Government of Tamilnadu

ഏഴാം തരം

STANDARD SEVEN
MALAYALAM MEDIUM

ഭാഗം III

TERM III

വാല്യം 2 VOLUME 2

ഗണിതം
MATHEMATICS

ശാസ്ത്രം
SCIENCE

സാമൂഹ്യശാസ്ത്രം
SOCIAL SCIENCE

Untouchability is Inhuman and a Crime

Department of School Education

© Government of Tamilnadu

First Edition - 2012
Revised Edition - 2013, 2014, 2015
(Published under Uniform System of School Education Scheme in Trimester Pattern)

Textbook Prepared and Compiled By
State Council of Educational Research and Training
College Road, Chennai - 600 006.

Textbook Printing
Tamil Nadu Textbook and Educational Services Corporation
College Road, Chennai - 600 006.

This book has been printed on 80 G.S.M. Maplitho Paper

Price : Rs.

Printed by Offset at :

Textbook available at
www.textbooksonline.tn.nic.in

ഉള്ളടക്കം

ഗണിതം MATHEMATICS (1-97)

ക്രമനമ്പർ	അദ്ധ്യായം	പേജ്നമ്പർ
1.	ബീജഗണിതം	2
2.	ദൈനംദിന കണക്കുകൾ	14
3.	അളവുകൾ	47
4.	ജ്യാമിതി	73
5.	പ്രായോഗിക ജ്യാമിതി	82
6.	വിവര നിർവ്വഹണം	87
	ഉത്തരങ്ങൾ	94

ശാസ്ത്രം SCIENCE (98-160)

ക്രമനമ്പർ	അദ്ധ്യായം	പേജ്നമ്പർ
Biology		
1.	ആവാസ വ്യവസ്ഥ	99
2.	ജലം–ഒരു അമൂല്യ പ്രകൃതിവിഭവം	112
Chemistry		
3.	ജ്വലനവും ജ്വാലയും	126
Physics		
4.	താപവും പ്രകാശവും	141

സാമൂഹ്യശാസ്ത്രം SOCIAL SCIENCE (161-228)

ക്രമനമ്പർ	അദ്ധ്യായം	പേജ്നമ്പർ
	ചരിത്രം	
1.	വിജയനഗരബാമിനി സാമ്രാജ്യങ്ങൾ	162
2.	ഭക്തിപ്രസ്ഥാനവും സൂഫി പ്രസ്ഥാനവും	171
	ഭൂമിശാസ്ത്രം	
1.	ദുരന്തങ്ങളും പ്രതിവിധികളും	178
2 .	മഹാസമുദ്രം - ആമുഖം	191
	പൗരധർമ്മം	
1.	ഐക്യരാഷ്ട്ര സംഘടന	200
2.	കുട്ടികൾക്കും വനിതകൾക്കുമായുള്ള നിയമങ്ങളും	207
	സാമ്പത്തിക ശാസ്ത്രം	
1.	ഉല്പാദനത്തിന്റെ ഘടങ്ങൾ	213
2.	നികുതിയും അതിന്റെ പ്രാധാന്യവും	224

ഗണിതം

MATHEMATICS
MALAYALAM MEDIUM

ഏഴാം തരം
STANDARD SEVEN

ഭാഗം III

TERM III

1 ബീജഗണിതം

1.1 രണ്ട് ചരങ്ങളുടെ ലഘുവ്യംജകങ്ങൾ

ദീർഘ ചതുരത്തെ കുറിച്ച് നമ്മൾ പഠിച്ചുവല്ലോ? അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $l \times b$ ഇതിൽ 'l', 'b' ചരങ്ങളാണ്.

സംഖ്യകളുടെ നാല് അടിസ്ഥാന ക്രിയകളും ചരങ്ങൾക്ക് ബാധകമാണ്.

ഇപ്പോൾ ക്രിയാവിശേഷണത്തെ ചരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് വ്യംജകങ്ങളായി മാറ്റാം.

ക്രിയ	ക്രിയാവിശേഷണം	ബീജഗണിത വ്യംജകം
സങ്കലനം	x , y ന്റെ തുക	$x + y$
വ്യവകലനം	a, b ഇവയുടെ വ്യത്യാസം	$a - b\ (a > b)$ അല്ലെങ്കിൽ $b - a\ (b > a)$
ഗുണനം	x , y യുടെ ഗുണനഫലം	$x \times y$ അല്ലെങ്കിൽ xy
ഹരണം	p നെ q കൊണ്ടുള്ള ഹരണം	$p \div q$ അല്ലെങ്കിൽ $\frac{p}{q}$

ഗണിത ക്രിയകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന വിശേഷണങ്ങളെ പഠിക്കുവാനും ഓർമ്മിപ്പിക്കുവാനും താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പട്ടിക നിങ്ങളെ സഹായിക്കുന്നു.

സങ്കലനം	വ്യവകലനം	ഗുണനം	ഹരണം
തുക	വ്യത്യാസം	ഗുണനം	ഹാരകം
വർദ്ധിക്കുന്നു	കുറയുന്നു	ഗുണിച്ചാൽ	ഹരിച്ചാൽ
അധികം	ന്യൂനം	തവണ	അംശബന്ധം
കൂട്ടിയാൽ	കുറച്ചാൽ	(പ്രാവശ്യം)	
കൂടുതൽ	കുറവ്		

ഉദാഹരണം 1.1

താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയെ ബീജഗണിതവ്യംജകമായി എഴുതുക.

1) m ന്റെയും n ന്റെയും തുകയുടെ 2 മടങ്ങ്
2) b യിൽ നിന്നും a യുടെ 2 മടങ്ങിനെ കുറച്ചാൽ
3) x ന്റെയും y ന്റെയും വർഗ്ഗങ്ങളുടെ തുക
4) p , q ന്റെ ഗുണനഫലത്തിനോട് 7 കൂട്ടിയാൽ

5) a, b യുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ 2 മടങ്ങിനെ 5 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ

6) y യുടെ മൂന്നിൽ രണ്ട് ഭാഗത്തോട് x കൂട്ടിയാൽ

7) x എന്ന സംഖ്യയുടെ പകുതിയിൽ നിന്നും 3 കുറച്ചാൽ

8) m , n ന്റെ തുകയിൽ നിന്നും അവയുടെ ഗുണനഫലത്തെ കുറച്ചാൽ

9) y , 6 തുകയിൽ നിന്നും x ന്റെ 4 മടങ്ങ് കുറച്ചാൽ

10) m ന്റെയും a യുടെ മൂന്നിൽ ഒന്ന് ഭാഗത്തിന്റെയും തുകയുടെ ഇരട്ടി.

11) ഹരണഫലം y നെ 5 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് x കൂട്ടുക

നിർദ്ധാരണം:

1) $2(m+n)$ 2) $b-2a$

3) x^2+y^2 4) $7+pq$

5) $\frac{2ab}{5}$ 6) $\frac{2}{3}y+x$

7) $\frac{x}{2}-3$ 8) $(m+n)-mn$

9) $(y+6)-4x$ 10) $2\left(\frac{1}{3}a+m\right)$

11) $\frac{y}{5}+x$

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

താഴെ പറയുന്നവ വ്യംജകങ്ങളായി എഴുതുക.

(i) b യുടെ a മടങ്ങ്

(ii) a , b യുടെ തുകയെ 5 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ

(iii) m ന്റെ 2 മടങ്ങിൽ നിന്നും n കുറച്ചാൽ

(iv) x ന്റെ 4 മടങ്ങിനെ y കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ

(v) p യുടെ 5 മടങ്ങിനെ q യുടെ 3 മടങ്ങ് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ

അഭ്യാസം 1.1

1. ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

(i) x ന്റെ 5 മടങ്ങ് , y യുടെ 3 മടങ്ങ്, 7 എന്നിവയുടെ തുക

(A) $5(x+3y+7)$ (B) $5x+3y+7$

(C) $5x+3(y+7)$ (D) $5x+3(7y)$

(ii) a , b എന്നിവയുടെ തുകയിൽ പകുതി

(A) $\frac{1}{2}(a+b)$ (B) $\frac{1}{2}a+b$ (C) $\frac{1}{2}(a-b)$ (D) $\frac{1}{2}+a+b$

(iii) x , y യുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെ 3 മടങ്ങ്

(A) $3x-y$ (B) $3-x-y$ (C) $xy-3$ (D) $3(y-x)$

(iv) y , z ന്റെ ഗുണനഫലത്തിൽ നിന്ന് 2 കുറച്ചാൽ

(A) $2 - yz$ (B) $2 + yz$ (C) $yz - 2$ (D) $2y - z$

(v) 6 , q -ന്റെ ഗുണനഫലത്തോട് p യുടെ പകുതി കൂട്ടിയാൽ

(A) $\frac{p}{2} + 6q$ (B) $p + \frac{6q}{2}$ (C) $\frac{1}{2}(p + 6q)$ (D) $\frac{1}{2}(6p + q)$

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയെ ചരങ്ങൾ, സ്ഥിരാങ്കങ്ങൾ, ഗണിത ക്രിയകൾ എന്നിവ ഉപയോഗിച്ചു ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളായി എഴുതുക:

(i) x നോടൊപ്പം y യുടെ 2 മടങ്ങിനെ കൂട്ടുക.

(ii) y യിൽ നിന്നും z നെ കുറയ്ക്കുക.

(iii) x , y ഗുണനഫലത്തോട് 4 നെ കൂട്ടുക.

(iv) x ന്റെ 3 മടങ്ങ് y യുടെ 4 മടങ്ങ് ഇവയ്ക്കിടയിലുള്ള വ്യത്യാസം.

(v) 10, x , y യുടെ തുക.

(vi) p , q ന്റെ ഗുണനഫലത്തിൽ നിന്ന് 5 നെ കുറയ്ക്കുക.

(vii) 12 ൽ നിന്നും m , n എന്നിവയുടെ ഗുണനഫലത്തെ കുറയ്ക്കുക.

(viii) a , b യുടെ ഗുണനഫലത്തിൽ നിന്ന് a , b യുടെ തുകയെ കുറയ്ക്കുക.

(ix) c, d യുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ 3 മടങ്ങിനോട് 6 കൂട്ടുക.

(x) x , y എന്നിവയുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ 4 മടങ്ങിനോട് 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക.

1.2 ലഘു രേഖീയ സമവാക്യങ്ങൾ

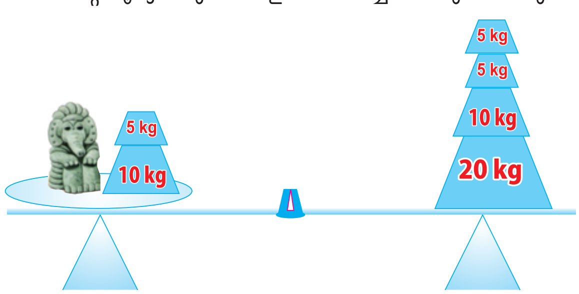
മാലയുടെ അമ്മാവൻ അവൾക്കൊരു പ്രതിമ സമ്മാനിച്ചു. ആ പ്രതിമയുടെ ഭാരം അറിയാൻ അവൾ ആഗ്രഹിച്ചു. അവൾ തുലാസ് ഉപയോഗിച്ച് ഭാരം കണ്ടുപിടിച്ചു. അവളുടെ ഭാരം 40 കിലോഗ്രാം ആണെന്ന് അറിയാം. അവളുടെ ഭാരം പ്രതിമയുടെ ഭാരത്തിനും ഉരുളക്കിഴങ്ങിന്റെ ഭാരത്തിന് സമമാണെന്ന് അവൾ കണ്ടുപിടിച്ചു.

അതായത്

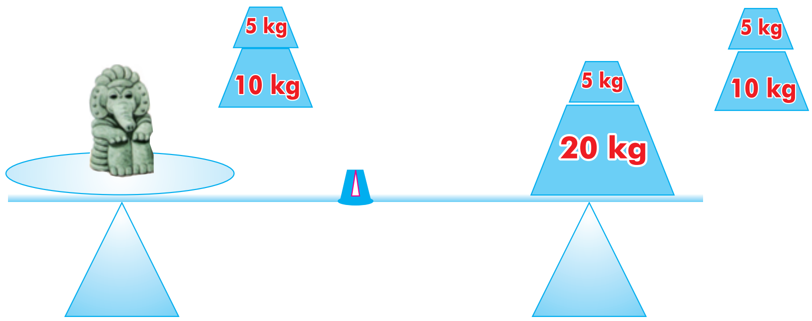
പ്രതിമയുടെ ഭാരം	അധികം	ഉരുളക്കിഴങ്ങിന്റെ ഭാരം	സമം	മാലയുടെ ഭാരം
s	+	15	=	40

പട്ടിക 1.1

ഇപ്പോൾ നമുക്ക് s ന്റെ മൂല്യം തുലാസ് ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കുന്നതെങ്ങനെ എന്ന് ചിന്തിക്കാം.



15 നെ രണ്ട് വശങ്ങളിൽ നിന്നും എടുത്ത് മാറ്റുക.



ഇപ്പോൾ തുലാസ് പ്രതിമയുടെ ഭാരം കാണിക്കുന്നു.

$s + 15 = 40$ (പട്ടിക 2.1 ൽ നിന്നും)

$s + 15 - 15 = 40 - 15$ (15 നെ രണ്ട് വശങ്ങളിൽ നിന്നും മാറ്റുക)

$s = 25$

അതുകൊണ്ട് പ്രതിമയുടെ ഭാരം **25** കിലോഗ്രാം ആകുന്നു.

$s + 15 = 40$ എന്ന പ്രസ്താവന ഒരു സമവാക്യം ആകുന്നു, അതായത് ഒരു പ്രസ്താവനയിൽ രണ്ട് ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങൾ സമമായാൽ അവയെ സമവാക്യം എന്നു പറയുന്നു.

ഒരു തുലാസിൽ ഒരു വശത്തിൽ നിന്നും കുറച്ചു ഭാരത്തിനെ മാറ്റുകയാണെങ്കിൽ അതേ ഭാരം മറ്റു വശത്തിൽ നിന്നും എടുത്ത് മാറ്റണം.

ഒരു തുലാസിൽ, ഒരു വശത്തിൽ ഭാരം കൂടുകയാണെങ്കിൽ അതേ ഭാരം മറുവശത്തും കൂട്ടണം. തുലാസിന്റെ ഓരോ വശവും തുല്യമായ ഭാരമുള്ളതുപോലെയാണ് സമവാക്യവും. ഒരു സമവാക്യത്തിൽ ഒരു സമ ചിഹ്നം ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമചിഹ്നം ഇടതുവശത്തെ (LHS) വ്യംജകത്തിന്റെ വിലയും വലതുവശത്തെ (RHS) വ്യംജകത്തിന്റെ വിലയും സമമാണെന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

★ $x + 7 = 15$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിക്കാം.

ഇവിടെ LHS = $x + 7$ ഉം RHS = 15 ഉം ആണ്.

ഈ സമവാക്യത്തിൽ 7 നെ 2 വശങ്ങളിലും കുറച്ചാൽ

$x + 7 - 7 = 15 - 7$ (7 നെ കുറച്ചാൽ LHS ൽ x മാത്രമായിരിക്കും.)

$x = 8$ (ചരം x നെ വേർതിരിച്ചു)

★ $n - 3 = 10$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിക്കാം.

LHS $= n - 3$

RHS $= 10$

3നെ രണ്ട് വശത്തും കൂട്ടുമ്പോൾ

$n - 3 + 3 = 10 + 3$

$n = 13$ (ചരം n നെ വേർതിരിച്ചു)

★ $4m = 28$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

4 കൊണ്ട് ഇരുവശങ്ങളിലും ഹരിച്ചാൽ

$$\frac{4m}{4} = \frac{28}{4}$$

$$m = 7$$

★ $\frac{y}{2} = 6$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ 2 കൊണ്ട് ഇരുവശങ്ങളിലും ഗുണിച്ചാൽ

$$\frac{y}{2} \times 2 = 6 \times 2$$

$$y = 12$$

അതുകൊണ്ട്, ഒരു സമവാക്യത്തിൽ ഒരു വശത്ത് ഒരു സംഖ്യയെ കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്യുകയാണെങ്കിൽ ആ സംഖ്യകൊണ്ട് വലതുവശത്തും കൂട്ടുകയോ, കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്താൽ മാത്രമേ ആ സമവാക്യം അതേപടി നിലനിൽക്കുകയുള്ളൂ. അതുപോലെ ഒരു സമവാക്യത്തിൽ ഒരു വശത്തെ ഗുണിക്കുകയോ, ഹരിക്കുകയോ, ചെയ്താൽ മറുവശത്തും ആ സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിക്കുകയോ, ഹരിക്കുകയോ ചെയ്താൽ മാത്രമേ ആ സമവാക്യം അതേപടി നിലനിൽക്കുകയുള്ളൂ. ഒരു സമവാക്യത്തിനെ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നതിന് ആ സമവാക്യത്തിലുള്ള ചരത്തിനെ വേർതിരിക്കുന്നതിന് ആവശ്യമായ ഗണിത ക്രിയകൾ ചെയ്താൽ മതിയാകും.

ഉദാഹരണം **1.2**

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $3p + 4 = 25$

നിർദ്ധാരണം: $3p + 4 - 4 = 25 - 4$ (4 നെ ഇരുവശങ്ങളിലും കുറയ്ക്കുമ്പോൾ)

$$3p = 21$$

$$\frac{3p}{3} = \frac{21}{3}$$ (3 കൊണ്ട് ഇരുവശങ്ങളിലും ഹരിച്ചാൽ)

$$p = 7$$

ഉദാഹരണം **1.3**

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $7m - 5 = 30$

നിർദ്ധാരണം: $7m - 5 + 5 = 30 + 5$ (ഇരുവശങ്ങളിലും 5 കൂട്ടിയാൽ)

$$7m = 35$$

$$\frac{7m}{7} = \frac{35}{7}$$ (ഇരുവശങ്ങളെയും 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ)

$$m = 5$$

ഒരു സമവാക്യത്തിനെ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുമ്പോൾ പൊതുവായി ഇരുവശങ്ങളിലും ഒരു സംഖ്യകൊണ്ട് കൂട്ടുകയോ, കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്യുന്നു. ഒരു സമവാക്യത്തിന്റെ ഇരു വശങ്ങളിലും ഒരു സംഖ്യകൊണ്ട് കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്യുന്നതിന് പകരം ആ സംഖ്യയെ മറുവശത്തേയ്ക്ക് മാറ്റിയാൽ മതിയാകും.

ഒരു സംഖ്യയെ പരിവർത്തനം ചെയ്യുന്നതിന് ഇരുവശങ്ങളിലും ആ സംഖ്യകൊണ്ട് കൂട്ടുകയോ (കുറയ്ക്കുകയോ) ചെയ്യുന്നതിന് തുല്യമായിരിക്കും. ഒരു സംഖ്യയെ പരിവർത്തനം ചെയ്യുമ്പോൾ (മറുവശത്തേക്ക് മാറ്റുമ്പോൾ) അതിന്റെ ചിഹ്നം മാറ്റുക. പരിവർത്തനം ചെയ്യുന്നതിന് നമുക്ക് കുറച്ച് ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കാം.

ഉദാഹരണം **1.4**

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $2a - 12 = 14$

നിർദ്ധാരണം:

ഇരുവശങ്ങളിലും കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്യുമ്പോൾ	പരിവർത്തനം
$2a - 12 = 14$ $2a - 12 + 12 = 14 + 12$ (ഇരുവശത്തും 12 കൂട്ടുമ്പോൾ) $2a = 26$ $\frac{2a}{2} = \frac{26}{2}$ (ഇരുവശത്തേയും 2 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ) $a = 13$	$2a - 12 = 14$ (– 12) നെ LHS ൽ നിന്നും RHS ലേക്ക് മാറ്റിയാൽ $2a = 14 + 12$ (പരിവർത്തനം ചെയ്യുമ്പോൾ -12 എന്നത് +12 ആകുന്നു.) $2a = 26$ $\frac{2a}{2} = \frac{26}{2}$ (ഇരുവശങ്ങളിലും 2 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ) $a = 13$

ഉദാഹരണം **1.5**

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $5x + 3 = 18$

നിർദ്ധാരണം: +3 നെ LHS ൽ നിന്നും RHS ലേക്ക് മാറ്റിയാൽ

$5x = 18 - 3$ (പരിവർത്തനം ചെയ്യുമ്പോൾ +3 എന്നത് -3 ആകുന്നു.)

$$5x = 15$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$$ (ഇരുവശങ്ങളെയും 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ)

$$x = 3$$

ഉദാഹരണം 1.6

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $2(x+4)=12$

നിർദ്ധാരണം: ഇരുവശങ്ങളേയും 2 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് ഇടതുവശത്തെ ബ്രാക്കറ്റിനെ മാറ്റുക.

$$\frac{2(x+4)}{2}=\frac{12}{2}$$

$$x+4=6$$

$$x=6-4 \qquad (+4 \text{ നെ RHS ലേക്ക് മാറ്റിയാൽ })$$

$$x=2$$

ഉദാഹരണം 1.7

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $-3(m-2)=18$

നിർദ്ധാരണം: ഇരുവശങ്ങളേയും -3 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് LHS ലുള്ള ബ്രാക്കറ്റിനെ മാറ്റുക.

$$\frac{-3(m-2)}{-3}=\frac{18}{-3}$$

$$m-2=-6$$

$$m=-6+2 \qquad (-2 \text{ നെ വലത് വശം മാറ്റിയാൽ (RHS)})$$

$$m=-4$$

ഉദാഹരണം 1.8

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $(3x+1)-7=12$

നിർദ്ധാരണം:

$$(3x+1)-7 = 12$$

$$3x+1-7 = 12$$

$$3x-6 = 12$$

$$3x = 12+6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$$

$$x = 6$$

ഉദാഹരണം 1.9

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $5x+3=17-2x$

നിർദ്ധാരണം:

$$5x+3=17-2x$$

$$5x + 2x = 17 - 3$$ (RHS + 3 നെയും LHS $-2x$ നെയും മാറ്റം ചെയ്യുക)

$$7x = 14$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{14}{7}$$

$$x = 2$$

ഉദാഹരണം **1.10**

അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ തുക 45 എങ്കിൽ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം: ആദ്യത്തെ പൂർണ്ണാങ്കം x എന്നിരിക്കട്ടെ.

$\Rightarrow$ രണ്ടാമത്തെ പൂർണ്ണാങ്കം $= x + 1$

മൂന്നാമത്തെ പൂർണ്ണാങ്കം $= x + 1 + 1 = x + 2$

അവയുടെ തുക $= x + (x + 1) + (x + 2) = 45$

$$3x + 3 = 45$$

$$3x = 42$$

$$x = 14$$

$$x = 14$$

$$x + 1 = 15$$

$$x + 2 = 16$$

ഉദാഹരണം **1.11**

ഒരു സംഖ്യയോട് 60 കൂട്ടുമ്പോൾ 75 കിട്ടുന്നു. എങ്കിൽ ആ സംഖ്യ ഏത് ?

നിർദ്ധാരണം: സംഖ്യ x എന്നിരിക്കട്ടെ .

$60 + x = 75$ കിട്ടുന്നു.

$$x = 75 - 60$$

$$x = 15$$

ഉദാഹരണം **1.12**

ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്ന് 20 കുറയ്ക്കുമ്പോൾ 80 കിട്ടുന്നു. ഏതാണ് ആ സംഖ്യ ?

നിർദ്ധാരണം: സംഖ്യ x എന്നിരിക്കട്ടെ.

സമവാക്യം $x - 20 = 80$

$$x = 80 + 20$$

$$x = 100$$

ഉദാഹരണം ***1.13***

ഒരു സംഖ്യയുടെ $\frac{1}{10}$ ഭാഗം 63 ആണെങ്കിൽ ആ സംഖ്യ ഏത് ?

നിർദ്ധാരണം: സംഖ്യ x എന്നിരിക്കട്ടെ.

സമവാക്യം $\frac{1}{10}(x) = 63$

$$x = 63 \times 10$$

$$x = 630$$

ഉദാഹരണം ***1.14***

ഒരു സംഖ്യയെ 4 കൊണ്ട് ഹരിച്ചിട്ട് അതിന്റെ കൂടെ 6 നെ കൂട്ടുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ഫലം 10 ആണെങ്കിൽ ആ സംഖ്യയെ കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം: സംഖ്യ x എന്നിരിക്കട്ടെ.

സമവാക്യം $\frac{x}{4} + 6 = 10$

$$\frac{x}{4} = 10 - 6$$

$$\frac{x}{4} = 4$$

$$\frac{x}{4} \times 4 = 4 \times 4$$

സംഖ്യ 16 ആണ്

ഉദാഹരണം ***1.15***

തെന്റലിന്റെ വയസ്സ് രേവതിയുടെ വയസ്സിനെക്കാൾ 3 വയസ്സ് കുറവാണ്. തെന്റലിന്റെ വയസ്സ് 18 ആണെങ്കിൽ രേവതിയുടെ വയസ്സ് എത്ര ?

നിർദ്ധാരണം: രേവതിയുടെ വയസ്സ് x എന്നിരിക്കട്ടെ.

$\Rightarrow$ തെന്റലിന്റെ വയസ്സ് $= x - 3$

തെന്റലിന്റെ വയസ്സ് 18 എന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു.

$$\Rightarrow \quad x - 3 = 18$$

$$x = 18 + 3$$

$$x = 21$$

രേവതിയുടെ വയസ്സ് 21 ആണ്.

അഭ്യാസം 1.2

1. ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

(i) $p + 3 = 9$, എങ്കിൽ $p = ?$

(A) 12 (B) 6 (C) 3 (D) 27

(ii) $12 - x = 8$, എങ്കിൽ $x = ?$

(A) 4 (B) 20 (C) -4 (D) -20

(iii) $\frac{q}{6} = 7$, എങ്കിൽ $q = ?$

(A) 13 (B) $\frac{1}{42}$ (C) 42 (D) $\frac{7}{6}$

(iv) $7(x - 9) = 35$, എങ്കിൽ $x = ?$

(A) 5 (B) -4 (C) 14 (D) 37

(v) ഒരു സംഖ്യയുടെ മൂന്ന് മടങ്ങ് 60 എങ്കിൽ ആ സംഖ്യ ഏത് ?

(A) 63 (B) 57 (C) 180 (D) 20

2. നിർദ്ധാരണം കാണുക

(i) $x - 5 = 7$ (ii) $a + 3 = 10$ (iii) $4 + y = -2$

(iv) $b - 3 = -5$ (v) $-x = 5$ (vi) $-x = -7$

(vii) $3 - x = 8$ (viii) $14 - n = 10$ (ix) $7 - m = -4$

(x) $20 - y = -7$

3. നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക

(i) $2x = 100$ (ii) $3l = 42$ (iii) $36 = 9x$

(iv) $51 = 17a$ (v) $5x = -45$ (vi) $5t = -20$

(vii) $-7x = 42$ (viii) $-10m = -30$ (ix) $-2x = 1$

(x) $-3x = -18$

4. നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക

(i) $\frac{1}{2}x = 7$ (ii) $\frac{a}{6} = 5$ (iii) $\frac{n}{3} = -8$

(iv) $\frac{p}{-7} = 8$ (v) $\frac{-x}{5} = 2$ (vi) $\frac{-m}{3} = -4$

5. നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക

(i) $3x + 1 = 10$ (ii) $11 + 2x = -19$ (iii) $4z - 3 = 17$

(iv) $4a - 5 = -41$ (v) $3(x + 2) = 15$ (vi) $-4(2 - x) = 12$

(vii) $\frac{y + 3}{5} = 14$ (viii) $\frac{x}{3} + 5 = 7$ (ix) $6y = 21 - y$

(x) $11m = 42 + 4m$ (xi) $-3x = -5x + 22$ (xii) $6m - 1 = 2m + 1$

(xiii) $3x - 14 = x - 8$ (xiv) $5x - 2x + 7 = x + 1$ (xv) $5t - 3 = 3t - 5$

6. രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുക **33**. അതിൽ ഒരു സംഖ്യ 18 മറ്റേ സംഖ്യ ഏത് ?
7. ഒരു സംഖ്യയോട് 12 കൂട്ടിയാൽ 25 കിട്ടും. ആ സംഖ്യ കാണുക ?
8. ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്നും 60 കുറച്ചാൽ 48 കിട്ടും. ആ സംഖ്യ കാണുക ?
9. ഒരു സംഖ്യയുടെ 5 മടങ്ങ് 60 ആണ്. ആ സംഖ്യ കാണുക ?
10. ഒരു സംഖ്യയുടെ 3 മടങ്ങിൽ നിന്നും 6 കുറച്ചാൽ 18 കിട്ടും. ആ സംഖ്യ കാണുക ?
11. രണ്ട് അടുത്തടുത്തുള്ള പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ തുക 75 ആണ്. ആ സംഖ്യകൾ കാണുക ?
12. റാമിന്റെ അച്ഛൻ 70 രൂപ റാമിന് കൊടുത്തു. റാമിന്റെ കൈയിൽ 130 രൂപ ഇപ്പോൾ ഉണ്ട്. എങ്കിൽ റാമിന്റെ കൈയിൽ എത്ര രൂപ ഉണ്ടായിരുന്നു?
13. 8 വർഷത്തിന് മുമ്പ് എന്റെ വയസ്സ് 27 ആയിരുന്നു. ഇപ്പോൾ എന്റെ വയസ്സ് എത്ര ?

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

(i) $y + 18 = -70$ (ii) $-300 + x = 100$

(iii) $\frac{t}{3} - 5 = -6$ (iv) $2x + 9 = 19$

(v) $3x + 4 = 2x + 11$

കണക്കിലെ കളി

റാം തന്റെ കൂട്ടുകാരായ അരുൺ, ശരണ്യാ, രവി എന്നിവരോട് ഒരു സംഖ്യ ആലോചിക്കുവാൻ പറഞ്ഞു. ആ സംഖ്യയോട് 50 കൂട്ടാൻ പറഞ്ഞു. അതിനുശേഷം അതിനെ ഇരട്ടിയാക്കുവാൻ പറഞ്ഞു. വീണ്ടും അതിനോട് 48 കൂട്ടാൻ പറഞ്ഞു. വീണ്ടും അതിനെ 2 കൊണ്ട് ഹരിക്കുവാൻ പറഞ്ഞു. അതിൽ നിന്നും ആലോചിച്ച സംഖ്യ കുറയ്ക്കുവാൻ പറഞ്ഞു. എല്ലാവർക്കും കിട്ടിയ സംഖ്യ 74 ആയിരിക്കുമല്ലോ ? എന്ന് റാം പറഞ്ഞു. അരുൺ ആലോചിച്ച സംഖ്യ 16, ശരണ്യ ആലോചിച്ച സംഖ്യ 20, രവി ആലോചിച്ച സംഖ്യ 7 എങ്കിൽ ഉത്തരം ശരി.

		അരുൺ	ശരണ്യ	രവി
ആലോചിച്ച സംഖ്യ	x	16	20	7
50 കൂട്ടുക	$x+50$			
അതിന്റെ ഇരട്ടി	$2x + 100$			
48 കൂട്ടുക	$2x + 148$			
2 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക	$x + 74$			
ആലോചിച്ച സംഖ്യ x നെ മാറ്റുക	74			

ഓർമ്മിക്കേണ്ട വസ്തുതകൾ

1. ബീജ ഗണിതം എന്നത് ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിന്റെ ഒരു ശാഖയാണ്. ഇതിൽ അക്ഷരങ്ങൾ, സംഖ്യകൾ, ഗണിത ക്രിയകൾ എന്നിവ ഉൾപ്പെടുന്നു.
2. വ്യത്യസ്ത വിലകളെ നിർണ്ണയിക്കുന്ന അളവിനെ ഒരു ചരം അല്ലെങ്കിൽ സംഖ്യാക്ഷരം എന്നു പറയുന്നു.
3. ഒരു അളവ് സ്ഥിരമായ ഒരു അക്കമൂല്യം ഉണ്ടായിരുന്നാൽ അതിനെ സ്ഥിരാങ്കം എന്നു പറയുന്നു.
4. ചരങ്ങളും അക്കങ്ങളും ഒന്നു ചേർന്നുള്ള സജ്ജീകരണത്തെ ബീജഗണിത വ്യംജകം എന്നു പറയുന്നു.
5. പദങ്ങൾകൊണ്ട് രൂപീകരിക്കുന്നതാണ് ഒരു വ്യംജകം.
6. ഒരുപോലെ ഘാതങ്ങളുള്ളതും ഒരേ ചരം അല്ലെങ്കിൽ ചരങ്ങളുടെ ഗുണനഫല മായിട്ടുള്ള പദങ്ങളെ സദൃശ്യപദങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. വ്യത്യസ്ത ഘാതങ്ങളുള്ളതും വ്യത്യസ്ത ചരം അല്ലെങ്കിൽ ചരങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായിട്ടുള്ള പദങ്ങളെ അസദൃശ്യ പദങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.
7. ഒരു ചരമുള്ള ഒരു ബഹുപദ വ്യംജകത്തിന്റെ ചരത്തിന്റെ ഏറ്റവും കൂടിയ ഘാതത്തെ കൃതി എന്നും, ഒന്നിലധികം ചരങ്ങൾ ഉള്ള ഒരു ബഹുപദ വ്യംജകത്തിന്റെ കൃതി എന്നത് വ്യത്യസ്തമായ പദങ്ങളുടെ ചരങ്ങളുടെ ഘാതങ്ങളുടെ ഏറ്റവും കൂടിയ തുകയാണ്.
8. ഒരു പ്രസ്താവനയിൽ രണ്ട് ബീജ ഗണിത വ്യംജകങ്ങൾ സമമായാൽ അവയെ സമവാക്യം എന്നു പറയുന്നു.
9. ഒരു സമവാക്യത്തിൽ LHS നെയും RHS നെയും പരസ്പരം മാറ്റിയാലും സമവാക്യത്തിന് മാറ്റമില്ല.
10. ഒരു ചരത്തിന്റെ ഏതു മൂല്യത്തിനാണോ സമീകരണം സാധ്യമാകുന്നത് ആ മൂല്യത്തെ സമീകരണത്തിന്റെ നിർദ്ധാരണം എന്നു പറയുന്നു.

2 ദൈനംദിന കണക്കുകൾ

2.1 ശതമാനം

കടകളിൽ ഇട്ടിരിക്കുന്ന ബാനറുകളിൽ ഉള്ള 25%, 20% എന്നതിനെ കുറിച്ച് നിങ്ങൾക്കെന്താണ് മനസ്സിലാകുന്നത് ?

രാമുവിന്റെ അമ്മ അവന്റെ VI-ാം ക്ലാസ്സിലെ കണക്ക് വിഷയത്തിന്റെ നിലവാരം റിപ്പോർട്ട് കാർഡിലൂടെ വിശകലനം ചെയ്യുന്നു.

കാർഡിലെ അവന്റെ മാർക്കുകൾ ശ്രദ്ധിക്കുക.

17 / 25 , 36 / 50 , 75 / 100 , 80 / 100 , 22 / 25, 45 / 50

പേര് : **രാമു.കെ** ക്ലാസ്സ് & ഡിവിഷൻ : VI 'A'

വിഷയങ്ങൾ	യൂണിറ്റ് പരീക്ഷ I	ഇടക്കാല പരീക്ഷ I	കാൽ വാർഷിക പരീക്ഷ I	അർദ്ധ വാർഷിക പരീക്ഷ I	യൂണിറ്റ് പരീക്ഷ II	ഇടക്കാല പരീക്ഷ II
കൂടിയ മാർക്കുകൾ	25	50	100	100	25	50
ഇംഗ്ലീഷ്	23	41	75	80	22	40
ഭാഷ	20	35	85	80	21	41
ഗണിതം	**17**	**36**	**75**	**80**	**22**	**45**
ശാസ്ത്രം	23	39	92	90	21	42
സാമൂഹ്യശാസ്ത്രം	8	42	86	92	24	42
അധ്യാപകന്റെ ഒപ്പ്						
പ്രഥമ അധ്യാപകന്റെ ഒപ്പ്						
രക്ഷകർത്താവിന്റെ ഒപ്പ്						

രാമുവിന്റെ അമ്മക്ക് റിപ്പോർട്ട് കാർഡിലൂടെ അവന്റെ മാർക്കും കുറഞ്ഞമാർക്കും പെട്ടെന്ന് നോക്കിയപ്പോൾ അറിയാൻ കഴിയുന്നില്ല.

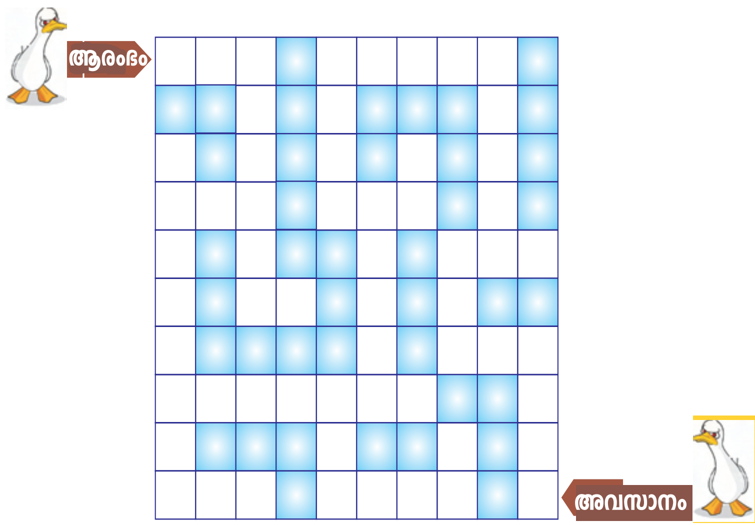
അതുകൊണ്ട് അവർ എല്ലാ മാർക്കുകളും 100 മാർക്കിലേക്ക് മാറ്റി.(100 ഛേദമായ സമാന ഭിന്നങ്ങളാക്കി).

യൂണിറ്റ് പരീക്ഷ	മാസപരീക്ഷ 1	കാൽവർഷ പരീക്ഷ	അർദ്ധവാർഷിക യൂണിറ്റ് പരീക്ഷ	യൂണിറ്റ് പരീക്ഷ 2	മാസപരീക്ഷ 2
$\frac{68}{100}$	$\frac{72}{100}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{80}{100}$	$\frac{88}{100}$	$\frac{90}{100}$

ഇപ്പോൾ അവന്റെ എല്ലാ മാർക്കുകളും 100 മാർക്കിലേക്ക് മാറ്റി. രാമുവിന്റെ അമ്മയ്ക്ക് മാർക്ക് താരതമ്യം ചെയ്യാൻ എളുപ്പമായി. അതുപോലെ രാമു VI-ാം ക്ലാസ്സിലെ കണക്കിന് ഓരോ പ്രാവശ്യവും സ്ഥിരമായി നേട്ടമുണ്ടാക്കിയതിൽ സന്തോഷവും തോന്നി.

നമുക്ക് ഇനി ചില പ്രത്യേക ഭിന്നങ്ങളെ കുറിച്ച് പഠിക്കാം.

നമുക്ക് ഇനി താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വൈധരണി (ദുർഘട മാർഗ്ഗ ശ്രേണി)യുടെ പാത ആരംഭം മുതൽ അവസാനം വരെ ഉള്ളത് കണ്ടെത്താൻ ശ്രമിക്കാം. ഇതിൽ ഒന്നിൽ കൂടുതൽ പാതയുണ്ടോ ?



ഇല്ല ഒരേ ഒരു പാത മാത്രമേ ആരംഭം മുതൽ അവസാനം വരെയുള്ളൂ.

ചെറിയ ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = 100

നിഴലിട്ട ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = 41

നിഴലിടാത്ത ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = 59

പാതയിൽ ഉൾപ്പെടുന്ന ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = ____

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക നോക്കൂ......

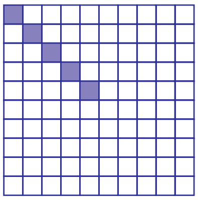
		അംശബന്ധം	ഭിന്നം	ശതമാനം
നിഴലിട്ടഭാഗം	100 ൽ 41	41 : 100	$\frac{41}{100}$	41%
നിഴലിടാത്തഭാഗം	100 ൽ 59	59 : 100	$\frac{59}{100}$	59%
പാതയിൽ ഉൾപ്പെട്ട ഭാഗം	100 ൽ____	____ : 100	$\frac{\quad}{100}$	_____ %

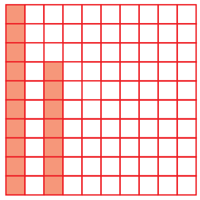
100 ഛേദമായ ഭിന്നത്തെ ശതമാനം എന്നു പറയുന്നു.

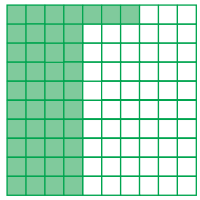
- ശതമാനം 'Percent' എന്ന പദം 'Percentum' എന്ന ലാറ്റിൻ പദത്തിൽ നിന്ന് രൂപപ്പെട്ടതാണ്. അതിന്റെ അർത്ഥം എന്നാൽ 'ഓരോ നൂറിനും' അല്ലെങ്കിൽ 100 ന് എത്ര?
- Percentage ഉം 'percent' ഉം ശതമാനം എന്ന അർത്ഥത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
- ശതമാനത്തെ % എന്ന ചിഹ്നം ഉപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
- $x : y$ എന്ന ഏത് അംശബന്ധത്തിലും $y = 100$ ആയാൽ അതിനെ 'ശതമാനം' എന്നു പറയുന്നു.

ശതമാനത്തിന്റെ വിവിധതരം രൂപങ്ങൾ എഴുതുന്ന വിധം:

ചിത്രരൂപം







നിഴലിട്ട ഭാഗത്തിനെ ഈ രൂപത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

അംശബന്ധം	5 : 100	17 : 100	43 : 100
ഭിന്നം	$\frac{5}{100}$	$\frac{17}{100}$	$\frac{43}{100}$
ശതമാനം	5%	17%	43%

അഭ്യാസം 2.1

1) **താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയെ ശതമാനത്തിലെഴുതുക**

(i) 20:100 (ii) $\frac{93}{100}$ (iii) 11 ÷ 100 (iv) $\frac{1}{100}$ (v) $\frac{100}{100}$

2) താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ശതമാനത്തിനെ അംശബന്ധത്തിലെഴുതുക.:

(i) 43% (ii) 75% (iii) 5% (iv) $17\frac{1}{2}$% (v) $33\frac{1}{3}$%

3) താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ശതമാനത്തിനെ ഭിന്ന രൂപത്തിലെഴുതുക:

(i) 25% (ii) $12\frac{1}{2}$% (iii) 33% (iv) 70% (v) 82%

ചിന്തിക്കൂ

കട - I

കട - II

ഒന്നാമത്തെ കടയിൽ 25 % കിഴിവ് നൽകിയാൽ വിറ്റവിലയുടെ ശതമാനം എത്ര ?

രണ്ടാമത്തെ കടയിൽ നൽകിയ കിഴിവ് എത്ര ശതമാനം ?

ഏത് കടയാണ് ഏറ്റവും കൂടുതൽ ലാഭം തരുന്നത് ?

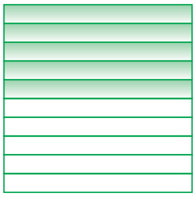
2.2. ഒരു ഭിന്നത്തെയും ദശാംശത്തേയും ശതമാനമാക്കൽ

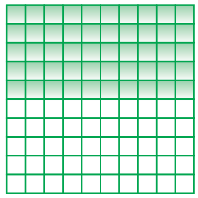
നമുക്കറിയാം, $\frac{5}{100} = 5\%$, $\frac{1.2}{100} = 1.2\%$, $\frac{175}{100} = 175\%$.

$\frac{5}{10}$ നെ ശതമാനത്തിലാക്കുക

$\frac{5}{10}$ നെ ശതമാനമായി ചിത്ര രൂപത്തിൽ രേഖപ്പെടുത്തുന്നത് നോക്കൂ:

$\frac{5}{10}$ $\frac{50}{100}$





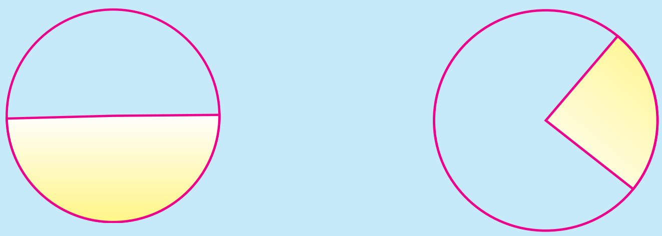
അംശത്തെയും ഛേദത്തെയും 10 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ ഛേദം 100 ആകുന്നു.

$$\frac{5 \times 10}{10 \times 10} = \frac{50}{100} = 50\%$$

ഇതിനെ മറ്റൊരു രീതിയിൽ പറഞ്ഞാൽ ഭിന്നത്തെ 100 % കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മതി.

$$\left(\frac{5}{10} \times 100\right)\% = 50\%$$

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക



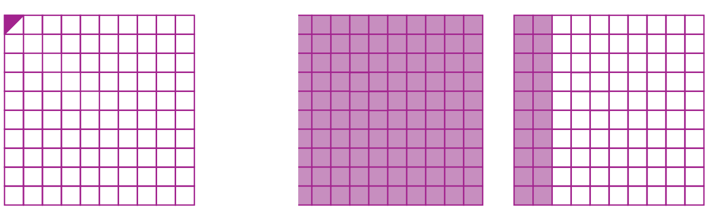
വൃത്തത്തിൽ 50% നിഴലിട്ടിരിക്കുന്നു. വൃത്തത്തിൽ 25% നിഴലിട്ടിരിക്കുന്നു.

വൃത്തങ്ങൾ വരച്ച് വ്യത്യസ്ത രീതികളിൽ (i) 50%, (ii) 25% നിഴലിടുക.

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ ?

1 നെക്കാൾ കുറവായതും 100 - ൽ കൂടുതലുമായ ശതമാനത്തെ ചിത്രത്തിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു.

$\frac{1}{2}\%$ 120%



(i) 100 ഛേദമായി മാറ്റാവുന്ന ഭിന്നങ്ങൾ

ഉദാഹരണം 2.1

$\frac{3}{5}$ നെ ശതമാനത്തിലാക്കുക.

നിർദ്ധാരണം :

5 നെ 20 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ 100 ആകും.

$$\frac{3 \times 20}{5 \times 20} = \frac{60}{100} = 60\%$$

$$\frac{3}{5} = 60\%$$

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

1) 2 × ____ = 100

2) 5 × 20 = ______

3) 4 × 25 = ______

4) 10 × ______ = 100

5) 1 × ______ = 100

ഉദാഹരണം 2.2

$6\frac{1}{4}$ നെ ശതമാനത്തിലാക്കുക.

നിർദ്ധാരണം :

$$6\frac{1}{4} = \frac{25}{4}$$

4 നെ 25 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ 100 ആകും.

$$\frac{25 \times 25}{4 \times 25} = \frac{625}{100} = 625\%$$

(ii) 100 ഛേദമായി മാറ്റാൻ സാധിക്കാത്ത ഭിന്നങ്ങൾ

ഉദാഹരണം 2.3

$\frac{4}{7}$ നെ ശതമാനത്തിലാക്കുക

നിർദ്ധാരണം : 100% കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക

$$\left(\frac{4}{7} \times 100\right)\% = \frac{400}{7}\%$$

$$= 57\frac{1}{7}\% = 57.14\%$$

ഉദാഹരണം 2.4

$\frac{1}{3}$ നെ ശതമാനത്തിലാക്കുക

നിർദ്ധാരണം : 100% കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക

$$\left(\frac{1}{3} \times 100\right)\% = \left(\frac{100}{3}\right)\%$$

$= 33\frac{1}{3}\%$ (അല്ലെങ്കിൽ) 33.33 %

ഉദാഹരണം 2.5

ഒരു വിദ്യാലയത്തിൽ 250 കുട്ടികളിൽ 55 കുട്ടികൾ ബാസ്ക്കറ്റ് ബോൾ കളിക്കുവാൻ ഇഷ്ടപ്പെടുന്നു. 75 കുട്ടികൾ ഫുട്ബോൾ കളിക്കുവാൻ ഇഷ്ടപ്പെടുന്നു. 63 കുട്ടികൾ ത്രോബോൾ കളിക്കുവാൻ ഇഷ്ടപ്പെടുന്നു. ബാക്കിയുള്ളവർ ക്രിക്കറ്റ് കളിക്കുവാൻ ഇഷ്ടപ്പെടുന്നു. എന്നാൽ ആകെ കുട്ടികളിൽ (a) ബാസ്ക്കറ്റ് ബോൾ (b) ത്രോബോൾ എന്നിവ എത്ര ശതമാനം പേർ ഇഷ്ടപ്പെടുന്നു ?

നിർദ്ധാരണം :

ആകെ കുട്ടികൾ = 250

(a) ബാസ്ക്കറ്റ് ബോൾ കളിക്കുവാൻ ഇഷ്ടപ്പെടുന്ന കുട്ടികളുടെ എണ്ണം = 55

അതായത് 250 - ൽ 55 കുട്ടികൾ ബാസ്ക്കറ്റ് ബോൾ കളിക്കുവാൻ ഇഷ്ടപ്പെടുന്നു.

ഇതിനെ ഭിന്നത്തിൽ $\frac{55}{250}$ എന്നെഴുതാം.

ബാസ്ക്കറ്റ്ബോൾ കളിക്കുവാൻ ഇഷ്ടപ്പെടുന്ന കുട്ടികളുടെ ശതമാനം

$$= \left(\frac{55}{250} \times 100\right)\% = 22\%$$

(b) ത്രോബോൾ കളിക്കുവാൻ ഇഷ്ടപ്പെടുന്ന കുട്ടികളുടെ എണ്ണം = 63

അതായത് 250 - ൽ 63 കുട്ടികൾ ത്രോബോൾ കളിക്കുവാൻ ഇഷ്ടപ്പെടുന്നു.

ഇതിനെ ഭിന്നത്തിൽ $\frac{63}{250}$ എന്നെഴുതാം.

ത്രോബോൾ കളിക്കുവാൻ ഇഷ്ടപ്പെടുന്ന കുട്ടികളുടെ ശതമാനം = $\left(\frac{63}{250} \times 100\right)\%$

$$= \frac{126}{5}\% = 25.2\%$$

അതായത് 22% കുട്ടികൾ ബാസ്ക്കറ്റ് ബോൾ കളിക്കുവാൻ ഇഷ്ടപ്പെടുന്നു. 25.2 % കുട്ടികൾ ത്രോബോൾ കളിക്കുവാൻ ഇഷ്ടപ്പെടുന്നു.

(iii) ദശാംശത്തെ ശതമാനമായി മാറ്റുന്ന രീതി

ഉദാഹരണം **2.6**

0.07 നെ ശതമാനത്തിലാക്കുക.

നിർദ്ധാരണം :

100% കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക.

$$(0.07 \times 100)\% = 7\%$$

മറ്റൊരുവിധം :

$$0.07 = \frac{7}{100} = 7\%$$

ഉദാഹരണം **2.7**

0.567 നെ ശതമാനത്തിലാക്കുക.

നിർദ്ധാരണം :

100% കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക.

$$(0.567 \times 100)\% = 56.7\%$$

മറ്റൊരുവിധം : $0.567 = \frac{567}{1000} = \frac{567}{10 \times 100}$

$$= \frac{56.7}{100} = 56.7\%$$

കുറിപ്പ് : ഒരു ഭിന്നത്തെ അല്ലെങ്കിൽ ദശാംശത്തെ ശതമാനമായി മാറ്റുന്നതിന് അതിനെ 100 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മതിയാകും.

ചിന്തിക്കൂ

1. നിങ്ങളുടെ രക്തത്തിൽ $\frac{9}{10}$ ഭാഗം ജലമാണ്. എങ്കിൽ രക്തത്തിൽ ജലമില്ലാത്ത ഭാഗം എത്ര ശതമാനം.

2. നിങ്ങളുടെ ശരീരത്തിൽ $\frac{2}{5}$ പേശികളാണെങ്കിൽ പേശികളുടെ ശതമാനം എത്ര?

   നമ്മുടെ ശരീരത്തിലെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം പേശികളുടെ ഭാരം 100 % നിന്നും കുറവാണോ? കൂടുതലാണോ? അതിൽ നിന്നും പേശികളെ കുറിച്ച് നിങ്ങൾക്കെന്തു പറയാം ?

അഭ്യാസം 2.2

1. ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

(i) 6.25 =

(A) 62.5% (B) 6250% (C) 625% (D) 6.25%

(ii) 0.0003 =

(A) 3% (B) 0.3% (C) 0.03% (D) 0.0003%

(iii) $\frac{5}{20}$ =

(A) 25% (B) $\frac{1}{4}$% (C) 0.25% (D) 5%

(iv) 1 മണിക്കൂറിൽ 20 മിനിട്ട് എന്നതിനെ ശതമാനത്തിലാക്കുക.

(A) $33\frac{1}{3}$ (B) 33 (C) $33\frac{2}{3}$ (D) none of these

(v) 1 രൂപയിൽ 50 പൈസ എന്നത് എത്ര ശതമാനം

(A) 500 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 50 (D) 20

2) താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഭിന്നങ്ങളെ ശതമാനത്തിലെഴുതുക ?

i) $\frac{20}{20}$ ii) $\frac{9}{50}$ iii) $5\frac{1}{4}$ iv) $\frac{2}{3}$ v) $\frac{5}{11}$

3. താഴെപ്പറയുന്ന ദശാംശങ്ങളെ ശതമാനത്തിലാക്കുക.

i) 0.36 ii) 0.03 iii) 0.071 iv) 3.05 v) 0.75

4. 35 കുട്ടികളുള്ള ഒരു ക്ലാസ്സിൽ ഒരു പ്രത്യേക ദിവസം 7 കുട്ടികൾ ഹാജരായില്ല. ഹാജരാകാത്ത കുട്ടികളുടെ ശതമാനം എത്ര ?

5. റാം 36 മാങ്ങ വാങ്ങി. അതിൽ 6 മാങ്ങ ചീഞ്ഞതായിരുന്നു. എങ്കിൽ ചീഞ്ഞ മാങ്ങകളുടെ ശതമാനം എത്ര ?

6. ഒരു ക്ലാസ്സിലെ 50 കുട്ടികളിൽ 23 പെൺകുട്ടികളും ബാക്കിയുള്ളവർ ആൺകുട്ടികളുമാകുന്നു. എങ്കിൽ പെൺകുട്ടികളുടെയും ആൺകുട്ടികളുടെയും ശതമാനം കാണുക ?

7. രവിക്ക് കണക്കിന് 75 - ന് 66 മാർക്കും സയൻസിന് 80 - ന് 72 മാർക്കും ലഭിച്ചു. എങ്കിൽ ഏതു വിഷയത്തിനാണ് കൂടുതൽ മാർക്ക് ലഭിച്ചത് ?

8. ശ്യാമിന്റെ മാസവരുമാനം 12,000 രൂപയാണ്. അതിൽ 1200 രൂപ സമ്പാദിക്കുന്നുവെങ്കിൽ അവൻ സമ്പാദിച്ച രൂപയുടെയും, ചെലവിന്റെയും ശതമാനം കാണുക ?

2.3 ശതമാനത്തെ ഭിന്നത്തിൽ അല്ലെങ്കിൽ ദശാംശത്തിൽ എഴുതുന്ന വിധം

i) ശതമാനം എന്നത് 100 ഛേദമായി വരുന്ന ഭിന്നമാണല്ലോ? അതുകൊണ്ട് ആ ഭിന്നത്തെ ചെറുതാക്കി അതിന്റെ ഏറ്റവും ലഘുരൂപത്തിൽ എഴുതേണ്ടതാണ്.

ഉദാഹരണം *2.8*

12% എന്നതിനെ ഭിന്നത്തിലെഴുതുക.

നിർദ്ധാരണം :

$$12\% = \frac{12}{100}$$ (ഭിന്നത്തെ ഏറ്റവും ലഘു രൂപത്തിലാക്കുക)

$$= \frac{3}{25}$$

> എളുപ്പത്തിൽ ഭിന്നം കിട്ടുന്ന ശതമാനങ്ങൾ
>
> $$50\% = \frac{1}{2}$$
>
> $$25\% = \frac{1}{4}$$
>
> $$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$$
>
> കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക

ഉദാഹരണം *2.9*

$233\frac{1}{3}\%$ എന്നതിനെ ഭിന്നത്തിലെഴുതുക.

നിർദ്ധാരണം :

$$233\tfrac{1}{3}\% = \frac{700}{3}\%$$

$$= \frac{700}{3 \times 100} = \frac{7}{3}$$

$$= 2\tfrac{1}{3}$$

ഉദാഹരണം *2.10*

$\frac{1}{4}\%$ എന്നതിനെ ഭിന്നത്തിലെഴുതുക.

നിർദ്ധാരണം :

$$\frac{1}{4}\% = \frac{1}{4 \times 100} = \frac{1}{400}$$

(ii) ശതമാനം എന്നത് 100 ഛേദമായി വരുന്ന ഭിന്നസംഖ്യയാണ്. ഇതിനെ ദശാംശമായി മാറ്റുന്നതിന് അംശത്തിൽ രണ്ട് സ്ഥാനം ഇടതുവശത്തിൽ നിന്നും നീക്കി ദശാംശ സ്ഥാനം നൽകിയാൽ മതി.

ഉദാഹരണം *2.11*

15% എന്നതിനെ ദശാംശത്തിലെഴുതുക.

നിർദ്ധാരണം :

$$15\% = \frac{15}{100} = 0.15$$

ഉദാഹരണം *2.12*

25.7% എന്നതിനെ ദശാംശത്തിലെഴുതുക

നിർദ്ധാരണം :

$$25.7\% = \frac{25.7}{100}$$

$$= 0.257$$

കണക്കിലെ കളി – ഒരു ട്രിപ്പിൽ നിർമ്മിക്കുന്നത് (മൂന്ന് മാച്ചിംഗ് കാർഡുകൾ)

ഈ കളി 2 അല്ലെങ്കിൽ 3 പേർക്ക് കളിക്കാവുന്നതാണ്.

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വ്യത്യസ്ത കാർഡുകളിൽ ശതമാനത്തിന് തന്നിട്ടുള്ളതിന് തുല്യമായ അംശബന്ധവും ദശാംശവും എഴുതുക.

5%	1 : 20	0.05
$33\frac{1}{3}\%$	1 : 3	0.33

ഇതുപോലെ 16 ജോഡി കാർഡുകൾ (48 കാർഡുകൾ ചേർന്നവ) ഒരു നിശ്ചിത വിലയിൽ ശതമാനത്തെയും അംശബന്ധത്തെയും, ദശാംശഭിന്നത്തെയും സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.

കാർഡുകളെ പരസ്പരം ഇടകലർത്തി ഓരോരുത്തർക്കും തുല്യമായി വീതിച്ചു കൊടുക്കുക.

കളിക്കാർ അവരവരുടെ കാർഡുകളെ ശതമാനത്തിലും അംശബന്ധത്തിലും, ദശാംശഭിന്നത്തിലും യോജിച്ചു വരത്തക്കവിധത്തിൽ മേശപ്പുറത്ത് വയ്ക്കണം.

യോജിക്കാത്ത കാർഡുകളെ കൈയ്യിൽ തന്നെ വയ്ക്കണം. അതിനുശേഷം ഒരു കളിക്കാരൻ തന്റെ ഇടതുവശത്തിരിക്കുന്നു. കളിക്കാരന്റെ കൈയ്യിൽ നിന്നും ഒരു കാർഡ് എടുത്ത് കളി തുടങ്ങുക. ഇങ്ങനെ കളിക്കുമ്പോൾ യോജിച്ചു വരുന്ന 3 കാർഡുകളെ മേശപ്പുറത്ത് വയ്ക്കുക. യോജിച്ചു വരുന്ന കാർഡുകളെ കളിക്കാരുടെ കൈയ്യിൽ തന്നെ വയ്ക്കുക. ഇപ്രകാരം ഇടതു വശത്തിലൂടെ കളി തുടർന്നുകൊണ്ടു പോവുക. ഏറ്റവും കൂടുതൽ യോജിച്ച കാർഡുകൾ കിട്ടുന്ന കളിക്കാരനായിരിക്കും ജയിച്ചവനായി പ്രഖ്യാപിക്കുന്നത്.

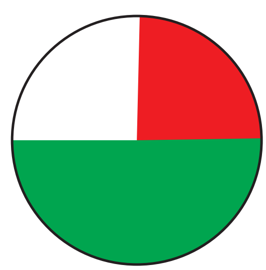
ശതമാനത്തിന്റെ മൂല്യം കാണുക

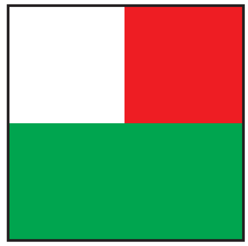
വൃത്തത്തിന്റെ 50% ഭാഗത്തെ പച്ച നിറവും 25% ഭാഗം ചുവപ്പ് നിറവും ഉപയോഗിച്ച് നിറം കൊടുക്കുക.

$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ ഭാഗം, വൃത്തത്തിന് പച്ചനിറം കൊടുക്കണം.

അതുപോലെ, $25\% = \frac{25}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$ ഭാഗം വൃത്തത്തിൽ ചുവപ്പു നിറം കൊടുക്കണം.





നമുക്ക് ഇപ്പോൾ സമചതുരത്തിന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം പച്ചനിറം കൊണ്ടും $\frac{1}{4}$ ഭാഗം ചുവപ്പു കൊണ്ടും നിറം കൊടുക്കാൻ ശ്രമിക്കാം.

രണ്ട് ചിത്രങ്ങളിൽ പച്ചനിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഭാഗം തുല്യമാണെന്ന് നിങ്ങൾ വിചാരിക്കുന്നുണ്ടോ?

ഇല്ല കാരണം ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ 50% ഭാഗം ഒരിക്കലും ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ 50% ഭാഗത്തിനു തുല്യമല്ല.

ഇതുപോലെ തന്നെ ചുവന്ന നിറം കൊടുത്തിട്ടുള്ള ഭാഗങ്ങളും അതായത് ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ 25% ഭാഗം ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ 25% ഭാഗത്തിന് തുല്യമല്ല.

നമുക്ക് ഇനി 100 രൂപയുടെ 50% ഉം, 10 രൂപയുടെ 50% കണ്ടുപിടിക്കാം.

100 രൂപയുടെ 50% എന്താണ് ?

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

അതുകൊണ്ട്, 100 ന്റെ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 100 = 50$

100 രൂപയുടെ 50% = 50 രൂപ

10 രൂപയുടെ 50% എന്താണ് ?

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

10 ന്റെ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

10 രൂപയുടെ 50% = 5 രൂപ

ഉദാഹരണം ***2.13***

1000 കി. ഗ്രാമിൽ 20% ന്റെ മൂല്യം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം :

1000 കി. ഗ്രാമിന്റെ 20% = 1000 ന്റെ $\frac{20}{100}$

$= \frac{20}{100} \times 1000$

1000 കി. ഗ്രാമിന്റെ 20% = 200 കി. ഗ്രാം.

ഉദാഹരണം ***2.14***

200 ന്റെ $\frac{1}{2}\%$ ന്റെ മൂല്യം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം :

200 ന്റെ $\frac{1}{2}\%$ = 200 ന്റെ $\frac{\frac{1}{2}}{100}$

$= \frac{1}{2 \times 100} \times 200$

$\frac{1}{200} \times 200 = 1$

200 ന്റെ $\frac{1}{2}\% = 1$

ഉദാഹരണം *2.15*

40 കിലോഗ്രാമിന്റെ 0.75 % കാണുക.

നിർദ്ധാരണം :

$$0.75\% = \frac{0.75}{100}$$

$$40 \text{ ന്റെ } 0.75\% = \frac{0.75}{100} \times 40$$

$$= \frac{3}{10} = 0.3$$

40 കിലോഗ്രാമിന്റെ 0.75% = 0.3 കി.ഗ്രാം.

ഉദാഹരണം *2.16*

ഒരു ക്ലാസ്സിലുള്ള 70 കുട്ടികളിൽ 60% ആൺകുട്ടികളാണ്. ആ ക്ലാസ്സിലെ ആൺകുട്ടികളുടെയും, പെൺകുട്ടികളുടെയും എണ്ണം എത്ര ?

നിർദ്ധാരണം :

ക്ലാസ്സിലെ ആകെ കുട്ടികൾ = 70

ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = 70 ന്റെ 60%

$$= \frac{60}{100} \times 70 = 42$$

ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = 42

പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = ആകെ കുട്ടികൾ - ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം

= 70 – 42 = 28

പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = 28

ഉദാഹരണം *2.17*

ഒരു പട്ടണത്തിലെ 2010 - ലെ ജനസംഖ്യ 1,50,000 ആയിരുന്നു. അടുത്ത വർഷം ജനസംഖ്യ 10% വർദ്ധിച്ചാൽ, 2011 - ലെ ജനസംഖ്യ എത്ര ?

നിർദ്ധാരണം :

2010 - ലെ ജനസംഖ്യ = 1,50,000

ജനസംഖ്യാ വർദ്ധനവ് $= \frac{10}{100} \times 1,50,000$

= 15,000

2011 - ലെ ജനസംഖ്യ = 150000 + 15000

= 1,65,000

അഭ്യാസം 2.3

1. **ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുക്കുക.**

(i) 30 % ന്റെ ഭിന്നരൂപം

(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{7}{10}$ (C) $\frac{3}{100}$ (D) $\frac{3}{10}$

(ii) $\frac{1}{2}\%$ ന്റെ ഭിന്നരൂപം

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{200}$ (C) $\frac{200}{100}$ (D) 100

(iii) 25% നു തുല്യമായ ദശാംശ സംഖ്യ

(A) 0.25 (B) 25 (C) 0.0025 (D) 2.5

(iv) 300 രൂപയുടെ 10%

(A) ₹10 (B) ₹ 20 (C) ₹ 30 (D) ₹300

(v) 150 രൂപയുടെ 5%

(A) ₹ 7 (B) ₹ 7.50 (C) ₹ 5 (D) ₹ 100

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ശതമാനങ്ങളെ ഭിന്നരൂപത്തിലെഴുതുക:

i) 9% ii) 75% iii) $\frac{1}{4}\%$ iv) 2.5% v) $66\frac{2}{3}\%$

3. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ശതമാനങ്ങളെ ദശാംശ രൂപത്തിലെഴുതുക:

i) 7% ii) 64% iii) 375% iv) 0.03% v) 0.5%

4. മൂല്യം കാണുക.

i) 24 ന്റെ 75% ii) 72 രൂപയുടെ $33\frac{1}{3}\%$ iii) 80 മീറ്ററിന്റെ 45%

iv) 150 ന്റെ 72% v) 50കി. ഗ്രാമിന്റെ 7.5%

5. റാം അയാളുടെ വരുമാനത്തിന്റെ 25% വാടക നൽകുന്നു. അയാളുടെ വരുമാനം 25,000 രൂപ യാണെങ്കിൽ എത്ര രൂപയാണ് വാടക കൊടുക്കുവാൻ ചിലവാക്കിയത് ?

6. ഒരു ടീം ഒരു കാലഘട്ടത്തിൽ കളിച്ച 25 കളികളിൽ 36% വിജയം നേടി. എങ്കിൽ ആ ടീം നേടിയ വിജയം, പരാജയം എന്നിവയുടെ എണ്ണം എത്ര ?.

7. ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ ജനസംഖ്യ 32,000 ആണ്. അതിൽ 40% പുരുഷന്മാരും 25% സ്ത്രീകളും ബാക്കിയുള്ളവർ കുട്ടികളുമാണ്. എങ്കിൽ ആ ഗ്രാമത്തിലെ പുരുഷന്മാരുടെയും കുട്ടികളുടെയും എണ്ണം എത്ര ?

8. ഒരു പഴയ കാറിന്റെ വില 45,000 രൂപയാണ്. എന്നാൽ 15% വില കുറവിൽ കാറിന്റെ ഇപ്പോഴത്തെ വില കാണുക ?

9. ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ ജനസംഖ്യ 7500 ആണ്. അതിൽ 47% പേർ അക്ഷരഭ്യാസം നേടിയവരായാൽ ആ ഗ്രാമത്തിലെ അക്ഷരഭ്യാസം ഇല്ലാത്തവരുടെ എണ്ണം എത്ര ?

ചിന്തിക്കൂ !

1) ശരിയാണോ?

25 - ന്റെ 20%, 20 ന്റെ 25 % - ന് തുല്യം.

2) ഒരു ഹോട്ടലിലെ നികുതി, മൊത്ത നികുതി ബിൽ തുകയുടെ 15% ആണ് എങ്കിൽ

a) ഈ ശതമാനത്തെ ദശാംശ രൂപത്തിലെഴുതുക.

b) ആറു പേരടങ്ങിയ ഒരു കുടുംബത്തിന്റെ ബിൽ തുക 750 രൂപയായാൽ അവർ കൊടുക്കേണ്ട നികുതി തുക എത്ര ?

c) അവർ ഹോട്ടലിൽ കൊടുക്കേണ്ട മൊത്തം തുക എത്ര ?

2.4 ലാഭവും നഷ്ടവും

രാമന്റെ കമ്പനി 2008 - ൽ 1,50,000 രൂപ ലാഭമുണ്ടാക്കി.

രാമന്റെ കമ്പനിക്ക് 2009 - ൽ 25,000 രൂപ നഷ്ടമുണ്ടായി.

രാമന്റെ കമ്പനിക്ക് ഒന്നാം വർഷം ലാഭവും തൊട്ടടുത്ത വർഷം നഷ്ടവും എന്നത് സാധ്യമാണോ?

പലവിധത്തിലുള്ള ലതർ സാധനങ്ങൾ – ബാഗുകൾ താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു:

തൊഴിൽശാല

മൊത്തവ്യാപാരി

ചെറുകിടവ്യാപാരി

എവിടെയാണ് ബാഗ് നിർമ്മിക്കുന്നത് ?

നിർമ്മാതാക്കൾ നേരിട്ട് അവരുടെ ഉല്പന്നങ്ങൾ വിൽക്കാറുണ്ടോ ?

ആരുടെ അടുത്താണ് ഉല്പന്നങ്ങൾ അവസാനം എത്താറുള്ളത് ?

രാജ എന്ന പഴക്കച്ചവടക്കാരൻ മൊത്ത വ്യാപാര ചന്തയിൽ നിന്നും പഴങ്ങൾ വാങ്ങി അയാളുടെ കടയിൽ വിൽക്കുന്നു.

ഒരു പ്രത്യേക ദിവസം അയാൾ ആപ്പിൾ, മാങ്ങാ പഴം, ഏത്തൻപഴം എന്നിവ വാങ്ങുന്നു.

വിലവിവര പട്ടികയിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഒരേ ഇനം പഴങ്ങൾക്ക് രണ്ടുതരം വിലകൾ ഉണ്ട്. ഓരോ കടയിലും ഓരോ വിലവിവരപട്ടിക കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്.

രാജാ വാങ്ങിയ മൊത്ത വ്യാപാര കടയിൽ ഉള്ള വിലയെ **വാങ്ങിയ വില** (C.P.) എന്നും അയാൾ പഴങ്ങൾ വിൽക്കുന്ന അയാളുടെ കടയിൽ ഉള്ള വിലയെ **വിറ്റവില** (S.P.) എന്നും പറയുന്നു.

മേൽ പറഞ്ഞ ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്നും നമുക്കു പറയാം ആപ്പിളിന്റെയും മാങ്ങയുടെയും ഏത്തപ്പഴത്തിന്റെയും വിറ്റവില അവ ഓരോന്നിന്റെയും വാങ്ങിയവിലയെക്കാളും കൂടുതലാണ്. അതായത് കച്ചവടക്കാരൻ വാങ്ങിയവിലയെക്കാളും കുറച്ച് കൂടുതൽ തുക ഈടാക്കുന്നു. ഈ കൂടുതൽ തുകയെ നമ്മൾ **ലാഭം** എന്നു പറയുന്നു.

മാങ്ങയുടെ വിറ്റവില = മാങ്ങയുടെ വാങ്ങിയ വില + ലാഭം

വിറ്റവില = വാങ്ങിയവില + ലാഭം

ലാഭം = വിറ്റവില - വാങ്ങിയ വില

= $15 - 10$

ലാഭം = ₹ 5

അതായത്, ലാഭം = വിറ്റവില – വാങ്ങിയവില

ആപ്പിളിന്റെ കാര്യത്തിൽ ആപ്പിളിന്റെ വിറ്റവില > ആപ്പിളിന്റെ വാങ്ങിയ വില, അതുകൊണ്ട് ലാഭം കിട്ടുന്നു.

ലാഭം = വിറ്റവില - വാങ്ങിയവില

= $8 - 6$

ലാഭം = ₹ 2

നമുക്ക് അറിയാം ഏത്തപ്പഴം പെട്ടെന്ന് ചീഞ്ഞ് നാശമാകുന്നു. അതുകൊണ്ട് കച്ചവടക്കാരന് അത് കേടായി നശിക്കുന്നതിനു മുമ്പ് തന്നെ വിൽക്കേണ്ടി വരുന്നു. ചിലപ്പോൾ കച്ചവടക്കാരന് കുറഞ്ഞവിലക്ക് വിൽക്കേണ്ടി വരുന്നു. (വാങ്ങിയ വിലയെക്കാൾ കുറവ്). അതായത് ഇവിടെ കുറഞ്ഞ രൂപയെ നഷ്ടം എന്നു പറയുന്നു. അതായത് വാങ്ങിയ വിലയെക്കാളും കൂടുതലായാൽ **നഷ്ടം** എന്നു പറയുന്നു.

ഏത്തപഴത്തിന്റെ കാര്യത്തിൽ,

ഏത്തപഴത്തിന്റെ വാങ്ങിയവില > ഏത്തപഴത്തിന്റെ വിറ്റവില, അതുകൊണ്ട് നഷ്ടം ഉണ്ടാകുന്നു.

ഏത്തപഴത്തിന്റെ വിറ്റവില = ഏത്തപഴത്തിന്റെ വാങ്ങിയവില - കുറഞ്ഞ രൂപ

വിറ്റവില (S.P) = വാങ്ങിയവില (C.P) – നഷ്ടം

നഷ്ടം = വാങ്ങിയവില (C.P) - വിറ്റവില (S.P)

നഷ്ടം = $3 - 2$

നഷ്ടം = ₹1

നമുക്ക് ഇങ്ങനെ എഴുതാം,

- ഒരു സാധനത്തിന്റെ വിറ്റവില, വാങ്ങിയവിലയേക്കാൾ കൂടുതലാണെങ്കിൽ ലാഭം.

  ലാഭം = വിറ്റവില - വാങ്ങിയവില

- ഒരു സാധനത്തിന്റെ വാങ്ങിയവില, വിറ്റവിലയേക്കാൾ കൂടുതലാണെങ്കിൽ നഷ്ടം.

  നഷ്ടം = വാങ്ങിയവില - വിറ്റവില

- വിറ്റവില = വാങ്ങിയവില + ലാഭം
- വിറ്റവില = വാങ്ങിയവില - നഷ്ടം

ലാഭ ശതമാനവും നഷ്ട ശതമാനവും കണക്കാക്കുന്ന വിധം

രാകേഷ് ഒരു സാധനം 10,000 രൂപയ്ക്ക് വാങ്ങി. 11,000 യ്ക്ക് വിറ്റു. 1000 രൂപ ലാഭം കിട്ടി. രമേഷ് ഒരു സാധനം 1,00,000 രൂപയ്ക്ക് വാങ്ങി. 1,01,000 രൂപയ്ക്ക് വിറ്റു. 1000 രൂപ ലാഭം കിട്ടി.

ഇവിടെ രണ്ടുപേർക്കും തുല്യമായ തുകയാണ് ലാഭമായി ലഭിച്ചത്. ഇതിൽ നിന്നും രണ്ടു പേരുടെയും നേട്ടം ഒന്നു തന്നെയാണെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് പറയാമോ ?

അല്ല. ആർക്കാണ് കൂടുതൽ നേട്ടം ലഭിച്ചതെന്ന് കണക്കാക്കണമെങ്കിൽ രണ്ടു പേരുടെയും ലാഭം മുടക്കിയ തുകയുമായി താരതമ്യം ചെയ്യേണ്ടതാണ്.

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

1) 100 ഛേദമായി വരുന്ന ഏതൊരു ഭിന്ന സംഖ്യയേയും _____ എന്നു പറയുന്നു
2) $\frac{1}{2}$ = __________%
3) 35% = __________ (ഭിന്നത്തിൽ)
4) 0.05 = __________%
5) $\frac{1}{4}$ = __ %

നമുക്കറിയാം താരതമ്യം എളുപ്പമാക്കുന്നത് തന്നിട്ടുള്ള തുകയെ ശതമാനത്തിലേയ്ക്ക് മാറ്റുമ്പോഴാണെന്ന് അതുകൊണ്ട് നമുക്ക് കണക്കാക്കേണ്ടത് ലാഭശതമാനമാണ്.

രാകേഷിന് 10,000 രൂപ മുടക്കിയപ്പോൾ കിട്ടിയ ലാഭം 1000 രൂപയാണ്.

10,000 രൂപയുടെ ലാഭം 1000 രൂപ.

അതായത് ഓരോ ഒരു രൂപയ്ക്ക് അയാൾക്ക് ലഭിച്ച ലാഭം $\frac{1000}{10000}$

100 രൂപയ്ക്ക് ലഭിച്ച ലാഭം $= \frac{1000}{10,000} \times 100$

ലാഭം % = 10

രമേഷിന് 1,00,000 രൂപ മുടക്കിയപ്പോൾ കിട്ടിയ ലാഭം 1000 രൂപയാണ്.

$$1000 \text{ രൂപയ്ക്ക് ലഭിച്ച ലാഭം} = \frac{1000}{100000}$$

$$\text{ലാഭം } \% = \frac{1000}{100000} \times 100 = 1$$

മേൽപ്പറഞ്ഞവയിൽ നിന്നും നമുക്ക് മനസ്സിലാക്കാം രമേഷിനെക്കാളും രാകേഷിനാണ് കൂടുതൽ നേട്ടം എന്ന്.

അതുകൊണ്ട്, $$\text{ലാഭം ശതമാനത്തിൽ} = \frac{\text{ലാഭം}}{\text{വാങ്ങിയവില}} \times 100$$

ഇതുപോലെ നഷ്ട ശതമാനവും കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്.

$$\text{നഷ്ട ശതമാനത്തിൽ} = \frac{\text{നഷ്ടം}}{\text{വാങ്ങിയവില}} \times 100$$

ലാഭശതമാനം അല്ലെങ്കിൽ നഷ്ടശതമാനം എല്ലായ്പ്പോഴും സാധനത്തിന്റെ വാങ്ങിയവിലയെ ആധാരമാക്കിയാണ് കണക്കാക്കുന്നത്.

ഉദാഹരണം *2.18*

ഒരു ഡീലർ ഒരു ടെലിവിഷൻ 10,000 രൂപയ്ക്ക് വാങ്ങി 12,000 വിൽക്കുന്നുവെങ്കിൽ ഒരു ടെലിവിഷന് അയാൾക്ക് ലഭിച്ച ലാഭം അല്ലെങ്കിൽ നഷ്ടം കാണുക. അയാൾ അഞ്ച് ടെലിവിഷൻ വിൽക്കുന്നുവെങ്കിൽ അയാൾക്ക് മൊത്തം ലഭിക്കുന്ന ലാഭം / നഷ്ടം എത്ര ?

നിർദ്ധാരണം:

ടെലിവിഷന്റെ വിറ്റവില = ₹ 12,000

ടെലിവിഷന്റെ വാങ്ങിയവില = ₹10,000

വിറ്റവില > വാങ്ങിയവില അതുകൊണ്ട്

ലാഭം = വിറ്റവില - വാങ്ങിയവില.

= 12000 – 10000

ലാഭം = ₹ 2,000

ഒരു ടെലിവിഷൻ സെറ്റിന്റെ ലാഭം = ₹ 2,000

അഞ്ച് ടെലിവിഷൻ സെറ്റിന്റെ ലാഭം = 2000×5

അഞ്ച് ടെലിവിഷൻ സെറ്റിന്റെ ലാഭം = ₹ 10,000

ഉദാഹരണം *2.19*

സജ്ഞയ് ഒരു സൈക്കിൾ 5000 രൂപയ്ക്ക് വാങ്ങി. അയാൾ അതിനെ രണ്ടു വർഷം കഴിഞ്ഞ് 600 രൂപ കുറച്ചു വിൽക്കുന്നുവെങ്കിൽ വിറ്റവിലയും നഷ്ട ശതമാനവും കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

സൈക്കിളിന്റെ വാങ്ങിയവില = ₹ 5000

നഷ്ടം = ₹ 600

നഷ്ടം = വാങ്ങിയവില - വിറ്റവില

= 5000 – 600

സൈക്കിളിന്റെ വിറ്റവില = ₹ 4400

നഷ്ടം % = $\frac{\text{നഷ്ടം}}{\text{വാങ്ങിയവില}}$ x 100

നഷ്ടം % = $\frac{600}{5000} \times 100$

= 12

നഷ്ടം % = 12

ഉദാഹരണം *2.20*

ഒരാൾ പഴയ സൈക്കിൾ 1250 രൂപയ്ക്ക് വാങ്ങി, 250 രൂപ അറ്റകുറ്റപണിക്കു വേണ്ടി ചെലവഴിച്ചു. അതിനെ അയാൾ 1400 രൂപയ്ക്ക് വിൽക്കുന്നുവെങ്കിൽ അയാളുടെ ലാഭശതമാനം / നഷ്ടശതമാനം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

സൈക്കിൾ വാങ്ങിയ വില = ₹ 1,250

അറ്റകുറ്റ പണിക്കുള്ള ചെലവ് = ₹ 250

യഥാർത്ഥ വില = 1250 + 250 = ₹ 1,500

വിറ്റവില = ₹ 1,400

വാങ്ങിയ വില > വിറ്റവില നഷ്ടമാകുന്നു.

നഷ്ടം = വാങ്ങിയവില - വിറ്റവില

= 1500 – 1400

= 100

നഷ്ടം = ₹ 100

നഷ്ടം % = $\frac{\text{നഷ്ടം}}{\text{വാങ്ങിയവില}}$ x 100

= $\frac{100}{1500} \times 100$

= $\frac{20}{3}$

= $6\frac{2}{3}$ (അല്ലെങ്കിൽ) 6.67

നഷ്ടം % = 6.67

ഉദാഹരണം 2.21

ഒരു പഴകച്ചവടക്കാരൻ 8 പെട്ടി മുന്തിരിങ്ങപ്പഴം ഒരു പെട്ടിക്ക് 150 രൂപ വീതം കൊടുത്തു വാങ്ങി. ഒരു പെട്ടി കേടായി. ബാക്കിയുള്ള ഓരോ പെട്ടിയും 190 രൂപാവീതം വിൽക്കുന്നുവെങ്കിൽ അയാളുടെ ലാഭം / നഷ്ട ശതമാനം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

ഒരു പെട്ടി മുന്തിരി പഴത്തിന്റെ വാങ്ങിയ വില = ₹ 150

8 പെട്ടി മുന്തിരിപഴത്തിന്റെ വാങ്ങിയവില = 150×8

= ₹ 1200

കേടായ പെട്ടിയുടെ എണ്ണം = 1

വിറ്റ പെട്ടികളുടെ എണ്ണം = $8 - 1$

= 7

ഒരു പെട്ടിയുടെ വിറ്റവില = ₹190

7 പെട്ടിയുടെ വിറ്റവില = 190×7

= ₹1330

വിറ്റവില > വാങ്ങിയവില, അതുകൊണ്ട് ലാഭം.

ലാഭം = വിറ്റവില - വാങ്ങിയവില

= $1330 - 1200$

= 130

ലാഭം = ₹130

ലാഭം % = $\dfrac{\text{ലാഭം}}{\text{വാങ്ങിയവില}} \times 100$

= $\dfrac{130}{1200} \times 100$

= 10.83

ലാഭം % = 10.83

ഉദാഹരണം 2.22

റാം എന്ന കച്ചവടക്കാരൻ ഒരു പേന 50 രൂപയ്ക്ക് വാങ്ങി. അതിനെ 5 രൂപ നഷ്ടത്തിൽ വിറ്റു. എന്നാൽ വിറ്റവില കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം:

ഒരു പേനയുടെ വാങ്ങിയവില = ₹50

നഷ്ടം = ₹ 5

വിറ്റവില = വാങ്ങിയ വില - നഷ്ടം

= 50 – 5

= 45

പേനയുടെ വിറ്റവില = ₹45

ഉദാഹരണം ***2.23***

ഒരു സ്കൂൾ കലോത്സവത്തിന് സാറ കേക്ക് ഉണ്ടാക്കി. ഓരോ കേക്കിനും 55 രൂപ ചെലവായി. ഓരോ കേക്കിനും 11 രൂപ ലാഭത്തിൽ 25 കേക്ക് വിൽക്കുന്നുവെങ്കിൽ വിറ്റവിലയും ലാഭ ശതമാനവും കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

ഒരു കേക്കിന്റെ വാങ്ങിയവില = ₹55

വിറ്റ കേക്കുകളുടെ എണ്ണം = 25

25 കേക്കിന്റെ വാങ്ങിയവില = 55 × 25 = ₹1375

1 കേക്കിന്റെ ലാഭം = ₹ 11

25 കേക്കിന്റെ ലാഭം = 11 × 25 = ₹ 275

വിറ്റവില = വാങ്ങിയവില + ലാഭം

= 1375 + 275

= 1,650

= ₹ 1,650

ലാഭം % $= \frac{\text{ലാഭം}}{\text{വാങ്ങിയവില}} \times 100$

$= \frac{275}{1375} \times 100$

= 20

ലാഭം % = 20

അഭ്യാസം 2.4

1. ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

i) ഒരു ബാഗിന്റെ വാങ്ങിയവില 575 രൂപയും വിറ്റവില 625 രൂപയും ആയാൽ ലാഭം.

(A) 50 (B) 575 (C) 625 (D) ഒന്നുമില്ല

ii) ഒരു പെട്ടിയുടെ വാങ്ങിയവില 155 രൂപയും വിറ്റവില 140 രൂപയും ആയാൽ നഷ്ടം രൂപയിൽ

(A) 155 (B) 140 (C) 15 (D) ഒന്നുമില്ല

iii) ഒരു ബാഗിന്റെ വിറ്റവില 235 രൂപയും വാങ്ങിയവില 200 രൂപയും ആയാൽ

(A) 235 രൂപ ലാഭം (B) 3 രൂപയുടെ നഷ്ടം

(C) 35 രൂപയുടെ ലാഭം (D) 200 രൂപയുടെ നഷ്ടം

iv) ലാഭ ശതമാനവും നഷ്ട ശതമാനവും എല്ലായ്പ്പോഴും കണക്കാക്കേണ്ടത്

(A) വാങ്ങിയവില (B) വിറ്റവില (C) ലാഭം (D) നഷ്ടം

v) ഒരാൾ 250 രൂപയുടെ ഒരു സാധനം വാങ്ങിയപ്പോൾ 25 രൂപ ലാഭം കിട്ടി. എങ്കിൽ ലാഭശതമാനം

(A) 25 (B) 10 (C) 250 (D) 225

2. താഴെ പറയുന്ന പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക:

വാങ്ങിയവില ₹	വിറ്റവില ₹	ലാഭം ₹	നഷ്ടം ₹
144	168		
59	38		
600	635.45		
26599	232.37		
107.50	100		

3. താഴെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ നിന്നും വിറ്റവില കാണുക.

i) വാങ്ങിയവില = ₹ 450 ലാഭം = ₹ 80
ii) വാങ്ങിയവില = ₹ 760 നഷ്ടം = ₹ 140
iii) വാങ്ങിയവില = ₹ 980 ലാഭം = ₹ 47.50
iv) വാങ്ങിയവില = ₹ 430 നഷ്ടം = ₹ 93.25
v) വാങ്ങിയവില = ₹ 999.75 നഷ്ടം = ₹ 56.25

4. വിനോദ് ഒരു വീട് 27,50,000 രൂപയ്ക്ക് വാങ്ങി. അതിൽ 2,50,000 രൂപ അറ്റകുറ്റ പണിക്കും പെയിന്റ് ചെയ്യുന്നതിനും ചെലവാക്കി. അയാൾ ആ വീടിനെ 25,00,000 രൂപയ്ക്ക് വിറ്റു. എങ്കിൽ അയാളുടെ ലാഭം അല്ലെങ്കിൽ നഷ്ടശതമാനം കാണുക.

5. ഒരു കടക്കാരൻ 10 ഏത്തൻപഴം 100 രൂപയ്ക്കു വാങ്ങി. അതിൽ 2 എണ്ണം കേടായിപ്പോയി. ബാക്കിയുള്ളവ ഓരോന്നും 11 രൂപയ്ക്കു വിൽക്കുന്നുവെങ്കിൽ അയാളുടെ ലാഭം അല്ലെങ്കിൽ നഷ്ടശതമാനം കാണുക ?

6. ഒരു കടക്കാരൻ 100 ബാൾ പേനകൾ 250 രൂപയ്ക്കു വാങ്ങി. അയാൾ അതിനെ 4 രൂപ വച്ചു വിൽക്കുന്നുവെങ്കിൽ അയാളുടെ ലാഭശതമാനം കാണുക?

7. ഒരു പച്ചക്കറി കച്ചവടക്കാരൻ 40 കി. ഗ്രാം ഉള്ളി 360 രൂപയ്ക്കു വാങ്ങി. അയാൾ അതിൽ കി. ഗ്രാമിന് 11 രൂപ നിരക്കിൽ 36 കി. ഗ്രാം ഉള്ളി വിറ്റു. അതിൽ ബാക്കിയുള്ള കേടായ ഉള്ളി കി.ഗ്രാമിന് 4.50 രൂപ നിരക്കിൽ വിൽക്കുന്നുവെങ്കിൽ അയാളുടെ ലാഭം അല്ലെങ്കിൽ നഷ്ടശതമാനം കാണുക.

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

ഏതെങ്കിലും ഒരു ഉൽപ്പന്നം തെരഞ്ഞെടുത്ത് അത് വ്യവസായ ശാലയിൽ ഉൽപ്പാദിപ്പിക്കുന്നതു മുതൽ ഉപഭോക്താവിന്റെ കയ്യിലെത്തുന്നതു വരെയുള്ള വിവിധ ഘട്ടങ്ങൾ പരിശോധിക്കുക.

ചിന്തിക്കൂ !

ഉപഭോക്താവിന് ഓരോ ഉൽപ്പന്നവും നിർമ്മാതാക്കൾ നേരിട്ട് വിൽക്കുന്നത് ലാഭകരമാണെന്ന് നിങ്ങൾ വിചാരിക്കുന്നുവോ ? ചർച്ച ചെയ്യൂ.

നിങ്ങൾ ചെയ്തു നോക്കൂ

1. ഒരു കച്ചവടക്കാരൻ കി. ഗ്രാമിന് 100 രൂപാ വിലയുള്ളതും, 80 രൂപ വിലയുള്ളതുമായ രണ്ട് തരം എണ്ണ 3:2 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ കലർത്തി (യോജിപ്പിച്ച്) കി. ഗ്രാമിന് 101.20 രൂപ നിരക്കിൽ വിൽക്കുന്നു. എങ്കിൽ അയാളുടെ ലാഭം / നഷ്ടം ശതമാനം കണക്കാക്കുക.
2. സതീഷ് ഒരു ക്യാമറ 10% ലാഭത്തിൽ രാജേഷിന് വിൽക്കുന്നു. രാജേഷ് അത് 12% നഷ്ടത്തിൽ ജോണിന് കൊടുക്കുന്നു. ജോൺ ആ ക്യാമറ 4840 രൂപയ്ക്ക് വാങ്ങുന്നു എങ്കിൽ ആ ക്യാമറ സതീഷ് എത്ര രൂപയ്ക്കാണ് വാങ്ങിയത് ?
3. ഒരു പുസ്തക കച്ചവടക്കാരൻ ഒരു പുസ്തകം വിൽക്കുന്നത്, 5% ലാഭത്തിലാണെങ്കിൽ അത് 5% നഷ്ടത്തിൽ വിൽക്കുന്നതിനെക്കാൾ 15 രൂപ കൂടുതലാണ്. എങ്കിൽ ആ പുസ്തക ത്തിന്റെ വാങ്ങിയവില എത്ര ?

2.5 സാധാരണ പലിശ

₹ 10,000 ഇപ്പോൾ നിക്ഷേപിക്കൂ. 7 വർഷം കഴിഞ്ഞ് ₹ 20,000 നേടൂ.

₹ 10,000 ഇപ്പോൾ നിക്ഷേപിക്കൂ. 6 വർഷം കഴിഞ്ഞ് ₹ 20,000 നേടൂ.

ഇത് സാധ്യമാണോ? ഇവകളുടെ വ്യത്യാസങ്ങളെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾ എന്താണ് ചിന്തിച്ചത് ?

ലോകേഷ് ഒരു ബാങ്കിൽ ജൂൺ 2008 ൽ 5000 രൂപ നിക്ഷേപിച്ചു. ജൂൺ 2009 - ൽ അയാൾക്ക് ഒരു സമ്മാന തുകയായി ₹ 5400 കിട്ടി. എന്തുകൊണ്ടാണ് അയാൾക്ക് കൂടുതൽ തുക ലഭിച്ചത് ?

എത്ര രൂപയ്ക്കാണ് അയാൾക്ക് കൂടുതൽ ലഭിച്ചത്. അയാൾ 5000 രൂപ അയാളുടെ പേഴ്സിൽ വച്ചിരുന്നാൽ അയാൾക്ക് ₹ 5400 ലഭിക്കുമായിരുന്നോ ?

ലോകേഷ് ₹ 5000, ഒരു വർഷത്തേക്ക് നിക്ഷേപിച്ച് ഒന്നാം വർഷം അവസാനം ₹ 5400 നേടി.

നമ്മൾ രൂപ കടം വാങ്ങുമ്പോഴോ നിക്ഷേപിക്കുമ്പോഴോ യഥാർത്ഥ തുക കൂടാതെ കുറച്ച് അധിക തുക കൊടുക്കുകയോ വാങ്ങുകയോ ചെയ്യുന്നു. ഇപ്രകാരമുള്ള അധിക തുകയെ **പലിശ** (I) എന്നു പറയുന്നു.

മേൽപറഞ്ഞ ഉദാഹരണത്തിൽ ലോകേഷ് 400 രൂപ പലിശയായി നേടി. കടം വാങ്ങുന്നതോ, നിക്ഷേപിക്കുന്നതോ ആയ തുകയെ **മുതൽ** (P) എന്നു പറയുന്നു. ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ നിക്ഷേപിച്ച തുകയായ 5000 രൂപയെ **മുതൽ** (P) എന്നു പറയുന്നു.

മുതലും പലിശയും കൂട്ടിയാൽ തുക (A) എന്നു പറയുന്നു.

ഇവിടെ തുക = മുതൽ + പലിശ

= ₹ 5000 + ₹ 400 = ₹ 5,400.

ഈ പലിശ എല്ലായ്പ്പോഴും തുല്യമാണോ ?

തീർച്ചയായും ഇല്ല. താഴെ പറയുന്ന ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കൂ.

(i) നിക്ഷേപിക്കുന്ന മുതൽ 5000 രൂപയിൽ നിന്ന് 10,000 രൂപയായി മാറുന്നു (കൂടുന്നു). എങ്കിൽ പലിശയും കൂടുന്നില്ലേ?

(ii) ഇതുപോലെ ₹ 5000 കൂടുതൽ വർഷം നിക്ഷേപിച്ചാൽ പലിശയും കൂടുന്നില്ലേ?

ഈ രണ്ട് സന്ദർഭങ്ങളിലും തീർച്ചയായും പലിശ കൂടുന്നു.

മേൽപ്പറഞ്ഞവയിൽ നിന്നും നമുക്കറിയാം പലിശ, മുതലിനെയും കാലയളവിനെയും ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. കൂടാതെ മറ്റൊരു ഘടകത്തെയും ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. അതിനെ പലിശ നിരക്ക് എന്നു പറയുന്നു.

അതായത് 100 രൂപയ്ക്ക് 1 വർഷം ലഭിക്കുന്ന തുകയെ പലിശ നിരക്ക് എന്നു പറയുന്നു.

അതായത് പലിശ നിരക്ക് വാർഷികമായി 10% ആണെങ്കിൽ 100 രൂപയുടെ പലിശ ഒരു വർഷത്തേക്ക് ₹ 10 ആയിരിക്കും.

പലിശ ആശ്രയിക്കുന്നത് :

തുക നിക്ഷേപിക്കുന്നത് അല്ലെങ്കിൽ കടമെടുക്കുന്നത് - മുതൽ (P)

കാലയളവ് - സാധാരണയായി വർഷത്തെ (n) എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു

പലിശ നിരക്ക് (r)

ഈ പലിശയെ സാധാരണ പലിശ എന്നു പറയുന്നു. കാരണം ഇവിടെ പലിശ എല്ലായ്പ്പോഴും കണക്കാക്കുന്നത് തുടക്കത്തിലുള്ള മുതൽ (P) നെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ്.

പലിശ കണക്കാക്കുന്ന വിധം

മുതൽ 100 രൂപ ആയാൽ പലിശ

1 വർഷത്തെ പലിശ $= 100 \times 1 \times \frac{r}{100}$

2 വർഷത്തെ പലിശ $= 100 \times 2 \times \frac{r}{100}$

3 വർഷത്തെ പലിശ $= 100 \times 3 \times \frac{r}{100}$

n വർഷത്തെ പലിശ $= 100 \times n \times \frac{r}{100}$

അതുകൊണ്ട്,

$$I = \frac{Pnr}{100}$$

$$A = P + I$$

$$A = P + \frac{Pnr}{100}$$

$$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$$

വ്യക്തമായി പറഞ്ഞാൽ പലിശ = തുക - മുതൽ

$$I = A - P$$

മറ്റൊരു സൂത്രവാക്യം

$I = \frac{Pnr}{100}$ ആയാൽ

$$r = \frac{100I}{Pn}$$

$$n = \frac{100I}{Pr}$$

$$P = \frac{100I}{rn}$$

കുറിപ്പ് : 'n' എല്ലായ്പ്പോഴും വർഷങ്ങളായിട്ടാണ് കണക്കാക്കുന്നത്. 'n' വർഷത്തിലോ ദിവസത്തിലോ ആണെങ്കിൽ വർഷങ്ങളായി മാറ്റേണ്ടതാണ്.

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

വിട്ടുപോയ ഭാഗം പൂരിപ്പിക്കുക.

മുതൽ ₹	പലിശ ₹	തുക ₹
5,000	500	
12,500		17,500
	6,000	25,000
8,450	750	
12,000		15,600

ഉദാഹരണം 2.24

കമൽ 3000 രൂപ ഒരു വർഷത്തേക്ക് 7 % വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ നിക്ഷേപിക്കുന്നവെങ്കിൽ വർഷാവസാനം അയാൾക്ക് ലഭിക്കുന്ന സാധാരണ പലിശയും ആകെ തുകയും കണക്കാക്കുക.

നിർദ്ധാരണം:

മുതൽ (P) = ₹ 3,000

വർഷങ്ങളുടെ എണ്ണം (n) = 1

പലിശ നിരക്ക് (r) = 7 %

$$\text{പലിശ (I)} = \frac{Pnr}{100}$$

$$= \frac{3000 \times 1 \times 7}{100}$$

$$\text{I} = ₹\ 210$$

$$\text{A} = \text{P + I}$$

$$= 3000 + 210$$

$$\text{A} = ₹\ 3{,}210$$

ഉദാഹരണം 2.25

രാധിക 11% വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ 5000 രൂപ 2 വർഷത്തേക്ക് നിക്ഷേപിക്കുന്നു. എങ്കിൽ 2 വർഷം തികയുമ്പോൾ രാധികയ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന പലിശയും ആകെ തുകയും കണക്കാക്കുക.

നിർദ്ധാരണം :

മുതൽ (P) = ₹ 5,000

വർഷങ്ങളുടെ എണ്ണം (n) = 2 വർഷം

പലിശ നിരക്ക് (r) = 11 %

$$\text{I} = \frac{Pnr}{100}$$

$$= \frac{5000 \times 11 \times 2}{100}$$

$$= 1100$$

$$\text{I} = ₹\ 1{,}100$$

തുക (A) = P + I

= 5000 + 1100

ആകെ തുക (A) = ₹ 6,100

ഉദാഹരണം 2.26

7500 രൂപയ്ക്ക് 8% വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ 1 വർഷവും 6 മാസവും തികയുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന സാധാരണ പലിശയും ആകെ തുകയും കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം:

P = ₹ 7,500

n = 1 വർഷം 6 മാസം

$= 1\frac{6}{12}$ വർഷം

$= 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ വർഷം

r = 8 %

അറിയുക

12 മാസം = 1 വർഷം

6 മാസം $= \frac{6}{12}$ വർഷം

$= \frac{1}{2}$ വർഷം

3 മാസം $= \frac{3}{12}$ വർഷം

$= \frac{1}{4}$ വർഷം

$$I = \frac{Pnr}{100}$$

$$= \frac{7500 \times \frac{3}{2} \times 8}{100}$$

$$= \frac{7500 \times 3 \times 8}{2 \times 100}$$

$$= 900$$

$$I = ₹\ 900$$

$$A = P + I$$

$$= 7500 + 900$$

$$= ₹\ 8,400$$

സാധാരണ പലിശ = ₹ 900, ആകെ തുക = ₹ 8,400

മറ്റൊരു രീതി:

$$P = ₹\ 7,500$$

$n = \frac{3}{2}$ വർഷം

$$r = 8\ \%$$

$$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$$

$$= 7500\left(1 + \frac{\frac{3}{2} \times 8}{100}\right)$$

$$= 7500\left(1 + \frac{3 \times 8}{2 \times 100}\right)$$

$$= 7500\left(\frac{28}{25}\right)$$

$$= 300 \times 28$$

$$= 8400$$

$$A = ₹\ 8400$$

$$I = A - P$$

$$= 8400 - 7500$$

$$= 900$$

$$I = ₹\ 900$$

സാധാരണ പലിശ = ₹ 900

ആകെ തുക = ₹ 8,400

ഉദാഹരണം 2.27

6750 രൂപയ്ക്ക് 10% വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ 219 ദിവസങ്ങൾക്കുള്ള സാധാരണ പലിശയും ആകെ തുകയും കാണുക.

അറിയുക

365 ദിവസങ്ങൾ $=$ 1 വർഷം

219 ദിവസങ്ങൾ $= \frac{219}{365}$ വർഷം $= \frac{3}{5}$ വർഷം

73 ദിവസങ്ങൾ $= \frac{73}{365}$ വർഷം $= \frac{1}{5}$ വർഷം

നിർദ്ധാരണം:

$P = ₹\ 6{,}750$

$n =$ 219 ദിവസങ്ങൾ

$= \frac{219}{365}$ വർഷം $= \frac{3}{5}$ വർഷം

$r = 10\ \%$

$I = \frac{Pnr}{100}$

$I = \frac{6750 \times 3 \times 10}{5 \times 100}$

$= 405$

$I = ₹\ 405$

$A = P + I$

$= 6750 + 405$

$= 7{,}155$

$A = ₹\ 7{,}155$

സാധാരണ പലിശ $= ₹\ 405$, ആകെ തുക $= ₹\ 7{,}155$

ഉദാഹരണം 2.28

രാഹുൽ 4000 രൂപ 2006 ജൂൺ മാസം 7-ാം തീയതി കടം വാങ്ങി അതിനെ 2006 ആഗസ്റ്റ് മാസം 19-ാം തീയതി തിരിച്ചു നൽകി. വാർഷിക പലിശ നിരക്ക് 5 % ആണെങ്കിൽ അയാൾ തിരിച്ചു നൽകിയ തുക കാണുക ?

അറിയുക

സെപ്തംബർ, ഏപ്രിൽ, ജൂൺ, നവംബർ എന്നീ മാസങ്ങൾക്ക് 30 ദിവസവും, ബാക്കി മാസങ്ങൾക്ക് ഫെബ്രുവരി ഒഴികെ 31 ദിവസങ്ങളും ആകുന്നു.

നിർദ്ധാരണം:

$P = ₹\ 4{,}000$

$r = 5\ \%$

ആകെ ദിവസം, ജൂൺ $= 24\ (30 - 6)$

ജൂലൈ $= 31$

ആഗസ്റ്റ് $= 18$

മൊത്തം ദിവസങ്ങൾ $= 73$

$n =$ 73 ദിവസങ്ങൾ

$$= \frac{73}{365} \text{ വർഷം}$$

$$= \frac{1}{5} \text{ വർഷം}$$

$$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$$

$$= 4000\left(1 + \frac{1 \times 5}{5 \times 100}\right)$$

$$= 4000\left(1 + \frac{1}{100}\right)$$

$$= 4000\left(\frac{101}{100}\right)$$

$$= 4,040$$

ആകെ തുക = ₹ 4,040

ഉദാഹരണം 2.29

7000 രൂപയ്ക്ക് 16 മാസങ്ങൾക്കുളള സാധാരണ പലിശ 1680 രൂപ ആയാൽ വാർഷിക പലിശ നിരക്ക് കാണുക?

നിർദ്ധാരണം:

P = ₹ 7,000

n = 16 മാസങ്ങൾ

$$= \frac{6}{12} \text{ വർഷം} = \frac{4}{3} \text{ വർഷം}$$

I = ₹ 1,680

$r = ?$

$$r = \frac{100I}{Pn}$$

$$= \frac{100 \times 1680}{7000 \times \frac{4}{3}}$$

$$= \frac{100 \times 1680 \times 3}{7000 \times 4}$$

$$= 18$$

r = 18 %

ഉദാഹരണം 2.30

വിജയ് 10,000 രൂപ 5% സാധാരണ പലിശനിരക്കിൽ നിക്ഷേപിച്ചു. കുറച്ച് വർഷങ്ങൾക്കുശേഷം അയാൾക്ക് 11000 രൂപ ലഭിച്ചു. എന്നാൽ അയാൾ നിക്ഷേപിച്ച വർഷം (കാലം) കണക്കാക്കുക.

നിർദ്ധാരണം:

A = ₹ 11,000

P = ₹ 10,000

$$r = 5\ \%$$

$$n = ?$$

$$I = A - P$$

$$= 11{,}000 - 10{,}000$$

$$= 1{,}000$$

$$I = ₹\ 1000$$

$$n = \frac{100\ I}{\text{Pr}}$$

$$= \frac{100 \times 1000}{10000 \times 5}$$

$n = 2$ വർഷം.

മറ്റൊരു രീതി:

$$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$$

$$11000 = 10000\left(1 + \frac{n \times 5}{100}\right)$$

$$\frac{11000}{10000} = 1 + \frac{n}{20}$$

$$\frac{11}{10} = \frac{20 + n}{20}$$

$$\frac{11}{10} \times 20 = 20 + n$$

$$22 = 20 + n$$

$$22 - 20 = n$$

$n = 2$ വർഷം

ഉദാഹരണം 2.31

ഒരു മുതൽ 8% വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ കുറച്ച് വർഷം കൊണ്ട് മൂന്നിരട്ടിയായി വർദ്ധിച്ചു. നിക്ഷേപിച്ച വർഷങ്ങളുടെ എണ്ണം എത്ര ?

നിർദ്ധാരണം:

മുതൽ P എന്നിരിക്കട്ടെ .

തുക = മുതലിന്റെ മൂന്നിരട്ടി

$$= ₹\ 3\ P$$

$$r = 8\ \%$$

$$n = ?$$

$$I = A - P$$
$$= 3P - P$$
$$= 2P$$
$$I = ₹\ 2P$$
$$n = \frac{100I}{Pr}$$
$$= \frac{100 \times 2P}{P \times 8}$$
$$n = 25 \text{ വർഷം}$$

ആകെ വർഷം = 25

മറ്റൊരു രീതി

മുതൽ 100 രൂപ എന്നിരിക്കട്ടെ

തുക $= 3 \times 100$

$= ₹\ 300$

$$I = A - P$$
$$= 300 - 100$$
$$I = ₹\ 200.$$
$$n = \frac{100I}{Pr} = \frac{100 \times 200}{100 \times 8}$$
$$n = \frac{200}{8} = 25$$

ആകെ വർഷം = 25

ഉദാഹരണം 2.32

ഒരു മുതൽ 5 വർഷം കൊണ്ട് 8% വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ 10,080 രൂപയായി വർദ്ധിച്ചു. എങ്കിൽ മുതൽ കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം:

$$A = ₹\ 10{,}080$$
$$n = 5 \text{ വർഷം}$$
$$r = 8\ \%$$
$$P = ?$$
$$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$$
$$10080 = P\left(1 + \frac{5 \times 8}{100}\right)$$

$$10080 = P\left(\frac{7}{5}\right)$$

$$10080 \times \frac{5}{7} = P$$

$$7,200 = P$$

മുതൽ = ₹ 7,200

ഉദാഹരണം **2.33**

ഒരു മുതൽ 6 വർഷം കൊണ്ട് 8880 രൂപയായും, 4 വർഷം കൊണ്ട് 7920 രൂപയായും വർദ്ധിക്കുന്നു. എങ്കിൽ മുതലും പലിശ നിരക്കും കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം:

6 വർഷത്തെ തുക = 6 വർഷത്തെ പലിശ

$$= P + I_6 = 8880$$

4 വർഷത്തെ തുക = മുതൽ + 4 വർഷത്തെ പലിശ

$$= P + I_4 = 7920$$

$$I_2 = 8880 - 7920$$

$$= 960$$

2 വർഷത്തെ പലിശ = ₹ 960

1 വർഷത്തെ പലിശ $= \dfrac{960}{2}$

$$= 480$$

4 വർഷത്തെ പലിശ $= 480 \times 4$

$$= 1,920$$

$$P + I_4 = 7920$$

$$P + 1920 = 7920$$

$$P = 7920 - 1920$$

$$P = 6,000$$

മുതൽ = ₹ 6,000

$$r = \frac{100I}{pn}$$

$$= \frac{100 \times 1920}{6000 \times 4}$$

$$r = 8\ \%$$

അഭ്യാസം 2.5

1. ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

i) 10% വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ 1000 രൂപയ്ക്ക് 2 വർഷത്തെ സാധാരണ പലിശ

(A) ₹ 1000 (B) ₹ 200 (C) ₹ 100 (D) ₹ 2000

ii) ആകെ തുക = ₹ 11,500, മുതൽ = ₹ 11,000, പലിശ എത്ര ?

(A) ₹ 500 (B) ₹ 22,500 (C) ₹ 11,000 (D) ₹ 11,000

iii) 6 മാസം =

(A) $\frac{1}{2}$ വർഷം (B) $\frac{1}{4}$ വർഷം (C) $\frac{3}{4}$ വർഷം (D) 1 വർഷം

iv) 292 ദിവസം =

(A) $\frac{1}{5}$ വർഷം (B) $\frac{3}{5}$ വർഷം (C) $\frac{4}{5}$ വർഷം (D) $\frac{2}{5}$ വർഷം

v) മുതൽ = ₹ 14000 പലിശ = ₹ 1000, എങ്കിൽ തുക ?

(A) ₹ 15000 (B) ₹ 13000 (C) ₹ 14000 (D) ₹ 1000

2. 10% വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ 5000 രൂപയ്ക്ക് 5 വർഷത്തെ സാധാരണ പലിശയും തുകയും കാണുക ?

3. 12% വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ 1200 രൂപയ്ക്ക് 3 വർഷത്തെ സാധാരണ പലിശയും തുകയും കാണുക?

4. ലോകേഷ് 10% വാർഷിക പലിശ നൽകുന്ന ഒരു ബാങ്കിൽ 10,000 രൂപ നിക്ഷേപിക്കുന്നു. 2 വർഷവും 3 മാസവും കഴിഞ്ഞ് ലോകേഷ് തുക പിൻവലിച്ചാൽ ലോകേഷിന് ലഭിച്ച പലിശ കാണുക ?

5. 13% വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ 2500 രൂപ 146 ദിവസം നിക്ഷേപിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന തുക കാണുക ?

6. 9% വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ 1999 മേയ് 21 മുതൽ 1999 ആഗസ്റ്റ് 2 വരെ 12,000 രൂപയ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന സാധാരണ പലിശയും മുതലും കാണുക ?

7. സത്യ 6000 രൂപ ഒരു ബാങ്കിൽ 5 വർഷത്തേക്ക് നിക്ഷേപിച്ചപ്പോൾ 7500 രൂപ ലഭിച്ചു. എന്നാൽ പലിശ നിരക്ക് കാണുക ?

8. 10 % വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ $2\frac{1}{2}$ വർഷത്തെ സാധാരണ പലിശ 250 രൂപയാണെങ്കിൽ മുതൽ കാണുക ?

9. 5000 രൂപ 8% വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ എത്ര വർഷം കൊണ്ട് 5800 രൂപ കിട്ടും.

10. ഒരു മുതൽ 10 വർഷം കൊണ്ട് ഇരട്ടിയാകുന്നുവെങ്കിൽ പലിശ നിരക്ക് കാണുക ?

11. $12\frac{1}{2}\%$ പലിശ നിരക്കിൽ ഒരു മുതൽ ഒരു നിശ്ചിത കാലയളവിൽ ഇരട്ടിയാകുന്നു. എന്നാൽ കാലയളവ് എത്ര വർഷമെന്ന് കാണുക ?

12. ഒരു മുതൽ 6% പലിശ നിരക്കിൽ 3 വർഷം കൊണ്ട് 6372 രൂപയാകുന്നു. എന്നാൽ മുതൽ കാണുക ?

13. ഒരു തുക 3 വർഷം കൊണ്ട് 6500 രൂപയും 1 വർഷം കൊണ്ട് 5750 രൂപയും ആകുന്നു. എങ്കിൽ മുതലും പലിശ നിരക്കും കാണുക ?

14. 15% പലിശ നിരക്കിൽ ₹36000 ക്ക് 3 വർഷം 9 മാസത്തേക്കു കിടുന്ന സാധാരണ പലിശ കാണുക ?

15. 16% നിരക്കിൽ $3\frac{1}{4}$ വർഷത്തേക്കു കിട്ടുന്ന സാധാരണ പലിശ ₹2080 എങ്കിൽ മുതൽ എത്ര ?

ചിന്തിക്കൂ !

1) ഒരു മുതൽ 2 വർഷം കൊണ്ട് $\frac{9}{4}$ മടങ്ങ് ആയാൽ പലിശ നിരക്ക് കാണുക ?

2) 10 വർഷം കഴിയുമ്പോൾ രാമിന് ₹6,00,000 വേണം. 20% വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ ഒരു ബാങ്കിൽ അയാൾ എത്ര രൂപ നിക്ഷേപിക്കണം?

ഓർമ്മിക്കേണ്ട വസ്തുതകൾ

1) 100 ഛേദമായ ഭിന്നം അല്ലെങ്കിൽ രണ്ടാംപദം 100 ആയ അംശബന്ധത്തെ ശതമാനം എന്നു പറയുന്നു.

2) ശതമാനം എന്നത് 100 ന് എത്ര എന്നതാണ്. ഇതിനെ % എന്നു സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

3) ഒരു ഭിന്നത്തെ അല്ലെങ്കിൽ ഒരു ദശാംശത്തെ ശതമാനമാക്കുന്നതിന് 100 കൊണ്ട് ഗുണിക്കണം.

4) ഒരു സാധനം വാങ്ങുമ്പോൾ ഉള്ള വിലയെ വാങ്ങിയ വില എന്നു പറയുന്നു.

5) ഒരു സാധനം വിൽക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന വിലയെ വിറ്റവില എന്നു പറയുന്നു.

6) വിറ്റവില വാങ്ങിയ വിലയെക്കാൾ കൂടുതലാണെങ്കിൽ ലാഭം ഉണ്ടാകുന്നു.

7) വാങ്ങിയവില, വിറ്റവിലയെക്കാൾ കൂടുതലാണെങ്കിൽ നഷ്ടം ഉണ്ടാകുന്നു.

8) മൊത്തം വാങ്ങിയവില = വാങ്ങിയവില + അറ്റകുറ്റ പണിയുടെ ചെലവ് / ഗതാഗത ചെലവ്

9) ലാഭവും, നഷ്ടവും എല്ലായ്പ്പോഴും വാങ്ങിയ വിലയെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ് കണക്കാക്കുന്നത്.

10) ലാഭം = വിറ്റവില - വാങ്ങിയവില

11) നഷ്ടം = വാങ്ങിയവില - വിറ്റവില

12) ലാഭം % = $\frac{\text{ലാഭം}}{\text{വാങ്ങിയവില}} \times 100$

13) നഷ്ടം % = $\frac{\text{നഷ്ടം}}{\text{വാങ്ങിയവില}} \times 100$

14) വിറ്റവില = വാങ്ങിയവില + ലാഭം

15) വിറ്റവില = വാങ്ങിയവില - നഷ്ടം

16) പലിശ കണക്കാക്കുന്ന സൂത്രവാക്യം $I = \frac{\text{Pnr}}{100}$

17) $A = P + I$

$= P + \frac{Pnr}{100}$

$= P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$

18) $I = A - P$

19) $P = \frac{100I}{nr}$

20) $r = \frac{100I}{Pn}$

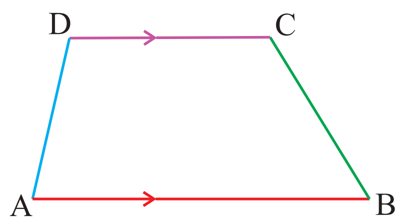
21) $n = \frac{100I}{\text{Pr}}$

3 അളവുകൾ

3.1 ലംബകം

ഒരു ജോടി എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരങ്ങളായ ചതുർഭുജത്തെ ലംബകം എന്നു പറയുന്നു.

ഒരു ലംബകത്തിന്റെ സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലത്തെ അതിന്റെ ഉയരം എന്നു പറയുന്നു.

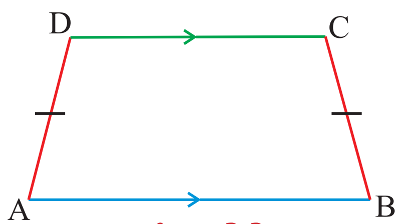


ചിത്രം. *3.1*

ഇവിടെ AD , BC എന്നീ വശങ്ങൾ സമാന്തരങ്ങളല്ല

എന്നാൽ $AB \parallel DC$ ആണ്.

ഒരു ലംബകത്തിന്റെ സമാന്തരങ്ങളല്ലാത്ത വശങ്ങൾ തുല്യമായാൽ ($AD = BC$) അതിനെ ദ്വിസമഭുജലംബകം എന്നു പറയുന്നു.



ചിത്രം. *3.2*

ഇവിടെ $\angle A = \angle B$; $\angle C = \angle D$

$AC = BD$

$\angle A + \angle D = 180°$; $\angle B + \angle C = 180°$

ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

ABCD എന്ന ലംബകത്തിന്റെ സമാന്തരവശങ്ങളായ AB , DC എന്നിവയെ 'a' , 'b'. എന്നിങ്ങനെ രേഖപ്പെടുത്താം. ഈ രണ്ട് സമാന്തര വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 'h' എന്നിരിക്കട്ടെ. BD എന്ന വികർണ്ണം ലംബകത്തെ $\triangle ABD$, $\triangle BCD$ എന്നീ രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു.

ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

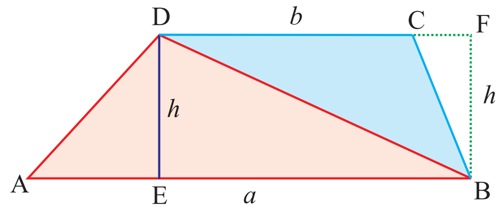
$= \triangle ABD$ യുടെ വിസ്തീർണ്ണം +

$\triangle BCD$ യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$= \frac{1}{2} \times AB \times h + \frac{1}{2} \times DC \times h$

$= \frac{1}{2} \times h[AB + DC]$

$= \frac{1}{2} \times h[a + b]$ ച. മാത്രകൾ



ചിത്രം. 3.3

$\therefore$ ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times$ ഉയരം x (സമാന്തര വശങ്ങളുടെ തുക) ച. മാത്രകൾ

ഉദാഹരണം 3.1

സമാന്തര വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 12 സെ.മീ, 8 സെ.മീ എന്നിവയും ഉയരം 10 സെ.മീ ആയാൽ ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളവ: $h = 10$ സെ.മീ, $a = 12$ സെ.മീ, $b = 8$ സെ.മീ

ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times h(a + b)$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times (12 + 8) = 5 \times (20)$

$\therefore$ ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം= 100 ച. സെ.മീ

ഉദാഹരണം 3.2

ഒരു ലംബകത്തിന്റെ രണ്ട് സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 15 സെ.മീ, 10 സെ.മീ എന്നിവയാണ്. അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 100 ച.സെ.മീ ആയാൽ സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളവ: $a = 15$ സെ.മീ, $b = 10$ സെ.മീ, വിസ്തീർണ്ണം = 100 ച. സെ.മീ

ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 100

$\frac{1}{2}h(a + b) = 100$

$\frac{1}{2} \times h \times (15 + 10) = 100$

$h \times 25 = 200$

$h = \frac{200}{25} = 8$

$\therefore$ സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം = 8 സെ.മീ.

ഉദാഹരണം 3.3

ഒരു ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 102 സെ.മീ^{2} ഉം അതിന്റെ ഉയരം 12 സെ.മീ ഉം ആണ്. ഒരു സമാന്തരവശത്തിന്റെ നീളം 8 സെ.മീ ആയാൽ അതിന്റെ മറ്റേ സമാന്തരവശത്തിന്റെ നീളം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

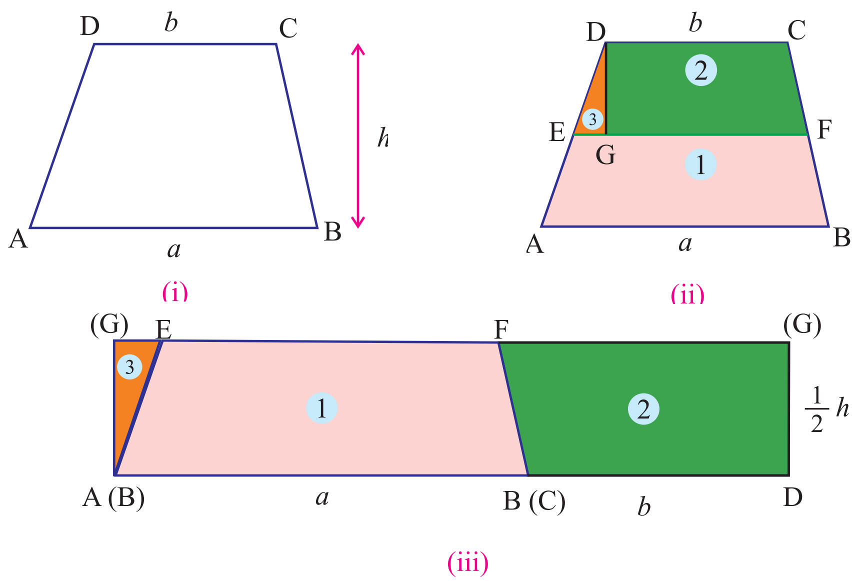
തന്നിട്ടുള്ളവ: വിസ്തീർണ്ണം = 102 സെ.മീ^{2}, $h = 12$ സെ.മീ, $a = 8$ സെ.മീ.

$$\text{ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം} = 102$$
$$\frac{1}{2}h(a+b) = 102$$
$$\frac{1}{2} \times 12 \times (8+b) = 102$$
$$6\,(8+b) = 102$$
$$8+b = 17 \quad \Rightarrow \quad b = 17-8 = 9$$

∴ മറ്റേ സമാന്തര വശത്തിന്റെ നീളം = 9 സെ.മീ

(കടലാസ് മടക്കൽ രീതി):

ഒരു ചാർട്ട് പേപ്പറിൽ ഇഷ്ടമുള്ള അളവിൽ ABCD എന്ന ഒരു ലംബകം വരയ്ക്കുക. ആ ലംബകത്തെ മുറിച്ചു മാറ്റുക. ABയുടെ പുറത്ത് DCവരത്തക്കവിധം മടക്കുക. ചിത്രം (ii)-ൽ കാണുന്നതുപോലെ EF നെ AD, BC യുടെ മധ്യത്തിൽ കുറിക്കുക.



ചിത്രം. *3.4*

ലംബകത്തെ EF ചിത്രം 3.4 (ii) -ൽ കാണുന്നതുപോലെ രണ്ട് ഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു.

D -ൽ നിന്ന് DG ⊥ EF. വരത്തക്കവിധം DG വരയ്ക്കുക. ഈ മൂന്ന് ഭാഗവും പ്രത്യേകമായി മുറിച്ചു മാറ്റുക. ചിത്രം 3.4 (iii)ൽ കാണുന്നതുപോലെ നിരത്തി വെയ്ക്കുക.

ഇപ്പോൾ കിട്ടുന്ന ചിത്രം ഒരു ദീർഘ ചതുരവും അതിന്റെ നീളം AB + CD = $a + b$

വീതി $\frac{1}{2}$(ലംബകത്തിന്റെ ഉയരം) = $\frac{1}{2}h$

∴ ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = ചിത്രം 3.4(iii)ൽകാണുന്ന ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

$$= \text{നീളം} \times \text{വീതി}$$
$$= (a+b)\left(\frac{1}{2}h\right)$$
$$= \frac{1}{2}h(a+b) \text{ ച.മാത്രകൾ}$$

അഭ്യാസം 3.1

1. ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

i) ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം ________ ചതുരശ്ര മാത്രകൾ.

(A) $h(a+b)$ (B) $\frac{1}{2}$ h (a + b) (C) $h(a-b)$ (D) $\frac{1}{2}$ h $(a-b)$

ii) സമപാർശ്വ ലംബകം എന്നത് ഒരു ലംബകത്തിന്റെ

(A) സമാന്തരമല്ലാത്ത വശങ്ങൾ തുല്യം (B) സമാന്തര വശങ്ങൾ തുല്യം

(C) ഉയരം = ആധാരം

(D) സമാന്തര വശങ്ങൾ = സമാന്തരമല്ലാത്ത വശങ്ങൾ തുല്യം

iii) ഒരു ലംബകത്തിന്റെ രണ്ട് സമാന്തരവശങ്ങളുടെ തുക 18 സെ.മീ ഉം ഉയരം 15 സെ.മീ ഉം ആയാൽ വിസ്തീർണ്ണം

(A) 105 സെ.മീ^{2} (B) 115 സെ.മീ^{2} (C) 125 സെ.മീ^{2} (D) 135 സെ.മീ^{2}

iv) സമാന്തര വശങ്ങളുടെ തുക 20 സെ.മീ വിസ്തീർണ്ണം 80 സെമീ^{2} എങ്കിൽ ലംബകത്തിന്റെ ഉയരം.

(A) 2 സെ.മീ (B) 4 സെ.മീ (C) 6 സെ.മീ (D) 8 സെ.മീ

2. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ഉയരവും, സമാന്തരവശങ്ങളും ഉള്ള ലംബകങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?

i) ഉയരം = 10 സെ.മീ, സമാന്തരവശങ്ങൾ = 4 സെ.മീ , 6 സെ.മീ

ii) ഉയരം = 11 സെ.മീ, സമാന്തരവശങ്ങൾ = 7.5 സെ.മീ , 4.5 സെ.മീ

iii) ഉയരം = 14 സെ.മീ, സമാന്തരവശങ്ങൾ = 8 സെ.മീ , 3.5 സെ.മീ

3. ഒരു ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 88 സെ.മീ^{2} ഉം ഉയരം 8 സെ.മീ ഉം ആണ്. സമാന്തരവശങ്ങളിൽ ഒന്നിന്റെ നീളം 8 സെ.മീ എങ്കിൽ മറ്റെ സമാന്തരവശത്തിന്റെ നീളം കാണുക.

4. ഒരു പൂന്തോട്ടം ലംബകത്തിന്റെ ആകൃതി ഉള്ളതാണ്. സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 40 മീ, 30 മീ ആണ്. സമാന്തരവശങ്ങളുടെ അകലം 25 മീ ആയാൽ പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

5. ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 960 സെ.മീ^{2} സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളം 40 സെ.മീ, 60 സെ.മീ ലംബകത്തിന്റെ സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക.

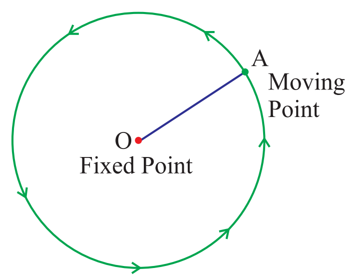
3.2 വൃത്തം

നമ്മുടെ ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ നാം കൈകാര്യം ചെയ്യുന്ന ചക്രം, നാണയം, വളയങ്ങൾ, വളകൾ, ജയിന്റ് വീൽ (പ്രദർശന സ്ഥലങ്ങളിൽ കറങ്ങുന്ന യന്ത്രം), സിഡി എന്നിവ ശ്രദ്ധിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ? ഈ പറഞ്ഞ വസ്തുക്കളുടെ ആകൃതി എന്താണ് ?

'വട്ടം', 'വട്ടം', 'വട്ടം'

അതെ, ഇത് ഒരു വട്ടം ആണ്. ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ ഇതിനെ വൃത്തം എന്നു പറയുന്നു. നമുക്ക് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ ശ്രമിക്കാം.

ഒരു നൂൽ എടുത്ത് അതിന്റെ ഒരഗ്രം O എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഉറപ്പിക്കുക. മറ്റേ അഗ്രത്തിൽ ഒരു പെൻസിൽ അല്ലെങ്കിൽ ചോക്ക് പീസ് കഷ്ണം കെട്ടി വച്ച് A എന്ന ബിന്ദുവിൽ ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ ഉറപ്പിക്കുക.



ചിത്രം. 3.5

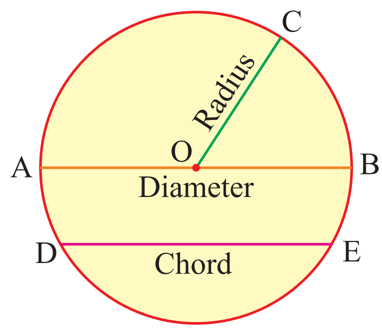
നൂലിനെ നല്ലവണ്ണം മുറുകെ പിടിച്ച് പെൻസിലിനെ A യിൽ നിന്നും ചലിപ്പിക്കുക. A എന്ന ബിന്ദുവിൽ തിരികെ എത്തുമ്പോൾ നിർത്തുക. ഇപ്പോൾ ചിത്രത്തിൽ ഉണ്ടായ പാത ശ്രദ്ധിച്ചു നോക്കുക.

പെൻസിൽ ചലിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന പാതയുടെ രൂപം ഒരു വൃത്തമാണോ ? അതോ നേർരേഖയാണോ?

'വൃത്തം'

അതെ, ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് ഒരു നിശ്ചിത അകലത്തിലുള്ള ബിന്ദു ചലിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന പാതയെ വൃത്തം എന്നു പറയുന്നു.

ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ഭാഗങ്ങൾ



ചിത്രം. 3.6

നിശ്ചിത ബിന്ദുവിനെ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം എന്നു പറയുന്നു.

നിശ്ചിത ബിന്ദുവിനും ചലിക്കുന്ന ബിന്ദുവിനും തമ്മിലുള്ള അകലത്തെ വ്യാസാർദ്ധം എന്നു പറയുന്നു.

i.e. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവും തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തെ വ്യാസാർദ്ധം എന്നു പറയുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം 'r' എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏത് രണ്ട് ബിന്ദുക്കളും യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തെ വൃത്തത്തിന്റെ ഞാൺ എന്നു പറയുന്നു.

ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം ഉൾപ്പെടുന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തിന്റെ രണ്ട് അഗ്രബിന്ദുക്കളും വൃത്തത്തിലായാൽ ആ രേഖാഖണ്ഡത്തെ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം എന്ന് പറയുന്നു. വ്യാസത്തെ 'd'. എന്ന അക്ഷരം ഉപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിക്കാം.

വ്യാസം വൃത്തത്തിന്റെ ഏറ്റവും നീളം കൂടിയ ഞാൺ ആയിരിക്കും. വ്യാസം വ്യാസാർദ്ധത്തിന്റെ 2 മടങ്ങ് ആണ്. (അതായത് . $d = 2r$)

ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം വൃത്തത്തെ രണ്ട് തുല്യ ഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു. ഈ തുല്യ ഭാഗങ്ങളെ അർദ്ധവൃത്തം എന്നു പറയുന്നു.

> ചിന്തിക്കൂ.
>
> ഒരു വൃത്തത്തിൽ എത്ര വ്യാസങ്ങൾ ഉണ്ടാകും?

> **നിങ്ങൾക്കറിയാമോ**
>
> വ്യാസാർദ്ധത്തിന്റെ ബഹുവചനം വ്യാസാർദ്ധങ്ങൾ. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ എല്ലാ വ്യാസാർദ്ധങ്ങളും തുല്യമാണ്.

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്

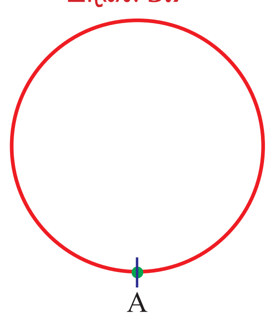
ചിത്രം. 3.7

ഒരു ഓട്ടക്കാരൻ ഒരു കളിസ്ഥലം വൃത്താകൃതിയിൽ രണ്ടു പ്രാവശ്യം ചുറ്റുന്നുവെങ്കിൽ അയാൾ സഞ്ചരിച്ച ദൂരം നിങ്ങൾക്ക് കണ്ടുപിടിക്കാമോ?

ഇത് ഒരു വൃത്താകൃതിയിലുള്ള പാതയായതുകൊണ്ട് നമുക്ക് സ്കെയിൽ ഉപയോഗിച്ച് ദൂരം കാണാൻ സാധ്യമല്ല.

എങ്കിൽ നമുക്ക് എന്തുചെയ്യാം?

ഒരു രൂപാ നാണയം എടുക്കുക. അതിനെ ഒരു വെള്ള പേപ്പറിൽ വെച്ച് അതിന്റെ ചുറ്റും പെൻസിൽ ഉപയോഗിച്ച് വൃത്താകൃതിയിൽ വരയ്ക്കുക. നാണയം മാറ്റുക. ഈ വൃത്തത്തിൽ ചിത്രം (3.8) ൽ കാണുന്നതുപോലെ A എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.



ചിത്രം. 3.8

ഒരു നൂൽ ഉപയോഗിച്ച് അതിന്റെ ഒരറ്റം A എന്ന ബിന്ദുവിൽ വെച്ച് ഈ വൃത്തത്തിന്റെ പുറത്തു കൂടെ നൂൽ വളച്ച് വയ്ക്കുക. മറ്റേ അഗ്രം A എന്ന ബിന്ദുവിൽ എത്തുന്ന ഭാഗം വെച്ച് മുറിച്ച് മാറ്റുക. ഈ നൂലിന്റെ നീളമാണ് നാണയത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്.

അതായത്

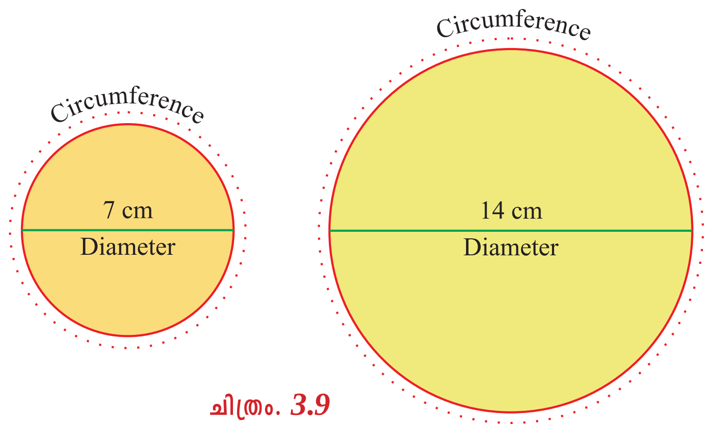
ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റുമുള്ള ദൂരത്തെ ചുറ്റളവ് എന്നു പറയുന്നു. ചുറ്റളവിനെ ‘C’ എന്ന അക്ഷരം ഉപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ അതിർ വരമ്പിനെ അതിന്റെ ചുറ്റളവ് എന്നുപറയുന്നു.

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

ഒരു കുപ്പിയുടെ അടപ്പ് അല്ലെങ്കിൽ ഒരു വള അല്ലെങ്കിൽ ഏതെങ്കിലും വൃത്താകൃതിയിലുള്ള വസ്തുക്കളെടുത്ത് അതിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക. കഴിയുമെങ്കിൽ വൃത്താകൃതിയിലുള്ള വസ്തുക്കളുടെ ചുറ്റളവും അതിന്റെ വ്യാസവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തുക.

വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും ചുറ്റളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

നാല് വൃത്തങ്ങൾ 3.5 സെ.മീ, 7 സെ.മീ, 5 സെ.മീ, 10.5 സെ.മീ, എന്നീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ നിങ്ങളുടെ നോട്ട് ബുക്കിൽ വരയ്ക്കുക. നൂൽ ഉപയോഗിച്ച് അവയുടെ ചുറ്റളവും, സ്കെയിൽ ഉപയോഗിച്ച് അതിന്റെ വ്യാസവും അളക്കുക. ചിത്രത്തിൽ തന്നിട്ടുള്ളവ ശ്രദ്ധിക്കുക.



ചിത്രം. 3.9

പട്ടിക 3.1 ൽ വിട്ടുപോയ മൂല്യങ്ങളെ പൂരിപ്പിക്കുക. അവ ഓരോന്നിന്റെയും വ്യാസവും ചുറ്റളവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കാണുക.

വൃത്തം	വ്യാസാർദ്ധം	വ്യാസം (d)	ചുറ്റളവ് (C)	അംശബന്ധം $\left(\frac{C}{d}\right)$
1	3.5 സെ.മീ	7 സെ.മീ	22 സെ.മീ	$\frac{22}{7} = 3.14$
2	7 സെ.മീ	14 സെ.മീ	44 സെ.മീ	$\frac{44}{14} = \frac{22}{7} = 3.14$
3	5 സെ.മീ	10 സെ.മീ	----	----
4	10.5 സെ.മീ	21 സെ.മീ	----	----

പട്ടിക 3.1

പട്ടികയിൽ നിന്നും നിങ്ങൾ എന്ത് അനുമാനിക്കുന്നു. ഈ അംശബന്ധം $\left(\frac{C}{d}\right)$ ഏകദേശം തുല്യമാണോ ?

അതെ !

$\frac{C}{d} = 3.14 \Rightarrow C = (3.14)d$

അതായത്, ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് അതിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ മൂന്നുമടങ്ങിനെക്കാൾ കൂടുതലാണെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് പറയാമോ ?

അതെ !

എല്ലാ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്നും $\frac{C}{d}$ എന്ന അംശബന്ധം എല്ലായ്പ്പോഴും സ്ഥിരമാകുകയും അതിനെ ഗ്രീക്ക് അക്ഷരമാലയിലെ π (എന്ന അക്ഷരം 'pi') ഉപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ഇതിന്റെ ഏകദേശമൂല്യം $\frac{22}{7}$ അല്ലെങ്കിൽ 3.14.

അതുകൊണ്ട് $\frac{C}{d} = \pi \Rightarrow C = \pi d$ മാത്രകൾ ഇവിടെ d വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധത്തിന്റെ 2 മടങ്ങാണ് വ്യാസം എന്ന് നമുക്കറിയാം i.e. $d = 2r$.

മേൽപറഞ്ഞ സൂത്രവാക്യത്തിൽ , $C = \pi d = \pi(2r) \Rightarrow C = 2\pi r$ മാത്രകൾ.

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ

π യുടെ മൂല്യം ധാരാളം ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞന്മാർ കണ്ടുപിടിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ബാസിലോണിയൻസ് : $\pi = 3$ ഗ്രീക്ക് : $\pi = \frac{22}{7}$ അല്ലെങ്കിൽ 3.14

ആർക്കമെഡീസ് : $3\frac{1}{7} < \pi < 3\frac{10}{71}$ ആര്യഭട്ട : $\pi = \frac{62838}{2000}$ (അല്ലെങ്കിൽ)3.1416

$\pi = \frac{22}{7}$ അല്ലെങ്കിൽ 3.14

ഉദാഹരണം *3.4*

21 സെ.മീ വ്യാസമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് $= \pi d$

$= \frac{22}{7} \times 21$ ഇവിടെ $\pi = \frac{22}{7}$

$= 66$ സെ.മീ.

ഉദാഹരണം *3.5*

3.5 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക?

നിർദ്ധാരണം

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് $= 2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5$

$= 2 \times 22 \times 0.5$

$= 22$ മീ

ഉദാഹരണം 3.6

88 സെ.മീ നീളമുള്ള ഒരു കമ്പി വളച്ച് ഒരു വൃത്തമുണ്ടാക്കുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം

കമ്പിയുടെ നീളം = 88 സെ.മീ.

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = കമ്പിയുടെ നീളം

$$2\pi r = 88$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 88$$

$$r = \frac{88 \times 7}{2 \times 22} = 14 \text{ സെ.മീ.}$$

∴ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം 14 സെ.മീ.

ഉദാഹരണം 3.7

ഒരു സൈക്കിൾ ചക്രത്തിന്റെ വ്യാസം 63 സെ.മീ ഈ സൈക്കിൾ ചക്രം 20 പ്രാവശ്യം ചുറ്റുമ്പോൾ സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം

സൈക്കിൾ ചക്രം ഒരു പ്രാവശ്യം ചുറ്റുമ്പോൾ,

ഒരു വളയം ചുറ്റുമ്പോഴുള്ളദൂരം = ചക്രത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്

∴ സൈക്കിൾ ചക്രം ഒരു പ്രാവശ്യം ചുറ്റുമ്പോൾ സഞ്ചരിച്ച ദൂരം

$= \pi d$ മാത്രകൾ

$= \frac{22}{7} \times 63$ സെ.മീ.

= 198 സെ.മീ.

ഒരു പ്രാവശ്യം ചുറ്റുമ്പോൾ സഞ്ചരിച്ച ദൂരം = 198 സെ.മീ.

∴ 20 പ്രാവശ്യം ചുറ്റുമ്പോൾ സഞ്ചരിച്ച ദൂരം = 20 × 198 സെ.മീ.

= 3960 സെ.മീ.

= 39 മീ 60 സെ.മീ. [100 സെ.മീ = 1 മീ]

ഉദാഹരണം 3.8

8800 സെ.മീ ദൂരം പോകനായി ഒരു സ്കൂട്ടറിന്റെ ചക്രം 50 പ്രാവശ്യം ചുറ്റുന്നു. ചക്രത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം

സഞ്ചരിച്ച ദൂരം = ചുറ്റുന്ന എണ്ണം × ചക്രത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്

$$\text{ചുറ്റളവ്} = \frac{\text{സഞ്ചരിച്ച ദൂരം}}{\text{ചുറ്റുന്ന എണ്ണം}}$$

$$2\pi r = \frac{8800}{50}$$

എന്നാൽ, $2\pi r = 176$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 176$$

$$r = \frac{176 \times 7}{2 \times 22}$$

$$r = 28 \text{ സെ.മീ}$$

∴ ചക്രത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം = 28 സെ.മീ.

ഉദാഹരണം 3.9

ഒരു വണ്ടിയുടെ ചക്രം 70 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധം ഉള്ളതാണ്. ഈ വണ്ടി 132 മീ ദൂരം എത്തുന്നതിന് എത്ര പ്രാവശ്യം ചക്രം കറങ്ങണം ? (ചുറ്റിയിരിക്കണം)

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുളളവ: $r = 70$ സെ.മീ, സഞ്ചരിച്ച ദൂരം = 132 മീ.

∴ വണ്ടിചക്രത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് $= 2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 70$$

$$= 440 \text{ സെ.മീ}$$

സഞ്ചരിച്ച ദൂരം = ചക്രം ചുറ്റിത്തിരിയലിന്റെ എണ്ണം × ചക്രത്തിന്റെസഞ്ചരിച്ച ദൂരം

∴ ചുറ്റിത്തിരിയലിന്റെ എണ്ണം $= \dfrac{\text{സഞ്ചരിച്ച ദൂരം}}{\text{ചക്രത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്}}$

$$= \frac{132 \text{ m}}{440 \text{ cm}}$$

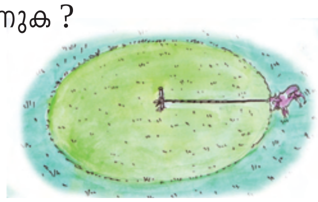
$$= \frac{13200 \text{ cm}}{440 \text{ cm}} \quad (1 \text{ മീ} = 100 \text{ സെ.മീ}, 132 \text{ മീ} = 13200 \text{ സെ.മീ})$$

$$= 30$$

∴ ചുറ്റിത്തിരിയലിന്റെ എണ്ണം = 30.

ഉദാഹരണം 3.10

വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു നിലത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 44 മീ ആണ്. അതിന്റെ കേന്ദ്ര ഭാഗത്തായി ഒരു കമ്പിയിൽ ഒരു പശുവിനെ കെട്ടിയിരിക്കുന്നു. പശുവിന് ആ നിലത്തുള്ള മൊത്തം ഭാഗത്തുള്ള പുല്ലുമേയുന്നതിനു വേണ്ടി കെട്ടാൻ ആവശ്യമായ കയറിന്റെ നീളം കാണുക ?



ചിത്രം. 3.10

നിർദ്ധാരണം

കയറിന്റെ നീളം = വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 44 മീ (തന്നിട്ടുള്ളത്)

എന്നാൽ, $2\pi r = 44$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$$

$$\therefore r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22} = 7 \text{ മീ}$$

∴ പശുവിനെ കെട്ടാൻ ആവശ്യമായ കയറിന്റെ നീളം = 7 മീ

ഉദാഹരണം 3.11

വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം 56 മീ. പൂന്തോട്ടത്തിനു ചുറ്റും കമ്പിവേലി നിർമ്മിക്കുന്നതിന് ഒരു മീറ്ററിന് 10 രൂപ നിരക്കിൽ മൊത്തം എത്ര രൂപ ചെലവാകും ?

നിർദ്ധാരണം

കമ്പിവേലിയുടെ നീളം = വൃത്താകൃതിയിലുള്ള പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്

വൃത്താകൃതിയിലുള്ള നിലത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് $= 2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 56 = 352$ മീ

$\therefore$ കമ്പിവേലിയുടെ നീളം $= 352$ മീ

ഒരു മീറ്റർ കമ്പിവേലിയുടെ ചെലവ് $=$ ₹ 10

$\therefore$ 352മീ. കമ്പിവേലിയുടെ ചെലവ് $=$ ₹ 10×352

$=$ ₹ 3520

$\therefore$ മൊത്തം കമ്പിവേലി നിർമ്മിക്കുന്നതിനുള്ള ചെലവ് ₹ 3520.

ഉദാഹരണം 3.12

വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു പാർക്കിനു ചുറ്റും കമ്പിവേലി നിർമ്മിക്കുന്നതിനു ഒരു മീറ്ററിന് 5 രൂപാ നിരക്കിൽ 1100 രൂപ ചെലവാകും. പാർക്കിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം

വേലി നിർമ്മിക്കുന്നതിനുള്ള ചെലവ് = വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് $\times$ നിരക്ക്

$\therefore$ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് $= \frac{\text{വേലി നിർമ്മിക്കുന്നതിനുള്ള ചെലവ്}}{\text{നിരക്ക്}}$

എന്നാൽ, $2\pi r = \frac{1100}{5}$

$2\pi r = 220$

$\therefore 2 \times \frac{22}{7} \times r = 220$

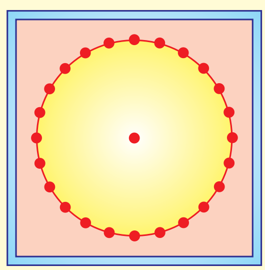
$r = \frac{220 \times 7}{2 \times 22}$

$= 35$ മീ

$\therefore$ വൃത്താകൃതി പാർക്കിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം $= 35$ മീ.

പ്രവർത്തനം – വൃത്താകൃതിയുള്ള ജ്യാമിതീയ ബോർഡ്

ഒരു സമചതുരത്തിലുള്ള ഒരു ബോർഡ് എടുത്ത് അതിൽ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്ത പരിധിയിൽ കൂടി ആണി ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ തറയ്ക്കുക. ഒരു റബ്ബർ ബാൻഡ് ഉപയോഗിച്ച് ധാരാളം വ്യാസം, വ്യാസാർദ്ധം, ഞാൺ എന്നിവ നിർമ്മിച്ച് അവ താരതമ്യം ചെയ്യുക.



അഭ്യാസം 3.2

1. ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുക്കുക:

i) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും, വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവും യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന രേഖാഖണ്ഡമാണ്.

(A) വ്യാസം (B) വ്യാസാർദ്ധം (C) ഞാൺ (D) ഇവയൊന്നുമല്ല.

ii) ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന രേഖാഖണ്ഡമാണ്.

(A) വ്യാസം (B) വ്യാസാർദ്ധം (C) ഞാൺ (D) ഇവയൊന്നുമല്ല.

iii) വൃത്തകേന്ദ്രം വഴി കടന്നുപോകുന്ന ഞാൺ

(A) വ്യാസം (B) വ്യാസാർദ്ധം (C) ഞാൺ (D) ഇവയൊന്നുമല്ല.

iv) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം 1 മീ ആയാൽ വ്യാസാർദ്ധം

(A) 100 സെ.മീ (B) 50 സെ.മീ (C) 20 സെ.മീ (D) 10 സെ.മീ

v) 14 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്

(A) 22 സെ.മീ (B) 44 സെ.മീ (C) 66 സെ.മീ (D) 88 സെ.മീ

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പട്ടികയിൽ വിട്ടുപോയഭാഗം പൂരിപ്പിക്കുക:

	വ്യാസാർദ്ധം (r)	വ്യാസം (d)	ചുറ്റളവ് (c)
(i)	35 cm	-----	-----
(ii)	-----	56 cm	-----
(iii)	-----	-----	30.8 cm

3. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വ്യാസങ്ങളുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക:

(i) 35 സെ.മീ (ii) 84 സെ.മീ (iii) 119 സെ.മീ (iv) 147 സെ.മീ

4. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വ്യാസാർദ്ധങ്ങളുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക:

(i) 12.6 സെ.മീ (ii) 63 സെ.മീ (iii) 1.4 മീ (iv) 4.2 മീ

5. താഴെ പറയുന്ന ചുറ്റളവുള്ള വൃത്തങ്ങളുടെ വ്യാസാർദ്ധം കാണുക:

(i) 110 സെ.മീ (ii) 132 സെ.മീ (iii) 4.4 മീ (iv) 11 മീ

6. ഒരു വണ്ടി ചക്രത്തിന്റെ വ്യാസം 2.1 മീ ആണ്. ചക്രം 100 പ്രാവശ്യം ചുറ്റുമ്പോൾ വണ്ടി സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം കാണുക ?

7. ഒരു വൃത്താകൃതിയിലുള്ള പാർക്കിന്റെ വ്യാസം 98 മീ ആണ്. ഒരു മീറ്ററിന് 4 രൂപ നിരക്കിൽ പാർക്കിനു ചുറ്റും കമ്പിവേലി നിർമ്മിക്കുന്നതിന് എത്ര രൂപ ചിലവാകും.

8. ഒരു കാർ 66 മീ സഞ്ചരിക്കുന്നതിന് അതിന്റെ ചക്രം 20 പ്രാവശ്യം ചുറ്റുന്നു. എങ്കിൽ ചക്രത്തിന്റെ വ്യാസം കാണുക ?

9. ഒരു കാർ ചക്രം 35 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധം ഉള്ളതാണ്. ഈ കാർ 81.40 മീ യാത്ര ചെയ്യാൻ അതിന്റെ ചക്രം എത്ര പ്രവാശ്യം ചുറ്റിയിരിക്കണം?

10. വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു പാർക്കിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം 63 മീ. അത് നിറയ്ക്കുന്നതിന് ച:മീറ്ററിന് ₹12 പ്രകാരം എത്ര രൂപ ചിലവാകും?

വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

താഴെ പറയുന്നവ പരിഗണിക്കുക.

ഒരു കൃഷിക്കാരൻ 70 മീ, വ്യാസാർദ്ധമുള്ള ഒരു വൃത്താകൃതിയിലുള്ള നിലം നിരപ്പാക്കുന്നു. നിരപ്പാക്കുന്നതിനുവേണ്ടിയുള്ള മൊത്തം ചെലവെത്ര ?

1.5 മീ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു മേശയുടെ

മുകൾഭാഗം മിനുസപ്പെടുത്തുന്ന തിന് ആവശ്യമായ ചെലവ് എത്ര ?

എങ്ങനെയാണ് നിങ്ങൾ ഈ ചെലവ് കണ്ടെത്തുന്നത് ?

ചെലവ് കാണുന്നതിന് യഥാർത്ഥത്തിൽ നമുക്ക് എന്താണ് ആവശ്യമായി കണ്ടെത്തേണ്ടത് ?

വിസ്തീർണ്ണം അല്ലെങ്കിൽ ചുറ്റളവ് ?

വിസ്തീർണ്ണം

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ

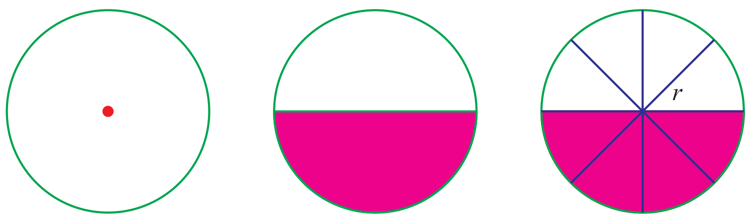
വൃത്തത്തിന്റെ പരിധി ഉൾപ്പെടുന്ന ഭാഗത്തെ വൃത്തഭാഗം എന്നു പറയുന്നു.

ശരി, ഇങ്ങനെയുള്ള സന്ദർഭങ്ങളിൽ നമ്മൾ വൃത്താകൃതിയുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കേണ്ട ആവശ്യം ഉണ്ട്.

ഇതുവരെ നമ്മൾ പഠിച്ചത് നേർ രേഖകൾ ഉപയോഗിച്ച് നിർമ്മിക്കുന്ന ത്രികോണം, ചതുർഭുജം എന്നിവയുടെ വിസ്തീർണ്ണങ്ങളാണ്. എന്നാൽ വൃത്തം എന്ന പരന്ന ചിത്രം മറ്റ് പരന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമായി വളഞ്ഞ രേഖകൾ കൊണ്ട് നിർമ്മിച്ചവയാണ്.

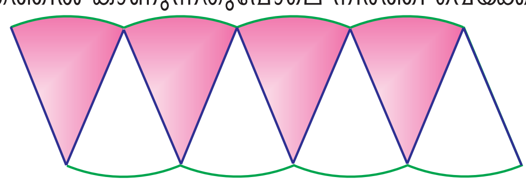
അതുകൊണ്ട് നമ്മൾ ഈ വൃത്തത്തിന്റെ നേർ രേഖകൾ കൊണ്ട് നിർമ്മിക്കാവുന്ന ചിത്രങ്ങളോടു സാമ്യമുള്ളവയായി മാറ്റാവുന്ന രീതിയിൽ ചിന്തിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

ഒരു ചാർട്ട് പേപ്പർ എടുത്ത് അതിൽ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തെ പ്രത്യേകം മുറിച്ചെടുക്കുക. വൃത്തത്തിന്റെ പകുതിഭാഗം ഷേഡ് ചെയ്യുക. വൃത്തത്തെ ചിത്രം (3.11) ൽ കാണുന്നതുപോലെ 8 ഭാഗങ്ങളായി മടക്കി ഒരു ഭാഗത്തെ മുറിച്ചെടുക്കുക.



ചിത്രം. *3.11*

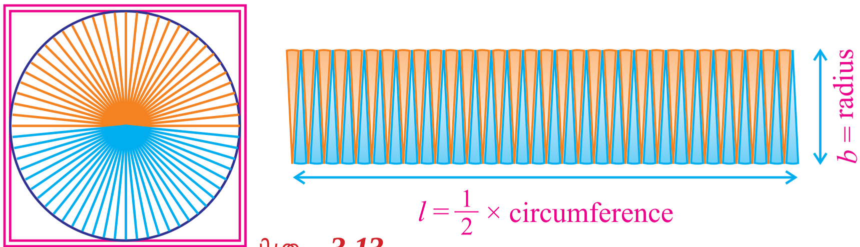
ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ നിരത്തി വെയ്ക്കുക.



ചിത്രം. *3.12*

നിങ്ങൾക്ക് ഇപ്പോൾ ലഭിച്ച ചിത്രം ഏതിനോട് സാദൃശ്യം ഉള്ളതാണ്?

ഈ 8 ഭാഗങ്ങളും ചേർത്തു വെച്ചപ്പോൾ ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ രൂപത്തോട് സാമ്യമുണ്ടല്ലോ? ഇതുപോലെ നമ്മൾ ഈ വൃത്തത്തെ 64 തുല്യ ഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ച് നിരത്തി വെച്ചാൽ ഏകദേശം ഒരു ദീർഘ ചതുരം നിങ്ങൾക്ക് ലഭിക്കുന്നതാണ്. (ചിത്രം 3.13 നോക്കൂ)



ചിത്രം. 3.13

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വീതി എന്താണ് ?

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വീതി എന്നത് വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധമാണ്.

അതായത്, വീതി $b = r$ ..... (1)

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ നീളം എന്താണ് ?

വൃത്തത്തെ 64 തുല്യ ഭാഗങ്ങളായി വിഭജിച്ചുകൊണ്ട് ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ ഓരോ വശത്തും 32 ഭാഗങ്ങൾ അടുക്കിവെച്ചാണ് ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ നീളം ലഭിക്കുന്നത്. ഇത് വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി ദൂരത്തിന് തുല്യമാണ്.

$\therefore$ നീളം $l = \frac{1}{2}$[വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്]

$= \frac{1}{2}[2\pi r] = \pi r$

$\therefore l = \pi r$ ..... (2)

$\therefore$ വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

(ചിത്രം 3.13 ൽ നിന്നും)

$= l \times b$

$= (\pi r) \times r$ ((1), (2) ൽ നിന്ന്)

$= \pi r^2$ ച. മാത്രകൾ.

$\therefore$ വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = πr^2 ച. മാത്രകൾ.

ഉദാഹരണം **3.13**

14 സെ.മീ വ്യാസമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

വ്യാസം d = 14 സെ.മീ

അതുകൊണ്ട്, വ്യാസാർദ്ധം $r = \frac{d}{2} = \frac{14}{2} = 7$ സെ.മീ

വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

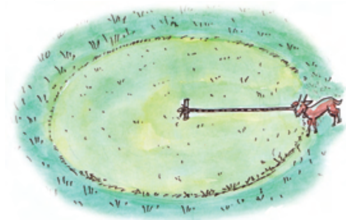
= 154 സെമീ^{2}

$\therefore$ വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 154 സെമീ^{2}

ഉദാഹരണം ***3.14***

ഒരു ആടിനെ 3.5 മീ നീളമുള്ള കയറിൽ ഒരു കമ്പിയിൽ കെട്ടിയിരിക്കുന്നു. ആടിന് പുല്ലുമേയാൻ സാധിക്കുന്ന പരമാവധി സ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം



ചിത്രം.**3.14**

വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം = കയറിന്റെ നീളം

$\therefore$ വ്യാസാർദ്ധം $r = 3.5$ മീ $= \frac{7}{2}$ മീ

ആടിന് പുല്ലുമേയാൻ സാധിക്കുന്ന പരമാവധി $= \pi r^2$ ച. മാത്രകൾ

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

$$= \frac{77}{2} = 38.5 \text{ ച. മാത്രകൾ}$$

$\therefore$ ആടിന് പുല്ലു മേയാൻ സാധിക്കുന്ന പരമാവധി സ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 38.5 ച. മീ.

ഉദാഹരണം ***3.15***

വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു പാർക്കിന്റെ ചുറ്റളവ് 176 മീ ആണ്. പാർക്കിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 176 മീ (തന്നിട്ടുള്ളത്)

$$2\pi r = 176$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 176$$

$$r = \frac{176 \times 7}{44}$$

$$\therefore r = 28 \text{ മീ}$$

പാർക്കിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \pi r^2$

$$= \frac{22}{7} \times 28 \times 28$$

$$= 22 \times 4 \times 28$$

$$= 2464 \text{ ച. മീ.}$$

ഉദാഹരണം ***3.16***

121 ച. സെ.മീ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ഒരു വെള്ളി കമ്പി വളച്ച് ഒരു സമചതുരം നിർമ്മിക്കുന്നു. അതേ കമ്പി വളച്ച് ഒരു വൃത്തം നിർമ്മിച്ചാൽ വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം a എന്നിരിക്കട്ടെ,

സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തിർണ്ണം = 121 ച. മീ (തന്നിട്ടുള്ളത്)

$$a^2 = 121 \Rightarrow a = 11 \text{ സെ.മീ} \quad (11 \times 11 = 121)$$

സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് $= 4a$ മാത്രകൾ

$= 4 \times 11$ സെ.മീ

$= 44$ സെ.മീ

കമ്പിയുടെ നീളം = സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്,

$= 44$ സെ.മീ

കമ്പിയെ വളച്ച് വൃത്താകൃതിയാക്കുന്നു.

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = കമ്പിയുടെ നീളം

$\therefore$ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 44 സെ.മീ

$$2\pi r = 44$$

$$\therefore 2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$$

$$r = \frac{44 \times 7}{44}$$

r = 7 സെ.മീ

$\therefore$ വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7$ സെ.മീ $\times$ 7 സെ.മീ

വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 154 സെ.മീ^{2}.

ഉദാഹരണം ***3.17***

ഒരാൾ വൃത്താകൃതിയിലുള്ള പുരയിടം 10 പ്രാവശ്യം ചുറ്റിയപ്പോൾ സഞ്ചരിച്ച ദൂരം 352 മീ. ആണ്. എങ്കിൽ പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

10 പ്രാവശ്യം ചുറ്റിയപ്പോൾ സഞ്ചരിച്ച ദൂരം = 352 മീ.

1 പ്രാവശ്യം ചുറ്റിയപ്പോൾ സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം $= \frac{352}{10}$ മീ. = 35.2 മീ.

വൃത്താകൃതിയിലുള്ള പുരയിടത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = ഒരു പ്രാവശ്യം സഞ്ചരിച്ച ദൂരം

$\therefore$ ചുറ്റളവ് = 35.2 മീ.

$$2\pi r = 35.2$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 35.2$$

$$r = \frac{35.2 \times 7}{44}$$

$$= 0.8 \times 7$$

= 5.6 മീ.

വൃത്താകൃതിയിലുള്ള പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 5.6 \times 5.6$

$= 22 \times 0.8 \times 5.6$

= 98.56 മീ^{2}

$\therefore$ വൃത്താകൃതിയിലുള്ള പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 98.56 മീ^{2}

ഉദാഹരണം **3.18**

ഒരു കമ്പിയെ വളച്ച് ദീർഘ ചതുരം ഉണ്ടാക്കുന്നു. ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നീളം 37 സെ.മീ, വീതി 29 സെ.മീ ആകുന്നു. ഇതിനെ വീണ്ടും ആകൃതിമാറ്റി ഒരു വൃത്തം നിർമ്മിക്കുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധവും വിസ്തീർണ്ണവും കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

കമ്പിയുടെ നീളം = ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്

= 2 [നീളം + വീതി]

= 2 [37 സെ.മീ + 29 സെ.മീ] = 2 × 66 സെ.മീ

= 132 സെ.മീ

കമ്പി വളച്ച് ഒരു വൃത്തം നിർമ്മിക്കുമ്പോൾ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = കമ്പിയുടെ നീളം

∴ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 132

$$2\pi r = 132$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 132$$

$$r = \frac{132 \times 7}{44} = 21$$

∴ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം = 21 സെ.മീ

വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = πr^2

$$= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 = 22 \times 3 \times 21$$

∴ വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 1386 ച. മാത്രകൾ.

അഭ്യാസം 3.3

1. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വ്യാസമുള്ള വൃത്തങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക:

   (i) 7 സെ.മീ (ii) 10.5 സെ.മീ (iii) 4.9 മീ (iv) 6.3 മീ (take $\pi = \frac{22}{7}$)

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വ്യാർദ്ധമുള്ള വൃത്തങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക:

   (i) 1.2 സെ.മീ (ii) 14 സെ.മീ (iii) 4.2 മീ (iv) 5.6 മീ (take $\pi = \frac{22}{7}$)

3. വൃത്താകൃതിയുള്ള ഒരു കളിസ്ഥലത്തിന്റെ വ്യാസം 28 മീ ആകുന്നു. ഒരു ചതുരശ്ര മീറ്ററിന് 3 രൂപ നിരക്കിൽ കളിസ്ഥലം നിരപ്പാക്കുന്നതിനുള്ള മൊത്തം ചെലവ് എത്ര?

4. ഒരു ആട്ടിൻകുട്ടിയെ 7 മീ നീളമുള്ള കയറിൽ പുല്ലുമേയുന്നതിന് ഒരു കുറ്റിയിൽ കെട്ടിയിട്ടിരിക്കുന്നു. ആട്ടിൻ കുട്ടിയ്ക്ക് പുല്ലു മേയുന്നതിന് ലഭിക്കുന്ന പരമാവധി സ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?

5. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെയും സമചതുരത്തിന്റെയും ചുറ്റളവ് തുല്യം ആകുന്നു. ചുറ്റളവ് 88 മീ ആയാൽ ഏത് രൂപത്തിനായിരിക്കും കൂടുതൽ വിസ്തീർണ്ണം ?

6. ഒരു ചക്രം 100 പ്രാവശ്യം ചുറ്റി 2200 മീ അകലെ എത്തുന്നു. എന്നാൽ ചക്രത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

7. ഒരു കമ്പി വളച്ച് ഒരു വൃത്തം നിർമ്മിച്ചപ്പോൾ അതിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം 28 സെ.മീ ആകുന്നു. അതേ കമ്പിയെ വൃത്തത്തിന്റെ തുല്യ ചുറ്റളവുള്ള ഒരു സമചതുരമാക്കി മാറ്റിയാൽ സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

8. വൃത്താകൃതിയുള്ള ഒരു പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 3850 മീ^{2} ആണ്. പുരയിടത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം കാണുക ? ഒരു മീറ്റർ നീളം കമ്പിവേലി നിർമ്മിക്കുന്നതിന് 10 രൂപ നിരക്കിൽ ആകെ ചെലവ് കാണുക

9. വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു കളിസ്ഥലത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം 70 മീ.ഒരു വിദ്യാർത്ഥി കളിസ്ഥല ത്തിന്റെ പരിധിയിൽ കൂടെ നടന്ന് പൂർത്തിയാക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന സ്ഥലത്തിന്റെ ദൂരം എത്ര ?

10. വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു വയലിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 154 മീ^{2}. ഒരു കളിക്കാരൻ മണിക്കൂറിന് 5 കി.മീ വേഗതയിൽ 2 പ്രാവശ്യം ചുറ്റുന്നതിന് എടുക്കുന്ന സമയം എത്ര?

11. 50 സെ:മീ നീളവും 32 സെ:മീ വീതിയുമുള്ള ഒരു പേപ്പറിൽ നിന്നും 7 സെ:മീ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള എത്ര വൃത്തങ്ങൾ വെട്ടി എടുക്കാം?

3.3 നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം

നമ്മുടെ നിത്യജീവിതത്തിൽ നാം ഉദ്യാനത്തിൽ നടക്കാറുണ്ട്. കളിസ്ഥലത്തുകൂടെയോ, നീന്തൽ കുളത്തിന് ചുറ്റുമോ നടക്കാറുണ്ടല്ലോ ?

നിങ്ങൾക്ക് ഒരു പാർക്കിനു ചുറ്റുമുളള നടപ്പാത ചിത്രത്തിൽ രേഖപ്പെടുത്താമോ ?

ഈ നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുന്നതിന് സാധ്യമാണോ? എന്ന് നിങ്ങൾ കരുതാറുണ്ടോ ?

ദീർഘ ചതുരാകൃതിയുളള ഒരു കുളത്തിനു ചുറ്റുമുളള നടപ്പാത ഒരു ഫോട്ടോ ഫ്രെയിമിനോട് താരതമ്യം ചെയ്യാമോ ?

നിങ്ങൾക്ക് മറ്റു ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്താമോ?

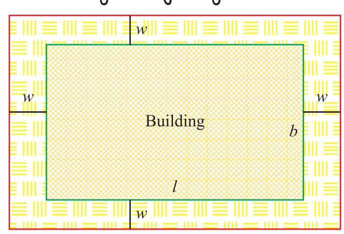
- ദീർഘ ചതുരാകൃതിയുളള നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം
- വൃത്താകൃതിയുള്ള നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണത്തെ കുറിച്ച് പഠിക്കാം.

ദീർഘചതുര നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം (Area of rectangular pathway)

(a) ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ ബാഹ്യഭാഗത്തുളള നടപ്പാത (Area of uniform pathway outside the rectangle)

ഒരു ദീർഘ ചതുരാകൃതിയുളള കെട്ടിടം പരിഗണിക്കുക. ഇതിനു ചുറ്റും തുല്യ അകലത്തിലുളള പൂന്തോട്ടം നിർമ്മിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഈ പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കാം?

ഇവിടെ തുല്യ അകലത്തിലുളള പൂന്തോട്ടവും ദീർഘ ചതുരാകൃതിയിലുളള കെട്ടിടവും ഒരുമിച്ചു സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ അത് ഒരു വലിയ ദീർഘ ചതുരമായി മാറുന്നു. ഈ ദീർഘ ചതുരത്തെ നമുക്ക് ബാഹ്യ ദീർഘ ചതുരം എന്നും കെട്ടിടത്തെ നമുക്ക് ആന്തര ദീർഘ ചതുരം എന്നും പേര് നൽകാം.



ചിത്രം. 3.15

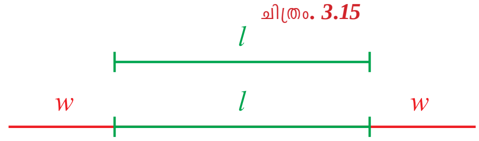
l, b എന്നിവ യഥാക്രമം ആന്തര ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും, വീതിയും ആണെന്ന് പരിഗണിക്കുക.

$\therefore$ ആന്തര ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

$= l\,b$ ച. മാത്രകൾ.

ഇവിടെ പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വീതി w എന്നിരിക്കട്ടെ.

ഇപ്പോൾ ബാഹ്യദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും എന്താണ് ?



ചിത്രം. 3.16

ബാഹ്യദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ നീളം (L) $= w + l + w = (l + 2w)$ മാത്രകൾ

ബാഹ്യദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വീതി (B) $= w + b + w = (b + 2w)$ മാത്രകൾ

$\therefore$ ബാഹ്യദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \text{L} \times \text{B}$

$= (l + 2w)(b + 2w)$ ച. മാത്രകൾ

ഇപ്പോൾ, പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എന്തായിരിക്കും ?

യഥാർത്ഥത്തിൽ പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം രണ്ട് ദീർഘ ചതുരങ്ങൾക്കുള്ളിൽ നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു നടപ്പാതയ്ക്ക് തുല്യമാണ്.

∴ പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = (കെട്ടിടവും പൂന്തോട്ടവും ചേർന്നുള്ള വിസ്തീർണ്ണം) (കെട്ടിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം)

പൊതുവായി,

നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം= (ബാഹ്യദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം) - (ആന്തര ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം)

അതായത്, നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം = $(l + 2w)(b + 2w) - lb$.

ഉദാഹരണം **3.19**

ബാഹ്യദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 360 മീ^{2}. ആന്തര ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 280 മീ^{2} ആകുന്നു. ഈ രണ്ട് ദീർഘ ചതുരങ്ങൾക്കിടയിൽ തുല്യ അകലമുള്ള ഒരു നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക?

നിർദ്ധാരണം

നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം = (ബാഹ്യ ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം) - (ആന്തര ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം)

=(360 – 280) മീ = 80 മീ^{2}

∴ നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം= 80 മീ^{2}

ഉദാഹരണം **3.20**

ഒരു ദീർഘ ചതുരാകൃതിയിലുള്ള കെട്ടിടത്തിന്റെ നീളം 20 മീറ്റർ വീതി 10 മീറ്റർ ആണ്. ഈ കെട്ടിടത്തിന് ചുറ്റും 1 മീ. വീതിയിൽ നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്ന നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

ആന്തരദീർഘ ചതുരം (തന്നിട്ടുള്ളത്)	ബാഹ്യദീർഘചതുരം
l = 20 മീ. b = 10 മീ. വിസ്തീർണ്ണം = $l \times b$ വിസ്തീർണ്ണം = 20 മീ. × 10 മീ. = 200 മീ.^{2}	വീതി, w = 1 മീ. L = $l + 2w$ = 20 + 2 = 22 മീ. B = $b + 2w$ = 10 + 2 = 12 മീ. വിസ്തീർണ്ണം = $(l + 2w)(b + 2w)$ വിസ്തീർണ്ണം = 22 m × 12 മീ. = 264 മീ.^{2}

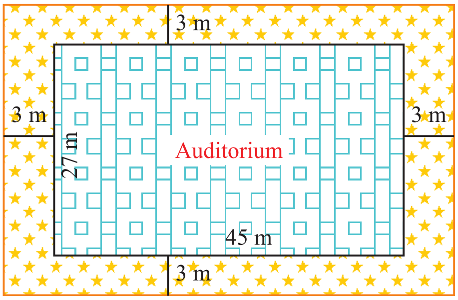
നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം = (ബാഹ്യദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം) - (ആന്തര ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം)

= (264 – 200) മീ^{2} = 64 മീ^{2}

∴ നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം = 64 മീ^{2}

ഉദാഹരണം ***3.21***

ഒരു സ്കൂൾ ഓഡിറ്റോറിയത്തിന്റെ നീളം 45 മീ ഉം വീതി 27 മീ ഉം ആണ്. ഓഡിറ്റോറിയത്തിനു ചുറ്റും വെളിയിൽ 3 മീ അകലത്തിൽ ഒരു വരാന്തയുണ്ട്. വരാന്തയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ? കൂടാതെ 1 ച. മീറ്ററിന് 100 രൂപ നിരക്കിൽ വരാന്തയിൽ ടൈൽസ് നിരത്തുന്നതിന് എന്തു ചെലവാകും.



ചിത്രം. *3.17*

നിർദ്ധാരണം

ആന്തരദീർഘ ചതുരം (തന്നിട്ടുള്ളത്)	ബാഹ്യദീർഘചതുരം
l = 45 മീ. b = 27 മീ. വിസ്തീർണ്ണം = 45മീ. × 27 മീ. = 1215 മീ^{2}	വീതി, w = 3 മീ. L = $l + 2w$ = 45 + 6 = 51 മീ. B = $b + 2w$ = 27 + 6 = 33 മീ. വിസ്തീർണ്ണം = 51മീ. × 33 മീ. = 1683 മീ^{2}

(i) വരാന്തയുടെ വിസ്തീർണ്ണം = (ബാഹ്യദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം) - (ആന്തര ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം)

= (1683 – 1215) മീ^{2}

= 468 മീ^{2}

∴ വരാന്തയുടെ വിസ്തീർണ്ണം = 468 മീ^{2} (അല്ലെങ്കിൽ) 468 ച. മീ

(ii) 1 മീ^{2} ടൈൽസ് നിരത്തുന്നതിന്റെ ചെലവ് = 100

468 മീ^{2} ടൈൽസ് നിരത്തുന്നതിന്റെ ചെലവ് = ₹ 100 × 468

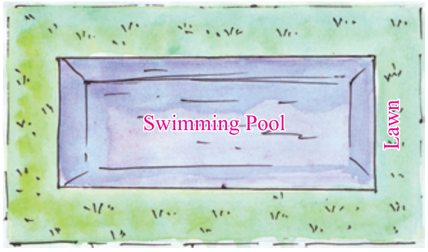
= ₹ 46,800

∴ വരാന്തയിൽ ടൈൽസ് നിരത്തുന്നതിന്റെ ആകെ ചെലവ് = ₹ 46,800

(b) ദീർഘചതുരത്തിനുള്ളിൽ തുല്യവീതിയിലുള്ള നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം (Area of uniform pathway inside a rectangle)

ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരുഗ്രൗണ്ടിനുള്ളിൽ ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു നീന്തൽ കുളവും അതിനുള്ളിൽ ചുറ്റും ബാക്കിയുള്ള സ്ഥലത്ത് നടപ്പാതയും നിർമ്മിക്കുന്നു.

നീന്തൽ കുളത്തിന്റെ പുറത്തുള്ള നടപ്പാത പുൽത്തടമാക്കി മാറ്റുന്നതിനുള്ള ആകെ ചെലവ് എങ്ങനെ കണക്കാക്കാം ?



ചിത്രം. *3.18*

നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണവും പുൽത്തടമാക്കുന്നതിന്, 1 മീ^{2} നുള്ള ചെലവും അറിയാമെങ്കിൽ ആകെ ചെലവ് കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കും.

ഇവിടെ ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള കളിസ്ഥലത്തിന്റെ ബാഹ്യദീർഘ ചതുരത്തിൽ l, b എന്നിവ യഥാക്രമം നീളവും വീതിയും ആകുന്നു.

∴ കളിസ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം (ബാഹ്യദീർഘ ചതുരം) = $l\,b$ ച. മാത്ര

w എന്നത് നടപ്പാതയുടെ (പുൽത്തടം) അകലം ആയാൽ നീന്തൽ കുളത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും എന്തായിരിക്കും?

നീന്തൽ കുളത്തിന്റെ നീളം $= l - w - w$

$= l - 2w$

നീന്തൽ കുളത്തിന്റെ വീതി $= b - w - w$

$= b - 2w$

∴ നീന്തൽ കുളത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം (ആന്തര ദീർഘചതുരം)

$= (l - 2w)(b - 2w)$ ച. മാത്രകൾ

പുൽത്തടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = കളിസ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം - നീന്തൽകുളത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം.

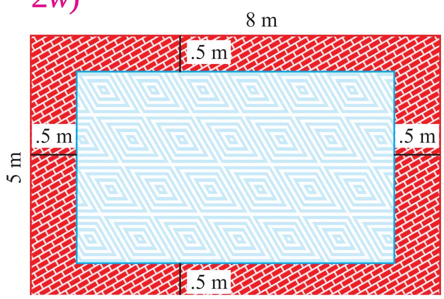
പൊതുവായി,

നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം = (ബാഹ്യ ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം) - (ആന്തര ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം)

$= lb - (l - 2w)(b - 2w)$

ഉദാഹരണം ***3.22***

ഒരു മുറിയുടെ നീളവും വീതിയും യഥാക്രമം 8 മീ, 5 മീ എന്നിങ്ങനെയാണ്. മുറിയുടെ ഉൾഭാഗത്തായി ചുറ്റിലും 0.5 മീ അകലത്തിൽ ചുവപ്പുനിറത്തിൽ ബോഡർ ഇടുന്നുവെങ്കിൽ ബോഡറിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.



ചിത്രം ***3.19***

നിർദ്ധാരണം

ബാഹ്യദീർഘ ചതുരം (തന്നിട്ടുള്ളത്)	ആന്തരദീർഘ ചതുരം
l = 8 മീ b = 5 മീ വിസ്തീർണ്ണം = 8മീ × 5 മീ = 40 മീ^{2}	വീതി, w = 0.5 മീ L = $l - 2w$ = (8 – 1) മീ = 7 മീ B = $b - 2w$ = (5 – 1) മീ = 4 മീ വിസ്തീർണ്ണം = 7മീ × 4 മീ = 28 മീ^{2}

ബോഡറിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = (ബാഹ്യദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം) - (ആന്തര ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം)

= (40 – 28) മീ^{2}

= 12 മീ^{2}

∴ ചുവപ്പ് പെയിന്റ് ചെയ്തിട്ടുള്ള ബോഡറിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 12 മീ^{2}

ഉദാഹരണം ***3.23***

ഒരു കാർപ്പറ്റിന്റെ അളവുകൾ 3 മീ ,2 മീ ആകുന്നു. അതിന്റെ എല്ലാ വശങ്ങളിൽ നിന്നും 0.25 മീ വീതിയുളള ഭാഗം മുറിച്ചു മാറ്റുന്നു. കാർപ്പറ്റിന്റെ ബാക്കി ഭാഗത്തിന്റെയും മുറിച്ചു മാറ്റിയ ഭാഗത്തിന്റെയും വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

ബാഹ്യ ദീർഘ ചതുരം മുറിച്ചു മാറ്റുന്നതിന് മുമ്പുള്ള കാർപ്പെറ്റ്	ആന്തര ദീർഘ ചതുരം മുറിച്ചു മാറ്റിയശേഷമുള്ള കാർപ്പെറ്റ്
l = 3 മീ b = 2 മീ വിസ്തീർണ്ണം = 3മീ × 2മീ = 6 മീ^{2}	വീതി, w = 0.25 മീ L = $l - 2w$ = (3 – 0.5) മീ = 2.5 മീ B = $b - 2w$ = (2 – 0.5) മീ = 1.5 മീ വിസ്തീർണ്ണം = 2.5മീ × 1.5മീ = 3.75 മീ^{2}

മുറിച്ചുമാറ്റിയ കാർപ്പറ്റിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 3.75 മീ^{2}

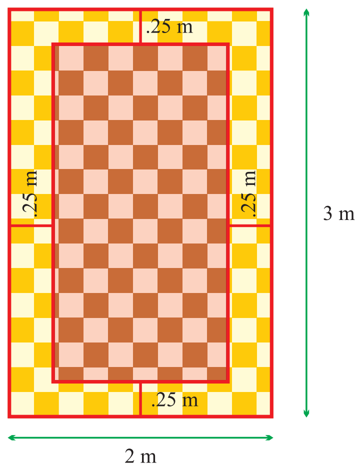
മുറിച്ചുമാറ്റിയ ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം =

(കാർപ്പറ്റിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം) - (ബാക്കി ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം)

= (6 – 3.75) മീ^{2}

= 2.25 മീ^{2}

∴ മുറിച്ചുമാറ്റിയ ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 2.25 മീ^{2}



ചിത്രം ***3.20***

കുറിപ്പ്: ആന്തര ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും തന്നിരുന്നാൽ ബാഹ്യ ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും യഥാക്രമം l+2w, b+2w ആയിരിക്കും. ഇവിടെ w എന്നത് പാതയുടെ വീതി ആകുന്നു.

ബാഹ്യ ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും, വീതിയും തന്നിരുന്നാൽ ആന്തര ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും യഥാക്രമം l – 2w, b – 2w ആകുന്നു.

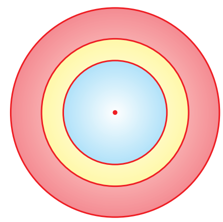
അഭ്യാസം 3.4

1. 60 മീ നീളവും 40 മീ വീതിയുമുളള ഒരു കളിസ്ഥലത്തിന്റെ ഓരോ വശവും 3 മീ വീതം നീട്ടുന്നു. വീതി കൂടിയ പുതിയ കളിസ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.
2. ദീർഘ ചതുരാകൃതിയുളള ഒരു കളിസ്ഥലത്തിന്റെ നീളം, വീതി എന്നിവ യഥാക്രമം 80 മീ, 60 മീ ആണ്. ഇതിനു പുറത്തായി എല്ലാവശത്തും 2 മീ വീതിയുളള സിമന്റ് ചെയ്ത ഒരു നടപ്പാത നിർമ്മിക്കുന്നു. 1 ച. മീറ്ററിന് 20 രൂപ നിരക്കിൽ സിമന്റ് ചെയ്യുന്നതിന് ചെലവ് എത്ര രൂപയാകും?
3. ദീർഘ ചതുരാകൃതിയുളള ഒരു പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ നീളം, വീതി എന്നിവ യഥാക്രമം 30 മീ, 20 മീ ആകുന്നു. ഇതിനു പുറത്ത് 1.5 മീ വീതിയുളള ഒരു നടപ്പാത നിർമ്മിക്കുന്നതിന് ച. മീറ്ററിന് 10 രൂപ നിരക്കിൽ എത്ര രൂപ ചെലവാകും?

4. ഒരു ഹാർഡ്ബോർഡിൽ 50 സെ.മീ നീളവും 30 സെ.മീ വീതിയുമുള്ള ഒരു ചിത്രം പെയിന്റ് ചെയ്തിട്ടുണ്ട്. ഈ ചിത്രത്തിനു ചുറ്റും 2.5 സെ.മീ വീതിയുള്ള ഒരു മാർജിൻ ഉണ്ട്. മാർജിന്റെ ആകെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

5. ദീർഘ ചതുരാകൃതിയുള്ള ഒരു ഹാളിന് 10 മീ നിളവും 7 മീ വീതിയും ഉണ്ട്. 1 മീ. വീതിയുള്ള ഒരു മാർജിൻ ഹാളിനു ചുറ്റും ലഭ്യമാകുന്നതരത്തിൽ ഹാളിന് മധ്യഭാഗത്ത് ഒരു കാർപ്പറ്റ് വിരിച്ചിരിക്കുന്നു. കാർപ്പറ്റിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക. കൂടാതെ കാർപ്പറ്റ് ഇല്ലാത്ത ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

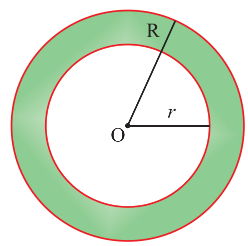
6. ഒരു ഫോട്ടോ ഫ്രെയിമിന്റെ പുറത്തെ നീളവും വീതിയും യഥാക്രമം 80 സെ.മീ 50 സെ.മീ ആകുന്നു. ഫ്രെയിമിന്റെ ചുറ്റുമുള്ള വക്കിന്റെ വീതി 3 സെ.മീ ആണ്. കാണാൻ സാധിക്കുന്ന ഫോട്ടോ ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക?


ചിത്രം. 3.21

വൃത്താകൃതിയിലുള്ള നടപ്പാത (Circular pathway)
ഏകകേന്ദ്ര വൃത്തങ്ങൾ (Concentric circles)

ഒരേ തലത്തിലുള്ള ഒന്നിലധികം വൃത്തങ്ങൾക്ക് ഒരേ കേന്ദ്രവും വ്യത്യസ്ത വ്യാസാർദ്ധവും ഉണ്ടെങ്കിൽ അവയെ ഏകകേന്ദ്ര വൃത്തങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.

വൃത്താകാര നടപ്പാത (Circular pathway)



ചിത്രം. 3.22

വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു പാർക്കിനു ചുറ്റും ഒരേ വീതിയുള്ള ഒരു പാത നടക്കാൻ നിർമ്മിക്കുന്നു.

ഈ പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം നിങ്ങൾക്ക് കണ്ടു പിടിക്കാമോ ?

അതെ, പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം എന്നത് രണ്ട് ഏകകേന്ദ്ര വൃത്തങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള സ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം ആകുന്നു. ചിത്രം 3.22 ൽ 'O' എന്നത് രണ്ട് വൃത്തങ്ങളുടേയും പൊതുവായ കേന്ദ്രം ആകുന്നു. ബാഹ്യ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം R എന്നും, ആന്തര വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം r എന്നും ഇരിക്കട്ടെ.

ഇപ്പോൾ ഷേഡ് ചെയ്ത ഭാഗം വൃത്ത വലയം അല്ലെങ്കിൽ വൃത്താകാര നടപ്പാത എന്നു പറയുന്നു. അതായത് വൃത്താകാര നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം എന്നത് രണ്ട് ഏകകേന്ദ്ര വൃത്തങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള സ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം ആകുന്നു.

നടപ്പാതയുടെ അകലം, $w = R - r$ മാത്ര

അതായത്, $w = R - r \Rightarrow R = w + r$ മാത്ര

$r = R - w$ മാത്ര.

വൃത്താകാര നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം= (ബാഹ്യ വൃത്താകാരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം) – (ആന്തര വൃത്താകാരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം)

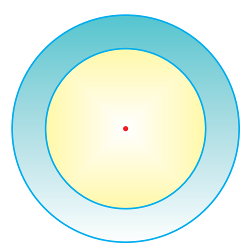
$= \pi R^2 - \pi r^2$

$= \pi(R^2 - r^2)$ ച. മാത്ര

$\therefore$ വൃത്താകാര നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം = $\pi(R^2 - r^2)$ ച. മാത്ര

$= \pi(R + r)(R - r)$ ച. മാത്ര

ഉദാഹരണം **3.24**


ചിത്രം. 3.23

ചിത്രം 3.23 ൽ രണ്ട് ഏകകേന്ദ്ര വൃത്തങ്ങളാണ്. വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം 14 സെ.മീ ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം 7 സെ.മീ ആയാൽ

(i) വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം.

(ii) ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം.

(iii) ഷേഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എന്നിവ കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

i) വലിയ വൃത്തം

$R = 14$

വിസ്തീർണ്ണം $= \pi R^2$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14$

$= 22 \times 28$

$= 616$ സെ. മീ^{2}

ii) ചെറിയ വൃത്തം

$r = 7$

വിസ്തീർണ്ണം $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= 22 \times 7$

$= 154$ സെ. മീ^{2}

iii) ഷേഡ് ചെയ്ത ഭാഗം

= (വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം) –

(ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം)

= (616 – 154) സെ. മീ^{2}

= 462 സെ. മീ^{2}

ഉദാഹരണം **3.25**

5 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള ഒരു വൃത്താകൃതിയുള്ള ഷീറ്റിൽ നിന്നും അതേ കേന്ദ്രവും 3 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധവും ഉള്ള ഒരു വൃത്തം മുറിച്ചെടുക്കുന്നുവെങ്കിൽ ബാക്കി ഷീറ്റിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക? $(\pi = 3.14)$

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളവ : $R = 5$ സെ.മീ, $r = 3$ സെ.മീ

ബാക്കി ഷീറ്റിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \pi(R^2 - r^2)$

$= 3.14\ (5^2 - 3^2)$

$= 3.14\ (25 - 9)$

$= 3.14 \times 16$

$= 50.24$ സെ.മീ^{2}

മറ്റൊരുവിധം:

ബാഹ്യവൃത്തം	ആന്തരവൃത്തം
R = 5 സെ.മീ	r = 3 സെ.മീ
വിസ്തീർണ്ണം $= \pi R^2$ ച.മാത്രകൾ	വിസ്തീർണ്ണം $= \pi r^2$ sq. units
$= 3.14 \times 5 \times 5$	$= 3.14 \times 3 \times 3$
$= 3.14 \times 25$	$= 3.14 \times 9$
= 78.5 സെ.മീ^{2}	= 28.26 സെ.മീ^{2}

ബാക്കി ഷീറ്റിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = (ബാഹ്യ വൃത്ത വിസ്തീർണ്ണം - ആന്തര വിസ്തീർണ്ണം)

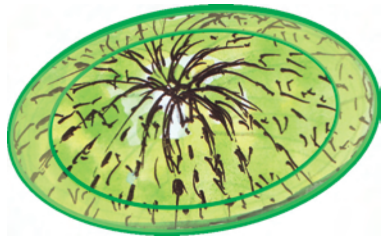
= (78.5 – 28.26) സെ.മീ^{2}

= 50.24 സെ.മീ^{2}

$\therefore$ ബാക്കി ഷീറ്റിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 50.24 സെ.മീ^{2}

ഉദാഹരണം 3.26

വൃത്താകൃതിയുള്ള പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 500 മീ^{2} ആണ്. വെള്ളം സ്പ്രേ ചെയ്യുന്ന ഒരു വാട്ടർ പമ്പ് അതിന്റെ മദ്ധ്യഭാഗത്ത് ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇതിൽ നിന്നും പുറത്തുപോകുന്ന വെള്ളം 12 മീ വ്യാസാർദ്ധം വരെ എത്തുന്നുവെങ്കിൽ ആ വാട്ടർ പമ്പിന് പൂന്തോട്ടം മുഴുവൻ വെള്ളം സ്പ്രേ ചെയ്യാൻ സാധിക്കുമോ ? (π = 3.14)



ചിത്രം.3.24

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളവ, പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 500 മീ^{2}

വാട്ടർ പമ്പ് സ്പ്രേ ചെയ്യുന്ന സ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

$= \pi r^2$

$= 3.14 \times 12 \times 12$

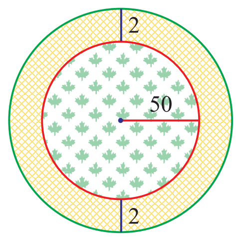
$= 3.14 \times 144$

= 452 .16 മീ^{2}

വാട്ടർ പമ്പ് സ്പ്രേ ചെയ്യുന്ന സ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം, പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണത്തെക്കാൾ കുറവായതുകൊണ്ട് വാട്ടർ പമ്പിന് പൂന്തോട്ടം മുഴുവൻ വെള്ളം സ്പ്രേ ചെയ്യാൻ കഴിയില്ല.

ഉദാഹരണം 3.27

50 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള വൃത്താകൃതിയുള്ള പാർക്കിന്റെ ചുറ്റും 2 മീ വീതിയുള്ള ഒരു വൃത്താകൃതി നടപ്പാത നിരപ്പാക്കുന്നു. ഒരു ചതുരശ്ര മീറ്ററിന് 5 രൂപ നിരക്കിൽ നടപ്പാത നിരപ്പാക്കുന്നതിനുള്ള മൊത്തം ചെലവ് കാണുക ? (π = 3.14)



ചിത്രം. 3.25

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളവ: r = 50 മീ, w = 2 മീ, R = $r + w$ = 50 + 2 = 52 മീ

തന്നിട്ടുള്ളവ : പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= \pi(R+r)(R-r)$

$= 3.14 \times (52+50)(52-50)$

$= 3.14 \times 102 \times 2$

$= 3.14 \times 204$

= 640.56 മീ^{2}

1 മീ പാത നിരപ്പാക്കുന്നതിനുള്ള ചെലവ് = ₹ 5

640.56 മീ^{2} പാത നിരപ്പാക്കുന്നതിനുള്ള ചെലവ് = ₹ 5 × 640.56

= ₹ 3202.80

∴ പാത നിരപ്പാക്കുന്നതിനുള്ള മൊത്തം ചെലവ് = ₹ 3202.80

അഭ്യാസം 3.5

1. ഒരു സർക്കസ് കൂടാരത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം 50 മീ ആണ്. അതിന്റെ നടുഭാഗത്തായി കലാകാരന്മാർക്ക് സർക്കസ് അവതരിപ്പിക്കാനായി 20 മീ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള മൈതാനമുണ്ട്. കാഴ്ചക്കാർക്കായി അവശേഷിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക? ($\pi = 3.14$)

2. ഒരു വൃത്താകൃതിയിലുള തോട്ടത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം 30 മീ ആണ്. തോട്ടത്തിന്റെ ഉൾഭാഗത്തായി 3 മീ വീതിയുള്ള പാതയുണ്ട്. ആ പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക. ($\pi = 3.14$)

3. ഒരു വൃത്താകൃതിയുള്ള ലോഹ തകിടിന്റെ ആന്തര വ്യാസാർദ്ധം 7 സെ. മീ ബാഹ്യ വ്യാസാർദ്ധം 10.5 സെ. മീ ആണ്. തകിടിന്റെ വില ഒരു ചതുരശ്ര മീറ്ററിന് രൂപ 5 ആണെങ്കിൽ അതു പോലെയുള്ള 25 വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ലോഹ തകിടുകളുടെ വില കാണുക?.

4. വൃത്താകൃതിയുള്ള ഒരു കിണറിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം 3 മീ. ആണ്. ഇതിനു ചുറ്റും 1.5 മീ സമവീതിയിൽ ഒരു പ്ലാറ്റ്ഫാം ഉണ്ട്. ആ പ്ലാറ്റ്ഫോമിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക? ($\pi = 3.14$)

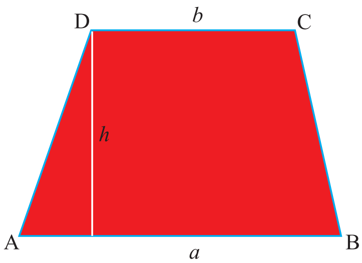
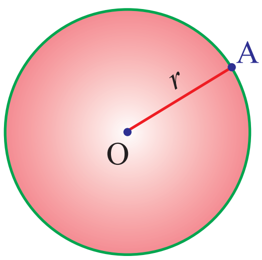
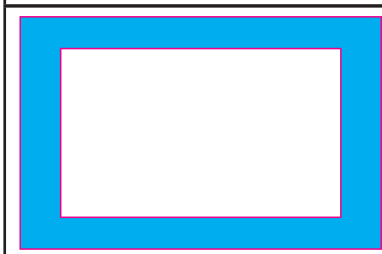
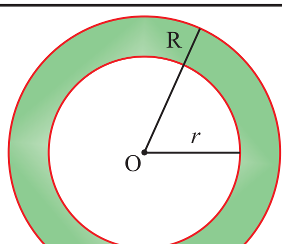
5. 56 മീ. വ്യാസമുള്ള ഒരു വൃത്താകൃതിയുള്ള പാർക്കിനു ചുറ്റും 2.5 മീ സമവീതിയിൽ ഒരു പാതയുണ്ട്. ഒരു ച.മീറ്ററിന് 5 രൂപ നിരക്കിൽ ആ പാത നിരത്താൻ വേണ്ടി വരുന്ന ചെലവ് എത്ര? ($\pi = 3.14$)

6. 2 വൃത്തങ്ങളുടെ വ്യാസാർദ്ധങ്ങൾ 56 സെ:മീ, 49 സെ:മീ ആകുന്നു. വൃത്തങ്ങൾക്ക് ഇടയിലുള്ള വഴിയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

7. വൃത്താകൃതിയിലുള്ള പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം 88 മീ^{2} പാതയുടെ ബാഹ്യ വ്യാസാർദ്ധം 8 മീ എങ്കിൽ പാതയുടെ ആന്തര വ്യാസാർദ്ധം കാണുക.

8. വൃത്താകൃതിയിലുള്ള പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണത്തെ നിരപ്പാക്കുന്നതിന് ച:മീറ്ററിന് ₹6 പ്രകാരം ₹12012 ചെലവാക്കി എങ്കിൽ പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

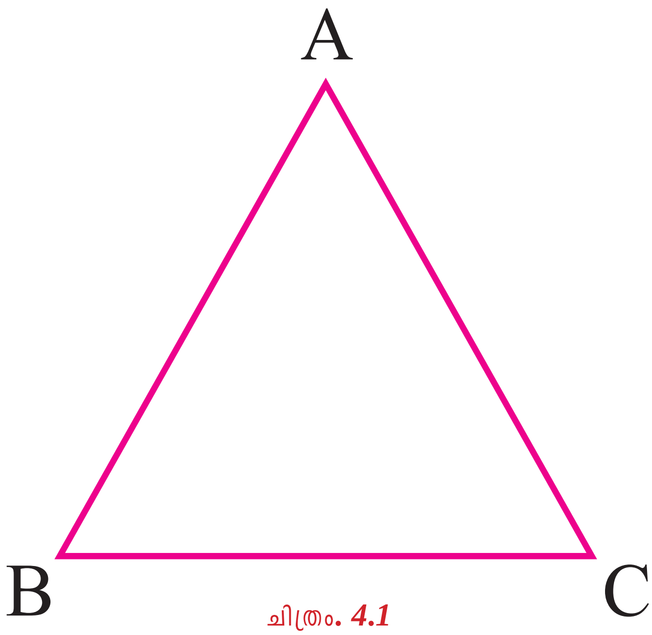
ഓർമ്മിക്കേണ്ട വസ്തുതകൾ

 ലംബകം	$\frac{1}{2}$ × ഉയരം × സമാന്തര വശങ്ങളുടെ തുക	$\frac{1}{2} \times h \times (a + b)$ ച. മാത്രകൾ
 വൃത്തം	വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 2 × π × വ്യാസാർദ്ധം	$2\pi r$ മാത്രകൾ
	വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = π ×വ്യാസാർദ്ധം × വ്യാസാർദ്ധം	πr^2 ച. മാത്രകൾ
 ദീർഘ ചതുര നടപ്പാത	**നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം** i) ദീർഘ ചതുര നടപ്പാതയുടെ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം	ബാഹ്യ ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം - ആന്തര ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം
 വൃത്താകാര നടപ്പാത	ii) വൃത്താകാര നടപ്പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം	ബാഹ്യവൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം - ആന്തര വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \pi (R^2 - r^2)$ ച. മാത്രകൾ $= \pi (R + r)(R - r)$ ച. മാത്രകൾ

4 ജ്യാമിതി

4.1 ത്രികോണം: പുനഃപരിശോധന

ഒരു തലത്തിലുള്ള മൂന്നു രേഖാഖണ്ഡങ്ങളാൽ രൂപപ്പെടുന്ന അടഞ്ഞ ചിത്രമാണ് ത്രികോണം.



ചിത്രം. *4.1*

ചിത്രം(4.1) ൽ AB, BC, CA എന്നീ രേഖാഖണ്ഡങ്ങളാൽ അടഞ്ഞ ചിത്രമാണ്. ഈ ത്രികോണത്തിനെ $\triangle ABC$ എന്ന് കുറിക്കുന്നു. ഈ ത്രികോണത്തിനെ $\triangle ABC$ അല്ലെങ്കിൽ $\triangle BCA$ അല്ലെങ്കിൽ $\triangle CAB$ എന്നും പേര് കൊടുക്കാം.

ചിത്രം (4.1) ൽ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ എന്നിവ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ ആകുന്നു.

മൂന്നു രേഖാഖണ്ഡങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് രേഖാഖണ്ഡങ്ങൾ യോജിക്കുന്ന ബിന്ദുവിനെ ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷം എന്നു പറയുന്നു. ചിത്രം (4.1) ൽ A,B,C എന്നിവ $\triangle ABC$ യുടെ ശീർഷങ്ങളാണ്.

ഏതെങ്കിലും രണ്ട് രേഖാഖണ്ഡങ്ങൾ യോജിക്കുന്ന ബിന്ദുവിൽ ഒരു കോൺ രൂപം കൊള്ളുന്നു. ചിത്രം (4.1) ൽ $\overline{AB}$ യും $\overline{BC}$ യും B ൽ യോജിക്കുമ്പോൾ ഒരു കോൺ രൂപംകൊള്ളുന്നു. ഈ കോണിനെ കോൺ B എന്നും $\angle ABC$എന്നും പറയാം. ത്രികോണത്തിൽ മൂന്ന് കോണുകളുണ്ട്. അവ $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ എന്നിവയാണ്.

$\triangle ABC$ (ചിത്രം 4.1) - ൽ

വശങ്ങൾ : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$

കോണുകൾ: $\angle CAB$, $\angle ABC$, $\angle BCA$

ശീർഷങ്ങൾ : A, B, C

A, B, C എന്നീ ശീർഷങ്ങളുടെ എതിർവശങ്ങൾ BC, AC , AB ആകുന്നു. അതുപോലെ $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ എന്നീ കോണുകളുടെ എതിർവശങ്ങൾ BC, CA , AB ആകുന്നു.

മൂന്നു രേഖകളാൽ രൂപപ്പെടുന്ന അടഞ്ഞചിത്രമാണ് ത്രികോണം. ത്രികോണത്തിന് മൂന്നു ശീർഷങ്ങളും, മൂന്ന് വശങ്ങളും മൂന്ന് കോണുകളും ഉണ്ട്.

4.2 ത്രികോണങ്ങളുടെ തരങ്ങൾ

വശങ്ങളെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി ത്രികോണങ്ങളെ

സമഭുജത്രികോണം	-	ത്രികോണത്തിന്റെ എല്ലാവശങ്ങളും സമം
ദ്വിസമഭുജ ത്രികോണം	-	ത്രികോണത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് വശങ്ങൾ തുല്യം
അസമഭുജ ത്രികോണം	-	ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നുവശങ്ങളും തുല്യം അല്ല.

കോണുകളെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി

കോണുകളെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി ത്രികോണത്തിനെ

സമകോണ ത്രികോണം	-	ഒരു കോൺ 90^0 യും മറ്റേകോണുകൾ ന്യൂനകോണും ആയിരിക്കും.
ബൃഹത്കോണ ത്രികോണം	-	ഒരു കോൺ ബൃഹത്കോണും മറ്റ് രണ്ട് കോണുകൾ ന്യൂനകോണും ആയിരിക്കും.
ന്യൂനകോണ ത്രികോണം	-	മൂന്നു കോണുകളും ന്യൂനകോൺ ആയിരിക്കും.

ഒരു ത്രികോണത്തിൽ രണ്ട് വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളുടെ തുക മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളത്തെക്കാൾ കൂടുതലായിരിക്കും..

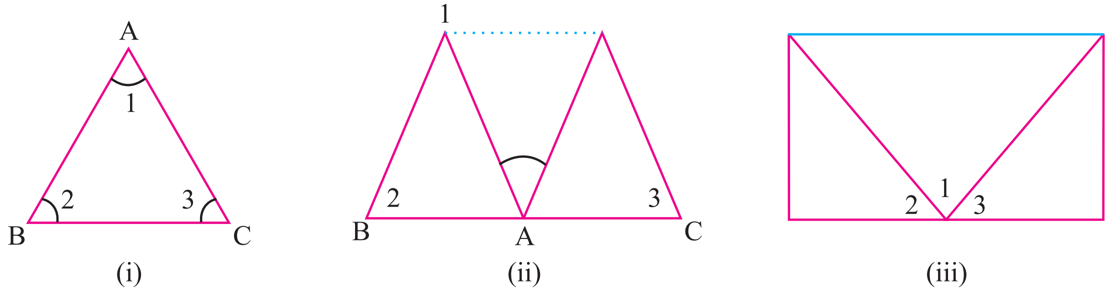
4.3 ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക

പ്രവൃത്തി 1

ഒരു കഷ്ണം കടലാസിൽ ABC എന്ന ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. കടലാസിന്റെ രണ്ടുവശത്തും കോണുകളെ ∠1, ∠2, ∠3 എന്ന് കുറിയ്ക്കുക. ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതു പോലെ △ABC യെ വെട്ടിയെടുക്കുക. ചിത്രം 4.2(i) -ൽ

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

7 സെ.മീ, 5 സെ.മീ, 13സെ.മീ എന്നീ വശങ്ങളുള്ള ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുവാൻ സാധിക്കുമോ?



ചിത്രം. *4.2*

ചിത്രം 4.2 (ii) -ൽ കാണുന്നതുപോലെ A എന്ന ശീർഷം BC ഭുജത്തിൽ തൊട്ടിരിക്കത്തക്ക വിധത്തിൽ മടക്കുക. ചിത്രം 4.2 (iii)-ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഒരു ദീർഘചതുരം കിട്ടത്തക്ക വിധത്തിൽ B , C ശീർഷങ്ങളെ മടക്കുക. ഇപ്പോൾ ∠1, ∠2 , ∠3 ഇവ മൂന്നും ചേർന്ന് ഒരു രേഖീയകോൺ ഉണ്ടാകുന്നത് കാണാം.

ഇപ്രകാരം,

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു കോണുകളുടെ തുക 180° ആകുന്നു.

പ്രവൃത്തി 2

ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. അതിൽ നിന്ന് മൂന്ന് കോണുകളേയും വെട്ടിയെടുക്കുക. ചിത്രം 4.3 (ii) -ൽ കാണുന്നതുപോലെ അടുക്കി വയ്ക്കുക. അപ്പോൾ നമുക്ക് മൂന്ന് കോണുകളും ചേർന്ന് ഒരു കോൺ രൂപപ്പെടുന്നത് കാണാം. ഈ കോൺ രേഖാകോൺ ആകുന്നു. അതിന്റെ കോണളവ് 180^0.

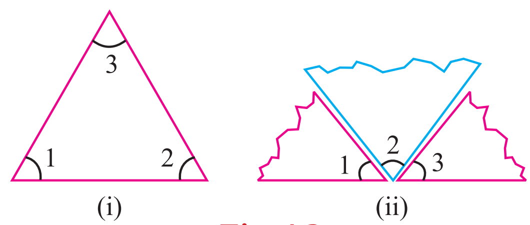


Fig. 4.3

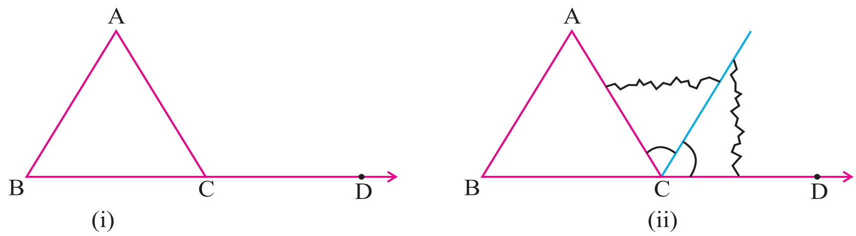
ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നു കോണുകളുടെ തുക 180° ആകുന്നു.

ചിന്തിക്കുക.

1. ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നു കോണുകളും 60^0 ഡിഗ്രിയെക്കാളും കുറവായിരിക്കുമോ ?
2. ഒരു ത്രികോണത്തിൽ രണ്ട് കോണുകൾ സമകോണുകൾ ആയിരിക്കുമോ ?

4.4 ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ബാഹ്യകോണും അതിന്റെ സ്വഭാവങ്ങളും

പ്രവൃത്തി 3



ചിത്രം. *4.4*

ABC എന്ന ത്രികോണം വരച്ച് ചിത്രം 4.4 (i) ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ D എന്ന ബിന്ദു BC എന്ന രശ്മിയിൽ വരത്തക്കവിധം വശം BC നീട്ടുക. $\angle ACD$ യെ $\triangle ABC$ യുടെ C യിലുള്ള ബാഹ്യകോൺ എന്നു പറയുന്നു.

$\angle ACD$ ക്ക് സമീപകോൺ അതായത് $\angle BCA$ ആകുന്നു. ത്രികോണത്തിലെ മറ്റു രണ്ട് കോണുകൾ അതായത് $\angle A$, $\angle B$ ഇവയെ ഉൾ എതിർകോണുകൾ എന്ന് പറയുന്നു.

ഇപ്പോൾ $\angle A$, $\angle B$ എന്നീ കോണുകളെ വെട്ടിയെടുത്ത് (അല്ലെങ്കിൽ പകർത്തിയെടുത്ത്) ചിത്രം 4.4 (ii) ൽ കാണുന്നതുപോലെ വെയ്ക്കുക. നാമിപ്പോൾ കാണുന്നത് $\angle ACD$ യുടെ സ്ഥാനത്ത് കൃത്യമായി രണ്ട് കോണുകളും ചേരുന്നു.

ഈ നിരീക്ഷണങ്ങളിൽ നിന്ന് നമുക്ക് ഒരു തീരുമാനത്തിലെത്താം. അതായത് ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ **ബാഹ്യകോൺ രണ്ട് ഉൾഎതിർകോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യമായിരിക്കും.**

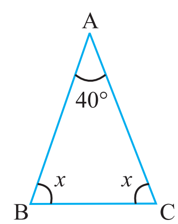
ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ബാഹ്യകോൺ,രണ്ട് ഉൾകോണുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെ ത്രികോണത്തിൽ ബാഹ്യകോണിന്റെ ഗുണം എന്നു പറയുന്നു.

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

ത്രികോണം ABC വരച്ച് ചിത്രം 4.4 (i) ൽ കാണുന്നതുപോലെ BC നീട്ടുക C യിൽ ഉണ്ടാകുന്ന കോൺ $\angle ACD$ യെ കോണമാപിനി ഉപയോഗിച്ച് അളക്കുക.
$\angle A$, $\angle B$ യും അളക്കുക.
$\angle A + \angle B$ യുടെ തുകയും $\angle ACD$ യും താരതമ്യം ചെയ്യുക.
ശ്രമിച്ചു നോക്കൂ. $\angle ACD = \angle A + B$?

ഉദാഹരണം *4.1*

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും കോൺ x ന്റെ വില കാണുക.



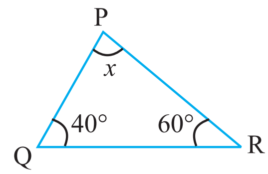
നിർദ്ധാരണം:

$\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = 180°$ (ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് കോണുകളുടെ തുക 180°)

$$40° + 2x = 180°$$
$$2x = 180° - 40°$$
$$2x = 140°$$
$$x = \frac{140°}{2} = 70°$$

x ന്റെ വില = 70°.

ഉദാഹരണം 4.2



ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടുകോണുകൾ യഥാക്രമം 40° , 60° എന്നാൽ മൂന്നാമത്തെ കോണിന്റെ അളവ് കാണുക.

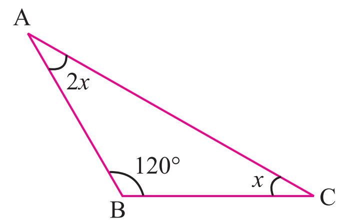
നിർദ്ധാരണം:

$\angle RPQ + \angle PQR + \angle QRP = 180°$ ($\because$ ത്രികോണത്തിന്റെ 3 കോണുകളുടെ തുക 180°)

$$x + 40° + 60° = 180°$$
$$x + 100° = 180°$$
$$x = 180° - 100°$$
$$= 80°$$

$\therefore$ മൂന്നാമത്തെ കോൺ $x = 80°$

ഉദാഹരണം 4.3



ചിത്രത്തിൽ $\angle A$ യുടെ അളവു കാണുക.

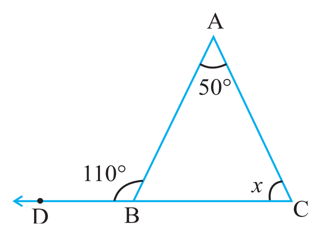
നിർദ്ധാരണം:

$\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = 180°$ ($\because$ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് കോണുകളുടെ തുക 180°)

$$2x + 120° + x = 180°$$
$$3x + 120° = 180°$$
$$3x = 180° - 120°$$
$$3x = 60°$$
$$x = \frac{60°}{3}$$
$$= 20°$$

$\therefore \angle A = 2x = 2 \times 20° = 40°$

ഉദാഹരണം 4.4



ചിത്രത്തിൽ നിന്നും കോൺ x കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് ബാഹ്യകോൺ $= \angle ABD = 110°$.

ഉൾ എതിർ കോണുകളുടെ തുക $= \angle BCA + \angle CAB$

$= x + 50°$

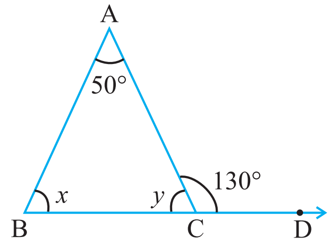
$x + 50° = 110°$ ($\because$ ബാഹ്യകോൺ രണ്ട് ഉൾ എതിർ കോണുകളുടെ തുകയ്ക്ക് സമം)

$$x = 110° - 50°$$
$$= 60°$$

$\therefore$ കോൺ x ന്റെ മൂല്യം 60°.

ഉദാഹരണം 4.5

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും x, y യുടെ മൂല്യം കാണുക.



നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ

ബാഹ്യകോൺ $= \angle DCA = 130°$

$50° + x = 130°$ (∵ ബാഹ്യകോൺ = രണ്ട് ഉൾ എതിർകോണുകളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യം)

$x = 130° - 50°$

$= 80°$

$\triangle ABC$ യിൽ

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ (∵ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നുകോണുകളുടെ തുക 180°)

$50° + x + y = 180°$

$50° + 80° + y = 180°$

$130° + y = 180°$

$y = 180° - 130°$

$= 50°$

∴ കോൺ x ന്റെ മൂല്യം $= 80°$, y യുടെ മൂല്യം $= 50°$.

മറ്റൊരു രീതി:

$\angle ACB + \angle DCA = 180°$ (∵ നേർരേഖയിലുള്ള സമീപ കോണുകളുടെ തുക 180°)

$y + 130° = 180°$

$y = 180° - 130°$

$= 50°$

$\triangle ABC$ യിൽ,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ (∵ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നുകോണുകളുടെ തുക 180°)

$50° + x + y = 180°$

$50° + x + 50° = 180°$

$100° + x = 180°$

$x = 180° - 100°$

$= 80°$

ഉദാഹരണം **4.6**

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ $3x + 5°$, $x + 20°$, $x + 25°$ എന്നിവയാണ്. ഓരോ കോണിന്റെയും അളവ് കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം:

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു കോണുകളുടെ തുക $= 180°$

$$3x + 5° + x + 20° + x + 25° = 180°$$

$$5x + 50° = 180°$$

$$5x = 180° - 50°$$

$$5x = 130°$$

$$x = \frac{130°}{5}$$

$$= 26°$$

$$3x + 5° = (3 \times 26°) + 5° = 78° + 5° = 83°$$

$$x + 20° = 26° + 20° = 46°$$

$$x + 25° = 26° + 25° = 51°$$

$\therefore$ ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ $83°, 46°, 51°$ എന്നിവയാണ്.

അഭ്യാസം 4.1

1. ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

i) ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്ന് കോണുകളുടെ തുക

(A) $90°$ (B) $180°$ (C) $270°$ (D) $360°$

ii) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് കോണുകളും തുല്യം എങ്കിൽ ഓരോ കോണിന്റെയും അളവ്

(A) 30^0 (B) 45^0 (C) 60^0 (D) 90^0

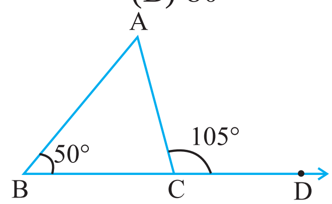
iii) താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകളിൽ ഏത് ത്രികോണത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു ?

(A) $50^0, 30^0, 105^0$ (B) $36^0, 44^0, 90^0$ (C) $70^0, 30^0, 80^0$ (D) $45^0, 45^0 80^0$

iv) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു കോണുകൾ $40°$, $60°$ എങ്കിൽ മൂന്നാമത്തെ കോൺ

(A) 20^0 (B) 40^0 (C) 60^0 (D) 80^0

v) ΔABC ൽ BC, D വരെ നീട്ടുമ്പോൾ $\angle ABC = 50^0$, $\angle ACD = 105^0$ എങ്കിൽ $\angle$ BAC എത്ര?



(A) $75°$ (B) $15°$

(C) $40°$ (D) $55°$

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയിൽ ഏതെല്ലാമാണ് ത്രികോണങ്ങൾ ?

(i) $\angle A = 25^0$ $\angle B = 35^0$ $\angle C = 120^0$

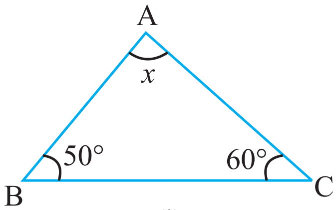
(ii) $\angle P = 90^0$ $\angle Q = 30^0$ $\angle R = 50^0$

(iii) $\angle X = 40^0$ $\angle Y = 70^0$ $\angle Z = 80^0$

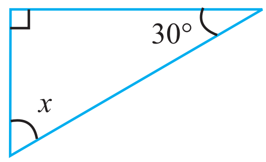
3. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകൾ തന്നിട്ടുണ്ട്. മൂന്നാമത്തെ കോൺ കാണുക.

(i) $75^0, 45^0$ (ii) $80^0, 30^0$ (iii) $40^0, 90^0$ (iv) $45^0, 85^0$

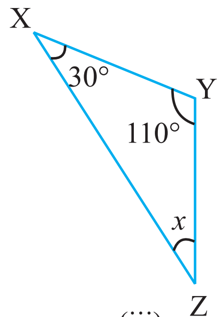
4. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്നും x ന്റെ മൂല്യം കാണുക:



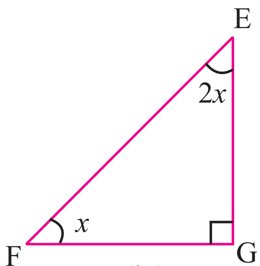
(i)



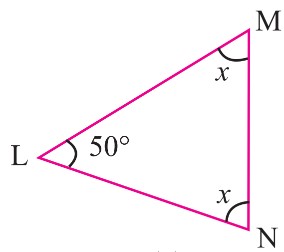
(ii)



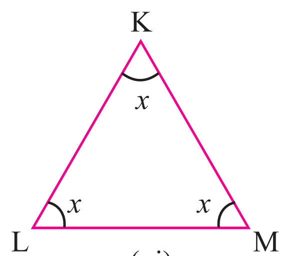
(iii)



(iv)

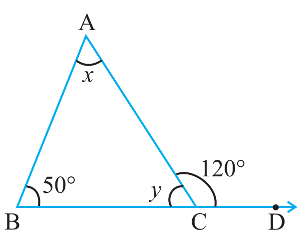


(v)

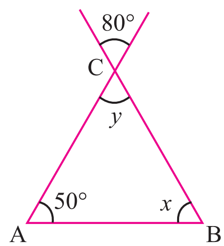


(vi)

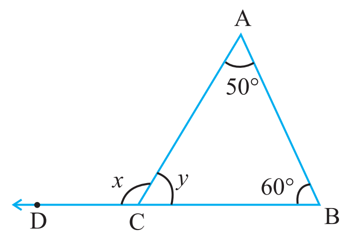
5. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്ന് x ന്റെയും y യുടെയും മൂല്യം കാണുക:



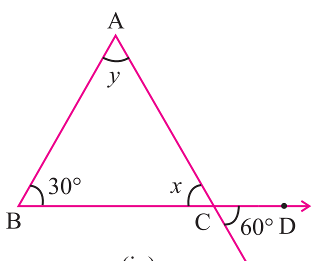
(i)



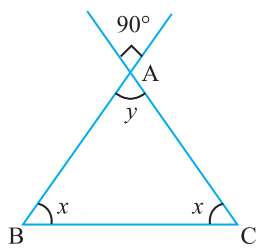
(ii)



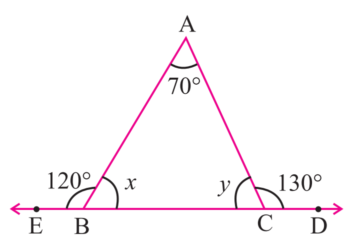
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

6. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് കോണുകൾ $x + 5°$, $x + 10°$, $x + 15°$ എങ്കിൽ x കാണുക.

ഓർമ്മിക്കേണ്ട വസ്തുതകൾ

1. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് കോണുകളുടെ തുക 180^0
2. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ബാഹ്യകോൺ രണ്ട് ഉൾഎതിർ കോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യമായിരിക്കും.

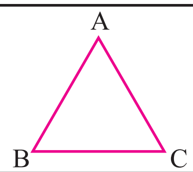
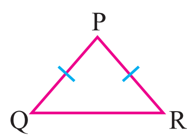
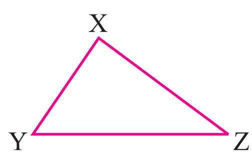
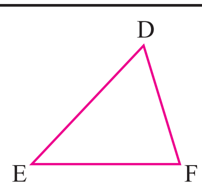
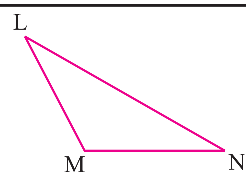
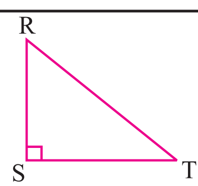
ഗണിതം

5 പ്രായോഗിക ജ്യാമിതി

5.1 ത്രികോണങ്ങളുടെ നിർമ്മിതി

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സുകളിൽ നാം ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെയും കോണുകളെയും അടിസ്ഥാനമാക്കി വിവിധതരം ത്രികോണങ്ങളെ കുറിച്ചു പഠിച്ചു. ഇവിടെ വിവിധതരം ത്രികോണങ്ങളെയും, ത്രികോണങ്ങളുടെ ചില ഗുണങ്ങളെയും കുറിച്ച് ഓർമ്മിക്കാം.

ത്രികോണങ്ങളെ തരംതിരിക്കൽ

		ക്രമ സംഖ്യ	ത്രികോണത്തിന്റെ പേര്	ചിത്രം	കുറിപ്പ്
ത്രികോണങ്ങളെ തരം തിരിക്കൽ	വശങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി	1	സമഭുജത്രികോണം		എല്ലാവശങ്ങളും തുല്യം
		2	ദ്വിസമഭുജ ത്രികോണം		ഏതെങ്കിലും രണ്ട് വശങ്ങൾ തുല്യം
		3	വിഷമഭുജ ത്രികോണം (അസമഭുജ ത്രികോണം)		ഒരു വശവും തുല്യമല്ല
	കോണുകളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി	4	ന്യൂനകോണ ത്രികോണം		മൂന്നുകോണുകളും ന്യൂനകോൺ ആകുന്നു. (90^0 യെക്കാൾ കുറവ്)
		5	ബൃഹത്കോണ ത്രികോണം (അധികകോണ ത്രികോണം)		ഒരു കോൺ ബൃഹത് കോൺ (90^0 യെക്കാൾ കൂടുതൽ)
		6	സമകോണ ത്രികോണം (മട്ടകോണ ത്രികോണം)		ഒരു കോൺ സമകോണാണ്. (90^0)

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില ഗുണങ്ങൾ

1. ത്രികോണത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് വശങ്ങളുടെ തുക മൂന്നാമത്തെ വശത്തെക്കാൾ വലുതാണ്.
2. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് കോണുകളുടെ തുക 180^0.

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ നിർമ്മിതിക്ക് നമുക്ക് മൂന്ന് അളവുകൾ ആവശ്യമാണ്. അതിൽ പരമാവധി ഒരു വശത്തിന്റെ അളവെങ്കിലും തന്നിട്ടുണ്ടാവണം. നമുക്ക് താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണങ്ങൾ നിർമ്മിക്കാം.

(i) മൂന്ന് വശങ്ങൾ (SSS).

(ii) രണ്ടു വശങ്ങളും അവയ്ക്കിടയിലുള്ള കോണും (SAS).

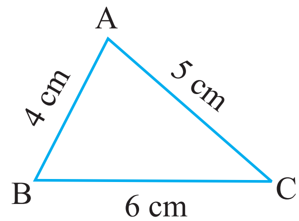
(iii) രണ്ടു കോണുകളും അവയ്ക്കിടയിലുള്ള വശവും (ASA).

(i) മൂന്ന് വശങ്ങൾ തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിക്കൽ (SSS പ്രമാണം)

ഉദാഹരണം ***5.1***

AB = 4സെ. മീ, BC = 6 സെ. മീ , AC = 5സെ. മീ എന്നീ അളവുകളുള്ള ഒരു ത്രികോണം ABC നിർമ്മിക്കുക.

സഹായ ചിത്രം



നിർദ്ധാരണം :

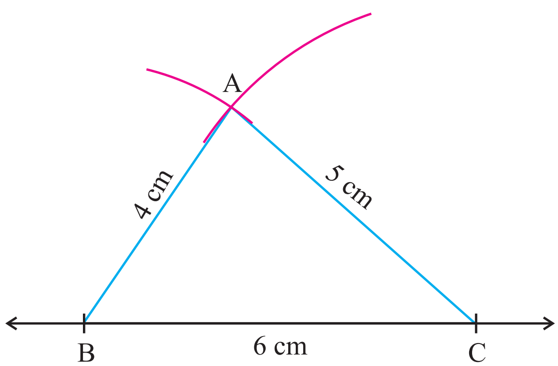
തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ

AB = 4 സെ.മീ

BC = 6 സെ.മീ

AC = 5 സെ.മീ.

നിർമ്മിതിയുടെ വഴികൾ



വഴി 1 : BC = 6 സെ.മീ എന്ന രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക.

വഴി 2 : ‘B’ കേന്ദ്രമാക്കി 4 സെ. മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ BC ക്ക് മുകളിലായി ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക.

വഴി 3 : ‘C’ കേന്ദ്രമാക്കി 5 സെ. മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ആദ്യചാപത്തെ ‘A’ യിൽ ഖണ്ഡിക്കുമാറ് ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക.

വഴി 4 : AB, AC എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക.
ഇപ്പോൾ ABC യാണ് ആവശ്യപ്പെട്ട ത്രികോണം.

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

കോണമാപിനി ഉപയോഗിച്ച് ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു കോണുകളെയും അളന്ന് അവയുടെ തുക കാണുക.

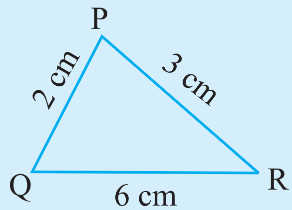
നിങ്ങൾക്കറിയാമോ

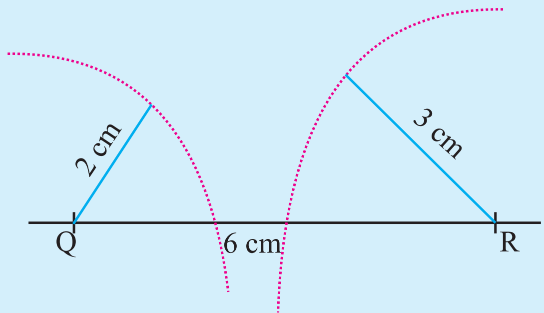
1. ഒരു വിദ്യാർത്ഥി തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ ശ്രമിച്ചു. PQ = 2 സെ.മീ, QR = 6 സെ.മീ, PR = 3 സെ.മീ. (സഹായ ചിത്രത്തിലുള്ളതുപോലെ). ആദ്യം അവൻ QR = 6 സെ. മീ വരച്ചു. എന്നിട്ട് Q കേന്ദ്രമാക്കി 2സെ. മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപവും വരച്ചു. അതിനുശേഷം R കേന്ദ്രമാക്കി 3 സെ. മീ അളവ് വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപവും കൂടി വരച്ചു. അവ രണ്ടും P എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നില്ല.

   (i) എന്താണ് കാരണം ?

   (ii) ഇതുമായി ബന്ധമുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ ഗുണം എന്താണ് ?

സഹായ ചിത്രം





ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് വശങ്ങളുടെ തുക മൂന്നാമത്തെ വശത്തെക്കാൾ വലുതാണ്

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നുകോണുകളുടെയും കോണ ദ്വിഭാജകം വരയ്ക്കുക. മൂന്ന് കോണ ദ്വിഭാജകങ്ങളും ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്നുവെന്ന് പരിശോധിക്കുക. ആ ബിന്ദുവിനെ അന്തഃവൃത്ത കേന്ദ്രം എന്നു പറയുന്നു.

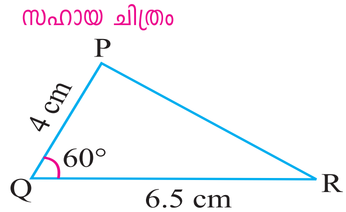
(ii) രണ്ട് വശങ്ങളും അവയ്ക്കിടയിലുള്ള കോണും തന്നിരുന്നാൽ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കൽ (SAS പ്രമാണം)

ഉദാഹരണം ***5.2***

PQ = 4 സെ.മീ, QR = 6.5 സെ.മീ, $\angle PQR = 60^\circ$ എന്നീ അളവുകൾ ഉള്ള ത്രികോണം PQR നിർമ്മിക്കുക.

നിർദ്ധാരണം :

സഹായ ചിത്രം

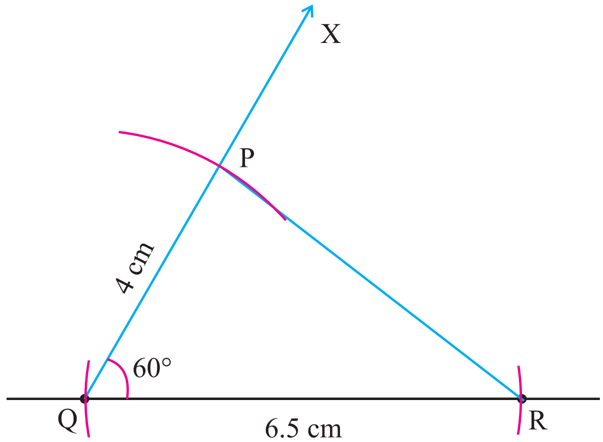


തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ

PQ = 4 സെ.മീ

QR = 6.5 സെ.മീ

$\angle PQR = 60^\circ$



നിർമ്മിതിയുടെ വഴികൾ

വഴി 1 : QR = 6.5 സെ. മീ എന്ന രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക.

വഴി 2 : Q-ൽ വെച്ചുകൊണ്ട് QR ന്മേൽ 60^0 വരത്തക്കവിധം QX എന്ന ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക.

വഴി 3 : Q കേന്ദ്രമാക്കി 4 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ QX എന്ന രേഖയിൽ P ൽ ഛേദിക്കുമാറ് ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക.

വഴി 4 : PR യോജിപ്പിക്കുക.

PQR ആണ് ആവശ്യപ്പെട്ട ത്രികോണം.

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

XY = 6സെ.മീ, YZ = 6സെ.മീ , $\angle XYZ = 70°$. എന്നീ അളവുകളുള്ള ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക. തുല്യവശങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകൾ അളന്നു നോക്കുക. നിങ്ങൾ എന്താണ് നിരീക്ഷിച്ചത് ?

(iii) രണ്ടു കോണുകളും അവ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വശവും തന്നിരുന്നാൽ ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിക്കൽ (ASA പ്രമാണം)

ഉദാഹരണം ***5.3***

XY = 6 സെ.മീ, $\angle ZXY = 30°$,$\angle XYZ = 100°$ എന്നീ അളവുകളുള്ള ഒരു ത്രികോണം XYZ നിർമ്മിക്കുക. മൂന്നാമത്തെ കോണളവ് 50° ആണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക.

നിർദ്ധാരണം :

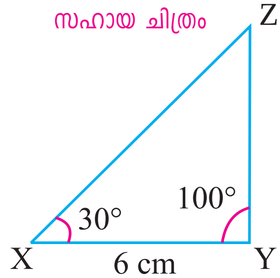
തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ

XY = 6 സെ.മീ

$\angle ZXY = 30°$

$\angle XYZ = 100°$

സഹായ ചിത്രം

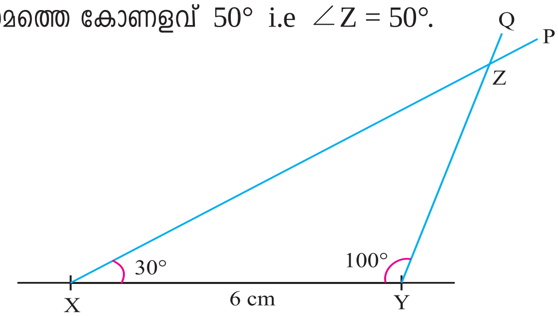


വഴി 1 : XY = 6 സെ.മീ എന്ന രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക.

വഴി 2 : X കേന്ദ്രമാക്കി XP മേൽ 30^0 അളവിൽ ഒരു രശ്മി വരച്ച് അതിന് XY എന്ന് പേര് നൽകുക.

വഴി 3 : Y -ൽ വെച്ചുകൊണ്ട് XY നുമേൽ 100^0 വരത്തക്കവിധം മറ്റൊരു രശ്മി YQ വരയ്ക്കുക. XP ,YQ എന്നീ രശ്മികൾ Z -ൽ സംഗമിക്കുന്നു.

വഴി 4 : മൂന്നാമത്തെ കോണളവ് 50° i.e ∠Z = 50°.



PQ = 7 സെ.മീ , ∠Q = 70°, ∠R = 40° എന്നീ അളവുകളുള്ള ഒരു ത്രികോണം PQR നിർമ്മിക്കുക.

സൂചന : ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകളുടെ തുക ഉപയോഗിക്കുക.

അഭ്യാസം 5.1

I. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾക്ക് ത്രികോണങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുക.

1. PQ = 6 സെ.മീ , QR = 7 സെ.മീ , PR = 5 സെ.മീ എന്നിവ തന്നിട്ടുണ്ട്. △PQR നിർമ്മിക്കുക.
2. 7 സെ. മീ വശങ്ങളുള്ള ഒരു സമഭുജ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക. കോണമാപിനി ഉപയോഗിച്ച് ഓരോ കോണുകളും അളക്കുക. അവ തുല്യമാണോ ?
3. DE = 4.5 സെ.മീ, EF = 5.5 സെ.മീ, DF = 4.5 സെ.മീ എന്നീ അളവുകളുള്ള ഒരു ത്രികോണം DEF വരയ്ക്കുക. നിങ്ങൾക്ക് ഇത് ഏത് തരം ത്രികോണമാണെന്ന് തിരിച്ചറിയാൻ സാധിക്കുമോ ? ഇതിന്റെ പേര് എഴുതുക.

II. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾക്ക് ത്രികോണങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുക.

4. YZ = 7 സെ.മീ, ZX = 5 സെ.മീ, ∠Z = 50° എന്നിവ തന്നിട്ടുണ്ട്. △XYZ നിർമ്മിക്കുക.
5. PQ = 6 സെ.മീ, PR = 9 സെ.മീ , ∠P = 100° ആണെങ്കിൽ △PQR നിർമ്മിക്കുക.
6. AB = 6 സെ.മീ, BC = 8 സെ.മീ , ∠B = 90° എന്നിവ തന്നിട്ടുണ്ട്. △ABC നിർമ്മിക്കുക. ACയുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക.

III. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾക്ക് ത്രികോണങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുക.

7. ∠X = 50°, ∠Y = 70°, XY = 5 സെ.മീ എങ്കിൽ △XYZ നിർമ്മിക്കുക.
8. ∠A = 120°, ∠B = 30° , AB = 7 സെ.മീ എങ്കിൽ △ABC നിർമ്മിക്കുക.
9. ∠L = 40°, ∠M = 40° , LM = 6 സെ.മീ എന്നിവ തന്നിട്ടുണ്ട്. △LMN നിർമ്മിക്കുക. തുല്യകോണുകൾ ∠L നും ∠M നും എതിരെയുള്ള വശങ്ങളുടെ നീളം അളന്ന് എഴുതുക. അവ തുല്യമാണോ ? ഇത് ഏത് തരം ത്രികോണമാണ് ?

6 വിവര നിർവ്വഹണം

6.1 തരം തിരിക്കാത്ത ദത്തങ്ങളുടെ മാധ്യം, മീഡിയൻ, മോഡ് (Mean, Median, Mode of ungrouped data)

സമാന്തര മാധ്യം (Arithmetic mean)

ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ നമ്മൾ ശരാശരി എന്ന വാക്ക് ഉപയോഗിക്കുന്നു.

പൂവിനി ഓരോ ദിവസവും ശരാശരി 5 മണിക്കൂർ അവളുടെ പഠനത്തിനായി ചെലവഴിക്കുന്നു.

മേയ് മാസത്തിലെ ചെന്നൈ നഗരത്തിലെ ശരാശരി താപനില 40^oc ആണ്. മുകളിൽ പറഞ്ഞ പ്രസ്താവന എന്താണ് പറയുന്നത്?

പൂവിനി സാധാരണയായി 5 മണിക്കൂർ സമയം പഠിക്കുന്നു. ചില ദിവസങ്ങളിൽ അവൾ 5 മണിക്കൂറിൽ കുറവായും, 5 മണിക്കൂറിൽ കൂടുതലായും പഠിക്കുന്നു.

ശരാശരി താപനില 40^oc എന്നതിന്റെ അർത്ഥം, മേയ് മാസത്തിലെ ചെന്നൈ നഗരത്തിന്റെ താപനില 40^oc ആണ്. ചിലപ്പോൾ താപനില 40^oc ൽ കുറവായും 40^oc ൽ കൂടുതലായും ഇരിക്കാം.

ശരാശരി ദത്തത്തിന്റെ ഏറ്റവും കൂടിയ മൂല്യത്തിനും ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ മൂല്യത്തിനും ഇടയിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു.

രോഹിത്ത് വ്യത്യസ്ത വിഷയങ്ങളിൽ നേടിയ മാർക്കുകൾ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

62, 84, 92, 98, 74

ഒരു പരീക്ഷയിൽ നേടിയ മാർക്കുകളുടെ ശരാശരി കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനു വേണ്ടി ആദ്യം വ്യത്യസ്ത വിഷയങ്ങളിൽ നേടിയ മാർക്കുകളെ കൂട്ടുക.

$$62 + 84 + 92 + 98 + 74 = 410.$$

ആ തുകയെ വിഷയങ്ങളുടെ എണ്ണം (അതായത് 5) കൊണ്ട് ഹരിക്കുക.

രോഹിത്തിന്റെ ശരാശരി മാർക്ക് $= \frac{410}{5} = 82.$

ആ കുട്ടിയുടെ പഠന നിലവാരത്തെ മനസ്സിലാക്കാൻ ഈ സംഖ്യ ഉപകരിക്കും. ആ സംഖ്യയാണ് മാധ്യം.

∴ **ശരാശരി അഥവാ സമാന്തര മാധ്യം അല്ലെങ്കിൽ മാധ്യം ഇങ്ങനെ നിർവചിക്കാം.**

$$\text{മാധ്യം} = \frac{\text{നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ തുക}}{\text{നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണം}}$$

ഉദാഹരണം ***6.1***

ഗായത്രി അടുത്തടുത്തുള്ള 3 ദിവസങ്ങളിൽ യഥാക്രമം 4 മണിക്കൂർ, 5 മണിക്കൂർ, 3 മണിക്കൂർ, എന്നീ ക്രമത്തിൽ പഠിക്കുന്നു. ദിവസവും എത്ര മണിക്കൂർ പഠിക്കുന്നു?

നിർദ്ധാരണം:

$$\text{ശരാശരി പഠന സമയം} = \frac{\text{ആകെ പഠിക്കുവാൻ എടുത്ത മണിക്കൂർ}}{\text{പഠിക്കുന്നതിനു വേണ്ടി വിനിയോഗിച്ച ദിവസങ്ങൾ}}$$

$$= \frac{4+5+3}{3} \text{ മണിക്കൂർ}$$

$$= \frac{12}{3}$$

$$= 4 \text{ മണിക്കൂർ ദിവസേന.}$$

അതുകൊണ്ട് ഗായത്രി ദിവസവും 4 മണിക്കൂർ പഠിക്കുന്നുവെന്ന് പറയാം.

ഉദാഹരണം **6.2**

6 കുടുംബങ്ങളുടെ മാസവരുമാനം യഥാക്രമം ₹ 3500, ₹ 2700, ₹ 3000, ₹ 2800, ₹ 3900, ₹ 2100 എന്നിങ്ങനെയാണ്. എന്നാൽ ശരാശരി വരുമാനം കാണുക .

നിർദ്ധാരണം:

$$\text{ശരാശരി മാസവരുമാനം} = \frac{\text{6 കുടുംബങ്ങളുടെ ആകെ വരുമാനം}}{\text{കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം}}$$

$$= \frac{₹\ 3500+2700+3000+2800+3900+2100}{6}$$

$$= ₹\ \frac{18000}{6}$$

$$= ₹\ 3,000$$

ഉദാഹരണം **6.3**

5 പേനകളുടെ ശരാശരി വില ₹ 75. എങ്കിൽ 5 പേനകളുടെ ആകെ വില എത്ര?

നിർദ്ധാരണം:

$$\text{മാധ്യം} = \frac{\text{5 പേനകളുടെ ആകെ വില}}{\text{പേനകളുടെ എണ്ണം}}$$

$$\text{5 പേനകളുടെ ആകെ വില} = \text{ശരാശരി x പേനകളുടെ എണ്ണം}$$

$$= ₹\ 75 \times 5$$

$$= ₹\ 375$$

മീഡിയൻ (Median)

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഉയരങ്ങൾ (സെ. മീ) പരിഗണിക്കുക.

106, 110, 123, 125, 115, 120, 112, 115, 110, 120, 115

കായിക അദ്ധ്യാപകനായ ഗൗതം തുല്യ എണ്ണം വരത്തക്ക രീതിയിൽ വിദ്യാർത്ഥികളെ രണ്ട് ഗ്രൂപ്പുകളായി വിഭജിക്കുവാൻ ആഗ്രഹിച്ചു. ഒരു നിശ്ചിത ഉയരത്തെക്കാൾ കുറവായവരെ ഒരു ഗ്രൂപ്പായും, കൂടുതലായവരെ മറ്റൊരു ഗ്രൂപ്പായും വിഭജിച്ചു.

ഇപ്പോൾ വിദ്യാർത്ഥികളെ ഗൗതം ഉയരത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ആരോഹണക്രമത്തിൽ ക്രമീകരിച്ചു.

106, 110, 110, 112, 115, 115,115, 120, 120, 123, 125

മധ്യമൂല്യം 115 ആണ്. എന്നതിനാൽ ആ മൂല്യം 5 വിദ്യാർത്ഥികൾ വീതം 2 തുല്യ ഗ്രൂപ്പുകളായി വിഭജിക്കുന്നു. ഈ മൂല്യമാണ് മീഡിയൻ. മീഡിയൻ 115 ദത്തത്തിന്റെ മധ്യത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ഗൗതം മധ്യത്തിലുള്ള കുട്ടിയെ റഫറിയാക്കാൻ തീരുമാനിച്ചു.

ദത്തത്തെ ആരോഹണക്രമത്തിലോ അവരോഹണക്രമത്തിലോ ക്രമീകരിച്ച് ഏറ്റവും മധ്യത്തിൽ വരുന്ന മൂല്യമാണ് മീഡിയൻ.

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

നിങ്ങളുടെ വിദ്യാലയത്തിന്റെയും, വീടിന്റെയും ഇടയ്ക്കുള്ള ദൂരം കണ്ടുപിടിച്ച് മീഡിയൻ കാണുക

താഴെ തന്നവയുടെ മീഡിയൻ കാണുക:

40, 50, 30, 60, 80, 70

തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തെ ആരോഹണ ക്രമത്തിൽ എഴുതുക:

30, 40, 50, 60, 70, 80

ഇവിടെ നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണം എന്നത് ഇരട്ടസംഖ്യയാണ്. അതുകൊണ്ട് മൂന്നാമത്തെയും നാലാമത്തെയും പദങ്ങളാണ് മധ്യപദങ്ങൾ. ഈ രണ്ടു പദങ്ങളുടെ ശരാശരിയാണ് മീഡിയൻ.

അതായത് മീഡിയൻ $= \frac{50+60}{2} = \frac{110}{2} = 55.$

(i) **നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റ സംഖ്യയായാൽ മധ്യപദത്തിന്റെ മൂല്യമാണ് മീഡിയൻ.**

(ii) **നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണം ഇരട്ട സംഖ്യ ആയാൽ രണ്ട് മധ്യപദങ്ങളുടെയും മൂല്യങ്ങളുടെ ശരാശരിയാണ് മീഡിയൻ.**

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ

ദേശീയ പാതയിലെ മഞ്ഞവര മീഡിയനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം *6.4*

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തിന്റെ മീഡിയൻ കാണുക

3, 4, 5, 3, 6, 7, 2.

നിർദ്ധാരണം:

ദത്തത്തെ ആരോഹണക്രമത്തിലെഴുതുക.

2, 3, 3, 4, 5, 6, 7

നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണം 7 ഒരു ഒറ്റ സംഖ്യ

മദ്ധ്യപദത്തിന്റെ മൂല്യം 4 ആണ് മീഡിയൻ.

ഉദാഹരണം *6.5*

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തിന്റെ മീഡിയൻ കാണുക.

12, 14, 25, 23, 18, 17, 24, 20.

നിർദ്ധാരണം:

ദത്തത്തെ ആരോഹണ ക്രമത്തിലെഴുതുക

12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 25.

നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണം 8 എന്നത് ഒരു ഇരട്ട സംഖ്യയാണ്.

∴ മധ്യപദം 18, 20 എന്നിവയുടെ ശരാശരി ആണ് മീഡിയൻ.

$$\text{മീഡിയൻ} = \frac{18+20}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

ഉദാഹരണം ***6.6***

ആദ്യത്തെ 5 അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ മീഡിയൻ കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

ആദ്യത്തെ 5 അഭാജ്യസംഖ്യ 2, 3, 5, 7, 11

നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണം 5.

∴ മധ്യമൂല്യം 5 ആണ് മീഡിയൻ.

മോഡ് (MODE)

താഴെ തന്ന ഉദാഹരണത്തിനെ നോക്കൂ.

റെഡിമെയ്ഡ് തുണിക്കടയിൽ ഉടമസ്ഥനായ രാഘവൻ 40 സെ.മീ അളവിലുള്ള ഷർട്ടുകളാണ് കൂടുതലായി വിൽക്കുന്നത്. എന്നിരുന്നാലും അയാളുടെ കടയിൽ മറ്റ് അളവുകളുള്ള ഷർട്ടുകളും വിൽക്കപ്പെടുന്നു. എന്നാൽ ഏറ്റവും അധികം വിൽക്കപ്പെടുന്ന ഷർട്ട് 40 സെ.മീ അളവുള്ളതാണ്. ഈ മൂല്യത്തിനെ ദത്തത്തിന്റെ മോഡ് എന്ന് പറയുന്നു.

ഒരു കൂട്ടം നിരീക്ഷണങ്ങളിൽ ഏറ്റവും കൂടുതൽ പ്രാവശ്യം ആവർത്തിക്കുന്ന മൂല്യത്തെ മോഡ് എന്നു നിർവ്വചിക്കുന്നു.

ദത്തങ്ങൾ കൂടുതലാകുമ്പോൾ മോഡ് (Mode of Large data)

മോഡ് നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണം കൂടുതലാകുമ്പോൾ മേൽപ്പറഞ്ഞ രീതിയിൽ മോഡ് കണ്ടുപിടിക്കുവാൻ പ്രയാസമാണ്. ഈ സന്ദർഭങ്ങളിൽ ദത്തത്തെ പട്ടിക രൂപത്തിലാക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം ***6.7***

ഒരു ഫുട്ബോൾ ലീഗ് മത്സരത്തിലെ വിജയങ്ങളുടെ സൂചികകൾ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

1, 3, 2, 5, 1, 4, 6, 2, 5, 2, 2, 2, 4, 1, 2, 3, 2, 3, 2, 3,

1, 1, 2, 3, 2, 6, 4, 3, 2, 1, 1, 4, 2, 1, 5, 3, 4, 2, 1, 2. ഈ ദത്തത്തിന്റെ മോഡ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

നിർദ്ധാരണം:

മാർജിൻ ഓഫ് വിക്ടറി	റ്റാലി അടയാളം	കളികളുടെ എണ്ണം
1	𝍸 ||||	9
2	𝍸 𝍸 ||||	14
3	𝍸 ||	7
4	𝍸	5
5	|||	3
6	||	2
	ആകെ	40

പട്ടിക 6.1

ഇപ്പോൾ മോഡ് '2' ആണെന്ന് പറയാം. കാരണം 2 ആണ് ഏറ്റവും അധികം പ്രാവശ്യം ആവർത്തിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇവിടെ ഏറ്റവുമധികം കളികളിൽ വിജയിച്ചത് 2 ഗോളുകളുടെ വ്യത്യാസത്തിലാണ്.

നിങ്ങളുടെ പ്രദേശത്തിലെ വാഹനങ്ങളുടെ മോഡ് കാണുക.

ഉദാഹരണം **6.8**

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങളുടെ മോഡ് കാണുക.

3, 4, 5, 3, 6, 7

നിർദ്ധാരണം:

ഇവിടെ ഏറ്റവും കൂടുതൽ പ്രാവശ്യം ആവർത്തിച്ച മൂല്യം 3 ആണ്.

∴ ദത്തത്തിന്റെ മോഡ് 3 ആകുന്നു.

ഉദാഹരണം **6.9**

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങളുടെ മോഡ് കാണുക.

2, 2, 2, 3, 3, 4, 5,5, 5, 6,6, 8

നിർദ്ധാരണം:

2 ഉം 5 ഉം മൂന്ന് പ്രാവശ്യം ആവർത്തിക്കുന്നു.

∴ ദത്തത്തിന് 2 ഉം 5 ഉം മോഡുകളാണ്.

പൂക്കളുടെ മോഡ് കാണുക.

ഉദാഹരണം **6.10**

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങളുടെ മോഡ് കാണുക.

90, 40, 68, 94, 50, 60.

നിർദ്ധാരണം:

ഇവിടെ ഒരു മൂല്യവും ആവർത്തിക്കുന്നില്ല. അതുകൊണ്ട് ഈ ദത്തത്തിന് മോഡ് ഇല്ല.

ഉദാഹരണം **6.11**

20 കുടുംബങ്ങളിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം യഥാക്രമം 1, 2, 2, 1, 2, 1, 3, 1, 1, 3,1, 3, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 1 എന്നിങ്ങനെയാണ്. മോഡ് കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	റ്റാലി അടയാളം	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
1	卌 卌 ||	12
2	卌	5
3	|||	3
	ആകെ	20

പട്ടിക 6.2

12 കുടുംബങ്ങളിൽ ഒരു കുട്ടി മാത്രമേ ഉള്ളൂ. അതുകൊണ്ട് ഈ ദത്തത്തിന്റെ മോഡ് 1 ആകുന്നു.

അഭ്യാസം: 6.1

1. ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്ത് എഴുതുക:

i) 1, 3, 5, 7, 9 എന്നിവയുടെ സമാന്തരമാധ്യം.

A) 5 B) 7 C) 3 D) 9

ii) 5 വിദ്യാർത്ഥികളുടെ ശരാശരി മാർക്ക് 40 എങ്കിൽ അവരുടെ ആകെ മാർക്ക്

A) 20 B) 200 C) 8 D) 4

iii) 30, 50, 40, 10, 20 എന്നിവയുടെ മീഡിയൻ .

A) 40 B) 20 C) 30 D) 10

iv) 2, 4, 6, 8, 10, 12 എന്നിവയുടെ മീഡിയൻ

A) 6 B) 8 C) 7 D) 14

v) 3, 4, 7, 4, 3, 2, 4 എന്നിവയുടെ മോഡ്

(A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 2

2. 10 വിദ്യാർത്ഥികൾ കണക്കിൽ നേടിയ മാർക്കുകൾ
56, 48, 58, 60, 54, 76, 84, 92, 82, 98
എങ്കിൽ പരിസരം, സമാന്തരമാധ്യം എന്നിവ കാണുക.

3. 5 ആളുകളുടെ തൂക്കം (കി. ഗ്രാമിൽ) യഥാക്രമം 72, 48, 51, 69, 67 എന്നീ കിലോഗ്രാമുകളാണെങ്കിൽ അവരുടെ മാധ്യം കാണുക.

4. രണ്ട് പ്രത്യേക പാത്രങ്ങളിലായി 30 ലിറ്റർ, 50 ലിറ്റർ വീതം പാൽ ഉണ്ടായിരുന്നു. എന്നാൽ മൊത്തം പാലിനെ രണ്ടു പാത്രങ്ങളിലായി തുല്യ അളവിൽ ഒഴിച്ചാൽ ഓരോ പാത്രത്തിലും എത്ര അളവ് പാൽ ഉണ്ടായിരിക്കും ?

5. ഒരു നഗരത്തിൽ ഒരാഴ്ചയിൽ ലഭ്യമായ കൂടിയ താപനില 34.8^0C, 38.5^0C, 34.4^0C, 34.7^0C, 35.8^0C, 32.8^0C, 34.3^0C എന്നീ അളവുകളിലാണ് എന്നാൽ ആ ആഴ്ചയിൽ ലഭിച്ച താപനിലയുടെ മാധ്യം കാണുക

6. ഒരു ക്രിക്കറ്റ് ടീമിലെ 10 ആൺകുട്ടികളുടെ തൂക്കത്തിന്റെ മാധ്യം 65.5 കി. ഗ്രാം എങ്കിൽ അവരുടെ ആകെ തൂക്കം എത്ര?

7. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തിന്റെ മീഡിയൻ കാണുക.
6, 14, 5, 13, 11, 7, 8

8. ചോക്ലേറ്റിന്റെ തൂക്കം ഗ്രാമിൽ തന്നിരിക്കുന്നു.
131, 132, 125, 127, 130, 129, 133 ഇവയുടെ മീഡിയൻ കാണുക.

9. ഒരു ബാറ്റ്സ്മാൻ 5 കളികളിലായി നേടിയ റൺസുകളുടെ എണ്ണം 60, 100, 78, 54, 49 എന്നിവയാണ്. അതിന്റെ മീഡിയൻ കാണുക.

10. ആദ്യത്തെ 7 നിസ്സർഗ്ഗ സംഖ്യകളുടെ മീഡിയൻ കാണുക.

11. 7 വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് നൽകിയ പോക്കറ്റ് മണിയുടെ വിവരം ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു.
₹ 42, ₹ 22, ₹ 40, ₹ 28, ₹ 23, ₹ 26, ₹ 43 എങ്കിൽ അവയുടെ മീഡിയൻ കാണുക.

12. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തിന്റെ മോഡ് കാണുക.

 3, 4, 3, 5, 3, 6, 3, 8, 4.

13. ഒരു കോഴി വളർത്തൽ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള തൂക്കമുള്ള 12 മുട്ടകൾ ശേഖരിച്ചു.

 32 ഗ്രാം, 40 ഗ്രാം, 27 ഗ്രാം, 32 ഗ്രാം, 38 ഗ്രാം, 45 ഗ്രാം,

 40 ഗ്രാം, 32 ഗ്രാം, 39 ഗ്രാം, 40 ഗ്രാം, 30 ഗ്രാം, 31 ഗ്രാം,

 മുകളിൽ തന്ന ദത്തത്തിന്റെ മോഡ് കാണുക.

14. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തിന്റെ മോഡ് കാണുക.

 4, 6, 8, 10, 12, 14

15. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തിന്റെ മോഡ് കാണുക.

 12, 14, 12, 16, 15, 13, 14, 18, 19, 12, 14, 15, 16, 15, 16, 16,

 15, 17, 13, 16, 16, 15, 13, 15, 17, 15, 14, 15, 13, 15, 14.

ഓർമ്മിക്കേണ്ട വസ്തുതകൾ

1. ശരാശരി ദത്തത്തിന്റെ ഏറ്റവും കൂടിയ മൂല്യത്തിനും ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ മൂല്യത്തിനും ഇടയിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.
2. മാധ്യം $= \dfrac{\text{നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ തുക}}{\text{നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണം}}$
3. ദത്തത്തെ ആരോഹണ ക്രമത്തിലോ, അവരോഹണക്രമത്തിലോ ക്രമീകരിച്ചാൽ ഏറ്റവും മദ്ധ്യത്തിൽ വരുന്ന മൂല്യമാണ് മീഡിയൻ
4. ഒരു ദത്തത്തിലെ ഏറ്റവും കൂടുതൽ പ്രാവശ്യം ആവർത്തിക്കുന്ന മൂല്യത്തിനെ മോഡ് എന്നു പറയുന്നു.

ഉത്തരങ്ങൾ

അധ്യായം 1

അഭ്യാസം 1.1

1. (i) B (ii) A (iii) D (iv) C (v) A

2. (i) $x + 2y$ (ii) $y - z$ (iii) $xy + 4$

(iv) $3x - 4y$ (if $3x > 4y$) or $4y - 3x$ (if $4y > 3x$)

(v) $10 + x + y$ (vi) $pq - 5$ (vii) $12 - mn$

(viii) $ab - (a + b)$ (ix) $3cd + 6$ (x) $\frac{4xy}{3}$

അഭ്യാസം 1.2

1. (i) B (ii) A (iii) C (iv) C (v) D

2. (i) $x = 12$ (ii) $a = 7$ (iii) $y = -6$ (iv) $b = -2$ (v) $x = -5$

(vi) $x = 7$ (vii) $x = -5$ (viii) $n = 4$ (ix) $m = 11$ (x) $y = 27$

3. (i) $x = 50$ (ii) $l = 14$ (iii) $x = 4$ (iv) $a = 3$ (v) $x = -9$

(vi) $t = -4$ (vii) $x = -6$ (viii) $m = 3$ (ix) $x = \frac{-1}{2}$ (x) $x = 6$

4. (i) $x = 14$ (ii) $a = 30$ (iii) $n = -24$ (iv) $p = -56$ (v) $x = -10$

(vi) $m = 12$

5. (i) $x = 3$ (ii) $x = -15$ (iii) $z = 5$ (iv) $a = -9$ (v) $x = 3$

(vi) $x = 5$ (vii) $y = 67$ (viii) $x = 6$ (ix) $y = 3$ (x) $m = 6$

(xi) $x = 11$ (xii) $m = \frac{1}{2}$ (xiii) $x = 3$ (xiv) $x = -3$ (xv) $t = -1$

6. 15 7. 13 8. 108 9. 12 10. 8

11. 37 12. 60 13. 35

അധ്യായം- 2

അഭ്യാസം 2.1

1. (i) 20% (ii) 93% (iii) 11% (iv) 1% (v) 100%

2. (i) 43 : 100 (ii) 75 : 100 (iii) 5 : 100 (iv) 35:200 (v) 100 : 300

3. (i) $\frac{25}{100}$ (ii) $\frac{25}{200}$ (iii) $\frac{33}{100}$ (iv) $\frac{70}{100}$ (v) $\frac{82}{100}$

അഭ്യാസം 2.2

1. (i) 625% (ii) 0.03% (iii) 25% (iv) $33\frac{1}{3}$ (v) 50

2. (i) 100% (ii) 18% (iii) 5.25% (iv) 66.67% (v) 45.45%

3. (i) 36% (ii) 3% (iii) 7.1% (iv) 305% (v) 75%

4. 20% 5. 13.89% 6. പെൺകുട്ടികൾ 46%; ആൺകുട്ടികൾ 54

7. സയൻസിനാണ് കൂടുതൽ മാർക്ക് ലഭിച്ചത്. 8. സമ്പാദ്യം 10%; ചെലവ് 90%

അഭ്യാസം 2.3

1. (i) $\frac{3}{10}$ (ii) $\frac{1}{200}$ (iii) 0.25 (iv) ₹ 30 (v) ₹ 7.50
2. (i) $\frac{9}{100}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{1}{400}$ (iv) $\frac{1}{40}$ (v) $\frac{2}{3}$
3. (i) 0.07 (ii) 0.64 (iii) 3.75 (iv) 0.0003 (v) 0.005
4. (i) 18 (ii) ₹ 24 (iii) 36 മീ (iv) 108 (v) 3.75 കി.ഗ്രാം
5. ₹ 6250 6. 9 കളികൾ 7. 12,800 പുരുഷന്മാർ; 11,200 കുട്ടികൾ
8. ₹ 38250 9. 3975 നിരക്ഷരർ

അഭ്യാസം 2.4

1. (i) 50 (ii) 15 (iii) 35 രൂപയുടെ ലാഭം (iv) വാങ്ങിയവില (v) 10
2. ലാഭം = ₹ 24, നഷ്ടം = ₹ 21; ലാഭം = ₹ 35.45, നഷ്ടം = ₹ 3362, നഷ്ടം = ₹ 7.50
3. (i) ₹ 530 (ii) ₹ 620 (iii) ₹ 1027.50 (iv) ₹ 336.75 (v) ₹ 943.50
4. 10% 5. 12% 6. 60% 7. 15%

അഭ്യാസം 2.5

1. (i) ₹ 200 (ii) ₹ 500 (iii) ½ വർഷം (iv) $\frac{4}{5}$ വർഷം (v) ₹ 15,000
2. ₹ 2,500; ₹ 7,500 3.₹ 450; ₹ 1,650 4. ₹ 2,250
5. ₹ 2,630 6. ₹ 216; ₹ 12,216 7. 5% 8. ₹ 1,000
9. 2 വർഷം 10. 10% 11. 8 വർഷം 12. ₹ 5,400 13. ₹ 5,000; 10%

അധ്യായം 3

അഭ്യാസം 3.1

1. (i) B (ii) A (iii) D (iv) D
2. (i) 50 സെ.മീ^{2} (ii) 66 സെ.മീ^{2} (iii) 80.5 സെ.മീ^{2}
3. 12 സെ.മീ 4. 875 മീ^{2} 5.19.2 സെ.മീ

അഭ്യാസം 3.2

1. (i) B (ii) C (iii) A (iv) D (v) D
2. (i) d = 70 സെ.മീ, c = 220 സെ.മീ
   (ii) r = 28 സെ.മീ, c = 176 സെ.മീ
   (iii) r = 4.9 സെ.മീ, d = 9.8 സെ.മീ
3. (i) 110 സെ.മീ (ii)264 സെ.മീ (iii) 374 സെ.മീ (iv)462 സെ.മീ
4. (i) 79.2 സെ.മീ (ii)396 സെ.മീ (iii) 8.8 മീ (iv) 26.4 മീ
5. (i) 17.5 സെ.മീ (ii) 21 സെ.മീ (iii) 0.7 മീ (iv) 1.75 മീ
6. 660 മീ 7. ₹ 1232 8. 1.05 മീ 9. 37

അഭ്യാസം 3.3

1. (i) 38.5 സെ.മീ^{2} (ii) 86.625 സെ.മീ^{2} (iii) 18.865 മീ^{2} (iv) 124.74 മീ^{2}
2. (i) 4.525 സെ.മീ^{2} (ii) 616 സെ.മീ^{2} (iii) 55.44 മീ^{2} (iv) 98.56 മീ^{2}
3. ₹ 1848 4. 154 മീ^{2} 5. വൃത്തത്തിനാണ് കൂടുതൽ വിസ്തീർണ്ണം
6. 38.5 മീ^{2} 7. 1936 സെ.മീ^{2} 8. $r = 35$, ₹ 2200

അഭ്യാസം 3.4

1. 636 മീ^{2} 2. ₹ 1152 3. ₹ 1590
4. 375 സെ.മീ^{2} 5. 40 മീ^{2}, 30 മീ^{2} 6. 3256 സെ.മീ^{2}

അഭ്യാസം 3.5

1. 6594 മീ^{2} 2. 536.94 മീ^{2} 3. ₹ 24,050
4. 21.195 മീ^{2} 5. ₹ 4494

അഭ്യാസം 4.1

1. (i) B (ii) C (iii) C (iv) D (v) D
2. (i) $\angle A = 25°, \angle B = 35°, \angle C = 120°$
3. (i) 60° (ii) 70° (iii) 50° (iv) 50°
4. (i) 70° (ii) 60° (iii) 40° (iv) 30°
   (v) 65°, 65° (vi) 60°, 60°, 60°
5. (i) $y = 60°, x = 70°$ (ii) $y = 80°, x = 50°$ (iii) $y = 70°, x = 110°$
   (iv) $x = 60°, y = 90°$ (v) $y = 90°, x = 45°$ (vi) $x = 60°, y = 50°$
6. $x = 50°$.

അധ്യായം - 6

അഭ്യാസം 6.1

1. (i) A (ii) B (iii) C (iv) C (v) B
2. റേഞ്ച് 50; സ.മാ. = 70.8
3. 61.4 കി.ഗ്രാം. 4. 40 ലിറ്റർ 5. 34.9°C
6. 655.0 കി.ഗ്രാം 7. 8 8.130 ഗ്രാം 9. 60 10. 4 11. ₹ 28
12. 3 13. 32 ഗ്രാം , 40 ഗ്രാം 14. മോഡില്ല 15. 15

'എനിക്കും സാധിക്കും, ഞാൻ ചെയ്തു'

('I can, I did')

വിദ്യാർത്ഥികളുടെ പ്രവർത്തനവിവരസൂചിക

വിഷയം :

ക്രമ നമ്പർ	തിയതി	പാഠഭാഗം	പാഠത്തിന്റെ തലക്കെട്ട്	പ്രവർത്തനം	കുറിപ്പ്