరకు గల సంఖ్యలను ఉపయోగించి అనుపాతములను కొన్నిటిని వ్రాయుము. అనుపాతములో ఒక్కొక్క సంఖ్య ఒకసారి మాత్రమే ఉపయోగించవలెను. అనుపాతమును అమర్చు సంఖ్యలు ఒక అంకె సంఖ్యలుగా ఉండవలెను.

   ఉదాహరణ : $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

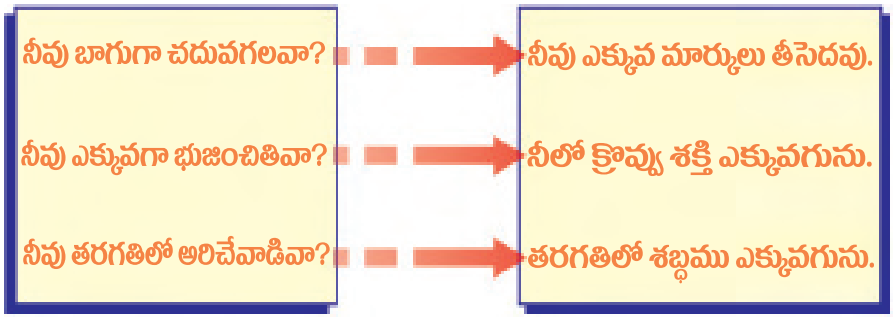
2. మిశ్రమ లోహములో తుత్తునాగము, రాగి 4:9 అను నిష్పత్తిలో ఉన్నది. ఈ మిశ్రమ లోహములో ఏ లోహము అధికముగా ఉన్నది ?

3. ఒక కంచు శిల్పము రాగి, తగరము, సీసము మొదలగు లోహములతో చేయబడియున్నది. అది 1/10 భాగము తగరమును 1/4 భాగము సీసమును, మిగిలియున్న భాగము రాగితోను చేయబడినదగును. కంచు శిల్పమునందు రాగి భాగము ఎంత ?

1.3 అనుపాతము (Variation)



ఇవి కొన్ని మార్పులను వివరించుచున్నవి.



పైన చూపిన ప్రకటనల నుండి ఒక అంశములో మార్పు ఏర్పడునపుడు దానితో సంబధించిన అంశములో కూడా మార్పు ఏర్పడునని తెలుసుకొనవచ్చును. ఈ మార్పును మనము అనుపాతము అనుచున్నాము.

క్రింద ఇవ్వబడిన వాటిని జతపరచుటకు ప్రయత్నించుము

నీవు ఎక్కువ పేనాలను కొన్నావా?	ఉపాధ్యాయుల సంఖ్య ఎక్కువ.
ఎక్కువ సంఖ్యలో విద్యార్థులు గలరా?	నీవు ఎక్కువ ధర చెల్లించవలెను.
తక్కువ దూరము నీవు ప్రయాణించితివా?	సంచి బరువు తగ్గును.
పుస్తకముల సంఖ్య తగ్గించితివా?	తక్కువ కాలము తీసుకొనగలవు.

పైన చూపబడినవి ఒకదానిపై ఒకటి ఆధారపడియుండి పరిమాణములో మార్పు చెందుచున్నవి.

దీనినుండి, ఒక వస్తువు పరిమాణము అధికమగునప్పుడు (↑) దానితో సంబంధించిన మరొక వస్తువు పరిమాణము కూడా అధికమగును (↑). ఒక వస్తువు పరిమాణము తగ్గినపుడు (↓) దానితో సంబంధించిన మరొక వస్తువు పరిమాణము కూడా తగ్గును (↓) అని తెలుసుకొనుచున్నాము.

ఇప్పుడు క్రింద ఇవ్వబడిన పట్టికను గమనించుము.

ఒక కలము ధర (₹)	10 కలముల ధర (₹)
5	$10 \times 5 = 50$
20	$10 \times 20 = 200$
30	$10 \times 30 = 300$

కలముల సంఖ్య అధికమగునపుడు. వాటి మొత్తము ధరలు కూడా అధికమగును.

5 చొక్కాల ధర (₹)	ఒక చొక్కా ధర (₹)
3000	$\frac{3000}{5} = 600$
1000	$\frac{1000}{5} = 200$

చొక్కాల సంఖ్య తగ్గునపుడు, వాటి ధర కూడా తగ్గును. ఒక వస్తువు పరిమాణము ఎక్కువ అయినపుడు (↑) (తగ్గునపుడు(↓)) మరొక వస్తువు కూడా అదేవిధముగా ఎక్కువగును(↑) (తక్కువగును (↓)). అవి రెండునూ **అనుపాత నిష్పత్తిలో** మారుచున్నవి అని చెప్పవచ్చును.

ఇంకనూ కొన్ని ఉదాహరణలను చూచెదము:

i) కారు యొక్క వేగము అధికము చేయునపుడు, చేరవలసిన స్థలమునకు చేరుటకు పట్టు కాలము అధికమగునా (లేక) తక్కువగునా ?

ii) ఒక వసతి గృహము (Hostel) లో విద్యార్థుల సంఖ్య తగ్గినపుడు, వారికి ఇవ్వబడిన (వంటకు) ఆహారపు వస్తువుల యొక్క ఉపయోగము ఎక్కువ రోజులకు వచ్చునా (లేక) తగ్గునా ?

కారు యొక్క వేగము ఎక్కువగునపుడు చేరవలసిన స్థలమునకు చేరుటకు పట్టుకాలము తగ్గును అనునది మనకు తెలియును.

అదే విధముగా, వసతి గృహములోనున్న విద్యార్థుల సంఖ్య తక్కువగునపుడు, ఆహారపు వస్తువులు ఎక్కువ రోజులకు వచ్చును అనునది నిజము అగును.

కాబట్టి, ఒక వస్తువు కొలత అధికమయినపుడు (↑) [తగ్గునపుడు (↓)] దానితో సంబంధించిన మరొక వస్తువు కొలత తగ్గును(↓) [అధికమగును (↑)] అనిన అవి రెండునూ **విలోమానుపాతములో** ఉన్నవని చెప్పవచ్చును.

ప్రయత్నించుము

క్రింద ఇవ్వబడినవి అనులోమానుపాతమా లేదా విలోమానుపాతమా అని కనుగొనుము.

1. పెన్సిల్‌ల సంఖ్య, వాటి ధరలు
2. స్తంభముల ఎత్తు మరియు ఇవ్వబడిన కాలములో వాటి యొక్క నీడలు.
3. వేగము, తీసుకొను కాలము.
4. వృత్తముల వ్యాసార్థములు, వాటి వైశాల్యములు.
5. పనిచేయువారి సంఖ్య, ఇవ్వబడిన పనిని పూర్తి చేయుటకు తీసుకొను రోజులు.
6. ఒక శిబిరములోని సైనికుల సంఖ్య, వారములో అగు ఖర్చులు
7. అసలు మరియు వడ్డీ
8. ఒక పుస్తకము పేజీలో వ్రాయబడిన గీతల సంఖ్య మరియు పేజీల సంఖ్య

క్రింద ఇవ్వబడియున్న పట్టికను గమనించుము :

కలముల సంఖ్య	x	2	4	7	10	20
కలముల ధర (₹)	y	100	200	350	500	1000

'x' అధికమగునపుడు (↑) 'y' కూడా అధికమగును (↑) అని తెలుసుకొంటిమి.

కలముల సంఖ్యకు, వాటి ధరలకు మధ్య గల నిష్పత్తిని కనుగొనుము.

$$\frac{\text{కలముల సంఖ్య}}{\text{కలముల ధర}} = \frac{x}{y} = \frac{2}{100}, \frac{4}{200}, \frac{7}{350}, \frac{10}{500}, \frac{20}{1000} \text{ అగును.}$$

$$\text{నిష్పత్తి} = \frac{1}{50} = \text{స్థిర సంఖ్య}$$

కలముల సంఖ్యకు, కలముల ధరలకు మధ్యగల నిష్పత్తి ఒక స్థిరమైనది,

$$\therefore \frac{x}{y} = \text{స్థిర సంఖ్య.}$$

రెండు వస్తువులు అనులోమానుపాతములో ఉండిన, వాటి యొక్క నిష్పత్తులు ఎల్లప్పుడు స్థిరముగానే ఉండును.

ఇప్పుడు, క్రింది ఇవ్వబడిన ఉదాహరణను గమనించుము :

తీసుకొనిన కాలము (గంటలు)	$x_1 = 2$	$x_2 = 10$
ప్రయాణించిన దూరము (కి.మీ)	$y_1 = 10$	$y_2 = 50$

దీని నుండి, ప్రయాణించిన కాలము అధికమగు (↑) నపుడు ప్రయాణించిన దూరము కూడా అధికమగును (↑) అని తెలుసుకొనవచ్చును.

$$X = \frac{x_1}{x_2} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$Y = \frac{y_1}{y_2} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

$$X = Y = \frac{1}{5}$$

అనులోమానుపాతములో, ఒక కొలత అనునది ఒక గుర్తించిన నిష్పత్తిలో మారునపుడు మరొక కొలతకూడా అదే నిష్పత్తిలో మారుతుంది అని పైన చూపిన ఉదాహరణము నుండి తెలుసుకొనవచ్చును. క్రింద ఇవ్వబడిన అనుపాతముల సంబంధమును తెలుసుకొని a మరియు b లను కనిపెట్టుము.

తీసుకొనిన కాలము (గంటలు)	x	2	5	6	8	10	12
ప్రయాణించిన దూరము (కి.మీ)	y	120	300	a	480	600	b

ఇక్కడ తీసుకొనిన కాలమునకు ప్రయాణించిన దూరమునకు గల నిష్పత్తిని చూచెదము.

$$\frac{\text{తీసుకొనిన కాలము}}{\text{ప్రయాణించిన దూరం}} = \frac{2}{120} = \frac{5}{300} = \frac{10}{600} = \frac{8}{480} = \frac{1}{60} = \text{స్థిరసంఖ్య}$$

$\frac{x}{y} = \frac{1}{60}$ ఇప్పుడు a ను కనుగొనెదము.

$$\frac{1}{60} = \frac{6}{a}$$

$$\frac{1 \times \boxed{6}}{60 \times \boxed{6}} = \frac{6}{360}$$

$$a = 360$$

$$\frac{1}{60} = \frac{12}{b}$$

$$\frac{1 \times \boxed{12}}{60 \times \boxed{12}} = \frac{12}{720}$$

$$b = 720$$

క్రింద ఇవ్వబడియున్న పట్టికను గమనించుము.

వేగము (కి.మీ/గం.)	x	40	48	60	80	120
తీసుకొనిన కాలము (గంటలు)	y	12	10	8	6	4

ఇక్కడ x అధికమగు (↑) నపుడు y తగ్గుటను (↓), చూడవచ్చును.

$$xy = 40 \times 12 = 480$$

$$= 48 \times 10 = 60 \times 8 = 80 \times 6 = 120 \times 4 = 480$$

$\therefore xy$ = ఒక స్థిర సంఖ్య.

రెండు కొలతలు విలోమానుపాతములో ఉండిన, వాటి లబ్ధము స్థిరసంఖ్యగా నుండును.

క్రింద ఇవ్వబడిన ఉదాహరణమును గమనించుము.

వేగము (కి.మీ/గం.)	$x_1 = 120$	$x_2 = 60$
తీసుకొనిన కాలము (గంటలు)	$y_1 = 4$	$y_2 = 8$

వేగము ఎక్కువగు (↑), నపుడు తీసుకొనిన కాలము తగ్గును (↓)

$$X = \frac{x_1}{x_2} = \frac{120}{60} = 2$$

$$Y = \frac{y_1}{y_2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad 1/Y = 2$$

$$X = \frac{1}{Y}$$

కాబట్టి, విలోమానుపాతములో ఇవ్వబడిన కొలత ఒక నిష్పత్తిలో మారునపుడు, మరొక కొలత దానికి విలోమ నిష్పత్తిగా మారును.

ఇప్పుడు అనుపాతముల సంబంధమును తెలుసుకొని, a మరియు b లను కనుగొనుము.

మనుష్యుల సంఖ్య	x	15	5	6	b	60
రోజుల సంఖ్య	y	4	12	a	20	1

ఇక్కడ $xy = 15 \times 4 = 5 \times 12 = 60$ = ఒక స్థిర సంఖ్య.

$$xy = 60$$

$$6 \times a = 60$$

$$6 \times 10 = 60$$

$$a = 10$$

$$xy = 60$$

$$b \times 20 = 60$$

$$3 \times 20 = 60$$

$$b = 3$$

ప్రయత్నించుము

1. x మరియు y, అనులోమానుపాతములో ఉండిన, క్రింద ఇవ్వబడిన వాటిని పూర్తిచేయుము.

(i)

x	1	3			9	15
y	2		10	16		

(ii)

x	2	4	5		
y	6			18	21

2. x మరియు y, విలోమానుపాతములో ఉండిన, క్రింద ఇవ్వబడిన వాటిని పూర్తిచేయుము.

(i)

x	20	10	40	50	
y			50		250

(ii)

x		200	8	4	16
y	10		50		

ఉదాహరణ 1.8

16 పెన్సిళ్ళ ధర ₹ 48 అయిన, 4 పెన్సిళ్ళ ధరను కనుగొనుము.

సాధన :

4 పెన్సిళ్ళ ధరను 'a' అనుకొందాము.

పెన్సిళ్ళ సంఖ్య	ధర (₹)
x	y
16	48
4	a

పెన్సిళ్ళ సంఖ్య తగ్గినపుడు (↓), దాని ధరకూడా తగ్గును (↓) కాబట్టి ఈ రెండు కొలతలు **అనులోమానుపాతము**లో వున్నవి.

అనులోమానుపాతములో $\frac{x}{y} = \frac{16}{48} = \frac{4}{a}$ ఒక స్థిర సంఖ్య అని మనకు తెలిసినదే.

$$16 \times a = 48 \times 4$$

$$a = \frac{48 \times 4}{16} = 12$$

$\therefore$ నాలుగు పెన్సిళ్ళ ధర = ₹ 12

మరొక పద్ధతి :

4 పెన్సిళ్ళ ధరను 'a' అనుకొందాము.

పెన్సిళ్ళ సంఖ్య	ధర (₹)
x	y
16	48
4	a

పెన్సిళ్ళ సంఖ్య తగ్గునపుడు (↓), దాని ధర కూడా తగ్గుచున్నది (↓). కాబట్టి ఇది అనులోమానుపాతము.

$$\frac{16}{4} = \frac{48}{a}$$

$$16 \times a = 4 \times 48$$

$$a = \frac{4 \times 48}{16} = 12$$

4 పెన్సిళ్ళ ధర = ₹12.

ఉదాహరణ 1.9

ఒక కారు 360 కి.మీ దూరమును 4 గంటలలో ప్రయాణించగలదు. అదే వేగములో, 6 గంటల 30 ని॥లలో కారు ఎంత దూరమును ప్రయాణించును.

సాధన :

$6\frac{1}{2}$ గంటలలో ప్రయాణించిన దూరమును 'a' అని అనుకొందాము

కాలము (గంటలు)	ప్రయాణించిన దూరము (కి.మీ)
x	y
4	360
$6\frac{1}{2}$	a

30 ని॥లు $= \frac{30}{60}$ గంటలు

$= \frac{1}{2}$ గంట

6 గంటలు 30 నిమిషములు

$= 6\frac{1}{2}$ గంటలు

ప్రయాణించిన కాలము అధికమైన (↑), ప్రయాణించిన దూరము కూడా అధికమగును (↑).

కాబట్టి ఇది **అనులోమానుపాతము**.

అనులోమానుపాతములో, $\frac{x}{y}$ = స్థిరసంఖ్య.

$$\frac{4}{360} = \frac{6\frac{1}{2}}{a}$$

$$4 \times a = 360 \times 6\frac{1}{2}$$

$$4 \times a = 360 \times \frac{13}{2}$$

$$a = \frac{360 \times 13}{4 \times 2} = 585$$

$\therefore$ $6\frac{1}{2}$ గంటలలో ప్రయాణించిన దూరము = 585 కి.మీ.

మరొక పద్ధతి : $6\frac{1}{2}$ గంటలలో ప్రయాణించిన దూరమును 'a' అని గుర్తుంచుకొనుము.

తీసుకొన్న కాలము (గంటలు)	ప్రయాణించిన దూరము (కి.మీ)
4	360
$6\frac{1}{2}$	a

తీసుకొన్న కాలము అధికమైన (↑) ప్రయాణించిన దూరము కూడా అధికమగును (↑).

కాబట్టి ఇది **అనులోమానుపాతము.**

$$\frac{4}{6\frac{1}{2}} = \frac{360}{a}$$

$$4 \times a = 360 \times 6\tfrac{1}{2}$$

$$4 \times a = 360 \times \frac{13}{2}$$

$$a = \frac{360}{4} \times \frac{13}{2} = 585$$

$6\frac{1}{2}$ గంటలలో ప్రయాణించిన దూరము = 585 కి.మీ.

ఉదాహరణ 1.10

ఒక పనిని 7 మంది 52 రోజులలో చేసి ముగించెదరు. అదే పనిని 13 మంది ఎన్ని రోజులలో పూర్తిచేయగలరు?

సాధన :

కనుగొనవలసిన రోజుల సంఖ్యను 'a' గా తీసుకొందాము.

మనుష్యుల సంఖ్య	రోజుల సంఖ్య
x	y
7	52
13	a

మనుష్యుల సంఖ్య అధికమగు (↑) నపుడు, రోజుల సంఖ్య తగ్గును (↓). కాబట్టి ఇది విలోమానుపాతము.

విలోమానుపాతములో, xy = స్థిరసంఖ్య.

$$7 \times 52 = 13 \times a$$

$$13 \times a = 7 \times 52$$

$$a = \frac{7 \times 52}{13} = 28$$

కాబట్టి 13 మంది ఈ పనిని 28 రోజులలో పూర్తిచేయగలరు.

మరొక పద్ధతి :

కనుగొనవలసిన రోజుల సంఖ్యను 'a' గా తీసుకొందాము.

మనుష్యుల సంఖ్య	రోజుల సంఖ్య
7	52
13	a

మనుష్యుల సంఖ్య అధికమగు (↑) నపుడు, రోజుల సంఖ్య తగ్గును (↓) కాబట్టి ఇది **విలోమానుపాతము.**

విలోమానుపాతములో xy = స్థిరసంఖ్య.

$$\frac{7}{13} = \frac{a}{52}$$

$$7 \times 52 = 13 \times a$$

$$13 \times a = 7 \times 52$$

$$a = \frac{7 \times 52}{13} = 28$$

కాబట్టి 13 మంది ఈ పనిని 28 రోజులలో పూర్తిచేయగలరు.

ఉదాహరణ 1.11

ఒక్కొక్క పేజీలో 35 గీతలు గల పుస్తకములో మొత్తము పేజీలు 120. అదే విధముగా ఒక్కొక్క పేజీలో 24 గీతలు ఉండిన, పుస్తకములో మొత్తము ఎన్ని పేజీలు ఉండగలవు?

సాధన : కనుగొనవలసిన పేజీల సంఖ్యను 'a' అని తీసుకొందాము.

ఒక్కొక్క పేజీలోనున్న గీతల సంఖ్య	పేజీల మొత్తము సంఖ్య
35	120
24	a

ఒక పేజీలో, గీతల సంఖ్య తగ్గు (↓) నపుడు, పుస్తకములోని పేజీల సంఖ్య అధికమగుచున్నది. (↑) కాబట్టి ఇది **విలోమానుపాతము.**

$$\frac{35}{24} = \frac{a}{120}$$

$$35 \times 120 = a \times 24$$

$$a \times 24 = 35 \times 120$$

$$a = \frac{35 \times 120}{24}$$

$$a = 35 \times 5 = 175$$

ఒక పేజీలో 24 గీతలు ఉండిన, పుస్తకము యొక్క మొత్తము పేజీల సంఖ్య = 175

అభ్యాసము 1.1

1. సరైన జవాబును ఎన్నుకొనుము.

i) 8 కి.గ్రా బియ్యము ధర ₹ 160 అయిన, 18 కి.గ్రా బియ్యము ధర

(అ) ₹480 (ఆ) ₹180 (ఇ) ₹360 (ఈ) ₹1280

ii) 7 మామిడి పండ్ల ధర ₹35 అయిన, 15 మామిడి పండ్ల ధర

(అ) ₹75 (ఆ) ₹25 (ఇ) ₹35 (ఈ) ₹50

iii) ఒక రైలు బండి 195 కి.మీ. దూరమును 3 గంటలలో ప్రయాణించెను. అదే వేగములో, ఆ రైలు బండి 5 గంటలలో ప్రయాణించు దూరము.

(అ) 195 కి.మీ. (ఆ) 325 కి.మీ. (ఇ) 390 కి.మీ. (ఈ) 975 కి.మీ.

iv) 8 మంది ఒక పనిని 24 రోజులలో పూర్తిచేసిరి. అయిన అదే పనిని 24 మంది పూర్తిచేయుటకు తీసుకొను రోజుల సంఖ్య

(అ) 8 రోజులు (ఆ) 16 రోజులు (ఇ) 12 రోజులు (ఈ) 24 రోజులు

v) 18 మంది ఒక పనిని 20 రోజులలో పూర్తి చేసిరి. అదే పనిని 24 మంది పూర్తి చేయుటకు తీసుకొను రోజుల సంఖ్య.

(అ) 20 రోజులు (ఆ) 22 రోజులు (ఇ) 21 రోజులు (ఈ) 15 రోజులు

2. 300 మంది ప్రజలు కలుసుకొను వివాహ విందుకు 60 కి.గ్రా కూరగాయలు కావలయును. 500 మంది ఆ విందుకు వచ్చినపుడు ఎన్ని కూరగాయలు కావలయును ?

3. 1500 మంది విద్యార్థులు గల పాఠశాలకు 90 మంది ఉపాధ్యాయులు కావలయును. 2000 మంది విద్యార్థులు గల పాఠశాలకు ఎంతమంది ఉపాధ్యాయులు కావలయును.

4. ఒక కారు 45 నిమిషములలో 60 కి.మీ. ప్రయాణించినది. అదే వేగములో పోవునపుడు, ఒక గంట కాలములో ఆ కారు ఎంత దూరము ప్రయాణించును?

5. ఒక వ్యక్తి 96 చ.మీ.వైశాల్యమును 8 రోజులలో సున్నము కొట్టెను. 18 రోజులలో ఎన్ని చ.మీలు సున్నము కొట్టవచ్చును?

6. 7 పెట్టెల బరువు 36.4 కి.గ్రా అయిన, అదే కొలత గల 5 పెట్టెల బరువు ఎంత ఉండును ?

7. 60 కి.మీ. వేగముతో పోవు ఒక కారు ఒక గుర్తించిన దూరమును 5 గంటలలో ప్రయాణించినది. అదే దూరమును 40 కి.మీ. వేగముతో వెళ్ళిన, ఎంత కాలములో చేరును ?

8. ఒక పనిని 150 మంది 12 రోజులలో పూర్తి చేయగలరు. అదే పనిని 120 మంది ఎన్ని రోజులలో పూర్తిచేయగలరు?

9. 276 మంది సైనికులు గల ఒక సమూహములో 20 రోజులకు కావలసిన ఆహారపు వస్తువులు ఉన్నవి. ఆ వస్తువులు 46 రోజులకు ఎక్కువగా కావలయునన్న ఎంత మంది సైనికులు ఆ సమూహమును వదలి వెళ్ళవలయును ?

10. ఒక పుస్తకములో 70 పేజీలు ఉన్నవి. ఒక పేజీలో 30 గీతలు ముద్రవేయబడియున్నవి. అయితే అదే విషయమును ఒక పేజీలో 20 గీతలు ముద్రించిన, ఆ పుస్తకములో ఎన్ని పేజీలు ఉండును?

11. ఒక శిబిరములో 800 మంది సైనికులు ఉన్నారు. వారికి 60 రోజులకు సరిపోవు ఆహారపు వస్తువులు గలవు. ఆ శిబిరములో 400 మంది సైనికులు వచ్చి చేరినచో, ఎన్ని రోజులకు ఆ ఆహారపు వస్తువులు సరిపోవును ?

తమాషాకు!

ఒక గుడ్లగూబ తన గూడును ఒక సెకండులో కట్టిన, 200 గుడ్లగూబలు వాటి గూళ్ళను ఎంత కాలములో కట్టగలవు ?
గుడ్ల గూబలు వాటి గూడును కట్టుట లేదు. అవి వేరే పక్షులు కట్టిన గూడులో లేక చెట్టు తొఱ్ఱలో ఉండును.

క్రింద ఉన్న ప్రశ్నలను చదువుము. మీరు ఇదివరకు చదివిన చాలా పద్ధతులలో యోచించి అన్ని పద్ధతులలోనూ వీటిని చేయండి.

1. ఒక చక్రము 3 సెకండ్లలో 48 సార్లు తిరుగుచున్నది. 30 సెకండ్లలో ఆ చక్రము ఎన్ని సార్లు తిరుగును.

2. ఫిల్మ్‌ను కడిగేవాడు 100 ఫిల్మ్‌లను 5 నిమిషములలో అభివృద్ధిచేయగలడు. 1200 ఫిల్మ్‌లను అభివృద్ధిచేయుటకు అతనికి ఎన్ని నిమిషములు కావలయును?

3. 2 గ్రూపులలో 36 మంది ఆటగాళ్ళు గలరు. 5 గ్రూపులలో ఎంతమంది ఆటగాళ్లు ఉండగలరు?

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయములు

1. రెండు పరిమాణములు అనులోమానుపాతములో ఉండినయెడల, ఒక పరిమాణము ఎక్కువగునపుడు (తగ్గునపుడు) దానితో సంబంధించిన మరొక పరిమాణము కూడా ఎక్కువగును (తగ్గును).

2. రెండు పరిమాణములు విలోమానుపాతములో ఉండినయెడల ఒక పరిమాణము ఎక్కువగునపుడు (తగ్గునపుడు) దానితో సంబంధించిన మరొక పరిమాణము తగ్గును (ఎక్కువగును).

3. అనులోమానుపాతములో, ఒక రాశియొక్క నిష్పత్తి మరొక రాశిలో దానికి తగిన నిష్పత్తికి సమానమగును.

4. విలోమానుపాతములో, ఒక రాశియొక్క నిష్పత్తి మరొక రాశిలో దానికి తగిన నిష్పత్తికి విలోమమగును.

2 కొలతలు

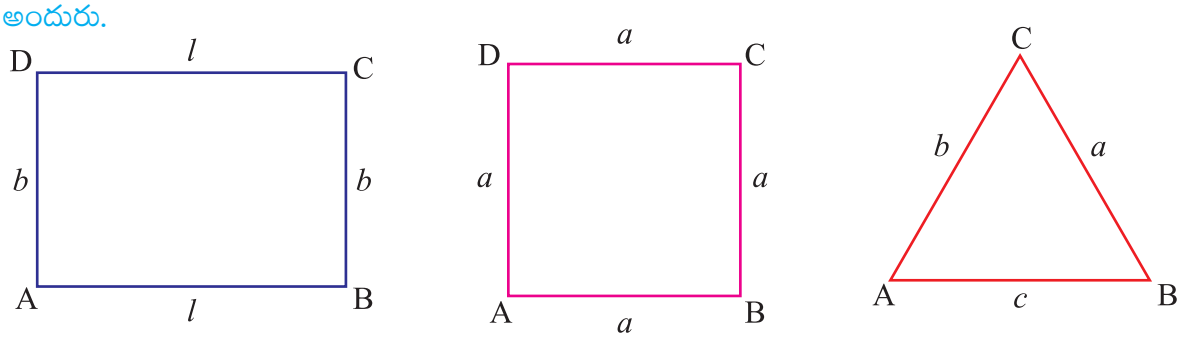
సమతల పటములగు దీర్ఘచతురస్రము, చతురస్రము మరియు లంబకోణ త్రిభుజముల వైశాల్యములను మరియు చుట్టుకొలతలను కనుగొను సూత్రములను మనము ఆరవ తరగతిలో నేర్చుకొనియున్నాము. సమతల పటములగు త్రిభుజము, సమాంతర చతుర్భుజము, రాంబస్, సమలంబ చతుర్భుజము మరియు వృత్తముల వైశాల్యములను కనుగొను సూత్రములను ఈ తరగతిలో తెలుసుకోబోతున్నాము.

2.1 పునర్విమర్శ (Revision)

ఆరవ తరగతిలో మనము నేర్చుకొన్న దీర్ఘచతురస్రము, చతురస్రము మరియు లంబకోణ త్రిభుజముల వైశాల్యములను, చుట్టుకొలతలను గుర్తుకుతెచ్చుకొనెదము.

చుట్టుకొలత:

ఒక సమతల పటము అంచులను మనము ఒకసారి చుట్టి వచ్చు దూరమును ఆ పటము చుట్టుకొలత అందురు.



పటము *2.1*

దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత = 2×(పొడవు)+2× (వెడల్పు)

= 2(పొడవు + వెడల్పు)

దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత = $2\,(l + b)$ ప్రమాణములు. ఇందులో l = పొడవు, b = వెడల్పు.

చతురస్ర చుట్టుకొలత = 4 × ఒక భుజము పొడవు

= 4 × భుజము

చతురస్ర చుట్టుకొలత = $4\,a$ ప్రమాణములు, ఇందులో a = భుజము.

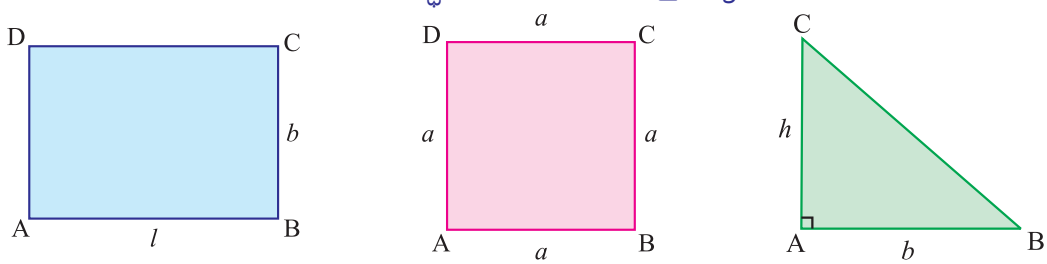
త్రిభుజము యొక్క చుట్టుకొలత = మూడు భుజముల మొత్తము.

త్రిభుజము యొక్క చుట్టుకొలత = $(a + b + c)$ ప్రమాణములు.

ఇందులో a, b, c త్రిభుజము యొక్క భుజములు అగును.

వైశాల్యము:

ఒక సమతల పటము ఆక్రమించు స్థలము కొలత దాని వైశాల్యమగును.



పటము. 2.2

దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు

దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము = $l \times b$ చదరపు ప్రమాణములు

చతురస్ర వైశాల్యము = భుజము × భుజము.

చతురస్ర వైశాల్యము = $a \times a$ చదరపు ప్రమాణములు

లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యము = $\frac{1}{2}$ × లంబకోణమును కలిగిన భుజముల లబ్ధము

లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యము = $\frac{1}{2} \times (b \times h)$ చదరపు ప్రమాణములు

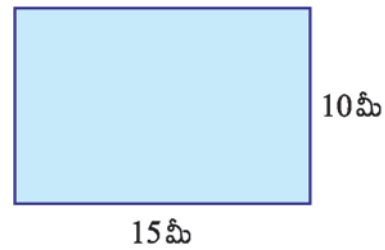
ఇందులో b, h అనునవి లంబకోణమును కలిగిన భుజములగును.

ప్రయత్నించుము

* మీ తరగతిలో వున్న నల్లబల్ల, మేజా, కిటికీ మొదలగు వాటి వైశాల్యములను మరియు చుట్టుకొలతలను కనుగొనుము.
* ఒక కాగితమును తీసుకొని దానిలో వేరువేరు కొలతలు గల దీర్ఘ చతురస్రము, చతురస్రము మరియు లంబకోణ త్రిభుజములను గీసి, వాటిని కత్తిరించి విడిగా తీసుకొనుము. వాటిని బల్లపై వుంచి వాటి చుట్టుకొలతలను మరియు వైశాల్యములను కనుగొనుము.

ఉదాహరణ 2.1

పొడవు 15 మీ, వెడల్పు 10 మీ గల దీర్ఘ చతురస్రాకార పొలము వైశాల్యము, చుట్టుకొలతను కనుగొనుము.



పటము.2.3

సాధన :

పొడవు = 15 మీ., వెడల్పు = 10 మీ. అని ఇవ్వబడినది.

దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు

= 15 మీ. × 10 మీ.

= 150 మీ^{2}

దీర్ఘ చతురస్ర చుట్టుకొలత = 2 (పొడవు × వెడల్పు)

= 2 [15 +10] = 50 మీ

∴ దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము = 150 మీ^{2}

దీర్ఘ చతురస్ర చుట్టుకొలత = 50 మీ

ఉదాహరణ 2.2

పొడవు 80 మీ. గల దీర్ఘ చతురస్రాకార తోట వైశాల్యము 3200 చ.మీ. తోట వెడల్పును కనుగొనుము.

సాధన :

పొడవు = 80 మీ, వైశాల్యము = 3200 చ.మీ. అని ఇవ్వబడినది.

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు

$$\text{వెడల్పు} = \frac{\text{దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము}}{\text{పొడవు}}$$

$$= \frac{3200}{80} = 40 \text{ మీ}$$

∴ తోట వెడల్పు = 40 మీ

ఉదాహరణ 2.3

భుజము 40 మీ. గల చతురస్రాకార స్థలము వైశాల్యము, చుట్టుకొలతను కనుగొనుము.

సాధన :

చతురస్రాకార స్థలము భుజము = 40 మీ. (ఇవ్వబడినది)

చతురస్ర వైశాల్యము = భుజము × భుజము

= 40 మీ × 40 మీ

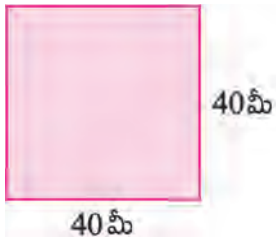
= 1600 చ.మీ.

చతురస్ర చుట్టుకొలత = 4 × భుజము

= 4 × 40 = 160 మీ

∴ చతురస్ర వైశాల్యము = 1600 చ.మీ.

చతురస్ర చుట్టుకొలత = 160 మీ



పటము. 2.4

ఉదాహరణ 2.4

భుజము 50 మీ. గల చతురస్రాకార పూలతోటకు కంచె వేయుటకు మీటరుకు ₹10 ఖర్చు అయిన, తోట చుట్టూ కంచె వేయుటకగు ఖర్చును కనుగొనుము.

సాధన :

చతురస్రాకార పూలతోట భుజము 50 మీ. అని ఇవ్వబడినది.

కంచె వేయుటకు అగు ఖర్చును కనుగొనుటకు తోట చుట్టుకొలతను కనుగొని దానిని మీటరుకగు ఖర్చుతో గుణించుము.

చతురస్రాకార పూలతోట చుట్టుకొలత = 4 × భుజము

$= 4 \times 50$

$= 200$ మీ

కంచె వేయుటకు ఒక మీటరుకు అగు ఖర్చు $=$ ₹10 (ఇవ్వబడినది)

$\therefore$ 200 మీటర్లకు అగు ఖర్చు $=$ ₹10×200

$=$ ₹2000

ఉదాహరణ 2.5

భుజము 60 మీ. గల చతురస్రాకార ఉద్యానవనము(park) ను చదును చేయుటకు చదరపు మీటరుకు ₹2 అయిన, ఉద్యానవనము మొత్తానికి అగు ఖర్చును కనుగొనుము.

సాధన :

చతురస్రాకార ఉద్యానవనము యొక్క భుజము 60 మీ. అని ఇవ్వబడినది.

చదును చేయుటకగు ఖర్చును కనుగొనవలెనన్న, వైశాల్యము కనుగొని దానిని చదరపు మీటరుకు అగు ఖర్చుతో గుణించుము.

ఉద్యానవనము వైశాల్యము $=$ భుజము $\times$ భుజము

$= 60 \times 60$

$= 3600$ చ.మీ.

ఒక చదరపు మీటరుకు అగు ఖర్చు $=$ ₹2

$\therefore$ 3600 చదరపు మీటర్లకు అగు ఖర్చు $=$ ₹2×3600

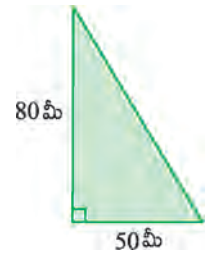
$=$ ₹7200

ఉదాహరణ 2.6

ఒక ఆట స్థలము లంబకోణ త్రిభుజాకారముగా వున్నది. లంబకోణమును కలిగిన భుజములు 50 మీ, 80 మీ. ఆ స్థలమునకు సిమెంట్ వేయుటకు చదరపు మీటరుకు ₹5 అయిన, ఖర్చు మొత్తమును కనుగొనుము.

సాధన :

సిమెంట్ పూతకు అయ్యే ఖర్చును కనుగొనుటకు, ఆటస్థలము వైశాల్యమును కనుగొని దానిని ఒక చదరపు మీటరుకు అగు ఖర్చుతో గుణించుము.



పటము. 2.5

లంబకోణ త్రిభుజాకార ఆట స్థలము యొక్క వైశాల్యము $= \frac{1}{2} \times b \times h$

ఇందులో b, h అనునవి లంబకోణమును కలిగిన భుజములు అగును.

$= \frac{1}{2} \times (50$ మీ $\times 80$ మీ$)$

$= 2000$ మీ^{2}

ఒక చదరపు మీటరుకు అగు ఖర్చు $=$ ₹5

$\therefore$ 2000 చదరపు మీటర్లకు అగు ఖర్చు $=$ ₹5×2000

$=$ ₹10000

మీకు తెలుసా?

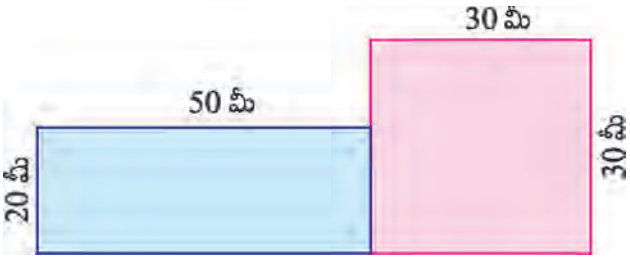
1 ఏర్ $=$ 100 మీ^{2}

1 హెక్టారు $=$ 100 ఏర్లు (లేక)

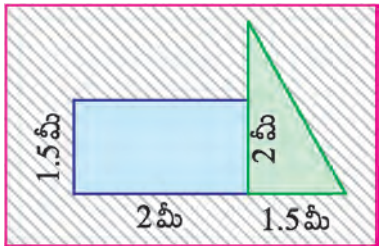
$=$ 10000 మీ^{2}

2.2 సంయుక్త చిత్రముల వైశాల్యము (Area of Combined Plane Figures)

దీర్ఘ చతురస్రము, చతురస్రము మరియు లంబకోణ త్రిభుజము మొదలగు వాటిలో ఏవేని రెండు సమతల పటములు కలిసివున్న పటము వైశాల్యమును కనుగొను పద్ధతిని ఈ భాగములో చూచెదము. ఒక గ్రామవాసికి పటము 2.6 లో చూపిన విధముగా రెండు స్థలములు ప్రక్క ప్రక్కనే వున్నవి. స్థలము వైశాల్యము అతనికి తెలియదు. ఒక స్థలము 30 మీ. భుజము గల చతురస్ర స్థలము మరియొకటి 50 మీ × 20 మీ కొలతలు గల దీర్ఘ చతురస్ర స్థలము. ఇప్పుడు గ్రామవాసి కలిగియుండే స్థలము మొత్తము వైశాల్యమును మీరు చెప్పగలరా? ఒక పాఠశాలలోని గణిత క్లబ్ (club) లో విమల, మాలతి కార్యదర్శకులు. వాళ్ళు గోడలను బొమ్మలతో అలంకరించారు. గది గోడలో 2 మీ. పొడవు, 1.5 మీ వెడల్పు గల దీర్ఘ చతురస్ర బొమ్మను మొదట విమల గీసినది. ఆ పటము 2.7 నకు ప్రక్కనే మాలతి లంబకోణ త్రిభుజమును గీసెను. లంబకోణమును కలిగిన భుజముల పొడవులు క్రమముగా 1.5 మీ, 2 మీ అయిన వాళ్ళు గీసిన బొమ్మల వైశాల్యమును మనము కనుగొనగలమా?



పటము. 2.6

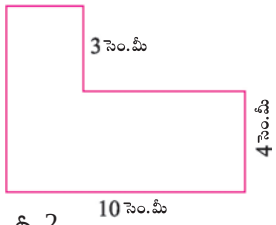


పటము. 2.7

ఇప్పుడు మనము కొన్ని సంయుక్త చిత్రముల వైశాల్యములను కనుగొనెదము.

ఉదాహరణ 2.7

ఇవ్వబడిన పటము వైశాల్యమును కనుగొనుము:



పటము. 2.8

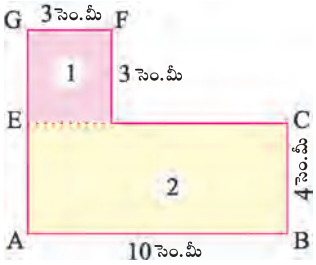
సాధన :

చతురస్ర వైశాల్యము(1) = 3సెం.మీ×3సెం.మీ = 9సెం.మీ^{2}

దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము(2) = 10సెం.మీ×4 సెం.మీ = 40సెం.మీ^{2}

∴పటము మొత్తము వైశాల్యము (పటము 2.9) = (9 + 40) సెం.మీ^{2}

= 49 సెం.మీ^{2}



పటము. 2.9

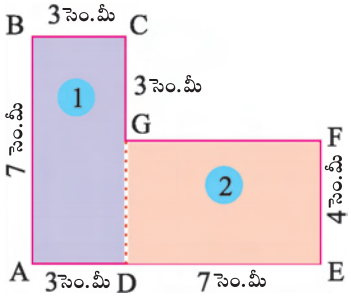
మరియొక పద్ధతి :

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము(1) = 7సెం.మీ×3సెం.మీ = 21 సెం.మీ^{2}

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము(2) = 7సెం.మీ×4సెం.మీ = 28 సెం.మీ^{2}

∴ పటము వైశాల్యము (పటము 2.10) = (21 + 28) సెం.మీ^{2}

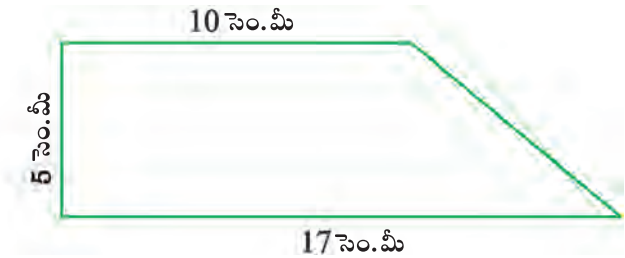
= 49 సెం.మీ^{2}



పటము. 2.10

ఉదాహరణ 2.8

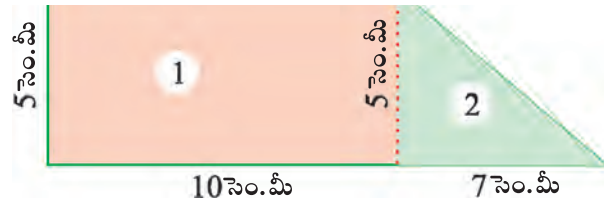
క్రింద ఇవ్వబడిన పటము వైశాల్యమును కనుగొనుము:



పటము. *2.11*

సాధన :

పటములో దీర్ఘ చతురస్రము, లంబకోణ త్రిభుజము అను రెండు భాగములు వున్నవి.



పటము. *2.12*

దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము(1) = 5 సెం.మీ × 10 సెం.మీ

= 50 సెం.మీ^{2}

లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యము(2) = $\frac{1}{2}$ × (7 సెం.మీ × 5 సెం.మీ)

= $\frac{35}{2}$ సెం.మీ^{2}

= 17.5 సెం.మీ^{2}

∴ పటము మొత్తము వైశాల్యము = (50 + 17.5) సెం.మీ^{2}

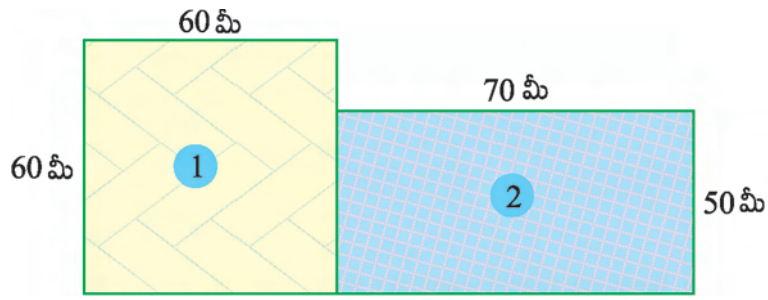
= 67.5 సెం.మీ^{2}

మొత్తము వైశాల్యము = 67.5 సెం.మీ^{2}

ఉదాహరణ 2.9

భుజము 60 మీ. గల చతురస్రాకార స్థలమును అరవింద్ అనునతను కొనెను. ఆ స్థలమునకు ప్రక్కనే 70 మీ. × 50 మీ కొలతలు గల దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలమును ఆనంద్ కొనెను. ఇద్దరు ఒకే వెలకి కొనిన, లాభము పొందినది ఎవరు?

సాధన :



పటము. *2.13*

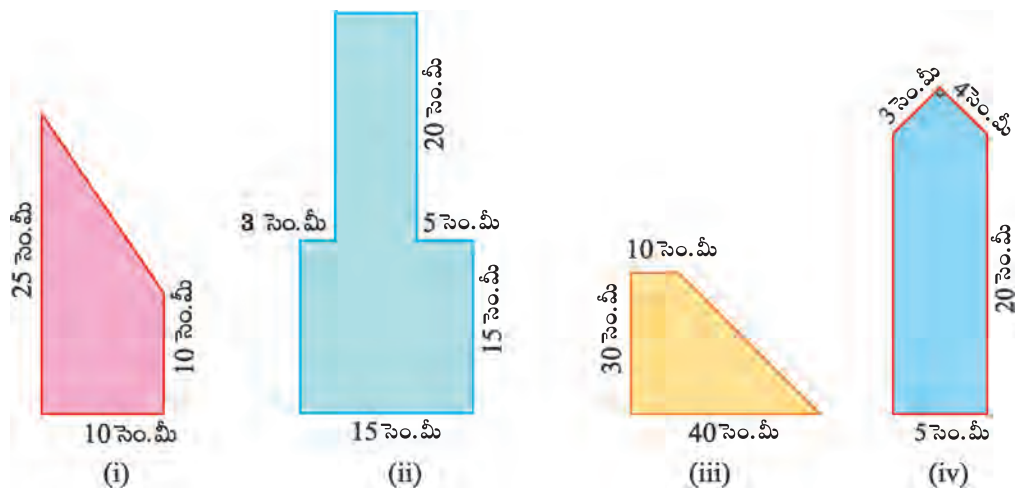
అరవింద్ కొనిన చతురస్రాకార స్థలము వైశాల్యము (1) = 60 మీ × 60 మీ = 3600 మీ^{2}
ఆనంద్ కొనిన దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలము వైశాల్యము(2) = 70 మీ × 50 మీ = 3500 మీ^{2}
చతురస్రాకార స్థలము వైశాల్యము, దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలము వైశాల్యము కంటే అధికముగా వున్నది. కావున, అరవింద్ లాభమును పొందెను.

సమాన వైశాల్యములు గల రెండు చతురస్రాకార కాగితములను తీసుకొనుము. కర్ణము దగ్గర ఒక చతురస్ర కాగితమును కత్తిరించుము. ఎన్ని లంబకోణ త్రిభుజములు వచ్చును? వాటి వైశాల్యములను గురించి నీవు ఏమి చెప్పెదవు? కత్తిరించిన భాగములను మరియొక చతురస్ర కాగితముపైన సరిగా వుంచి గమనించుము. ఏమి తెలుసుకొనబడినది? అందరు కలిసి చర్చించండి.

సమాన పొడవు, వెడల్పు గల రెండు దీర్ఘ చతురస్రాకార కాగితములను తీసుకొనుము. కర్ణము దగ్గర ఒక దీర్ఘ చతురస్ర కాగితమును కత్తిరించుము. ఎన్ని లంబకోణ త్రిభుజములు వచ్చును? వాటి వైశాల్యములను గురించి నీవు ఏమి చెప్పెదవు? కత్తిరించిన భాగములను మరియొక దీర్ఘ చతురస్రము పైన సరిగ్గా వుంచి గమనించుము. దీర్ఘ చతురస్రమునకు, లంబకోణ త్రిభుజమునకు మధ్య వున్న సంబంధము ఏమిటి?

అభ్యాసము 2.1

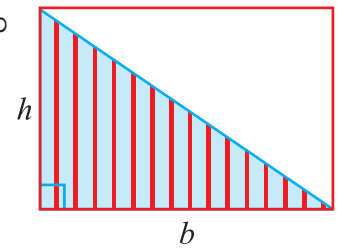
1. క్రింద ఇవ్వబడిన పటముల వైశాల్యములను కనుగొనుము:



2. సిబి 5 మీ పొడవు, 4 మీ వెడల్పు గల గదికి చతురస్ర పెంకులు వేయవలెనని అనుకొనెను. ఒక చదరపు పెంకు వైశాల్యము $\frac{1}{2}$ మీ^{2} అయిన, గది మొత్తమునకు వేయుటకు ఎన్ని పెంకులు కావలసివచ్చును?
3. లంబకోణ త్రిభుజాకార స్థలము, దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలము ప్రక్కప్రక్కనే వున్నవి. లంబకోణ త్రిభుజాకార స్థలములో లంబకోణమును కలిగిన భుజముల కొలతలు 30 మీ, 40 మీ. దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలము పొడవు, వెడల్పులు క్రమముగా 20 మీ, 15 మీ. లంబకోణ త్రిభుజాకార స్థలము వెల, దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలము వెల సమానము అయిన, ఏ స్థలమును కొనుట మంచిది?
4. భుజము 50 మీ గల చతురస్రాకార స్థలమును మణి కొనెను. ఆ స్థలమునకు ప్రక్కనే వున్న 60 మీ పొడవు, 40 మీ వెడల్పు గల దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలమును రవి కొనెను. ఇద్దరు ఒకే వెలకి కొనిన, లాభమును పొందినది ఎవరు? ఎంత వైశాల్యము ఎక్కువ?
5. ఏది ఎక్కువ వైశాల్యమును కలిగియున్నది? లంబకోణమును కలిగిన భుజములు 80 మీ, 60 మీ గల లంబకోణ త్రిభుజమా? లేక 50 మీ భుజము పొడవు గల చతురస్రమా?

2.3 త్రిభుజ వైశాల్యము (Area of Triangle)

లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యము అనునది లంబకోణ త్రిభుజమును కలిగియుండు దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యములో సగమగును.



పటము. 2.14

లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యము

$= \frac{1}{2}$(లంబకోణమును కలిగిన భుజముల లబ్ధము)

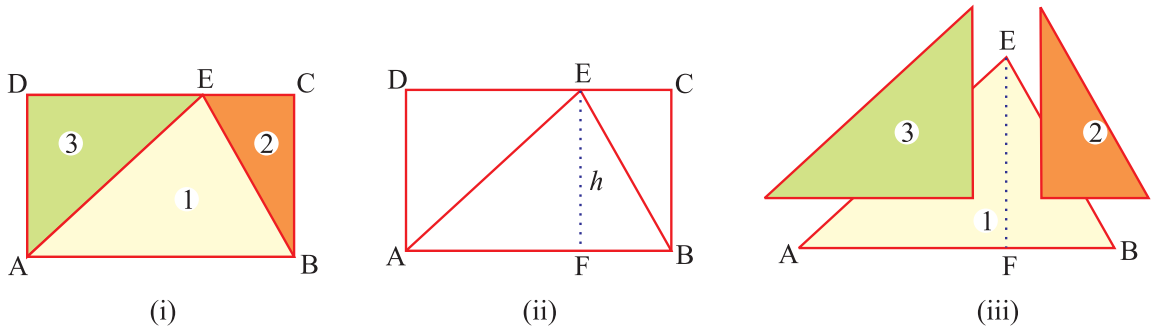
(లేక) $= \frac{1}{2} b\, h$ చ. ప్రమాణములు

ఇందులో b, h అనునవి లంబకోణ త్రిభుజము యొక్క ఆసన్న భుజములగును.

ఈ భాగములో త్రిభుజము యొక్క వైశాల్య సూత్రమును చూచెదము.

త్రిభుజ వైశాల్యమును కనుగొనుట.

దీర్ఘ చతుస్రాకారపు కాగితమును తీసుకొనుము. దాని శీర్షములకు A, B, C మరియు D అని పేరు పెట్టుము. DC మీదుగా E అను బిందువును గుర్తించుము. AE మరియు BE లను కలుపుము. పటము 2.15(i) లో చూపినట్లు దీర్ఘ చతురస్రము ABCD లో వుండునట్లు త్రిభుజము ABE వచ్చును.



పటము. 2.15

DE = AF లుగా వుండునట్లు AB పైన F అను బిందువును గుర్తించుము. EF ను కలుపుము EF = BC అని గమనింపుము. ఇప్పుడు EF ను h అని, AB ను b అని తీసుకొనుము.

AE మరియు BE ల దగ్గర కత్తిరించుము. ఇప్పుడు వచ్చు త్రిభుజములు (2), (3) లను పటము 2.15 (iii) లో చూపినట్లు ABE పైన సరిగ్గా అమర్చుము, ఇప్పుడు

$\therefore$ ΔABE వైశాల్యము = ΔADE వైశాల్యము + ΔBCE వైశాల్యము ..... (1)

దీర్ఘ చతురస్రము ABCD వైశాల్యము = ΔABE వైశాల్యము + (ΔADE వైశాల్యము + ΔBCE వైశాల్యము)

= ΔABE వైశాల్యము + Δ ABE వైశాల్యము

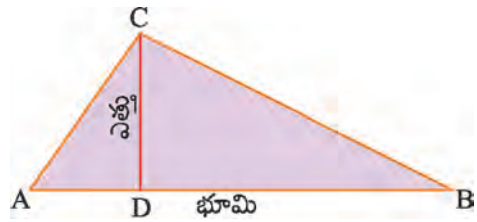
= 2 ΔABE వైశాల్యము ((1)వ మెట్టు)

అనగా 2ΔABE వైశాల్యము = దీర్ఘ చతురస్రము ABCD వైశాల్యము

$\therefore$ త్రిభుజము ABE వైశాల్యము

$= \frac{1}{2}$(దీర్ఘ చతురస్రము ABCD వైశాల్యము)

$= \frac{1}{2}$(పొడవు $\times$ వెడల్పు) $= \frac{1}{2}\ bh$ చ.ప్రమాణములు



$\therefore$ త్రిభుజము వైశాల్యము $= \frac{1}{2}\ bh$ చ.ప్రమాణములు

పటము. 2.16

ఇందులో b, h అనునవి క్రమముగా త్రిభుజ భూభాగము మరియు ఎత్తు.

ఆలోచించుము!

ABC అను గురుకోణ త్రిభుజమును తీసుకొనుము. C నుంచి లంబరేఖను గీసిన అది భూభాగము BA ని D వద్ద ఖండించును.

త్రిభుజ వైశాల్యము ఎంత?

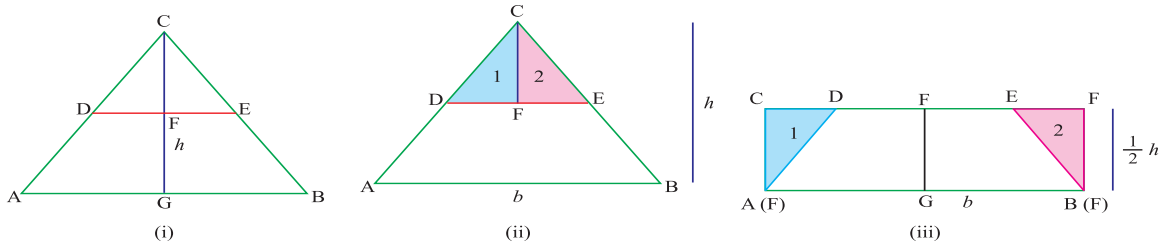
పటము. 2.17

ప్రయత్నించుము

పేపరు మడిచే పద్ధతి

త్రిభుజాకారపు కాగితములను తీసుకొనుము. దాని శీర్షములకు A, B మరియు C అని పేరు పెట్టుము. భూభాగము AB ని b అని, ఎత్తును h అని తీసుకొనుము.

AC మరియు BC ల మధ్య బిందువులను కనుగొనుము. వాటిని క్రమముగా D మరియు E అని చెప్పుము. C నుంచి AB కి లంబరేఖను గీయుము. అది DE ను F దగ్గర, AB ను G దగ్గర ఖండించును. ఇప్పుడు CF = FG అని గమనించుము. (పటము. 2.18)



పటము. 2.18

DE ను కత్తిరించిన, వచ్చు త్రిభుజము DEC ను CF వద్ద కత్తిరించిన రెండు లంబకోణ త్రిభుజములు వచ్చును. వాటిని పటము 2.18 (iii)లో చూపినట్లు చతుర్భుజముABED నకు రెండు వైపుల వుంచుము.

(i) వ పటము వైశాల్యము = (iii) వ పటము వైశాల్యము

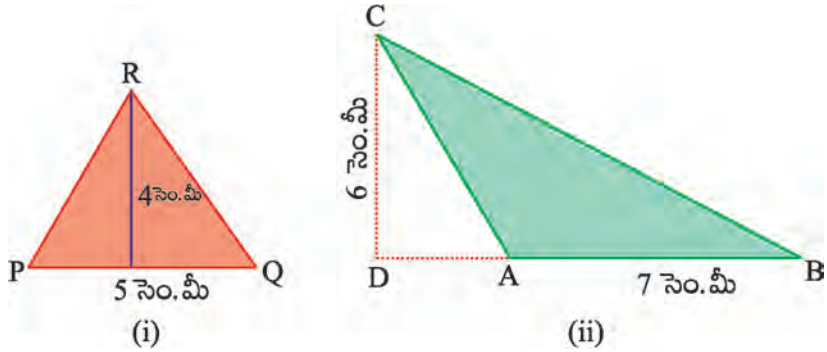
అనగా త్రిభుజ వైశాల్యము = తయారుచేసిన దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము

$= b \times (\frac{1}{2}h)$ చ.ప్రమాణములు [CF + FG = h]

$= \frac{1}{2} b\,h$ చ.ప్రమాణములు.

ఉదాహరణ 2.10

క్రింద ఇవ్వబడిన పటముల వైశాల్యములను కనుగొనుము.:



పటము. *2.19*

సాధన :

(i) భూభాగము = 5 సెం.మీ, ఎత్తు = 4 సెం.మీ. అని ఇవ్వబడినవి.

త్రిభుజము PQR వైశాల్యము $= \frac{1}{2} b\,h$

$= \frac{1}{2} \times 5$ సెం.మీ $\times$ 4 సెం.మీ

$=$ 10 చ.సెం.మీ. (లేక) సెం.మీ^{2}

(ii) భూభాగము = 7 సెం.మీ, ఎత్తు = 6 సెం.మీ. అని ఇవ్వబడినవి.

త్రిభుజము ABC వైశాల్యము $= \frac{1}{2} b\,h$

$= \frac{1}{2} \times 7$ సెం.మీ $\times$ 6 సెం.మీ

$=$ 21 చ.సెం.మీ. (లేక) సెం.మీ^{2}

ఉదాహరణ 2.11

ఒక త్రిభుజాకార తోట వైశాల్యము 800 చ.మీ. తోట ఎత్తు 40 మీ. తోట భూభాగము పొడవును కనుగొనుము.

సాధన :

త్రిభుజాకార తోట వైశాల్యము = 800 చ.మీ. (ఇవ్వబడినది)

$$\frac{1}{2} b\,h = 800$$

$$\frac{1}{2} \times b \times 40 = 800 \quad (h = 40)$$

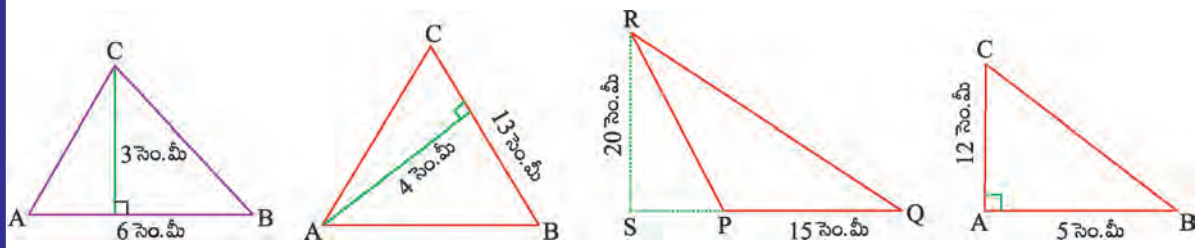
$$20\,b = 800$$

$$b = 40 \text{ మీ.}$$

$\therefore$ భూ భాగము పొడవు 40 మీ.

అభ్యాసము 2.2

1. క్రింది త్రిభుజముల వైశాల్యములను కనుగొనుము:

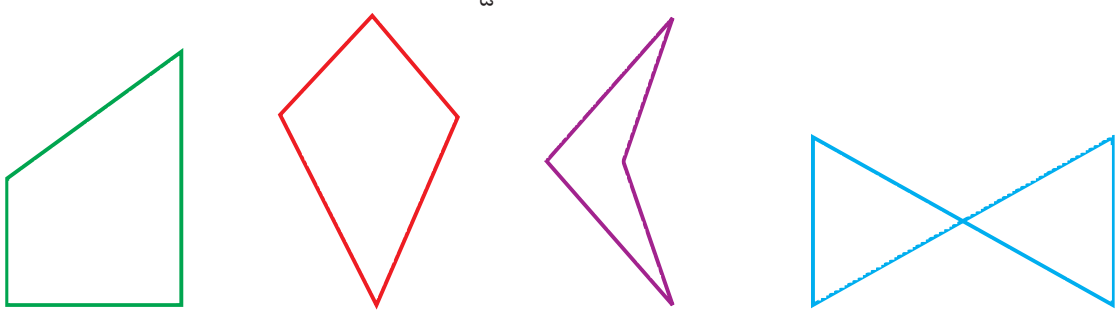


(i) (ii) (iii) (iv)

2. క్రింది కొలతలకు త్రిభుజ వైశాల్యమును కనుగొనుము.
   (i) భూభాగము = 6 సెం.మీ., ఎత్తు = 8 సెం.మీ.
   (ii) భూభాగము = 3 మీ., ఎత్తు = 2 మీ.
   (iii) భూభాగము = 4.2 మీ., ఎత్తు = 5 మీ.
3. క్రింద ఇవ్వబడిన త్రిభుజ వైశాల్యము మరియు ఎత్తులతో త్రిభుజము యొక్క భూభాగమును కనుగొనుము:
   (i) వైశాల్యము = 40 మీ^{2}, ఎత్తు = 8 మీ
   (ii) వైశాల్యము = 210 సెం.మీ^{2}, ఎత్తు = 21 సెం.మీ
   (iii) వైశాల్యము = 82.5 మీ^{2}, ఎత్తు = 10 మీ
4. క్రింద ఇవ్వబడిన త్రిభుజ వైశాల్యము మరియు భూభాగములతో త్రిభుజము యొక్క ఎత్తును కనుగొనుము:
   (i) వైశాల్యము = 180 మీ^{2}, భూభాగము = 20 మీ
   (ii) వైశాల్యము = 62.5 మీ^{2}, భూభాగము = 25 మీ
   (iii) వైశాల్యము = 20 సెం.మీ^{2}, భూభాగము = 5 సెం.మీ
5. ఒక తోట త్రిభుజాకారముగా వున్నది. దాని భూమి 26 మీ, ఎత్తు 28 మీ. తోటను చదును చేయుటకు చదరపు మీటరుకు ₹5 ఖర్చు అయిన, ఖర్చు మొత్తమును కనుగొనుము.

2.4 చతుర్భుజ వైశాల్యము (Area of the Quadrilateral)

నాలుగు రేఖా ఖండములచే అన్ని వైపులా మూయబడిన పటము చతుర్భుజము అగును. దీనిలో ఏ రెండు రేఖాఖండములు ఒకదానినొకటి అడ్డముగా ఖండించవు.



(i) (ii) (iii) (iv)

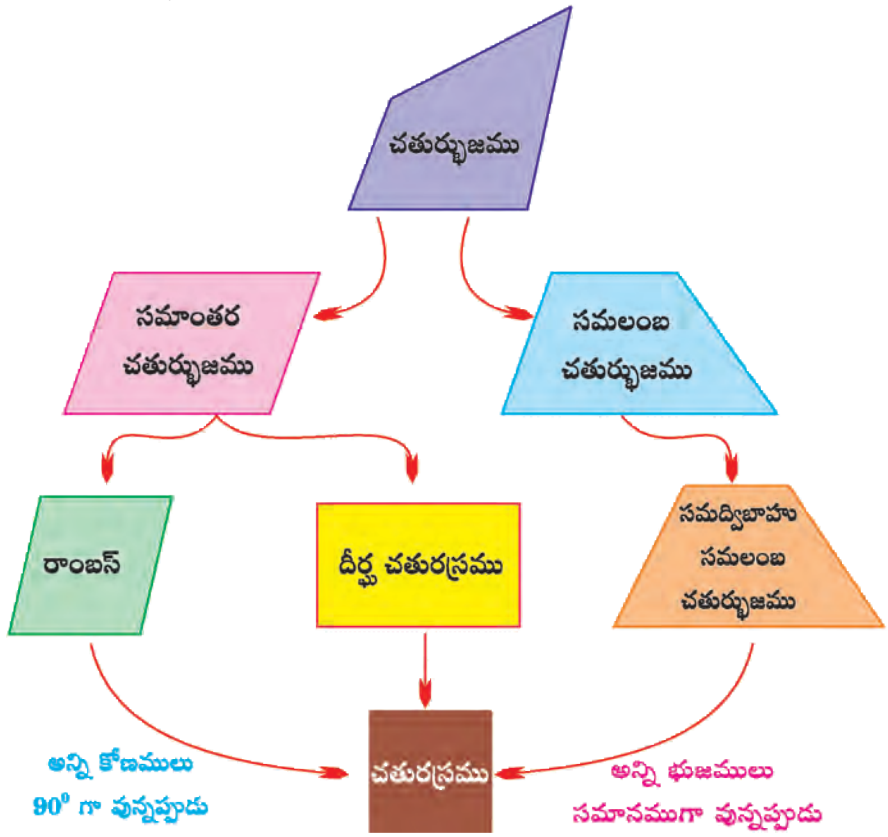
పటము. *2.20*

పై పటములలో

పటము (i), (ii), (iii) అనునవి చతుర్భుజములు. పటము (iv) చతుర్భుజము కాదు.

చతుర్భుజము యొక్క రకములు

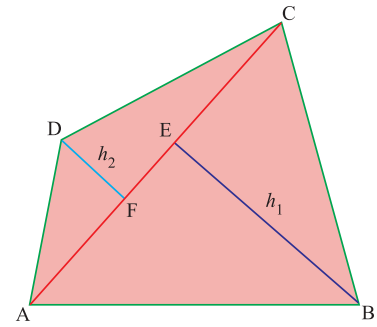
క్రింది పటము చతుర్భుజము యొక్క అనేక రకములను చూపించుచున్నది.



పటము. *2.21*

చతుర్భుజ వైశాల్యము (Area of the quadrilateral)

ABCD అను చతుర్భుజములో కర్ణము AC ను గీయుము. ఇది చతుర్భుజమును ABC మరియు ADC అను రెండు త్రిభుజములుగా విభజించును. భూభాగము AC కు BE మరియు DF అను ఎత్తులను గీయుము.



పటము. *2.22*

చతుర్భుజము ABCD వైశాల్యము

$= \triangle ABC$ వైశాల్యము $+ \triangle ADC$ వైశాల్యము

$= [\frac{1}{2} \times AC \times h_1] + [\frac{1}{2} \times AC \times h_2]$

$= \frac{1}{2} \times AC \times (h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ చ.ప్రమాణములు.

ఇందులో d అనునది కర్ణము AC యొక్క పొడవును, h_1 మరియు h_2 అనునవి ఎదుటి భుజముల నుంచి కర్ణమునకు గీయబడిన ఎత్తులను సూచించును.

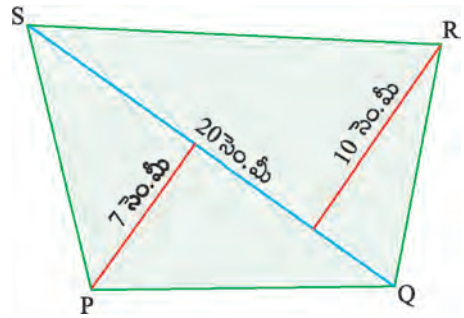
$\therefore$ చతుర్భుజ వైశాల్యము $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ చ.ప్రమాణములు.

ఉదాహరణ 2.12

పటములో చూపించిన చతుర్భుజము PQRS వైశాల్యమును కనుగొనుము.

సాధన :

d = 20 సెం.మీ, h_1 = 7 సెం.మీ., h_2 = 10 సెం.మీ. అని ఇవ్వబడినది.



పటము. 2.23

చతుర్భుజము PQRS వైశాల్యము

$= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ చ.ప్రమాణములు.

$= \frac{1}{2} \times 20 \times (7 + 10)$

$= 10 \times 17$

$= 170$ సెం.మీ^{2}

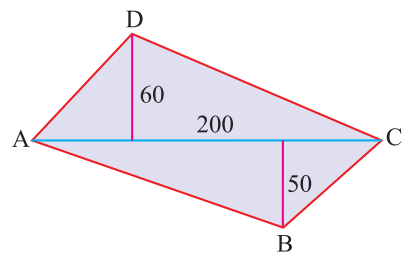
$\therefore$ చతుర్భుజము PQRS వైశాల్యము = 170 సెం.మీ^{2}.

ఉదాహరణ 2.13

ఒక ఇంటి స్థలము చతుర్భుజ ఆకారములో వున్నది. దాని ఒక కర్ణము పొడవు 200 మీ. చతుర్భుజము యొక్క రెండు ఎదుటెదుటి శీర్షములు కర్ణము నుండి 60 మీ, 50 మీ దూరములో వుండిన చతుర్భుజ వైశాల్యమును కనుగొనుము.

సాధన :

d = 200 మీ, h_1 = 50 మీ, h_2 = 60 మీ అని ఇవ్వబడినది.



పటము. 2.24

చతుర్భుజము ABCD వైశాల్యము

$= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ చ.ప్రమాణములు.

$= \frac{1}{2} \times 200 \times (50 + 60)$

$= 100 \times 110$

$\therefore$ చతుర్భుజ వైశాల్యము = 11000 మీ^{2}

ఉదాహరణ 2.14

ఒక చతుర్భుజ వైశాల్యము 525 చ.మీ. దాని రెండు శీర్షముల నుండి కర్ణమునకు గీయబడిన లంబపుటెత్తుల పొడవులు 15 మీ, 20 మీ, అయిన కర్ణము పొడవును కనుగొనుము.

సాధన :

వైశాల్యము = 525 చ.మీ., h_1 = 15 మీ, h_2 = 20 మీ అని ఇవ్వబడినది.

ఇప్పుడు,

చతుర్భుజ వైశాల్యము = 525 చ.మీ.

$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) = 525$

$$\frac{1}{2} \times d \times (15 + 20) = 525$$

$$\frac{1}{2} \times d \times 35 = 525$$

$$d = \frac{525 \times 2}{35} = \frac{1050}{35} = 30 \text{ మీ}$$

$\therefore$ కర్ణము పొడవు = 30 మీ.

ఉదాహరణ 2.15

400 సెం.మీ^{2} వైశాల్యము గల చతుర్భుజము PQRS లో కర్ణము పొడవు PR = 25 సెం.మీ. Q నుండి PR కు గీయబడిన లంబరేఖ పొడవు 15 సెం.మీ. S నుండి PR కు గీయబడు లంబరేఖ పొడవు ఎంత?

సాధన :

$d = 25$ సెం.మీ, $h_1 = 15$ సెం.మీ, వైశాల్యము = 400 సెం.మీ^{2} అని ఇవ్వబడినది

చతుర్భుజము PQRS వైశాల్యము = 400 సెం.మీ^{2}

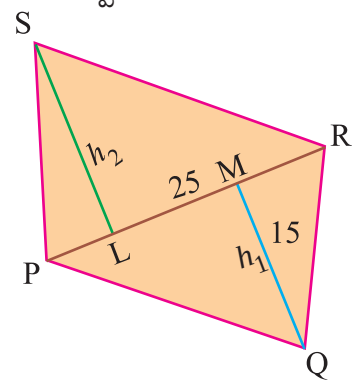
$\frac{1}{2} \times d \times (SL + QM) = 400$ ఇందులో $SL = h_1$, $QM = h_2$

$$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) = 400$$

$$\frac{1}{2} \times 25 \times (15 + h_2) = 400$$

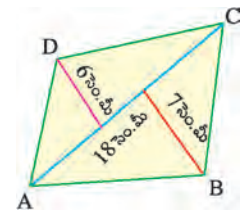
$$15 + h_2 = \frac{400 \times 2}{25} = 16 \times 2 = 32$$

$$h_2 = 32 - 15 = 17$$



పటము. 2.25

$\therefore$ S నుండి PR కు గీయబడు లంబరేఖ పొడవు 17 సెం.మీ.



అభ్యాసము 2.3

1. పటము నుండి,
   చతుర్భుజము ABCD వైశాల్యమును కనుగొనుము.

2. ఇవ్వబడిన కర్ణము మరియు ఎత్తులతో చతుర్భుజ వైశాల్యమును కనుగొనుము:
   (i) $d = 15$ సెం.మీ., $h_1 = 5$ సెం.మీ., $h_2 = 4$ సెం.మీ.
   (ii) $d = 10$ సెం.మీ., $h_1 = 8.4$ సెం.మీ., $h_2 = 6.2$ సెం.మీ.
   (iii) $d = 7.2$ సెం.మీ., $h_1 = 6$ సెం.మీ., $h_2 = 8$ సెం.మీ.

3. ఒక చతుర్భుజము యొక్క కర్ణము 25 సెం.మీ. ఎదుటి శీర్షముల నుండి కర్ణమునకు గీయబడిన లంబముల పొడవులు 5 సెం.మీ, 7 సెం.మీ. అయిన చతుర్భుజ వైశాల్యమును కనుగొనుము.

4. ఒక చతుర్భుజ వైశాల్యము 54 సెం.మీ^{2}. దాని రెండు శీర్షముల నుండి కర్ణమునకు గీయబడిన లంబరేఖ పొడవులు 4 సెం.మీ, 5 సెం.మీ. అయిన కర్ణము పొడవు ఎంత?

5. ఒక ఇంటి స్థలము చతుర్భుజ ఆకారములో వున్నది. దాని ఒక కర్ణము పొడవు 250 మీ. చతుర్భుజము యొక్క రెండు ఎదుటెదుటి శీర్షములు కర్ణము నుండి 70 మీ, 80 మీ దూరములో వున్నవి. ఇంటి స్థలము వైశాల్యము ఎంత?

2.5 సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము (Area of a Parallelogram)

చతురస్రము, దీర్ఘ చతురస్రము, త్రిభుజము వంటి సమతల పటములనే గాక మరికొన్ని సమతల పటములను కూడ మన నిత్య జీవితములో చూసివున్నాము. మిగిలిన సమతల పటములను గురించి మీకు తెలియునా?

సమాంతర చతుర్భుజము అనునది సమతల పటములలో ఒకటి అగును.

ఈ భాగములో సమాంతర చతుర్భుజము గురించి మరియు క్రింది వాటిని గురించి చర్చించెదము.

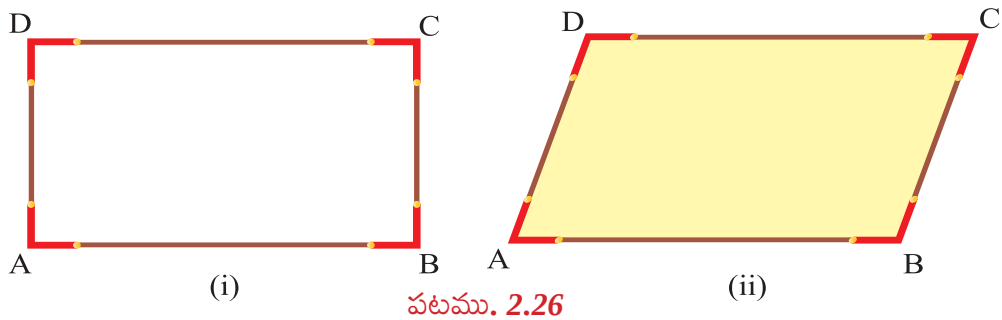
సమాంతర చతుర్భుజ ఆకారములో వున్న స్థలము వైశాల్యమును ఏవిధముగా కనుగొనవలెను?

సమాంతర చతుర్భుజమును దీర్ఘ చతురస్రముగా మార్చుటకు వీలగునా?

సమాంతర చతుర్భుజమును దాని వైశాల్యమునకు సమానమైన రెండు త్రిభుజములుగా మార్చుటకు వీలగునా?

సమాంతర చతుర్భుజ నిర్వచనము (Definition of Parallelogram)

నాలుగు చీపురు పుల్లలను తీసుకొనుము. వాటిని సైకిల్ వాల్వ్ ట్యూబ్‌ని ఉపయోగించి దీర్ఘ చతురస్రము వచ్చునట్లు కలుపుము. (పటము 2.26 (i) ని చూడుము)



పటము. 2.26

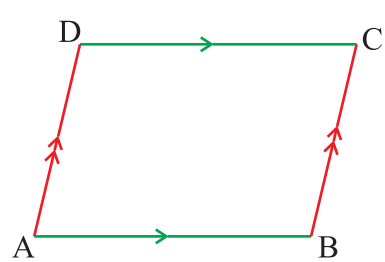
భూమి AB ని గట్టిగా పట్టుకొని D మూలని కుడి ప్రక్కకి కొద్దిగా జరిపిన, పటము 2.26 (ii) లో చూపినట్లు ఆకారము వచ్చును.

ఇప్పుడు క్రింది వానికి జవాబులిమ్ము.

ఈ ఆకారములో సమాంతర భుజములున్నవా? ఒకదానికొకటి సమాంతరమైన భుజములు ఏవి?

ఇందులో AB, DC లు సమాంతరమైనవి. మరియు AD, BC లు సమాంతరమైనవి. సమాంతరమును గుర్తించుటకు '||' అను గుర్తును ఉపయోగించుచున్నాము. అనగా AB || DC మరియు AD || BC. (వీటిని AB కి సమాంతరము DC, AD కి సమాంతరము BC అని చదవవలెను).

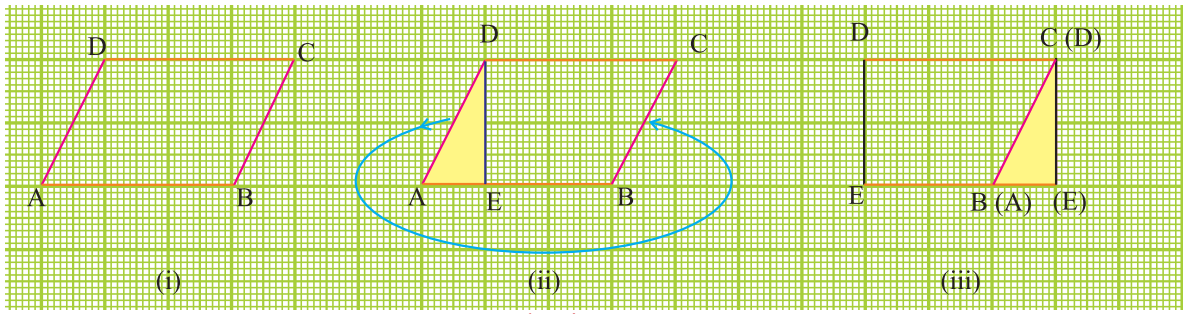
కావున, ఒక చతుర్భుజములో రెండు జతల ఎదుటెదుటి భుజములు సమాంతరముగా వుండిన ఆ చతుర్భుజమును సమాంతర చతుర్భుజమని చెప్పవచ్చును (పటము. 2.27).



పటము. 2.27

సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము (Area of the parallelogram)

గ్రాపు కాగితములో పటము 2.28(i) లో చూపినట్లు సమాంతర చతుర్భుజమును గీయుము.



పటము. *2.28*

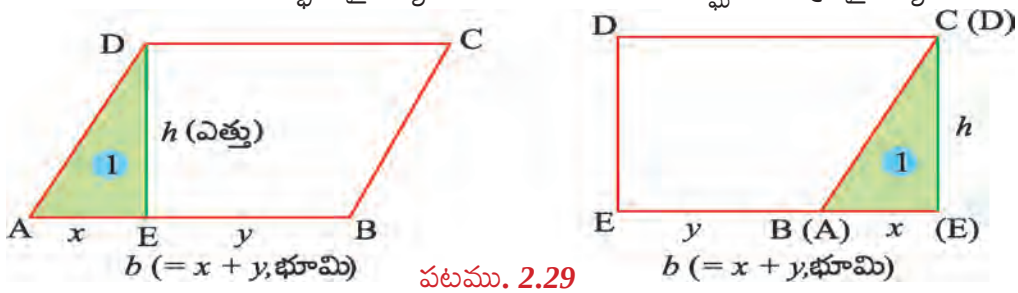
శీర్షము D నుంచి భూభాగము AB కి ఒక లంబ రేఖను గీయుము. అది AB ని E వద్ద ఖండించును.

ఇప్పుడు, త్రిభుజము AED ను విడిగా కత్తిరించి, దీనిని సమాంతర చతుర్భుజము మరియొక ప్రక్క (పటము 2.28(iii) లో చూపినట్లు AD ని BC తో కలుపుము.

ఏ ఆకారము వచ్చినది? దీర్ఘ చతురస్రమా?

సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము ఇప్పుడు రూపొందించిన దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము సమానమా?

అవును, సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము = రూపొందించిన దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము



పటము. *2.29*

రూపొందించిన దీర్ఘ చతురస్ర పొడవు సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క భూభాగమునకు, దీర్ఘ చతురస్ర వెడల్పు సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క ఎత్తుకు సమానము అని మనము తెలుసుకొనవచ్చును.

∴ సమాంతర చతుర్భుజము వైశాల్యము = దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము

= (పొడవు × వెడల్పు) చ.ప్రమాణములు

= (భూమి × ఎత్తు) చ.ప్రమాణములు

సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము = bh చ.ప్రమాణములు

ఇందులో b అనునది సమాంతర చతుర్భుజ భూభాగము, h అనునది ఎత్తు.

∴ సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము అనునది భూభాగము (b) మరియు ఎత్తు (h) ల లబ్ధము అగును.

గమనిక: సమాంతర చతుర్భుజములో ఏ భుజమునైనను భూభాగముగా తీసుకొనవచ్చును. ఎదుటి శీర్షము నుండి ఆ భుజమునకు గీయబడు లంబరేఖ సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క ఎత్తు అగును.

మీకు తెలుసా?

సమాంతర చతుర్భుములో

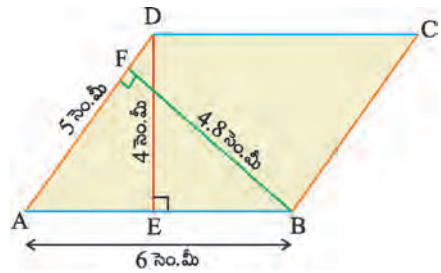
- ఎదుటెదుటి భుజములు సమాంతరములు.
- ఎదుటెదుటి కోణములు సమానము
- ఎదుటెదుటి భుజములు సమానము.
- కర్ణములు సమానము కావు.
- కర్ణములు ఒకదానినొకటి సమద్విఖండన చేయును.

ఉదాహరణ 2.16

పటములో ఇవ్వబడిన కొలతలకు,

(i) AB ను భూభాగముగా తీసుకొని సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యమును కనుగొనుము.

(ii) AD ను భూభాగముగా తీసుకొని సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యమును కనుగొనుము.



పటము. 2.30

సాధన :

సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము = భూభాగము × ఎత్తు

(i) AB ను భూమిగా తీసుకొన్న, సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము = భూమి AB × ఎత్తు DE

= 6 సెం.మీ × 4 సెం.మీ

= 24 సెం.మీ^{2}

(ii) AD ను భూమిగా తీసుకొన్న, సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము = భూమి AD × ఎత్తు FB

= 5 సెం.మీ × 4.8 సెం.మీ

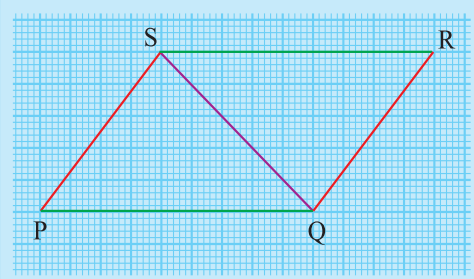
= 24 సెం.మీ^{2}

గమనిక: ఇక్కడ, AB భూమిగా గల సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము, AD ను భూమిగా గల సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము సమానము అగును.

∴ కావున, సమాంతర చతుర్భుజములో ఏదైన ఒక భుజమును భూమిగా తీసుకొని, దానిపై గీయబడిన ఎత్తుతో వైశాల్యమును కనుగొనవచ్చును.

ప్రయత్నించుము

పటము 2.31ను ఉపయోగించి సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యమునకు, త్రిభుజ వైశాల్యమునకు మధ్య గల సంబంధమును కనుగొనుము.



పటము. 2.31

ఉదాహరణ 2.17

భూభుజము 9 సెం.మీ., ఎత్తు 5 సెం.మీ. గల సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యమును కనుగొనుము.

సాధన :

b = 9 సెం.మీ, h = 5 సెం.మీ అని ఇవ్వబడినది.

సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము = $b \times h$

= 9 సెం.మీ × 5 సెం.మీ

∴ సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము = 45 సెం.మీ^{2}

ఉదాహరణ 2.18

ఒక సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము 480 సెం.మీ^{2}, భూభాగము 24 సెం.మీ. అయిన, సమాంతర చతుర్భుజము ఎత్తు ఎంత?

సాధన :

వైశాల్యము = 480 సెం.మీ^{2}, భూభాగము b = 24 సెం.మీ అని ఇవ్వబడినది.

సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము = 480

$$b \times h = 480$$

$$24 \times h = 480$$

$$h = \frac{480}{24} = 20 \text{ సెం.మీ}$$

∴సమాంతర చతుర్భుజము ఎత్తు = 20 సెం.మీ.

ఉదాహరణ 2.19

ఒక సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము 56 సెం.మీ^{2}. దాని ఎత్తు 7 సెం.మీ. అయిన సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క భూభాగమును కనుగొనుము.

సాధన :

వైశాల్యము = 56 సెం.మీ^{2}, ఎత్తు h = 7 సెం.మీ

సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము = 56

$$b \times h = 56$$

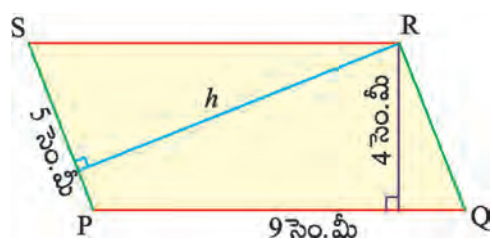
$$b \times 7 = 56$$

$$b = \frac{56}{7} = 8 \text{ సెం.మీ.}$$

∴ సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క భూభాగము = 8 సెం.మీ.

ఉదాహరణ 2.20

PQRS అను సమాంతర చతుర్భుజములో, రెండు ప్రక్క ప్రక్క భుజముల పొడవులు 9 సెం.మీ. మరియు 5 సెం.మీ. భూభాగము PQ గా వుండిన దానిపై గీయబడిన ఎత్తు 4 సెం.మీ. (పటమును చూడుము)



పటము. 2.32

(i) సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము ఎంత?

(ii) భూభాగము PS గా వుండిన దానిపై గీయబడిన ఎత్తును కనుగొనుము?

సాధన :

(i) సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము = $b \times h$

= 9 సెం.మీ × 4 సెం.మీ

= 36 సెం.మీ^{2}

(ii) భూభాగము PS (b) = 5 సెం.మీ, అయిన

వైశాల్యము = 36

$b \times h = 36$

$5 \times h = 36$

$h = \frac{36}{5} = 7.2$ సెం.మీ.

∴ భూభాగము PS గావుండిన దాని ఎత్తు 7.2 సెం.మీ

ఆలోచించుము మరియు చర్చించుము.

- సమాన చుట్టుకొలతలతో వివిధ సమాంతర చతుర్భుజములను గీయుము.
- ఆ సమాంతర చతుర్భుజములన్ని ఒకే వైశాల్యమును కలిగియుండునా?

అభ్యాసము 2.4

1. సరియైన జవాబును ఎన్నుకొనుము.

i) వైశాల్యము 300 సెం.మీ^{2}, భూమి 15 సెం.మీ. గల సమాంతర చతుర్భుజ ఎత్తు

(అ) 10 సెం.మీ. (ఆ) 15 సెం.మీ. (ఇ) 20 సెం.మీ. (ఈ) 30 సెం.మీ

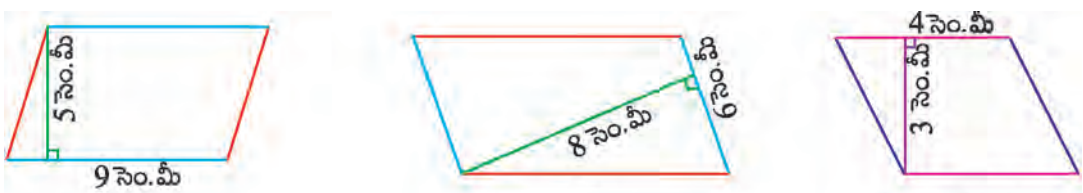
ii) వైశాల్యము 800 సెం.మీ^{2},ఎత్తు 20 సెం.మీ. గల సమాంతర చతుర్భుజ భూమి

(అ) 20 సెం.మీ. (ఆ) 30 సెం.మీ. (ఇ) 40 సెం.మీ. (ఈ) 50 సెం.మీ

iii) భూమి 20 సెం.మీ. ఎత్తు 30 సెం.మీ. గల సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము

(అ) 300 సెం.మీ^{2}. (ఆ) 400 సెం.మీ^{2}. (ఇ) 500 సెం.మీ^{2}. (ఈ) 600 సెం.మీ^{2}

2. క్రింది సమాంతర చతుర్భుజముల వైశాల్యములను కనుగొనుము:



(i) (ii) (iii)

3. సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క భూమి, ఎత్తులు ఇవ్వబడినవి. వాటి వైశాల్యములను కనుగొనుము:

(i) b = 14 సెం.మీ, h = 18 సెం.మీ

(ii) b = 15 సెం.మీ, h = 12 సెం.మీ

(iii) b = 23 సెం.మీ, h = 10.5 సెం.మీ

(iv) b = 8.3 సెం.మీ, h = 7 సెం.మీ

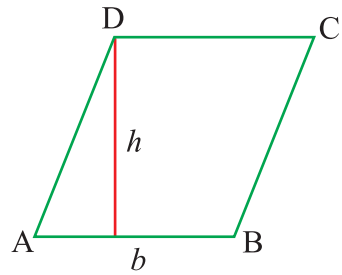
4. ఒక సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క భూభాగము, దానిపై గీయబడిన ఎత్తు క్రమముగా 14 సెం.మీ., 8సెం.మీ. అయిన సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యమును కనుగొనుము.

5. ఒక ఆటస్థలము సమాంతర చతుర్భుజ ఆకారములో వున్నది. దాని భూభాగము 324 మీ. మరియు ఎత్తు 75 మీ. అయిన ఆటస్థలము వైశాల్యమును కనుగొనుము.

6. వైశాల్యము 324 చ.సెం.మీ., భూభాగము 27 సెం.మీ. గల సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క లంబపుటెత్తును కనుగొనుము..

2.6 రాంబస్ (Rhombus)

అన్ని భుజములు సమానముగా వున్న ఒక సమాంతర చతుర్భుజమును రాంబస్ అందురు.



పటము. 2.33

రాంబస్ భూభాగము b ప్రమాణము అని, దాని లంబపుటెత్తు h ప్రమాణము అని అనుకొనుము.

రాంబస్ ఒక సమాంతర చతుర్భుజమే అయినందువలన సమాంతర చతుర్భుజమునకు ఉపయోగించిన సూత్రమునే ఇక్కడ ఉపయోగించవచ్చును.

$\therefore$ రాంబస్ వైశాల్యము $= b \times h$ చ.ప్రమాణములు

మీకు తెలుసా?

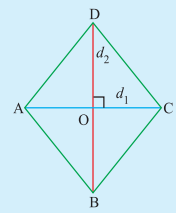
రాంబసులో,

(i) అన్ని భుజములు సమానము

(ii) ఎదుటెదుటి భుజములు సమాంతరమగును.

(iii) రాంబస్ కర్ణము ఆ రాంబస్‌ను రెండు త్రిభుజములుగా విభజించును.

(iv) రాంబస్ కర్ణములు ఒక దానికొకటి లంబసమద్విఖండనము చేసుకొనును.



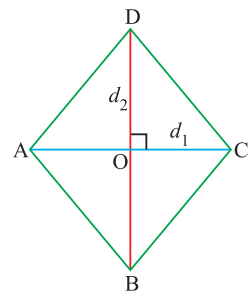
రాంబస్ వైశాల్యమును దాని కర్ణముల ద్వారా కనుగొనుట. (Area of the rhombus in terms of its diagonals)

రాంబస్ ABCD లో, AB || DC మరియు BC || AD

పైగా, AB = BC = CD = DA

కర్ణములు d_1 (AC) మరియు d_2 (BD) గా అనుకొనుము.

రాంబస్ యొక్క కర్ణములు ఒక దానికొకటి లంబ సమద్విఖండనము చేసుకొనుటవలన AC $\perp$ BD మరియు BD $\perp$ AC



పటము. 2.34

రాంబస్ ABCD వైశాల్యము

$$= \Delta\ ABC \text{ వైశాల్యము } + \Delta ADC \text{ వైశాల్యము}$$

$$= \left[\frac{1}{2} \times AC \times OB\right] + \left[\frac{1}{2} \times AC \times OD\right]$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times (OB + OD)$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$$

$$= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \text{ చ.ప్రమాణములు}$$

$\therefore$ రాంబస్ వైశాల్యము $= \frac{1}{2}[d_1 \times d_2]$ చ.ప్రమాణములు

$= \frac{1}{2} \times$ (కర్ణముల లబ్ధము) చ.ప్రమాణములు

ఆలోచించుము మరియు చర్చించుము.

చతురస్రము ఒక రాంబస్ అగును. కాని రాంబస్ ఒక చతురస్రము కాదు

ఉదాహరణ 2.21

భుజము 15 సెం.మీ. లంబపుటెత్తు 10 సెం.మీ. గల రాంబస్ వైశాల్యమును కనుగొనుము.

సాధన :

భూభాగము = 15 సెం.మీ, ఎత్తు = 10 సెం.మీ అని ఇవ్వబడినది.

రాంబస్ వైశాల్యము = భూభాగము × ఎత్తు

= 15 సెం.మీ × 10 సెం.మీ

∴ రాంబస్ వైశాల్యము = 150 సెం.మీ^{2}

ఉదాహరణ 2.22

ఒక పూలతోట రాంబస్ ఆకారములో వున్నది. దాని కర్ణములు 18 మీ, 25 మీ. పూల తోట వైశాల్యమును కనుగొనుము.

సాధన :

d_1 = 18 మీ, d_2 = 25 మీ అని ఇవ్వబడినది.

రాంబస్ వైశాల్యము $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 18 \times 25$

∴ పూల తోట వైశాల్యము = 225 మీ^{2}

ఉదాహరణ 2.23

రాంబస్ యొక్క వైశాల్యము 150 చ.సెం.మీ. దాని ఒక కర్ణము 20 సెం.మీ. ఇంకొక కర్ణము పొడవును కనుగొనుము

సాధన :

వైశాల్యము = 150 చ.సెం.మీ, ఒక కర్ణము d_1 = 20 సెం.మీ అని ఇవ్వబడినది.

రాంబస్ వైశాల్యము = 150

$\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = 150$

$\frac{1}{2} \times 20 \times d_2 = 150$

$10 \times d_2 = 150$

$d_2 = 15$ సెం.మీ

∴ ఇంకొక కర్ణము పొడవు = 15 సెం.మీ

ఉదాహరణ 2.24

ఒక పొలము రాంబస్ ఆకారములో వున్నది. పొలము యొక్క కర్ణముల పొడవులు 50 మీ, 60 మీ. అ పొలమును చదును చేయుటకు చదరపు మీటరుకు ₹2 అయిన ఖర్చు మొత్తమును కనుగొనుము.

సాధన :

d_1 = 50 మీ, d_2 = 60 మీ అని ఇవ్వబడినది.

పొలము వైశాల్యము $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 50 \times 60$ చ.మీ.

$= 1500$ చ.మీ.

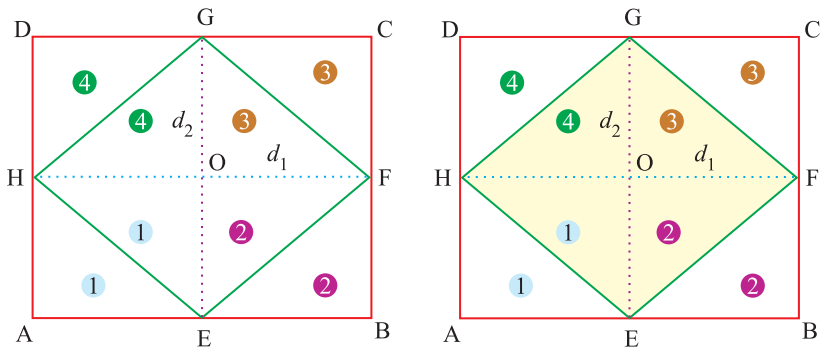
1 చ.మీ. చదును చేయుటకు అగు ఖర్చు = ₹2

∴ 1500 చ.మీ. చదును చేయుటకు అగు ఖర్చు = ₹2 × 1500

= ₹3000

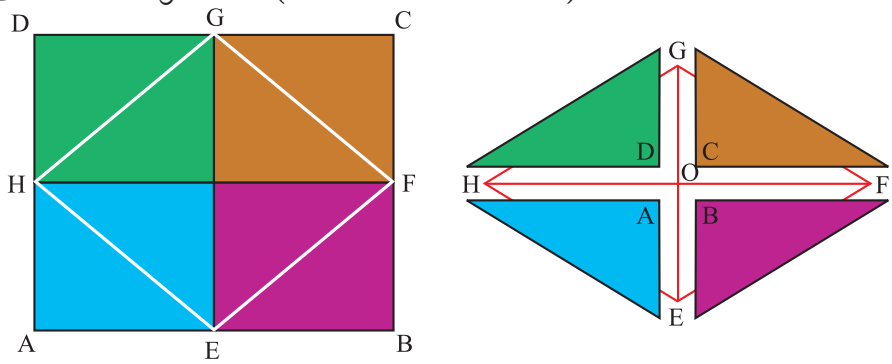
ప్రయత్నించుము

ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార కాగితమును తీసుకొనుము. భుజముల మధ్య బిందువులను కనుగొని పటము 2.35లో చూపినట్లు కలుపుము.



పటము. *2.35*

ఛాయ వేయబడిన భాగము EFGH ఒక రాంబసు అగును. మిగిలిన ఛాయ వేయబడని త్రిభుజములను కత్తిరించి రాంబస్ వచ్చునట్లు ఒకటిగా కలుపుము. ఇప్పుడు రూపొందించిన రాంబసు, రాంబస్ EFGH ఒకేలాగ వుండును. (పటము 2.36 చూడుము)



పటము. *2.36*

∴ దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము = రెండు రాంబస్‌ల వైశాల్యము

రాంబస్ వైశాల్యము $= \frac{1}{2}$ [దీర్ఘ చతురస్రము వైశాల్యము]

$= \frac{1}{2}[AB \times BC]$

$= \frac{1}{2}[HF \times EG]$ [పటము 2.35ను చూడుము]

రాంబస్ వైశాల్యము $= \frac{1}{2}(d_1 \times d_2)$ చ.ప్రమాణములు.

అభ్యాసము 2.5

1. సరియైన జవాబును ఎన్నుకొనుము.

i) రాంబస్ వైశాల్యము

(అ) $d_1 \times d_2$ (ఆ) $\frac{3}{4}(d_1 \times d_2)$ (ఇ) $\frac{1}{2}(d_1 \times d_2)$ (ఈ) $\frac{1}{4}(d_1 \times d_2)$

ii) రాంబస్ కర్ణములు ఒకదానికొకటి ఏ కోణము వద్ద ఖండించుకొనును.

(అ) 30° (ఆ) 45° (ఇ) 60° (ఈ) 90°

iii) కర్ణములు 10 సెం.మీ., 12 సెం.మీ. గల రాంబస్ వైశాల్యము

(అ) 30 సెం.మీ^{2} (ఆ) 60 సెం.మీ^{2} (ఇ) 120 సెం.మీ^{2} (ఈ) 240 సెం.మీ^{2}

2. రాంబస్ కర్ణములు ఇవ్వబడినవి. రాంబస్ వైశాల్యమును కనుగొనుము.

i) 15 సెం.మీ, 12 సెం.మీ ii) 13 సెం.మీ, 18.2 సెం.మీ

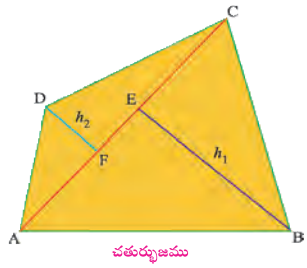
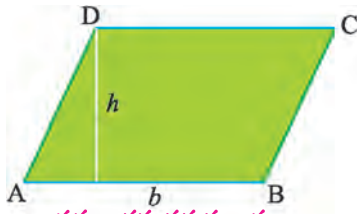
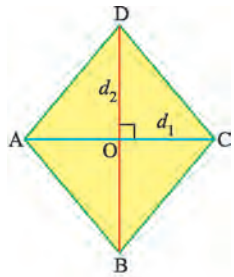
iii) 74 సెం.మీ, 14.5 సెం.మీ iv) 20 సెం.మీ, 12 సెం.మీ

3. రాంబస్ యొక్క ఒక భుజము కొలత 8 సెం.మీ., ఎత్తు 12 సెం.మీ. రాంబస్ వైశాల్యమును కనుగొనుము.

4. రాంబస్ వైశాల్యము 4000 చ.మీ. రాంబస్ ఒక కర్ణము 100 మీ. మరియొక కర్ణము పొడవును కనుగొనుము.

5. ఒక పొలము రాంబస్ ఆకారములో వున్నది. పొలము యొక్క కర్ణముల పొడవు 70మీ. 80 మీ. ఆ పొలమును చదును చేయుటకు చదరపు మీటరుకు ₹3 ఖర్చు అయిన, ఖర్చు మొత్తమును కనుగొనుము.

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయములు

పటము	వైశాల్యము	సూత్రములు
 త్రిభుజము	$\frac{1}{2}$ × భూమి × ఎత్తు	$\frac{1}{2} \times b \times h$ చ.ప్రమాణములు
 చతుర్భుజము	$\frac{1}{2}$ × కర్ణము × (ఎదుటి భుజముల నుండి కర్ణమునకు గీయబడు లంబదూరముల మొత్తము)	$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ చ.ప్రమాణములు
 సమాంతర చతుర్భుజము	భూమి × ఎత్తు	bh చ.ప్రమాణములు
 రాంబస్	$\frac{1}{2}$ × కర్ణముల లబ్ధము	$\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ చ.ప్రమాణములు

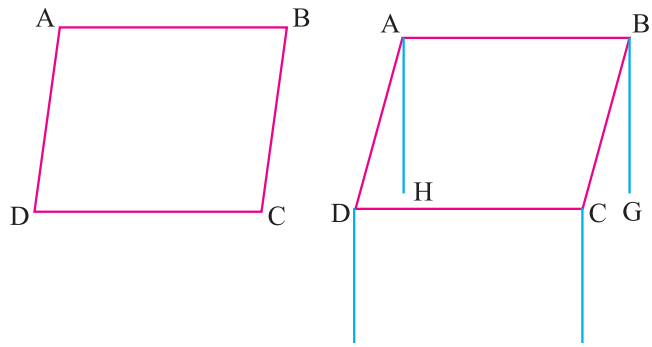
3 క్షేత్రగణితము

3.1 సమాంతర రేఖలు (Parallel Lines)

మేజాను చూడుము.

మేజా పైభాగము ABCD ఒక సమతల భాగము. పై భాగములో కొన్ని బిందువులు, రేఖా ఖండములు కనబడుచున్నవా? అవును.

AB, BC అను రేఖాఖండములు B అను బిందువు వద్ద ఖండించుచున్నవి. ఏ రేఖా ఖండములు A, C మరియు D ల వద్ద ఖండించుచున్నవి? రేఖా ఖండములు AD, CD ఖండించుకొనుచున్నవా? రేఖా ఖండములు AD, BC ఖండించుకొనుచున్నవా?



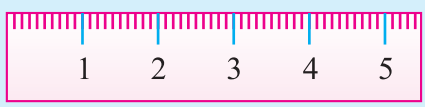
పటము 3.1

రేఖా ఖండములు AB, CD ను ఎంత దూరము పొడిగించినను ఒకదానికొకటి ఖండించుకొనకుండా ఉండిన, ఆ రేఖలు "సమాంతర రేఖలు" అగును. AD, BC అనునవి ఒక జత, AB మరియు CD అనునవి మరొక జత సమాంతరరేఖలు.

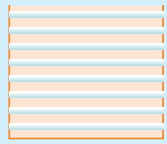
AB, CD అనునవి రెండు సమాంతరరేఖలు అనిన మనము వీటిని AB || CD అని వ్రాయవచ్చును.

మీకు తెలుసా?

క్రింద ఇవ్వబడినవి సమాంతరరేఖలకు ఉదాహరణలు

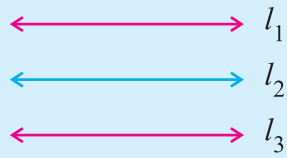


కొలబద్ద యొక్క వ్యతిరేక అంచులు సమాంతరము



కిటికీలకు అడ్డముగానున్న కమ్మీలు సమాంతరమైనవి.

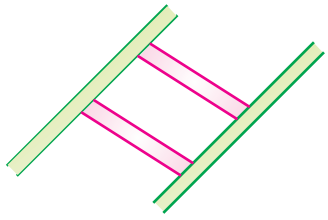
మీకు తెలుసా?



l_3 అనునది l_1 కు సమాంతరము.

రెండు సరళరేఖలు సమాంతరరేఖలు అయినచో అవి ఒకదానికొకటి ఏ బిందువు వద్దను ఖండించుకొనవు.

ఇవ్వబడిన పటము 3.2 లో రెండు సమాంతర రేఖలకు మధ్యగల లంబదూరము అన్నిచోట్లలో సమానముగా ఉండును.



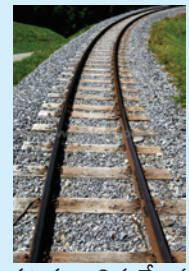
పటము 3.2

3.2 తిర్యగ్రేఖ (Transversal)

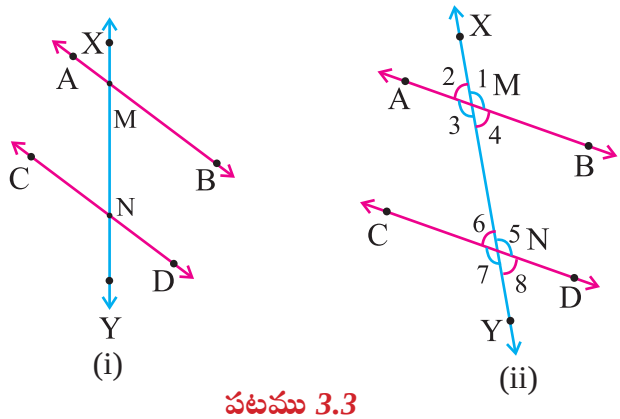
రెండు లేక అంతకన్నా ఎక్కువ రేఖలను వేర్వేరు బిందువులలో ఖండించు సరళరేఖ తిర్యగ్రేఖ అని చెప్పబడుచున్నది. ఇవ్వబడిన రేఖలు సమాంతరరేఖలుగాను ఉండవచ్చును. సమాంతర రేఖలు కాకుండాను ఉండవచ్చును.

తిర్యగ్రేఖ వలన ఏర్పడు కోణముల పేర్లు.

మీకు తెలుసా?



పైన ఉన్న పటము తిర్యగ్రేఖను గూర్చి ఒక విషయమును ఇచ్చుచున్నది. మీరు ఒక రోడ్డు రెండు లేక అంతకన్నా ఎక్కువ రోడ్డులను, రైల్వేమార్గము చాలా రేఖలను ఖండించునది చూచియుందురు.



పటము 3.3

పటము 3.3 (i) లో AB, CD అను ఒక జత రేఖలు XY అను తిర్యగ్రేఖచే ఖండించునపుడు రెండు రేఖలు M మరియు N అను బిందువు వద్ద ఖండించుచున్నది. M మరియు N అను బిందువులను ఖండన బిందువులు అందుము.

పటము 3.3 (ii) లో ఒక తిర్యగ్రేఖ రెండు రేఖలను ఖండించునపుడు 1 నుండి 8 వరకు గుర్తించియున్న కోణములు ప్రత్యేక పేర్లను కలిగియున్నవి. మనము ఆ కోణములను ఇక్కడ చూచెదము.

1. అంతర కోణములు (Interior angles)

పటము 3.3(ii) లో అన్ని కోణములు MN అను రేఖాఖండమును ఒక భుజముగా కలిగియున్నవి. అంతరకోణములు అని చెప్పబడునవి AB మరియు CD కు మధ్యలో అమరియున్న కోణము అగును. పటము 3.3 (ii) లో $\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$ అనునవి అంతరకోణములు.

2. ఏకాంతర కోణముల అంతరకోణములు (Interior alternate angles)

ఒక తిర్యగ్రేఖ రెండు రేఖలను ఖండించునపుడు నాలుగు అంతరకోణములు ఏర్పడుచున్నవి. ఆ అంతరకోణములలో తిర్యగ్రేఖ యొక్క ఎదుటి భుజములలో ఏర్పడిన వేర్వేరైన సరళకోణములు ఏకాంతర కోణముల అంతరకోణములు అగును. పటము 3.3 (ii) లో $\angle 3$ మరియు $\angle 5$, $\angle 4$ మరియు $\angle 6$ అనునవి ఏకాంతర కోణముల అంతరకోణములు.

3. బాహ్య కోణములు (Exterior angles)

MN అను రేఖాఖండమును ఒక భుజముగా తీసుకొనకుండా ఉన్న అన్ని కోణములు బాహ్య కోణములు అనబడును. పటము 3.3 (ii) లో $\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$ అనునవి బాహ్యకోణములు అగును.

4. ఏకాంతర కోణముల బాహ్య కోణములు (Exterior alternate angles)

ఒక తిర్యగ్రేఖ రెండు రేఖలను ఖండించునపుడు నాలుగు బాహ్యకోణములు ఏర్పడుచున్నవి. ఆ

బాహ్యకోణములు తిర్యగ్రేఖ యొక్క ఎదుటి భుజములలో ఏర్పడిన వేరువేరైన సరళ కోణములు ఏకాంతర కోణముల బాహ్య కోణములు అగును.

పటము 3.3 (ii) లో $\angle 1$ మరియు $\angle 7$, $\angle 2$ మరియు $\angle 8$ అనునవి ఏకాంతర కోణముల బాహ్య కోణములు.

5. అనురూప కోణములు (Corresponding angles)

ఒక జత కోణములు తిర్యగ్రేఖ యొక్క ఒక భుజములో ఒక బాహ్య కోణమును ఒక అంతర కోణము ఏర్పరచి, కాని రెండు కోణములను చేరి సరళ కోణమును ఏర్పడకుండా ఉండు కోణములు అనురూప కోణములు అనబడును.

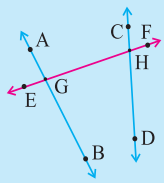
పటము 3.3 (ii) లో అనురూప కోణముల జతలు $\angle 1$ మరియు $\angle 5$, $\angle 2$ మరియు $\angle 6$, $\angle 3$ మరియు $\angle 7$, $\angle 4$ మరియు $\angle 8$ అనునవి.

$\angle 6$ మరియు $\angle 7$ అనునవి తిర్యగ్రేఖ యొక్క ఒకే ప్రక్కన ఉండినను $\angle 6$ అనునది అంతర కోణము. $\angle 7$ అనునది బాహ్య కోణము. అయితే $\angle 6$ మరియు $\angle 7$ అనునవి అనురూప కోణములు కాదు. ఎందుకనగా ఆ కోణములు చేరి సరళ కోణములను ఏర్పరచుచున్నవి అని గమనించుము. ఇప్పుడు కోణములను మనము పట్టిక పరచెదము.

అ	అంతర కోణములు	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
ఆ	బాహ్య కోణములు	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
ఇ	రెండు జతల అనురూప కోణములు	$\angle 1$ మరియు $\angle 5$; $\angle 2$ మరియు $\angle 6$ $\angle 3$ మరియు $\angle 7$; $\angle 4$ మరియు $\angle 8$
ఈ	ఒక జత ఏకాంతర అంతర కోణములు	$\angle 3$ మరియు $\angle 5$; $\angle 4$ మరియు $\angle 6$
ఉ	ఒక జత ఏకాంతర బాహ్యకోణములు	$\angle 1$ మరియు $\angle 7$; $\angle 2$ మరియు $\angle 8$
ఊ	అంతరకోణ జతలు, తిర్యగ్రేఖ యొక్క ఒకే ప్రక్కలో వున్న ఒక జత అంతర కోణములు.	$\angle 3$ మరియు $\angle 6$; $\angle 4$ మరియు $\angle 5$

ప్రయత్నించుము

క్రిందనున్న కోణముల పేర్లను వ్రాయుము.

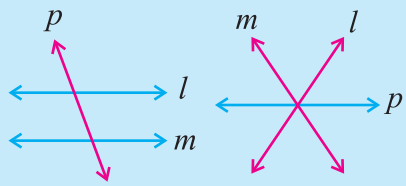


అ) రెండు అంతర కోణములు _____

ఆ) రెండు బాహ్య కోణములు _____

ఇ) ఒక జత అంతర కోణములు _____

ఈ) ఒక జత అనురూప కోణములు _____ .



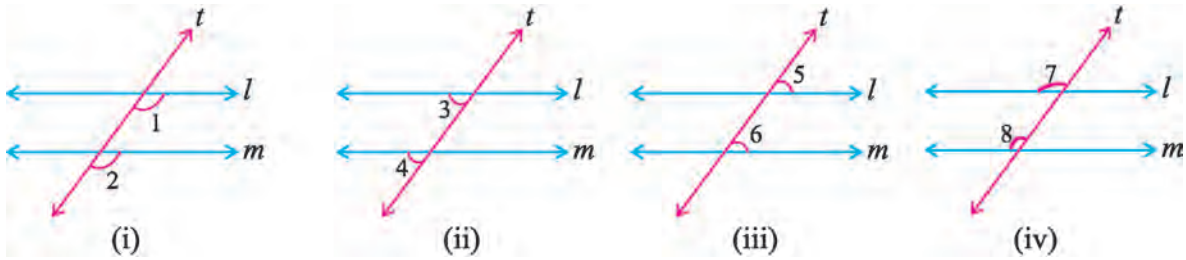
(i) (ii)

పటము (i) లో l, m అను సరళ రేఖల తిర్యగ్రేఖ P. పటము (ii) లో l, m రేఖలు P వద్ద ఖండించినను, P అనునది తిర్యగ్రేఖ కాదు. ఎందుకని మీవల్ల చెప్పుటకు వీలగునా?

సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించునపుడు ఏర్పడు ధర్మాలు (Properties of parallel lines cut by a transversal)

చేసి చూడుము 1:

ఒక తెల్ల కాగితమును తీసుకొనుము. 'l' మరియు 'm' అను సమాంతర రేఖలను మందమైన రంగుతో గీయుము. 't' అను తిర్యగ్రేఖను 'l' మరియు 'm' అను రేఖలకు గీయుము. $\angle 1$ మరియు $\angle 2$ అనునది పటము 3.4 లో ఉండునట్లు గుర్తించుము.



పటము 3.4

గీచిన పటముపైన కాంతినిచ్చు (మెరిసే) కాగితమును వుంచుము. 'l', 'm' మరియు 't' అను రేఖలను స్పష్టముగా గీయుము. కాంతినిచ్చు కాగితమును 'l', 'm' లతో జతపడునట్లు 't' మార్గములో జరుపుము.

తీసిన పటములో ఉన్న $\angle 1$, గీచిన పటములో ఉన్న $\angle 2$ తో జతపడి ఉండుటను చూడవచ్చును. అదే విధముగా క్రిందనున్న ఫలితములను ఈ పద్ధతిలోనే గీచి జరుపు పద్ధతిలో తెలుసుకొనవచ్చును.

(i) $\angle 1 = \angle 2$ (ii) $\angle 3 = \angle 4$ (iii) $\angle 5 = \angle 6$ (iv) $\angle 7 = \angle 8$

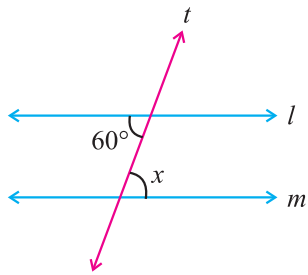
దీని నుండి మీరు గమనించిన రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించునపుడు ఏర్పడునవి.

అ) రెండు జతల అనురూప కోణములు సమానము.

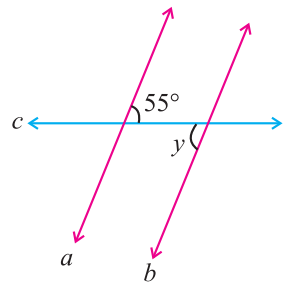
ఆ) ఒక జత ఏకాంతర కోణములు సమానము.

ఇ) తిర్యగ్రేఖ యొక్క ఒకే ప్రక్కలో వుండు ఒక జత అంతర కోణముల మొత్తము సంపూరక కోణము (అనగా 180^0) అగును.

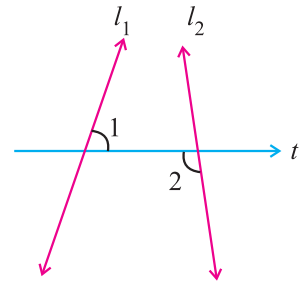
సమాంతర రేఖలను ఖండించునట్లు ఒక తిర్యగ్రేఖను గీయుము. పైన చెప్పిన మూడు వాక్యాలకు, కోణముల కొలతలు కొలిచి సరిచూడుము.



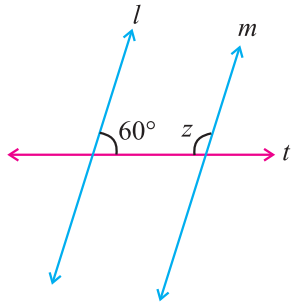
రేఖలు $l \parallel m$, t అనునది ఒక తిర్యగ్రేఖ, $\angle x = ?$



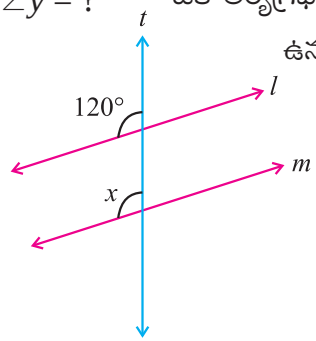
రేఖలు $a \parallel b$, c అనునది ఒక తిర్యగ్రేఖ, $\angle y = ?$



l_1, l_2 రెండు రేఖలు t అనునది ఒక తిర్యగ్రేఖ $\angle 1 = \angle 2$ గా ఉన్నదా?



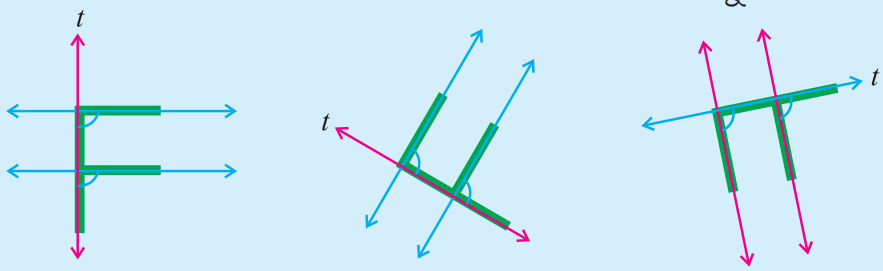
రేఖలు $l \parallel m$, t అనునది ఒక తిర్యగ్రేఖ, $\angle z = ?$



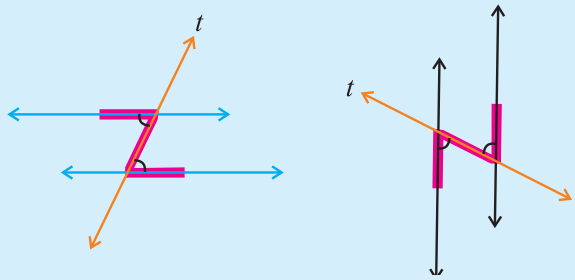
రేఖలు $l \parallel m$, t అనునది ఒక తిర్యగ్రేఖ, $\angle x = ?$

మీకు తెలుసా?

F - ఆకారము అనురూప కోణములను సూచించుచున్నది.



Z - ఆకారము ఏకాంతర కోణములను సూచించుచున్నది.

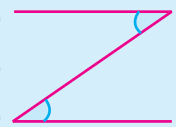


ప్రయత్నించుము

ఒక కాగితములో ఒక జత సమాంతర రేఖలు వచ్చునట్లు మడువుము. మరల కాగితములో తిర్యగ్రేఖ వచ్చునట్లు మడువుము. తరువాత మడిచిన ప్రక్కల అంచులను బాగా రుద్ది తర్వాత తెరువుము. మీరు ఒక జత సమాంతరరేఖలను తిర్యగ్రేఖను చూడవచ్చును. కోణముల కొలతలను కొలిచి సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించుటవలన ఏర్పడు ధర్మములను సరిచూడుము.

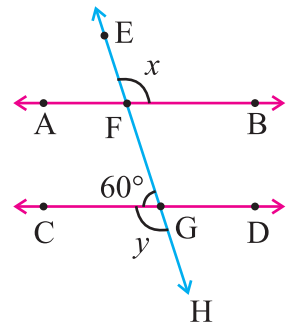
మీకు తెలుసా?

సమాంతర రేఖలు అని సరిచూచుటకు z అను అక్షరమును చూచిన సమతలంగా నున్న రేఖలు సమాంతరమైనవి. ఏకాంతర కోణములు సమానము.



ఉదాహరణ 3.1

ఇవ్వబడిన పటములో $\angle CGH$, $\angle BFE$ ను కనుగొనుము.



సాధన:

పటములో $AB \parallel CD$, EH అనునది తిర్యగ్రేఖ.

$\angle FGC = 60°$ (ఇవ్వబడినది)

$y = \angle CGH = 180° - \angle FGC$ ($\angle CGH$ మరియు $\angle FGC$ అనునవి ఒకరేఖపై గల ఆసన్న కోణములు)

$= 180° - 60°$

$= 120°$

$\angle CGF = \angle EFA = 60°$ ($\angle EFA$ మరియు $\angle FGC$ అనునవి అనురూప కోణములు)

$\angle EFA + \angle BFE = 180°$ (ఒకరేఖపై గల ఆసన్న కోణముల మొత్తము 180^0)

$60° + x = 180°$

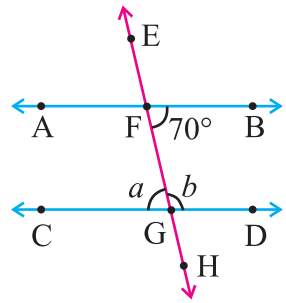
$x = 180° - 60°$

$= 120°$

$\therefore\ x = \angle BFE = 120°$

$y = \angle CGH = 120°$

ఉదాహరణ 3.2



ఇవ్వబడిన పటములో $\angle CGF$ మరియు $\angle DGF$ ను కనుగొనుము.

సాధన:

పటములో $AB \parallel CD$, EH అనునది తిర్యగ్రేఖ.

$\angle GFB = 70°$ (ఇవ్వబడియున్నది)

$\angle FGC = a = 70°$ ($\angle GFB$ మరియు $\angle CGF$ అనునవి ఏకాంతర అంతర కోణములు సమానము)

$\angle CGF + \angle DGF = 180°$ (ఒక రేఖపై గల ఆసన్న కోణముల మొత్తము 180^0)

$a + b = 180°$

$70 + b = 180°$

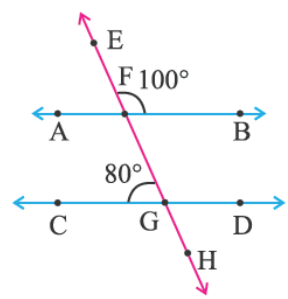
$b = 180° - 70°$

$= 110°$

$\angle CGF = a = 70°$

$\angle DGF = b = 110°$

ఉదాహరణ 3.3



ఇవ్వబడిన పటములో $\angle BFE = 100°$, $\angle CGF = 80°$ అయిన

i) $\angle EFA$, ii) $\angle DGF$,

iii) $\angle GFB$, iv) $\angle AFG$, v) $\angle HGD$ ను కనుగొనుము.

సాధన:

$\angle BFE = 100°$ మరియు $\angle CGF = 80°$ (ఇవ్వబడియున్నది)

i) $\angle CGF = \angle EFA = 80°$ (అనురూప కోణములు)

ii) $\angle BFE = \angle DGF = 100°$ (అనురూప కోణములు సమానము)

iii) $\angle CGF = \angle GFB = 80°$ (ఏకాంతర అంతర కోణములు సమానము)

iv) $\angle BFE = \angle AFG = 100°$ (అనురూప కోణములు $\angle CGH$ మరియు $\angle AFG$ సమానము)

v) $\angle CGF = \angle HGD = 80°$ (అనురూప కోణములు సమానము)

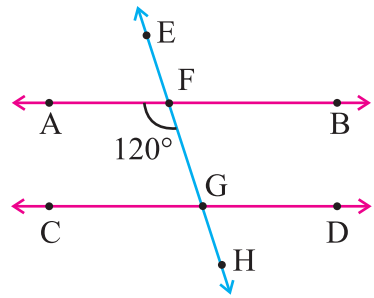
ఉదాహరణ 3.4

పటములో, AB || CD, ∠AFG = 120° అయిన

(i) ∠DGF

(ii) ∠GFB

(iii) ∠CGF ను కనుగొనుము.



సాధన:

ఇవ్వబడిన పటములో AB || CD మరియు EH అనునది తిర్యగ్రేఖ.

(i) ∠AFG = 120° (ఇవ్వబడియున్నది)

∠DGF = ∠AFG = 120° (ఏకాంతర అంతర

∴ ∠DGF = 120° కోణములు సమానము)

(ii) ∠AFG + ∠GFB = 180° (ఒక రేఖపై గల ఆసన్న

120° + ∠GFB = 180° కోణముల మొత్తము 180^0)

∠GFB = 180° – 120°

= 60°

(iii) ∠AFG + ∠CGF = 180°

120° + ∠CGF = 180° (ఒక రేఖపై గల ఆసన్న

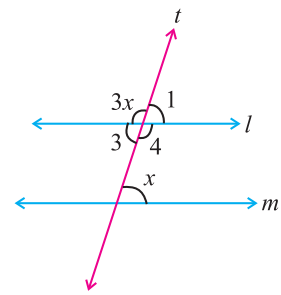
కోణముల మొత్తము 180^0)

∠CGF = 180° – 120°

= 60°

ఉదాహరణ 3.5

పటములో x కొలతను కనుగొనుము. $l \parallel m$ అనునది ఇవ్వబడినది.



సాధన:

పటములో, $l \parallel m$

$\angle 3 = x$ (ఏకాంతర అంతర కోణములు సమానము)

$3x + x = 180°$ (ఒక రేఖపై గల ఆసన్నకోణముల మొత్తము 180^0)

$4x = 180°$

$x = \frac{180^0}{4}$

$= 45°$

అభ్యాసము 3.1

1. సరైన జవాబును ఎన్నుకొనుము.

i) ఒక తిర్యగ్రేఖ రెండు రేఖలను ఖండించునపుడు ఏర్పడు కోణముల సంఖ్య

(అ) 4 (ఆ) 6 (ఇ) 8 (ఈ) 12

ii) ఒక తిర్యగ్రేఖ ఏవేని రెండు రేఖలను ఖండించునపుడు ఆ రెండు రేఖలు

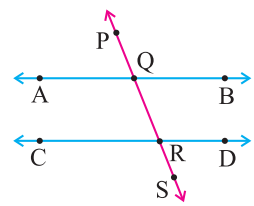
(అ) సమాంతరమైనవి (ఆ) సమాంతరము కానివి

(ఇ) సమాంతరముగనో లేక సమాంతరములేకనో ఉండవచ్చును. (ఈ) లంబముగా నుండును

iii) రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించునపుడు తిర్యగ్రేఖ యొక్క ఒకే ప్రక్కన ఉండు అంతర కోణముల మొత్తము

(అ) 90° (ఆ) 180° (ఇ) 270° (ఈ) 360°

iv) ఇవ్వబడిన పటములో $\angle BQR$, $\angle QRC$ అనునవి ఒక జత



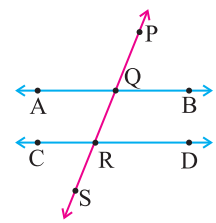
(అ) శీర్షాభిముఖ కోణములు

(ఆ) బాహ్య కోణములు

(ఇ) ఏకాంతర అంతర కోణములు

(ఈ) అనురూప కోణములు

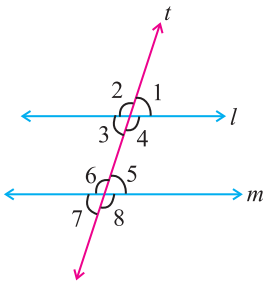
v) ఇవ్వబడిన పటములో $\angle SRD = 110°$ అయిన $\angle BQP$ విలువ



(అ) 110° (ఆ) 100°

(ఇ) 80° (ఈ) 70°

2. ఇవ్వబడిన పటము నుండి క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రకటన (వాక్యము) లకు సరైన ధర్మమును వ్రాయుము.

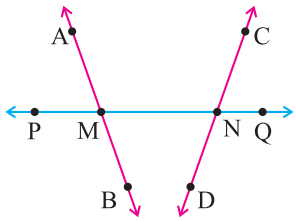


(i) $l \parallel m$ అయిన $\angle 1 = \angle 5$.

(ii) $\angle 4 = \angle 6$ అయిన $l \parallel m$.

(iii) $\angle 4 + \angle 5 = 180°$ అయిన $l \parallel m$.

3. పటము నుండి కావలసిన కోణముల పేర్లను వ్రాయుము.



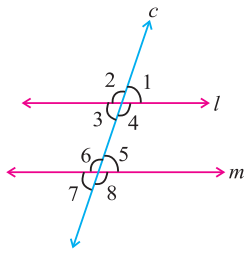
(i) $\angle AMN$ యొక్క శీర్షాభిముఖ కోణము

(ii) $\angle CNQ$ యొక్క ఏకాంతర కోణము

(iii) $\angle BMP$ యొక్క అనురూప కోణము

(iv) $\angle BMN$ యొక్క అనురూప కోణము

4. ఇవ్వబడిన పటము నుండి క్రింది వాటిని కనుగొనుము.



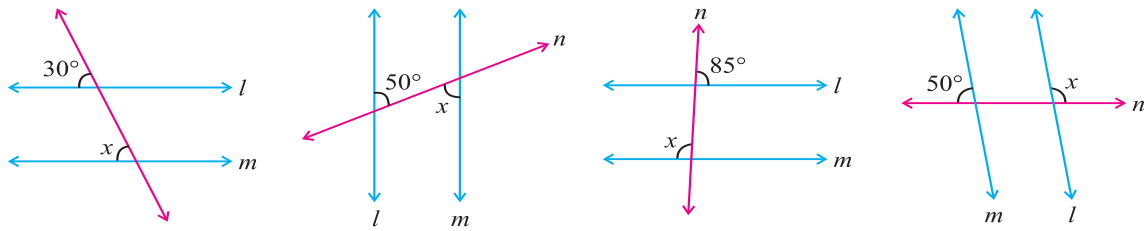
(i) రెండు జతల అనురూప కోణములు

(ii) ఒక జత ఏకాంతర అంతర కోణములు

(iii) తిర్యగ్రేఖ యొక్క ఒకే ప్రక్కన వుండు ఒక జత అంతర కోణములు

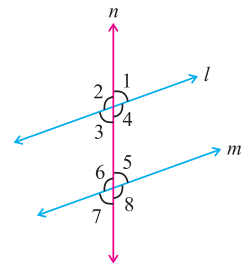
(iv) శీర్షాభిముఖ కోణములు

5. క్రింద ఇవ్వబడిన పటముల నుండి x కొలతను కనుగొనుము. $l \parallel m$ అనునది ఇవ్వబడియున్నది.

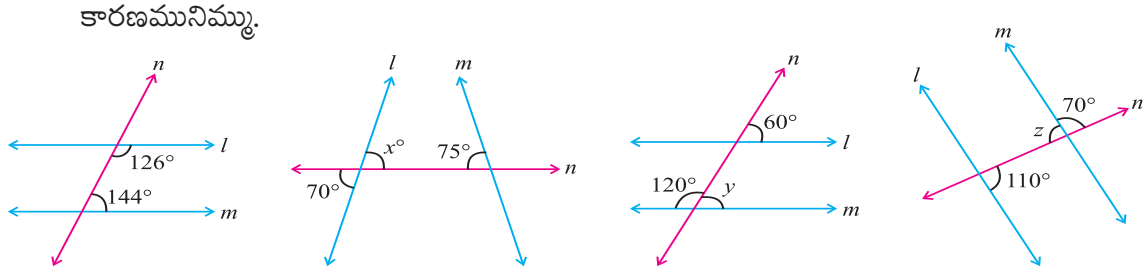


(i) (ii) (iii) (iv)

6. $l \parallel m$ మరియు $\angle 1 = 70°$ అయిన $\angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7$ మరియు $\angle 8$ ల కొలతను కనుగొనుము.

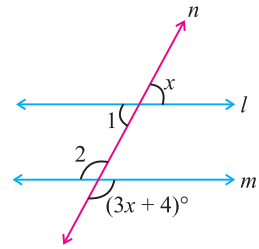


7. ఇవ్వబడిన పటముల నుండి $l \parallel m$ అనునది సరియా? కారణమునిమ్ము.



(i) (ii) (iii) (iv)

8. పటములో చూపియున్న $\angle 1$ మరియు $\angle 2$ ల కొలతను కనుగొనుము. $l \parallel m$ అనునది ఇవ్వబడియున్నది.



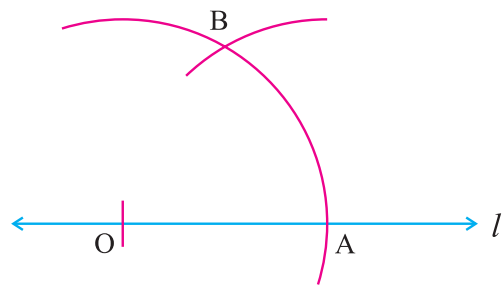
గుర్తుంచుకోవలసిన విషయములు

1. రెండు సరళరేఖలు సమాంతర రేఖలు అయినచో అవి ఒకదానికొకటి ఏ బిందువు వద్దను ఖండించుకొనవు.
2. రెండు లేక అంతకన్నా పైబడిన రేఖలను వేర్వేరు బిందువులలో ఖండించు సరళరేఖ తిర్యగ్రేఖ అనబడును.
3. రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించునపుడు ఏర్పడునవి.
   (అ) రెండు జతల అనురూప కోణములు సమానము (ఆ) ఒక జత ఏకాంతర కోణములు సమానము
   (ఇ) తిర్యగ్రేఖ యొక్క ఒకే ప్రక్క (భుజము) లో అమరివుండు ఒక జత అంతర కోణముల యొక్క మొత్తము సంపూరక కోణములు (అనగా 180^0).

4 ప్రయోగాత్మక రేఖాగణితము

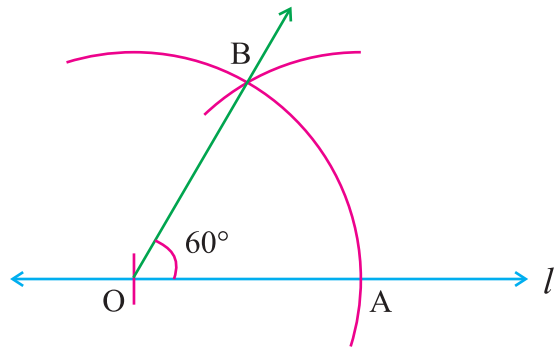
4.1 కొలబద్ధ మరియు వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి 60°, 30°, 120°, 90° కోణములను నిర్మించుట.

(i) 60° కోణమును నిర్మించుట:



మెట్టు 1 : ఒక రేఖ 'l' ను గీయుము. దానిపైన 'O' అను బిందువును గుర్తించుము.

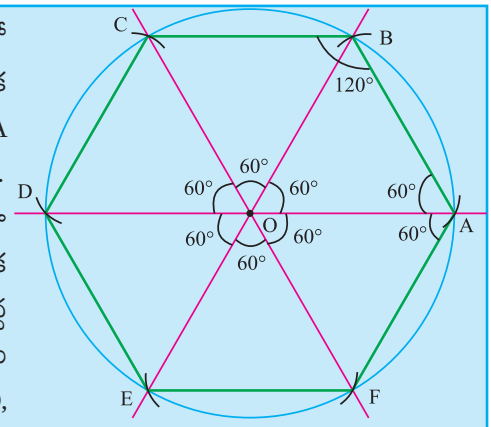
మెట్టు 2 : 'O' ను కేంద్రముగా తీసుకొని ఏదైనా వ్యాసార్ధముతో ఒక చాపము, సరళరేఖను A వద్ద ఖండించునట్లు గీయుము.



మెట్టు 3 : 'A' ను కేంద్రముగా తీసుకొని అదే వ్యాసార్ధము వున్న ఒక చాపము, మొదటి వృత్త చాపమును 'B' వద్ద ఖండించునట్లు గీయుము.

మెట్టు 4 : OBను కలుపుము. $\angle AOB = 60°$.

'O' ను కేంద్రముగా తీసుకొని ఏదైనా వ్యాసార్ధముతో ఒక వృత్తమును గీయుము. వృత్త పరిధిలో ఏదైనా ఒక బిందువు 'A' అని గుర్తించుము. 'A' ను కేంద్రముగా, OA ని వ్యాసార్ధముగా తీసుకొని ఒక వృత్త చాపమును గీయుము. అది వృత్తమును 'B' వద్ద ఖండించును. 'B' ను కేంద్రముగా అదే వ్యాసార్ధముతో వృత్తమును 'C' వద్ద ఖండించునట్లు ఒక చాపమును గీయుము. ఇదే విధముగా వృత్తముపై D, E, F వద్ద ఖండించునట్లు చాపములను గీయుము. చివరి వృత్త చాపము 'A' బిందువు ద్వారా పోవుచున్నది. బిందువులు A, B, C, D, E మరియు F లను వరుసగా కలుపుము. ABCDEF ఒక క్రమ షడ్భుజి అగును.



పై పటము నుండి మనము తెలుసుకొనునది.

(i) వృత్త పరిధి, కేంద్రములో 60° కోణము గల ఆరు వృత్త ఖండములుగా విభజింపబడినది.

(ii) ఒక బిందువు వద్ద కోణముల మొత్తము 360° అగును.

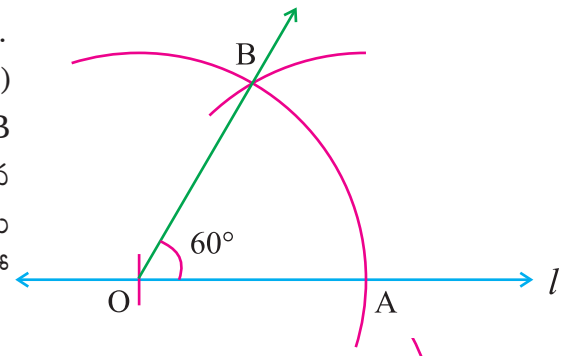
(iii) క్రమ షడ్భుజి ఆరు సమబాహు త్రిభుజములను కలిగియున్నది.

(ii) 30° కోణమును నిర్మించుట:

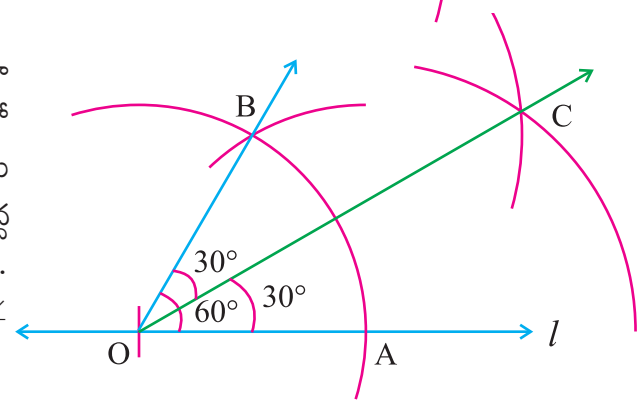
మొదట 60° కోణమును నిర్మించి తరువాత దానిని రెండు సమభాగములుగా విభజించిన 30° కోణము వచ్చును.

మెట్టు 1 : 60° కోణమును నిర్మించుము. (పై నిర్మాణములో వున్న విధముగా)

మెట్టు 2 : 'A' ను కేంద్రముగా తీసుకొని AB పొడవులో సగం కంటే ఎక్కువ వ్యాసార్ధము గల వృత్త చాపమును ∠AOB అంతర భాగములో గీయుము.



మెట్టు 3 : 'B' ను కేంద్రముగా తీసుకొని అదే వ్యాసార్ధముతో వృత్త చాపమును ముందు వృత్త చాపముతో 'C' వద్ద ఖండించునట్లు గీయుము. OC ని కలుపుము. ∠AOC అనునది 30°.

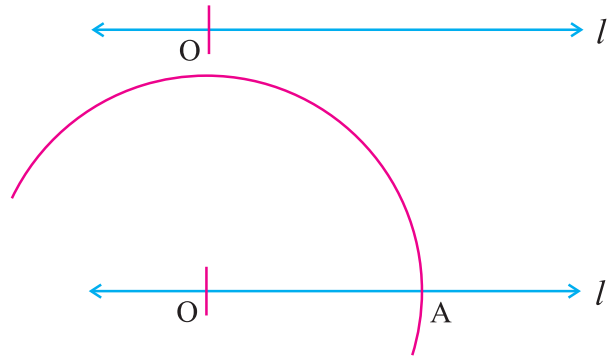


15° కోణమును ఎలా నిర్మించెదవు?

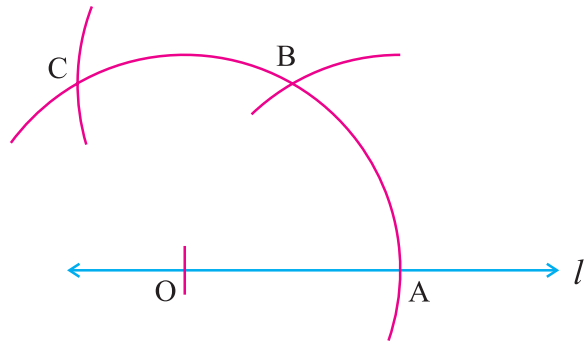
(iii) 120° కోణమును నిర్మించుట.

మెట్టు 1 : 'l' అను రేఖపైన 'O' అను బిందువును గుర్తించుము.

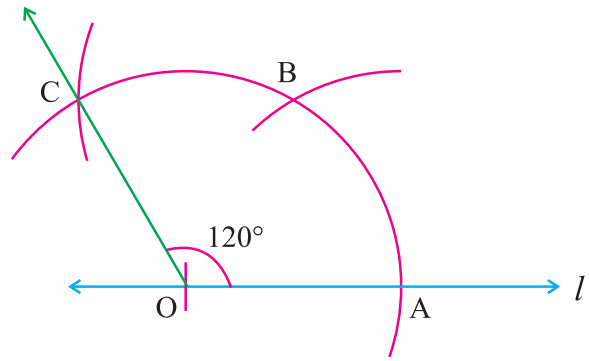
మెట్టు 2 : 'O' ను కేంద్రముగా తీసుకొని ఏదైన ఒక వ్యాసార్ధముతో వృత్త చాపమును గీయుము. అది సరళరేఖ 'l' ను 'A' వద్ద ఖండించును.



మెట్టు 3 : అదే వ్యాసార్ధముతో 'A' కేంద్రముగా ఒక చాపమును ముందు చాపముపైన గీచిన 'B' వద్ద ఖండించును.



మెట్టు 4 : 'B' ను కేంద్రముగా తీసుకొని అదే వ్యాసార్ధముతో మరియొక చాపమును గీచిన అది మొదటి చాపమును 'C' వద్ద ఖండించును.



మెట్టు 5 : OC లను కలుపుము.
$\angle AOC = 120°$ అగును.

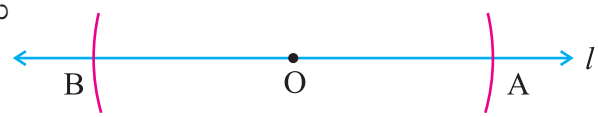
(iv) 90° కోణమును నిర్మించుట

90° కోణమును నిర్మించుటకు సరళరేఖ కోణము 180° ను మనము రెండు సమాన భాగములుగా విభజించవలెను.

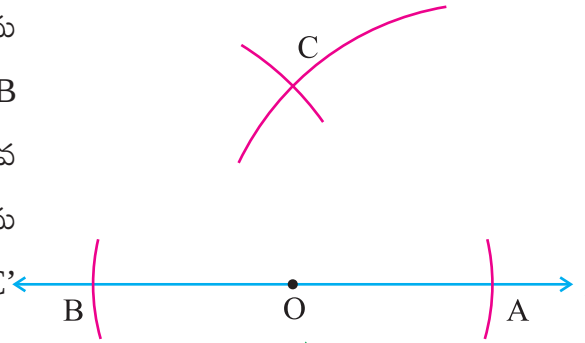
మెట్టు 1 : సరళరేఖ 'l' పైన 'O' అను బిందువును గుర్తించుము.

మెట్టు 2 : 'O' ను కేంద్రముగా తీసుకొని ఏదైనా ఒక వ్యాసార్ధముతో రేఖపైన 'A' మరియు 'B' ల వద్ద ఖండించునట్లు చాపములను గీయుము.

ఇప్పుడు $\angle AOB = 180°$.

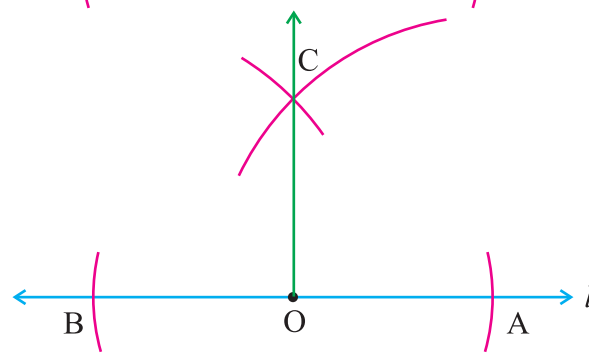


మెట్టు 3 : 'A' మరియు 'B' లను కేంద్రములుగా తీసుకొని, AB కొలతలో సగము కంటే ఎక్కువ వ్యాసార్ధముతో చాపములను AB కి పై వైపున గీసిన 'C' వద్ద ఖండించును.



మెట్టు 4 : OC ను కలుపుము.

$\angle AOC = 90°$.



ప్రయత్నించుము

1. 60^0 కొలత గల కోణమును నిర్మించి దాని పూరక కోణమునకు కోణ సమద్విఖండన రేఖను నిర్మించుము.
2. లంబకోణమును మూడు సమాన కోణములుగా విభజించుము.
3. క్రింది కొలతలకు కోణములను నిర్మించుము. 75^0, 105^0, 135^0, 150^0

మీకు తెలుసా?

ఇవ్వబడిన రేఖపైన వున్న ఏదైన ఒక బిందువునకు లంబరేఖను నిర్మించుటకు, ముందు పద్ధతికి బదులుగా మూల మట్టములను ఉపయోగించవచ్చును.

అభ్యాసము 4.1

1. క్రింది కొలతలు గల కోణములను కొలబద్ధ మరియు వృత్తలేఖినిని ఉపయోగించి నిర్మించుము.

(i) 60° (ii) 30° (iii) 120° (iv) 90°

జవాబులు

అధ్యాయము: 1

అభ్యాసము 1.1

1. (i) ₹ 360 (ii) ₹ 75 (iii) 325 కి.మీ (iv) 8 (v) 15
2. 100 కి.గ్రా
3. 120 మంది ఉపాధ్యాయులు
4. 80 కి.మీ
5. 216 చ.మీ.
6. 26 కి.గ్రా
7. 7.5 గంటలు
8. 15 రోజులు
9. 156 మంది సైనికులు
10. 105 పేజీలు
11. 40 రోజులు

అధ్యాయము: 2

అభ్యాసము 2.1

1. (i) 175 సెం.మీ^{2} (ii)365 సెం.మీ^{2} (iii) 750 సెం.మీ^{2} (iv) 106 సెం.మీ^{2}
2. 40 పెంకులు
3. త్రిభుజాకార స్థలం
4. మణికి లాభం – 100 చ.మీ.
5. చతురస్రము యొక్క వైశాల్యము.

అభ్యాసము 2.2

1. (i) 9 సెం.మీ^{2} (ii) 26 సెం.మీ^{2} (iii) 150 సెం.మీ^{2} (iv) 30 సెం.మీ^{2}
2. (i) 24 సెం.మీ^{2} (ii) 3 మీ^{2} (iii) 10.5 మీ^{2}
3. (i) 10 మీ (ii) 20 సెం.మీ (iii)16.5 మీ
4. (i) 18 మీ (ii) 5 మీ (iii)8 సెం.మీ
5. మొత్తము ఖర్చు ₹ 1,820

అభ్యాసము 2.3

1. 117 సెం.మీ^{2}
2. (i) 67.5 సెం.మీ^{2} (ii) 73 సెం.మీ^{2} (iii) 50.4 సెం.మీ^{2}
3. 150 సెం.మీ^{2} 4. 12 సెం.మీ 5. 18750 మీ^{2}

అభ్యాసము 2.4

1. (i) ఇ (ii) ఇ (iii) ఈ

2. (i) 45 సెం.మీ^{2} (ii) 48 సెం.మీ^{2} (iii) 12 సెం.మీ^{2}

3. (i) 252 సెం.మీ^{2} (ii)180 సెం.మీ^{2} (iii) 241.5 సెం.మీ^{2} (iv) 58.1 సెం.మీ^{2}

4. 112 సెం.మీ^{2} 5. 24300 మీ^{2} 6. 12 సెం.మీ

అభ్యాసము 2.5

1. (i) ఇ (ii) ఈ (iii) ఆ

2. (i) 90 సెం.మీ^{2} (ii) 118.3 సెం.మీ^{2} (iii) 536.5 సెం.మీ^{2} (iv) 120 సెం.మీ^{2}

3. 96 సెం.మీ^{2} 4. 80 సెం.మీ 5. ₹ 8400

అధ్యాయము: 3

అభ్యాసము 3.1

1. (i) ఇ (ii) ఇ (iii) ఆ (iv) ఇ (v) ఈ

2. (i) అనురూప కోణములు (ii) ఏకాంతర అంతరకోణములు

   (iii) తిర్యగ్రేఖకు ఒకే ప్రక్కనున్న ఒక జత అంతర కోణముల మొత్తము.

3. (i) $\angle PMB$ (ii) $\angle PMB$ (iii) $\angle DNM$ (iv) $\angle DNQ$

4. (i) $\angle 1, \angle 5; \angle 4, \angle 8; \angle 2, \angle 6; \angle 3, \angle 7$ (ii) $\angle 4, \angle 6; \angle 3, \angle 5$

   (iii) $\angle 3, \angle 6; \angle 4, \angle 5$ (iv) $\angle 1, \angle 3; \angle 2, \angle 4; \angle 5, \angle 7; \angle 6, \angle 8$

5. (i) 30° (ii) 50° (iii) 95° (iv) 130°

6. $\angle 1 = 70°, \angle 2 = 110°, \angle 3 = 70°, \angle 4 = 110°$

   $\angle 5 = 70°, \angle 6 = 110°, \angle 7 = 70°, \angle 8 = 110°$

7. (i) l అనునది m కు సమాంతరము కాదు. (తిర్యగ్రేఖ ఒకే ప్రక్కనున్న అంతరకోణముల మొత్తము 180^0 కాదు).

   (ii) l అనునది m కు సమాంతరముకాదు ($x = 75^0$. తిర్యగ్రేఖకు ఒకే ప్రక్కనున్న అంతరకోణముల మొత్తము 180^0 కాదు).

   (iii) l అనునది m కు సమాంతరము ($x = 60^0$. అనురూప కోణములు సమానము).

   (iv) l అనునది m కు సమాంతరము ($x = 110^0$. ఏకాంతర కోణములు సమానము)

8. $\angle 1 = 44°$, $\angle 2 = 136°$

'నేను చేస్తా, నేను చేశా'

('I can, I did')

విద్యార్థుల అభ్యసన కృత్యాల నమోదు పట్టిక

విషయం :

వ.సం	తేది	పాఠ్యాంశ సంఖ్య	పాఠ్యభాగం	కృత్యాలు	అభిప్రాయ సూచన