

विषय : गणित

कक्षा - दसवीं

TEAM MEMBERS FOR REVIEW OF SUPPORT MATERIAL

1.	Mr. Yogesh Agarwal (Principal)	Group Leader G.Co-Ed. S.S.S., Gopal Park, Delhi-110033
2.	Mr. Pradeep Kumar	T.G.T. Maths G.Co-Ed, S.S.S., Gopal Park, Delhi-33
3.	Mr. Rajbir Singh	TGT Maths G.Co-Ed, S.S.S., Gopal Park, Delhi-33
4.	Ms. Preeti Singhal	TGT Maths G.Co-Ed, S.S.S., Gopal Park, Delhi-33
5.	Ms. Anju Sareen	TGT Maths S.C.S.D. G.S.V., Sector-9, Rohini, Delhi
6.	Ms. Murti Devi	TGT Maths S.C.S.D. G.S.V., Sector-9, Rohini, Delhi
7.	Ms. Madhu Bala Yadav	TGT Maths S.K.V. BL Block, Shalimar Bagh, Delhi
8.	Ms. Neetu Mediratta	TGT Maths S.K.V. BL Block, Shalimar Bagh, Delhi
9.	Mr. Anuraj Yadav	TGT Maths R.P.V.V. Kishan Ganj, Delhi
10.	Mr. Manish Jain	TGT Maths R.P.V.V., D-1, Nand Nagri, Delhi
11.	Mr. Sunil Kumar Tiwari	TGT Maths S.B.V. Moti Nagar, Delhi
12.	Mr. Maqsood Ahmed	TGT Maths Anglo Arabi SSS, Ajmeri Gate, Delhi

SA-I

विषय सूची

1.	वास्तविक संख्याएँ	7
2.	बहुपद	13
3.	दो चर वाले रैखिक समीकरण	20
4.	समरूप त्रिभुज	28
5.	त्रिकोणमिति	38
6.	सांख्यिकी	46
7.	मूल्य	56
8.	SA-I प्रश्न पत्र	57
9.	मॉडल प्रश्न पत्र	62

COURSE STRUCTURE

FIRST TERM

कक्षा - दसवीं

First Term

Marks : 90

Units	Marks
I Number Systems	11
II Algebra	23
III Geometry	17
IV Trigonometry	22
V Statistics	17
Total	90

Unit I : Number Systems

1. **Real Numbers** **(15 Periods)**
1. Euclid's devision lemma, Fundamental Theorem of Arithmetic - statements after reviewing work done earlier and after illustrating and motivating through examples. Proofs of irrationality of $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$. Decimal representation of rational numbers in term of terminating/non-terminating recurring decimals.

Unit II : Algebra

1. **Polynomials** **(7 Periods)**
- Zeros of polynomial. Relationship between zeros and coefficients of quadratic polynomials. Statement and simple problems on division algorithm for polynomials with real coefficients.

2. Pair of Linear Equation in Two Variables (15 Periods)

Pair of linear equations in two variables and graphical method of their solution, consistency / inconsistency.

Algebraic conditions for number of solutions. Solution of a pair of linear equations in two variables algebraically - by substitution, by eliminating and by cross multiplication method. Simple situational problems. Simple problems on equations reducible to linear equations.

Unit III : Geometry (15 Periods)

1. **Triangles** : Definitions, examples, counter example of similar triangles.
1. (Prove) If a line is drawn parallel to one side of a triangle to intersect the other two sides in distinct points, the other two sides are divided in the same ratio.
2. (Motivate) If a line divides two sides of a triangle in the same ratio, the line is parallel to the third side.
3. (Motivate) If in two triangles, the corresponding angles are equal, their corresponding sides are proportional and the triangles are similar.
4. (Motivate) If the corresponding sides of two triangles are proportional, their corresponding angles are equal and the two triangle are similar
5. (Motivate) If one angle of a triangle is equal to one angle of another triangle and the sides including these angles are proportional, the two triangles are similar.
6. (Motivate) If a perpendicular is drawn from the vertex of the right angle of a right triangle to the hypotenuse, the triangle on each side of the perpendicular are similar to the whole triangle and to each other.
7. (Prove) The ratio of the areas of two similar triangles is equal to the ratio of the squares on their corresponding sides.
8. (Prove) In a right triangle, the square on the hypotenuse is equal to sum of the squares on the other two sides.
9. (Prove) In a triangle, if the square on one side is equal to sum of the squares on the other two sides, the angles opposite to the first side is a right angle.

Unit IV : Trigonometry

1. Introduction to Trigonometry (10 Periods)

Trigonometric ratios of an acute angle of a right-angled triangle. Proof of their existence (well defined); motivate the ratios whichever are defined at 0° and 90° . Values (with proofs) of the trigonometric ratios of 30° , 45° and 60° . Relationships between the ratios.

2. Trigonometric Identities (15 Periods)

Proof and applications of the identity $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$. Only simple identities to be given. Trigonometric ratios of complementary angles.

Unit V : Statistics and Probability

1. Statistics (18 Periods)

Mean, median and mode of grouped data (bimodal situations to be avoided). Cumulative frequency graph.

प्रश्न पत्र नमूना 2016-17

कक्षा-दसवीं

Mathematics (Code No. 041)		Time : 3 Hours				Marks : 90	
S.No.	Typology of Questions	Very Short Answer (VSA) (1 Mark)	Short Answer (SA) (2 Marks)	Short Answer (SA) (3 Marks)	Long Answer (LA) (4 Marks)	Total Marks	% Weightage
1.	Remembering (Knowledge Based Simple recall questions, to know specific facts, terms, concepts, principles, or theories; identify, define, or recite, information)	1	2	2	3	23	26%
2.	Understanding (Comprehension -to be familiar with meaning and to understand conceptually, interpret, compare, contrast, explain, paraphrase, or interpret information)	2	1	1	4	23	26%
3.	Application (Use abstract infor- mation in concrete situation, to apply knowledge to new situations; Use given content to interpret a situation provide an example, or solve a problem)	1	2	3	2	22	24%
4.	Higher Order Thinking Skills (Analysis & Synthesis - Classify compare, contrast, or differentiate between pieces of information; Organize and/or integrate unique pieces of information from a variety of sources)	-	1	4	-	14	16%
5.	Creating : Evaluation and Multi- Disciplinary- (Generating new ideas , product of ways of viewing things Appraise, judge and/or justify the values or worth of a decision or outcome, or to predict outcomes based on values).	-	-	-	2*	8	8%
Total		$4 \times 1 = 4$	$6 \times 2 = 12$	$10 \times 3 = 30$	$11 \times 4 = 44$	90	100%

Note : The question paper will included a section on Open Text based assessment (questions of 10 marks). The case studies will be supplied to students in advance. These case studies of designed to test the analytical and higher order thinking skills of students. *One of the LA (4 Marks) will be to assess the values inherent in the text.

अध्याय 1

वास्तविक संख्याएँ

- यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका : दो धनात्मक पूर्णांक 'a' और 'b' के लिए संतुष्ट करने वाली पूर्ण संख्याएँ 'q' व 'r' इस प्रकार हैं।

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r \leq b$$

- यूक्लिड विभाजन पूर्णांकों a और b ($a > b$) का म.स. नीचे दर्शायी विधि द्वारा प्राप्त किया जाता है।

चरण 1 : q और r ज्ञात करने के लिए यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग कीजिए जहाँ
 $a = bq + r ; \quad 0 \leq r \leq b$

चरण 2 : यदि $r = 0$ तो म.स.व. (a, b) = b

चरण 3 : यदि $r \neq 0$ तो b और r पर यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग कीजिए। इस प्रक्रिया को तब तक जारी रखिए जब तक शेषफल शून्य न प्राप्त हो। इस स्थिति वाला भाजक हो। म.स. (a, b) है।

- अंकगणित की आधारभूत प्रमेय : प्रत्येक भाज्य संख्या को अभाज्य संख्याओं के एक गुणनफल के रूप में व्यक्त (गुणनखंडित) किया जा सकता है तथा वह गुणनखण्ड अद्वितीय होता है। इस पर कोई ध्यान दिए बिना कि अभाज्य गुणनखंड किस क्रम में आ रहे हैं।
- मान लीजिए $\left(x = \frac{p}{q} \right)$ $q \neq 0$ तथा q का अभाज्य गुणनखंड $2^m \times 5^n$ के रूप का है। जहाँ m और n ऋणेतर पूर्णांक हैं। तो x का दशमलव प्रसर सांत होगा।
- मान लीजिए $\left(x = \frac{p}{q} \right)$ $q \neq 0$ एक ऐसी परिमेय संख्या है कि q का अभाज्य गुणनखंड $2^m 5^n$, के रूप का नहीं है। जहाँ m, n ऋणेतर पूर्णांक हैं तो x का दशमलव प्रसार असांत आवर्ती होगा।

वास्तविक संख्याएँ

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. प्रत्येक घनात्मक सम पूर्णांक का सामान्य रूप लिखिए।
2. प्रत्येक धनात्मक विषम पूर्णांक का सामान्य रूप लिखिए।
3. यदि $n^2 - 1, 8$ से भाज्य है तो n के मान लिखिए।
4. $7 \times 11 \times 13 + 7$ एक भाज्य संख्या है या अभाज्य संख्या है। बताइए।
5. बताइए $5.131131113\dots$ एक परिमेय संख्या है या अपरिमेय संख्या।
6. यदि 65 और 117 के म.स. को $65m - 117$ के रूप में व्यक्त किया जाता है तो m का मान ज्ञात कीजिए।
7. एक अपरिमेय और परिमेय संख्या का गुणनखंड क्या होगा?
8. $\frac{13497}{1250}$ का दशमलव निरूपण कितने दशमलव स्थान के बाद सांत होगा?
9. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जो 1 से 10 तक की सभी संख्याओं से विभाज्य है।
10. यदि संख्याएँ 525 और 3000; 3, 5, 15, 25 और 75 से भाज्य है तो 525 और 3000 का म.स. लिखिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न

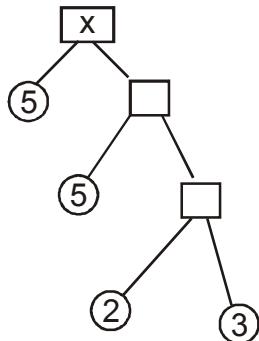
11. क्या दो संख्याओं का म.स. 18 और ल.स. 380 हो सकता है? कारण बताओ।
12. यदि $a = 4q + r$ है तो a तथा q किस प्रकार की संख्याएँ होंगी? r के सम्भव मान लिखिए।
13. 9^n का ईंकाई का अंक बताइए।
14. यदि n एक घनात्मक विषम पूर्णांक हैं, तो दर्शाइए कि $n^2 - 1, 8$ से विभाज्य हैं।
15. यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम द्वारा 16 और 28 का म.स. ज्ञात कीजिए।

16. यदि n एक प्राकृत संख्या है तो दिखाइए 12^n का इकाई का अंक 0 या 5 नहीं हो सकता है।
17. लम्बी विभाजन विधि का प्रयोग किए बिना बताइए कि $\frac{395}{10500}$ का दशमलव प्रसार सांत है या असान्त आवर्ती।
18. यदि किसी परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार 327.7081 हो और यदि वह $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त करें तो उसके हर (q) के अभाज्य गुणनखंड के बारे में आप क्या कह सकते हैं?
19. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ को गुणा करने पर एक परिमेय संख्या प्राप्त हो। उस परिमेय संख्या को भी ज्ञात करो।
20. $\sqrt{3}$ तथा $\sqrt{5}$ के बीच एक परिमेय तथा अपरिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न (II)

21. बताइए कि किसी विषम घनात्मक पूर्णांक का वर्ग $4m + 1$ के रूप में होता है, जहाँ m एक घनात्मक पूर्णांक है।
22. दर्शाइए कि किसी घनात्मक पूर्णांक का वर्ग $4q$ या $4q + 1$ के रूप में होता है, जहाँ q एक घनात्मक पूर्णांक है।
23. दर्शाइए कि किसी घनात्मक पूर्णांक का घन $4m$, $4m + 1$ या $4m + 3$ के रूप में होता है, जहाँ m एक पूर्णांक है।
24. सिद्ध कीजिए $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।
25. अंकगणित की आधारभूत प्रमेय का कथन लिखिए। इसका प्रयोग करते हुए 120 के अद्वितीय गुणनखंड कीजिए।
26. सिद्ध कीजिए $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।
27. सिद्ध कीजिए $5 - \frac{3}{7}\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।
28. सिद्ध कीजिए $\frac{1}{2 - \sqrt{5}}$ एक अपरिमेय संख्या है।
29. अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा 56 और 112 का म.स. निकालो।

30. गुणनखण्ड वृक्ष में x का मान ज्ञात कीजिए।



दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

31. $\sqrt{45} \times \sqrt{20}$ को हल करो। बताइए यह परिमेय संख्या है या अपरिमेय संख्या।
32. यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम द्वारा 56, 96, 324 का म.स. ज्ञात कीजिए।
33. दर्शाइए कि किसी भी पूर्णांक q के लिए कोई भी घनात्मक विषम पूर्णांक $6q + 1$, $6q + 3$ या $6q + 5$ के रूप में होगा।
34. दर्शाइए कि किसी घनात्मक पूर्णांक का वर्ग $5q$, $5q + 1$, $5q + 4$ के रूप का होता है, जहाँ q एक घनात्मक पूर्णांक है।
35. सिद्ध कीजिए कि तीन क्रमागत घनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल 6 से भाज्य है।
36. किसी भी घनात्मक पूर्णांक n के लिए सिद्ध कीजिए कि $n^3 - n$, 6 से भाज्य है।
37. सिद्ध कीजिए $n, n + 2, n + 4$ में से एक और केवल एक 3 से भाज्य है।
38. सिद्ध कीजिए $n, n + 4, n + 8, n + 12$ और $n + 16$ में से एक और केवल एक ही 5 से विभाज्य है, n एक घनात्मक पूर्णांक है।
39. सलमान, ऋतिक और जॉन तीन घनिष्ठ मित्र थे। वे प्रातःकालीन भ्रमण पर एक साथ जाते थे। एक बार वे एक साथ निकलते हैं, इनके कदमों के नाप क्रमशः 40 से.मी., 4 से.मी. तथा 45 से.मी. है।
- (a) ज्ञात कीजिए कितनी न्यूनतम दूरी प्रत्येक के चलने के लिए आवश्यक है ताकि उस दूरी को पूर्ण कदमों में तय कर सकें?
- (b) प्रातःकालीन सैर किस प्रकार लाभदायक है?
40. आकृति ने अपने जन्मदिन के उपलक्ष्य में एक अनाथाश्रम में दूध वितरण करने का निर्णय

लिया। दूध विक्रेता ने दूध के दो कंटेनर में 398 ली. और 436 ली. दूध है। एक ड्रम द्वारा इसमें से दूध तीसरे कंटेनर में डालना है। तीसरे कंटेनर में ड्रम द्वारा पलटने पर क्रमशः 7 ली. और 11 ली. दूध बचता है।

- (a) ड्रम की अधिकतम धारिता ज्ञात कीजिए।
- (b) आकृति द्वारा दर्शाए गए मूल्य बताइए।

उत्तरमाला

- | | | | |
|---|---|---------------------|-----------------|
| 1. $2m$ | 2. $2t + 1$ | 3. एक विषम पूर्णांक | 4. भाज्य संख्या |
| 5. अपरिमेय संख्या | 6. 2 | 7. अपरिमेय संख्या | 8. 4 |
| 9. 2520 | 10. 75 | | |
| 11. नहीं, म.स., ल.स. का गुणनखंड नहीं है। | 12. a, q घनात्मक पूर्णांक, $0 \leq r < 4$ | | |
| 13. समघात = 1; विषम घात = 9 | | | |
| 15. 4 | 17. असांत आवर्ती | | |
| 18. हर 2 और 5 की घातों का गुणज (हर $2^m \times 5^n$) | | | |
| 19. $\sqrt{5} + \sqrt{2}$, 3 | 25. $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ | | |
| 29. म.स. : 56, ल.स. : 112 | 30. 150 | | |
| 31. 30, परिमेय संख्या | 32. 4 | | |
| 39. (a) 2520 cm, 25.2 m
(b) प्रातःकालीन भ्रमण स्वास्थ्य के लिए अच्छा है। | | | |
| 40. (a) 17
(b) दूसरों के प्रति सहानुभूति परोपकारता | | | |

अभ्यास प्रश्न पत्र

समय : 50 मिनट

खण्ड : 20

खण्ड 'अ'

1. $\frac{51}{1500}$ का दशमलव निरूपण कितने दशमलव स्थान के बाद सांत होगा। 1
2. यदि $a = bq + r$ है, a, b घनात्मक पूर्णांक हैं तब r के क्या मान हो सकते हैं? (यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका में) 1

खण्ड 'ब'

3. दर्शाइए कि 9^n की इकाई की संख्या कभी भी शून्य नहीं होगी। 2
4. लम्बी विभाजन विधि का प्रयोग करे बिना बताइए कि $\frac{935}{10500}$ का दशमलव प्रसार सांत है या असान्त आवर्ती। 2

खण्ड 'स'

5. सिद्ध कीजिए $\frac{1}{3 - 2\sqrt{5}}$ एक अपरिमेय संख्या है। 3
6. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका द्वारा 36, 96 और 120 का म.स. ज्ञात कीजिए। 3

खण्ड 'ड'

7. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग करके दर्शाइए कि किसी भी घनात्मक पूर्णांक का घन $9q, 9q+1$ या $9q+8$ के रूप का होता है, जहाँ q कोई पूर्णांक है। 4
8. एक बार एक खेल का सामान बेचने वाले विक्रेता ने एक 'पैदल चलने के फायदे' की जागरूकता के लिए एक अभियान चलाया। जिसमें सोहन और बानी ने हिस्सा लिया। किसी खेल के मैदान के चारों ओर एक वृत्ताकार पथ है। इस मैदार का एक चक्कर लगाने में बानी को 18 मिनट और सोहम को 12 मिनट लगते हैं। मान लीजिए वे दोनों एक ही स्थान और एक ही समय पर चलना प्रारम्भ करके एक ही दिशा में चलते हैं तो
 - (a) कितने समय बाद वे पुनः प्रारम्भिक स्थान पर मिलेंगे?
 - (b) आपके पैदल चलने के बारे में क्या विचार हैं?

अध्याय 2

बहुपद

प्रमुख बिन्दु

- यदि x एक चर है, n एक प्राकृत संख्या है और $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ वास्तविक संख्याएँ हैं, तो $p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$, ($a_n \neq 0$) चर x में एक बहुपद कहलाता है।
- 1, 2 तथा 3 घातांक वाले बहुपद क्रमशः रैखिक, द्विघात एवं त्रिघात बहुपद कहलाते हैं।
- एक द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के रूप का बीजीय व्यंजक होता है, जबकि a, b तथा c वास्तविक संख्याएँ हैं तथा $a \neq 0$.
- बहुपद के शून्यक उन बिंदओं के x -निर्देशांक हैं जिन पर $y = p(x)$ का आलेख x -अक्ष को प्रतिच्छेद करता है। अर्थात्, $x = a$, बहुपद $p(x)$ का शून्यक होगा यदि $p(a) = 0$.
- बहुपद के अधिकतम शून्यक उतने हो सकते हैं जितनी बहुपद की घात है।
- (i) यदि बहुपद $p(x)$ का एक शून्यक दूसरे का योज्य प्रतिलोम हो तो x का गुणांक = 0.
- (ii) यदि बहुपद $p(x)$ के शून्यक एक-दूसरे के गुणन प्रतिलोम हों, तो x^2 का गुणांक = अचर पद
- बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध : यदि α, β
द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) के शून्यक हों, तो

$$\alpha + \beta = \text{शून्यकों का योग} = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta = \text{शून्यकों का गुणनफल} = \frac{c}{a}$$
- यदि α, β किसी द्विघात बहुपद के शून्यक हों, तो बहुपद $p(x) = k[x^2 - (\text{शून्यकों का योग})x + \text{शून्यकों का गुणनफल}]$ जहाँ k कोई वास्तविक संख्या है तथा $k \neq 0$.

- रैखिक बहुपद $p(x) = ax + b$ का आलेख एक सरल रेखा होती है।
- **विभाजन एल्गोरिथम :** किन्तु दो बहुपदों $p(x)$ तथा $g(x)$ के लिए अन्य दो बहुपदों $q(x)$ तथा $r(x)$ का अस्तित्व इस प्रकार है:
$$p(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x);$$
 जबकि $g(x) \neq 0$, तथा $r(x) = 0$ या घातांक $r(x) <$ घातांक $g(x)$]

अध्याय 2

बहुपद

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. उस रैखिक बहुपद के शून्यकों की संख्या क्या होगी जिसका आलेख (ग्राफ) (i) मूल बिंदु से गुजरता हो। (ii) x-अक्ष को किसी भी बिंदु पर स्पर्श या प्रतिच्छेद नहीं करता हो।
2. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $(5 + 2\sqrt{3})$ और $(5 - 2\sqrt{3})$ हों।
3. यदि $4x^2 - (8k^2 - 40k)x - 9$ का एक शून्यक दूसरे शून्यक का योज्य प्रतिलोम हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।
4. $p(x) = x^2 - 5x + 4$, में क्या जोड़ा जाए ताकि प्राप्त बहुपद का एक शून्यक 3 हो।
5. एक द्विघात बहुपद के (i) अधिकतम (ii) न्यूनतम कितने शून्यक हो सकते हैं?
6. बहुपद $x^2 + 1$ के वास्तविक शून्यकों की संख्या क्या होगी?
7. यदि $6x^2 - 7x - 3$ के शून्यक α और β हों तो एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसके शून्यक 2α और 2β हों।
8. यदि $4x^2 - 17x + k - 4$ के शून्यक α और $\frac{1}{\alpha}$ हों तो k का मान क्या होगा?
9. उन बहुपदों के शून्यकों की संख्या क्या होगी जिनका आलेख (i) y-अक्ष (ii) x-अक्ष के समांतर हो।
10. उन बहुपदों के शून्यकों की संख्या क्या होगी जिनका आलेख अक्षों को केवल निम्नलिखित बिंदुओं पर स्पर्श या प्रतिच्छेद करता है:
 - (i) $(-3, 0)$, $(0, 2)$ और $(3, 0)$
 - (ii) $(0, 4)$, $(0, 0)$ और $(0, -4)$

लघु उत्तरी प्रश्न (।)

11. यदि $(k - 1)x^2 + kx + 1$ का एक शून्यक -3 हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

12. यदि $ax^2 - 6x - 6$ के शून्यकों का गुणनफल 4 हो, तो a का मान ज्ञात कीजिए और उससे शून्यकों का योग ज्ञात कीजिए।
13. यदि बहुपद $x^2 - a(x + 1) - b$ के शून्यक α और β इस प्रकार हों कि $(\alpha + 1)(\beta + 1) = 0$, तो b का मान ज्ञात करो।
14. यदि $x^2 - kx + 6$ के शून्यक 3 : 2 के अनुपात में हों तो k का मान ज्ञात कीजिए।
15. यदि द्विघात बहुपद $(k^2 + k)x^2 + 68x + 6k$ का एक शून्यक दूसरे शून्यक का गुणन प्रतिलोम हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए।
16. यदि α और β बहुपद $x^2 - 5x + m$ के शून्यक इस प्रकार से हों कि $\alpha - \beta = 1$, तो m का मान ज्ञात कीजिए।
17. यदि $x^2 - 8x + k$ के शून्यकों के वर्गों का योग 40 हों तो k का मान ज्ञात कीजिए।
18. यदि α और β बहुपद $t^2 - t - 4$ के शून्यक हों तो एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसके शून्यक $\frac{1}{\alpha}$ और $\frac{1}{\beta}$ हों।

लघु उत्तरीय प्रश्न (II)

19. यदि $y^2 + 2y - 15$ और $y^3 + a$ में से प्रत्येक का एक गुणनखंड $(k + y)$ हो, तो k और a का मान ज्ञात कीजिए।
20. बहुपद $4\sqrt{3}x^2 + 5x - 2\sqrt{3}$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और इसके शून्यकों और गुणांकों में संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।
21. यदि $x^4 + 2x^3 + 8x^2 + 12x + 18$ को $(x^2 + 5)$ से भाग करने पर शेषफल = $(px + q)$ प्राप्त हो तो p और q के मान ज्ञात कीजिए।
22. $2x^2 + px - 15$ का एक शून्यक -5 है। $p(x^2 + x) + k$ के शून्यक परस्पर समान हैं। k का मान ज्ञात कीजिए।
23. यदि बहुपद $3x^2 + 2kx + x - k - 5$ के शून्यकों का योग उनके गुणन का आधा हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।
24. यदि $y^2 + 5y + m$ के शून्यक α और β हों तो m का मान ज्ञात कीजिए ताकि $(\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta = 24$
25. यदि बहुपद $x^2 - x - 2$ के शून्यक α और β हों, तो एक बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $(2\alpha + 1)$ और $(2\beta + 1)$ हों।

26. a और b के मान ज्ञात कीजिए ताकि बहुपद $x^4 + x^3 + 8x^2 + ax + b$, $x^2 + 1$ से पूर्णतया विभाजित हो जाए।
27. $8x^4 + 14x^3 - 2x^2 + 7x - 8$ में क्या घटाया जाए ताकि प्राप्त बहुपद $4x^2 + 3x - 2$ से पूर्णतया विभाजित हो जाए?
28. $4x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1$ में क्या जोड़ा जाए ताकि प्राप्त बहुपद $x^2 - 2x - 3$ से पूर्णतया विभाजित हो जाए?

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

29. यदि $2x^3 + x^2 - 6x - 3$ के दो शून्यक $\sqrt{3}$ और $-\sqrt{3}$ हों, तो इसके सभी शून्यक लिखिए।
30. यदि $6x^3 + \sqrt{2}x^2 - 10x - 4\sqrt{2}$ का एक शून्यक $\sqrt{2}$ हो, तो इसके अन्य शून्यक ज्ञात कीजिए।
31. यदि $x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35$ के दो शून्यक $(2 \pm \sqrt{3})$ हों, तो अन्य शून्यक ज्ञात कीजिए।
32. $x^3 - 5x^2 + 6x - 4$ को बहुपद $g(x)$ से भाग देने पर भागफल और शेषफल क्रमशः $(x - 3)$ और $(-3x + 5)$ हैं। $g(x)$ ज्ञात कीजिए।
33. यदि $x^3 + x^2 - 3x - 3$ के दो शून्यकों का योग और गुणन क्रमशः 0 और 3 हों तो इस बहुपद के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए।
34. यदि $2x^3 + x^2 - 6x - 3$ का एक शून्यक $-\frac{1}{2}$ हो, तो इसके अन्य दो शून्यकों का योग तथा गुणन ज्ञात कीजिए।
35. बहुपद $2x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 3x + 6$ के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए, यदि इसके दो गुणनखंड $\left(x \pm \sqrt{\frac{3}{2}} \right)$ हों।
36. $p(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 36x - 9$ के दो शून्यकों का योग और गुणनफल क्रमशः 0 और -9 है। $p(x)$ के अन्य दो शून्यकों का योग और गुणनफल ज्ञात कीजिए।
37. एक व्यक्ति कुछ जरूरतमंद विद्यार्थियों को k पुस्तकों वितरित करता है। यदि k बहुपद $x^2 - 100x - 20,000$ का एक शून्यक हो, जो
 - (i) व्यक्ति द्वारा वितरित पुस्तकों की संख्या ज्ञात कीजिए।
 - (ii) व्यक्ति द्वारा प्रदर्शित किन मूल्यों को आपने प्रभावित किया?

38. $x^3 - 12x^2 + 47x - 60$ का एक शून्यक 3 है तथा अन्य दो शून्यक विद्यार्थियों द्वारा लगाए गए पेड़ों की संख्या है।
- (i) दोनों विद्यार्थियों द्वारा लगाए गए पेड़ों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।
(ii) यहाँ विद्यार्थियों द्वारा प्रदर्शित मूल्य बताइए।

उत्तरमाला

1. (i) 1; (ii) 0 2. $x^2 - 10x + 13$ 3. $k = 0, 5$ 4. 2
5. (i) 2; (ii) 0 6. 0 7. $3x^2 - 7x - 6$ 8. $k = 8$
9. (i) 1; (ii) 0 10. (i) 2; (ii) 1 11. $\frac{4}{3}$
12. $a = -\frac{3}{2}$, शून्यकों का योग = -4
13. 1 14. -5, 5 15. 5 16. 6
17. 12 18. $4t^2 + t - 1$ 19. $k = 3, -5$ और $a = 27, -125$
20. $-\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{4}$ 21. $p = 2, q = 3$ 22. $\frac{7}{4}$ 23. 1
24. 1 25. $x^2 - 4x - 5$ 26. $a = 1, b = 7$ 27. $14x - 10$
28. $61x - 65$ 29. $\sqrt{3}, -\sqrt{3}, -\frac{1}{2}$ 30. $-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{2\sqrt{2}}{3}$
31. -5, 7 32. $x^2 - 2x + 3$ 33. $\sqrt{3}, -\sqrt{3}, -1$
34. 0, 3 35. $2, -1, \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$ 36. 4, 1
37. (i) 200; (ii) प्यार व देखभाल, मानवता, परोपकार आदि।
38. (i) 9; (ii) पर्यावरण प्रेम आदि।

अभ्यास प्रश्न पत्र

समय : 50 मिनट

खण्ड : 20

खण्ड 'अ'

- यदि α और β द्विघात बहुपद $p(x)$ के शून्यक हों, तो $p(x)$ का गुणनखंड कीजिए। 1
- यदि $x^2 - x - 1$ के शून्यक α और β हों, तो $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

खंड 'ब'

- बहुपद $x^2 - (k+6)x + 2(2k-1)$ के शून्यक α और β हैं। यदि $\alpha + \beta = \frac{1}{2}\alpha\beta$ हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। 2
- एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसका एक शून्यक $(3 + \sqrt{2})$ हो और शून्यकों का योग 6 हो। 2

खण्ड 'स'

- a और b के मान ज्ञात कीजिए यदि $(x^2 + 1)$ बहुपद $x^4 + x^3 + 8x^2 + ax + b$ का एक गुणनखंड हो। 3
- यदि सच और झूठ बहुपद $px^2 + qx + r$, ($p \neq 0$) के शून्यक हों जो एक दूसरे के व्युत्क्रम हो तो 3
 - p और r में संबंध ज्ञात कीजिए।
 - आप इस प्रश्न से कौन सा मूल्य सीखते हैं।

खण्ड 'द'

- यदि बहुपद $x^3 + 2x^2 + kx + 7$ को $(x - 3)$ से भाग करने पर शेषफल 25 प्राप्त होता हो तो भागफल तथा k का मान ज्ञात कीजिए। इस प्रकार प्राप्त भागफल के शून्यकों का योग और गुणनफल भी ज्ञात कीजिए। 4
- यदि β और $\frac{1}{\beta}$ बहुपद $(\alpha^2 + \alpha)x^2 + 61x + 6\alpha$ के शून्यक हों तो β और α के मान ज्ञात कीजिए। 4

अध्याय ३

दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म

महत्वपूर्ण विन्दु

- रैखिक समीकरण युग्म का व्यापक रूप है।

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

जहाँ $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ वास्तविक संख्याएँ हैं।

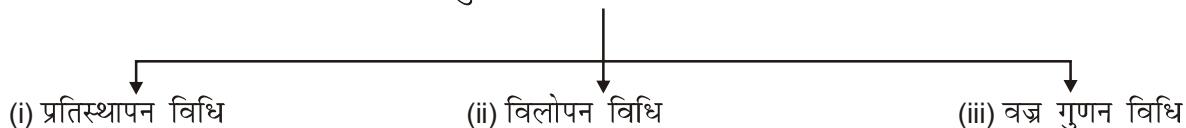
- दो चर में एक रैखिक समीकरण युग्म दो रेखाएँ निरूपित करता है।

(i) यदि रेखाएँ एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं तो वह बिन्दु दोनों समीकरणों का अद्वितीय हल होता है।

(ii) यदि रेखाएँ समान्तर हैं तो समीकरण युग्म का कोई हल नहीं होता है। इस स्थिति में समीकरण युग्म असंगत होता है।

(iii) यदि रेखाएँ संपाती हैं, तो उसके अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं। इस स्थिति में समीकरण युग्म संगत होता है।

समीकरण युग्म के हल की बीजगणित विधियाँ



- यदि दिए गए रैखिक समीकरण $a_1x + b_1y + c_1 = 0$; और $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ एक रैखिक समीकरण युग्म को प्रदर्शित करता है तो

(i) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow$ रैखिक समीकरण युग्म संगत होता है। (अद्वितीय हल)

(ii) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow$ ऐंगिक समीकरण युग्म असंगत होता है। (कोई हल नहीं।)

(iii) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow$ रैखिक समीकरण युग्म आश्रित और संगत होता है। (अनेक अनंत हल)

अध्याय 3

दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि $x = 3m - 1$ तथा $y = 4$ समीकरण $x + y = 6$ का हल है, तो m का मान ज्ञात कीजिए।
2. समीकरण $3x - 2y = 6$ से बनी रेखा तथा y -अक्ष का प्रतिच्छेदी बिन्दु ज्ञात कीजिए।
3. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरण युग्म
 $2x + py = 8$ और $x + y = 6$ का कोई हल नहीं है।
4. एक मोटर साईकिल वाला $x - y = 2$ के अनुसार चल रहा है। दूसरा मोटर साईकिल वाला $x - y = 4$ के अनुसार चल रहा है। उनके चलने की दिशा ज्ञात कीजिए।
5. k का वह मान ज्ञात करो जिसके लिए रैखिक समीकरण युग्म $3x + 2y = -5$ और $x - ky = 2$ का एक अद्वितीय हल हो।
6. यदि $3x - 7y = 10$ हो तो y को x के पदों में व्यक्त करो।
7. यदि $2x + 5y = 4$ एक समीकरण हो, एक अन्य रैखिक समीकरण लिखो ताकि रैखिक समीकरण युग्म संपाती रेखाएँ प्रदर्शित करें।
8. जाँच करो क्या रैखिक समीकरण युग्म $x + 2y - 4 = 0$ और $2x + 4y - 12 = 0$ का ग्राफ प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं या समान्तर रेखाएँ हैं?
9. यदि $3x + 2ky = 2$ तथा $2x + 5y + 1 = 0$ समान्तर रेखाओं के समीकरण हो तो k का मान ज्ञात करो।
10. $x = 2$ और $y = 3$ का आलेख बनाने पर किस प्रकार की रेखाएँ प्राप्त होंगी?

लघु उत्तरी प्रश्न (1)

11. एक रैखिक समीकरण युग्म बनाइये- यदि एक भिन्न के अंश व हर का योगफल उसके हर के दुगुने से 3 कम हो तथा यदि अंश और हर दोनों में से 1 घटा दिया जाए तो भिन्न का अंश हर का आधा हो जाता है।

12. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरण युग्म

$$(p + 2)x - (2p + 1)y = 3(2p - 1)$$

$2x - 3y = 7$ का एक अद्वितीय हल है।

13. दिए गए चित्र में यदि पंचभुज ABCDE का परिमाप 21cm है। $BE \parallel CD$ तथा $BC \parallel DE$, यदि BC भुजा CD पर लंब हो तो x और y का मान ज्ञात करो।

14. x और y के लिए हल करो।

$$x - \frac{y}{2} = 3 \quad \text{और} \quad \frac{x}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{2}{3}$$

15. x और y के लिए हल करो।

$$3x + 2y = 1 \quad \text{और} \quad 2x + 3y = 4$$

p का मान भी ज्ञात कीजिए यदि $p = 8x + 5y$

16. रैखिक समीकरण युग्म

$x - 7y + 42 = 0$ और $x - 3y - 6 = 0$ को प्रतिस्थापन विधि से हल करो।

17. राम बिन्दु $(1, 4)$ और $(0, 6)$ को जोड़ने वाली रेखा पर चल रहा है। रहीम बिन्दु $(3, 4)$ और $(1, 0)$ को जोड़ने वाली रेखा पर चल रहा है। ग्राफ द्वारा उपरोक्त को दर्शाइए और बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात करो जिस पर दोनों एक दूसरे को प्रतिच्छेद करें।

18. दिये हुए रैखिक समीकरण $2x + 3y - 12 = 0$ के लिए दो चर में अन्य रैखिक समीकरण लिखिए कि इस युग्म का ग्राफिय निरूपण हो।

(i) समान्तर रेखाएँ (ii) संपाती रेखाएँ

19. दो संख्याओं का अन्तर 66 है। यदि एक संख्या दूसरी संख्या का 4 गुना हो तो संख्याएँ ज्ञात करो।

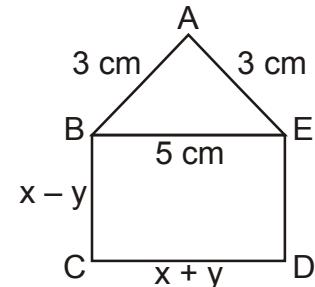
20. k के किस मान के लिए दिए गए रैखिक समीकरण युग्म असंगत है

$$kx + 3y = k - 3.$$

$$12x + ky = k$$

लघु उत्तरीय प्रश्न (॥)

21. रैखिक समीकरण युग्म $5x - y = 5$ और $3x - 2y = -4$ को ग्राफीय विधि से हल करो। उन बिन्दुओं के निर्देशांक भी ज्ञात करो जहाँ ये रेखाएँ y -अक्ष को प्रतिच्छेद करती हों।



22. x और y के लिए हल करो।

$$\frac{5}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 2 \quad \frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2$$

23. वज्र गुणन विधि द्वारा हल करो।

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = a + b \quad \frac{x}{a^2} + \frac{y}{b^2} = 2.$$

24. a और b के वह मान ज्ञात करो ताकि रैखिक समीकरण युग्म

$$2x + 3y = 7$$

$$a(x+y) - b(x-y) = 3a + b - 2$$
 के अनेक अनन्त हल हों।

25. रैखिक समीकरण युग्म को हल करो।

$$152x - 378y = -74$$

$$-378x + 152y = -604$$

26. पिंकी ने एक परीक्षा में 40 अंक अर्जित किए जबकि उसे प्रत्येक सही उत्तर पर 3 अंक मिले और गलत उत्तर पर 1 अंक की कटौती की गई। यदि उसे सही उत्तर पर 4 अंक मिलते और गलत अंक पर 2 अंक कटते तो पिंकी को 40 अंक ही मिलते। परीक्षा में कुल कितने प्रश्न थे?

27. एक दो अंकों की संख्या या तो उसके अंकों के योग के 8 गुना में 1 जोड़ने पर प्राप्त होती है या अंकों के अंतर के 13 गुना में 2 जोड़ने पर प्राप्त होती है, संख्या ज्ञात करो।

28. पिता की आयु उसके दो पुत्रों की आयु के योग की तीन गुना है। 5 वर्ष बाद उसकी आयु अपने दोनों पुत्रों की आयु के योग की दुगुनी होगी। पिता की आयु ज्ञात कीजिए।

29. एक टी.वी. को 5% लाभ तथा फ्रिज को 10% लाभ पर बेचने पर एक दुकानदार को रु. 2000 का लाभ होता है। यदि वह टी.वी. को 10% लाभ तथा फ्रिज 5% हानि पर बेचे तो उसे रु. 1500 का लाभ होता है। टी.वी. और फ्रिज के वास्तविक मूल्य ज्ञात करो।

30. सुनीता के पास रु. 50 और रु. 100 के कुछ नोट हैं जिनका मूल्य रु. 15500 है। यदि नोटों की कुल संख्या 200 हो तो सुनीता के पास रु. 50 और रु. 100 के नोटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

31. रैखिक समीकरण युग्म $3x - 4y + 3 = 0$ और $3x + 4y - 21 = 0$ को ग्राफीय विधि से हल करो। इन रेखाओं तथा x -अक्ष से बने त्रिभुज के निर्देशांक लिखिए। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात करो।

32. x और y के लिए हल करो।

$$\frac{1}{2(2x + 3y)} + \frac{12}{7(3x - 2y)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{(2x + 3y)} + \frac{4}{(3x - 2y)} = 2 \quad 2x + 3y \neq 0; \quad 3x - 2y \neq 0$$

33. समीकरण युग्मों को रैखिक समीकरण युग्म में बदलकर हल कीजिए।

$$\frac{3x + 2y}{xy} = 1 \quad \text{और} \quad \frac{4x - 2y}{xy} = 13$$

a का मान भी ज्ञात कीजिए। $y = ax - 4$.

34. एक व्यक्ति 600 किमी की दूरी पर अपने घर जाने के लिए कुछ दूरी रेलगाड़ी द्वारा तथा कुछ दूरी बस द्वारा तय करता है। यदि वह 120 किमी. दूरी रेलगाड़ी द्वारा तथा शेष दूरी बस द्वारा तय करता है तो उसे कुल 8 घंटे का समय लगता है। यदि वह 200 किमी. की दूरी रेलगाड़ी द्वारा तथा शेष बस द्वारा तय करता है तो उसे पहले से 20 मिनट अधिक समय लगता है। रेलगाड़ी और बस की चाल ज्ञात करो।
35. A और B सड़क हाईवे में 150 किमी. की दूरी पर है। दो कारें A और B से एक ही दिशा में एक ही समय पर अलग-अलग गति से चलती है तो 15 घंटे बाद मिलती है। यदि वे एक दूसरे की तरफ चलती है तो 1 घंटे बाद मिलती है। दोनों कारों को गति ज्ञात कीजिए।
36. एक नाव धारा के प्रतिकूल 32 किमी जाने तथा धारा के अनुकूल 36 किमी. वापिस आने में 7 घंटे का समय लेती है यदि वह 40 किमी धारा के प्रतिकूल तथा 48 किमी धारा के अनुकूल चले तो उसे 9 घंटे का समय लगता है। नाव की गति शांत जल में तथा धारा की गति ज्ञात कीजिए।
37. किसी भिन्न के अंश और हर का योग अंश के दुगुने से 4 अधिक है। यदि अंश और हर में 3 जोड़ दें उनका अनुपात $2 : 3$ होगा। भिन्न ज्ञात करो।
38. राजू एक दिन में 2 प्लास्टिक के थैले और 1 कागज के थैले का प्रयोग करता है। इनको खरीदने के लिए उसे रु. 35 खर्च करने पड़ते हैं। रमेश 3 प्लास्टिक तथा 4 कागज के थैले खरीदने के लिए रु. 65 खर्च करता है।
- (i) दोनों थैलों की प्रति थैला मूल्य ज्ञात कीजिए।
 - (ii) कौन से थैले का प्रयोग करना चाहिए। यह किस मूल्य को प्रदर्शित करता है।
39. 8 महिलाएँ और 12 आदमी किसी कार्य को मिलकर 10 दिन में पूरा कर सकते हैं। जबकि 6 महिलाएँ और 8 आदमी उसी कार्य को 14 दिन में कर सकते हैं। एक महिला और एक आदमी द्वारा अकेले इस कार्य को करने में कितने दिन लगेंगे? इस कार्य में किस मूल्य को दर्शाया गया है।
40. दो व्यक्तियों की आय का अनुपात $3 : 4$ है। जबकि उनके खर्चों का अनुपात $5 : 7$ है। यदि प्रत्येक रु. 15,000 वार्षिक बचत करता है। उनकी वार्षिक आय ज्ञात कीजिए। यदि खर्च संयमित रहे तो किस मूल्य को बढ़ावा मिलता है।

उत्तरमाला

1. $m = 1$ 2. $(0, -3)$ 3. $p = 2$ 4. समान्तर दिशा
5. $k \neq \frac{-2}{3}$ 6. $y = \frac{3x - 10}{7}$ 7. $4x + 10y = 8$ 9. $k = \frac{15}{4}$
10. प्रतिच्छेदी रेखाएँ 11. $x - y = -3, 2x - y = 1$
12. $p \neq 4$ 13. $x = 5; y = 0$ 14. 4, 2
15. $x = 5, y = -2, p = 30$ 16. 42, 12 17. (2, 2)
18. (i) $4x + 6y + 10 = 0$; (ii) $4x + 6y - 24 = 0$
19. 88, 22 20. $k = -6$ 21. (2, 5) (0, -5) and (0, 2)
22. (3, 2) 23. a^2, b^2 24. $a = 5, b = 1$, 25. 2, 1
26. 40 प्रश्न 27. 41 28. 45 वर्ष
29. टी.वी. का मूल्य रु. 20,000; फ्रिज का मूल्य रु. 10,000
30. रु. 50 के नोट = 90; रु. 100 के नोट = 110
31. हल (3, 3). निर्देशांक $(-1, 0)$ $(7, 0)$ और (3, 3) क्षेत्रफल = 12 वर्ग इकाई
32. (2, 1) 33. $x = \frac{-2}{5}, y = \frac{1}{2}, a = \frac{-45}{4}$
34. 60 किमी./घ 80 किमी./घ 35. 80 किमी./घ 70 किमी./घ
36. 10 किमी./घ 2 किमी./घ 37. $\frac{5}{9}$
38. (i) 15, 5; (ii) पर्यावरण हितैषी
39. 1 महिला = 140 दिन
1 आदमी = 280 दिन
महिला और आदमी का भेदभाव कम करना। महिला आदमी से जल्दी कार्य पूरा कर सकती है।
40. रु. 90,000, रु. 1,20,000, आर्थिक मूल्य, बचत प्रवृत्ति

अभ्यास प्रश्न पत्र

समय : 50 मिनट

अंक : 20,

खण्ड-अ में दो प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है। खण्ड ब में दो प्रश्न हैं, प्रत्येक के 2 अंक हैं। खण्ड स में दो प्रश्न हैं, प्रत्येक के 3 अंक हैं। खण्ड द में दो प्रश्न हैं, प्रत्येक के 4 अंक हैं।

खण्ड ‘अ’

1. k के किस मान के लिए समीकरण युग्मों का एक अद्वितीय हल है। 1

$$x + 2y = 3, 5x + ky + 7 = 0$$

2. क्या बिन्दु $(2, 3)$ रेखा $3x - 2y = 5$ के ग्राफ पर स्थित है? 1

खण्ड ‘ब’

3. a तथा b के मान ज्ञात करो ताकि समीकरण युग्मों 2

$$2x - 3y = 7 \text{ और } ax + 3y = b \text{ के अनेक अनन्त हल हों।}$$

4. x और y के लिए हल करो। 2

$$0.4x + 0.3y = 1.7$$

$$0.7x - 0.2y = 0.8$$

खण्ड ‘स’

5. वज्र गुणन विधि से हल करो। 3

$$x + y = a + b$$

$$ax - by = a^2 - b^2$$

6. एक पिता और उसके पुत्र की आयु का योगफल 40 वर्ष है। यदि पिता की आयु पुत्र की आयु का तीन गुना है तो उनकी आयु ज्ञात कीजिए।
-

खण्ड 'द'

7. निम्न समीकरण युग्मों को ग्राफीय विधि से हल करो।

4

$$3x + 5y = 12 \quad \text{और} \quad 3x - 5y = -18$$

इन रेखाओं तथा x-अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र को छायांकित कीजिए।

8. एक दो अंकों की संख्या तथा अंकों का स्थान बदलने पर प्राप्त संख्या का योगफल 99 है।
यदि अंकों का स्थान बदलने पर प्राप्त संख्या वास्तविक संख्या से 9 अधिक हो तो संख्या ज्ञात कीजिए।

4

अध्याय 4

समरूप त्रिभुज

महत्वपूर्ण बिन्दु

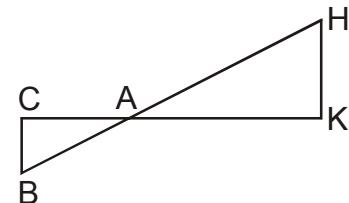
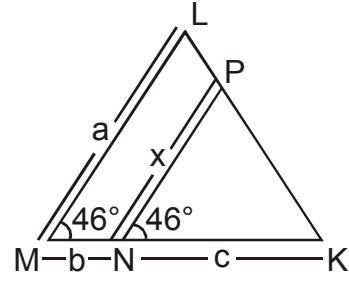
- दो त्रिभुज समरूप कहलाते हैं यदि उनके संगत कोण बराबर हों और उनकी संगत भुजाएं समानुपाती हों।
- समरूप त्रिभुज के गुणधर्म :
 - ΔABC तथा ΔDEF में
 - (i) **कोण-कोण-कोण समरूपता** : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$ तथा $\angle C = \angle F$
 - (ii) **भुजा-कोण-भुजा समरूपता** : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ तथा $\angle B = \angle E$
 - (iii) **भुजा-भुजा-भुजा समरूपता** : $\Delta ABC \sim \Delta DEF, \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$.
 - निम्न प्रमेयों का हल परीक्षा में पूछा जा सकता है।
 - (i) **आधारभूत आनुपातिकता** : एक त्रिभुज की एक भुजा के समांतर खींची गई रेखा अन्य दो भुजाओं को जिन दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती हैं वे बिन्दु भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करते हैं।
 - (ii) दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात किन्हीं दो संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।
 - (iii) **पाइथागोरस प्रमेय** : एक समकोण त्रिभुज के कर्ण का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है।
 - (iv) **पाइथागोरस प्रमेय का विलोम** : यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।

अध्याय 4

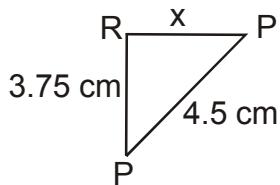
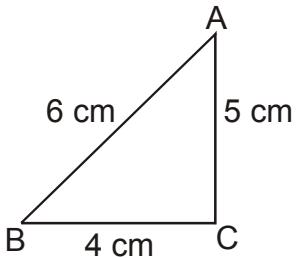
समरूप त्रिभुज

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

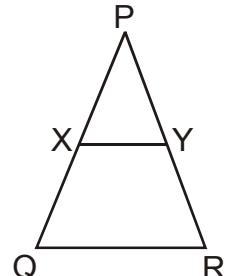
- क्या त्रिभुज जिसकी भुजाएँ 12 सेमी, 16 सेमी तथा 18 सेमी. एक समकोण त्रिभुज हैं? कारण बताइए।
- यदि $\Delta ABC \sim \Delta QRP$, $\frac{\text{ar}(\Delta ABC)}{\text{ar}(\Delta PQR)} = \frac{9}{4}$, $AB = 18$ सेमी, $BC = 15$ सेमी, तो PR ज्ञात कीजिए।
- दी गई आकृति में, $LM = LN = 46^\circ$, x को a , b , तथा c के रूप में व्यक्त कीजिए।
- दी गई आकृति में, $\Delta AHK \sim \Delta ABC$. यदि $AK = 10$ सेमी, $BC = 3.5$ सेमी. तथा $HK = 7$ सेमी. हो तो AC ज्ञात कीजिए।
- यदि $\Delta DEF \sim \Delta RPQ$ तो क्या यह कहना सत्य होगा कि $\angle D = \angle R$ और $\angle F = \angle P$ है?
- यदि दो समरूप त्रिभुजों के संगत माध्यकों का अनुपात $5 : 7$ हो तो इनकी भुजाओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।
- एक समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल उसके परिमाप के बराबर है। यदि त्रिभुज की प्रत्येक भुजा एक सम संख्या हो तो कर्ण की लम्बाई 10 सेमी. हो तो त्रिभुज का परिमाप ज्ञात कीजिए।
- एक हवाई जहाज एक हवाई अड्डे से पश्चिम की ओर 2100 किमी./घं की चाल से उड़ता है। इसी समय एक अन्य हवाई जहाज उसी हवाई अड्डे से दक्षिण की ओर 2000 किमी./घं की चाल से उड़ता है। 1 घंटे बाद दोनों हवाई जहाजों के बीच की दूरी कितनी होगी?
- दो समरूप त्रिभुजों ΔABC तथा ΔDEF का क्षेत्रफल क्रमशः 225 cm^2 तथा 81 cm^2 है। यदि बड़े त्रिभुज ΔABC की सबसे बड़ी भुजा 30 cm हो तो छोटे त्रिभुज ΔDEF की सबसे बड़ी भुजा ज्ञात कीजिए।



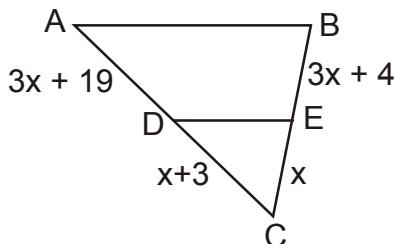
10. दिए गए चित्र में, यदि $\triangle ABC \sim \triangle PQR$, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



11. दिए गए चित्र में, $XY \parallel QR$ तथा $\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR} = \frac{1}{2}$, तो $XY : QR$ ज्ञात कीजिए।

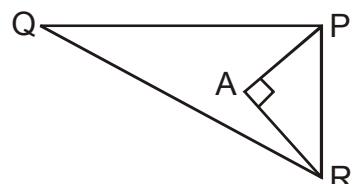


12. दिए गए चित्र में यदि $DE \parallel AB$, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



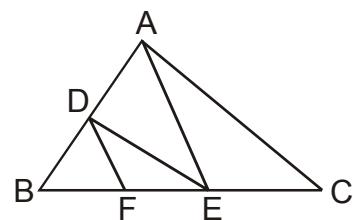
13. यदि $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $BC = 3EF$, तथा $ar(\triangle ABC) = 117 \text{ cm}^2$ तो $ar(\triangle DEF)$ ज्ञात कीजिए।
14. यदि $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ हो और $\angle A = 45^\circ$, $\angle F = 56^\circ$, तो $\angle C$ ज्ञात कीजिए।
15. यदि दो समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाओं का अनुपात $2 : 3$ हो तो उनके संगत ऊँचाईयों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

16. दिए गए चित्र में, $PQ = 24 \text{ cm}$, $QR = 26 \text{ cm}$, $\angle PAR = 90^\circ$, $PA = 6 \text{ cm}$ तथा $AR = 8 \text{ cm}$, तो $\angle QPR$ ज्ञात कीजिए।



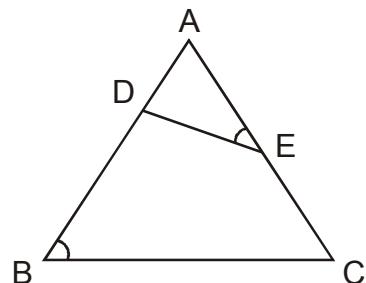
17. दिए गए चित्र में, $DE \parallel AC$ तथा $DF \parallel AE$ है। सिद्ध कीजिए।

$$\frac{FE}{BF} = \frac{EC}{BE}$$
 है।

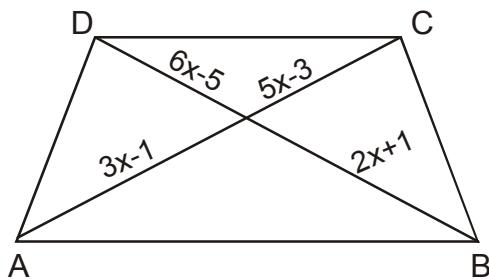


18. $\triangle ABC$ में $AD \perp BC$ इस प्रकार है कि $AD^2 = BD \times CD$. सिद्ध कीजिए $\triangle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है।

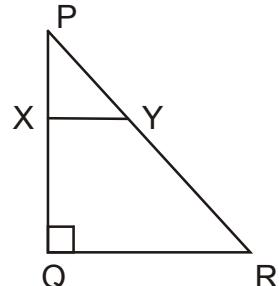
19. दिए गए चित्र में, D तथा E, भुजाओं AB तथा CA पर दो बिंदु हैं कि $\angle B = \angle AED$. सिद्ध करो कि $\triangle ABC \sim \triangle AED$ है।



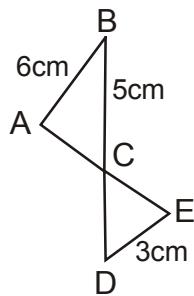
20. दिए गए चित्र में, $AB \parallel DC$ तथा विकर्ण AC और BD बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $OA = 3x - 1$, $OB = 2x + 1$, $OC = 5x - 3$ और $OD = 6x - 5$, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



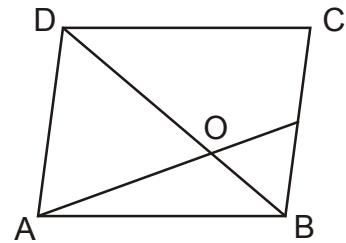
21. दिए गए चित्र में, $\triangle PQR$ एक समकोण त्रिभुज है। जिसमें $\angle Q = 90^\circ$ तथा $XY \parallel QR$ है। यदि $PQ = 6\text{ cm}$, $PY = 4\text{ cm}$ तथा $PX : XQ = 1 : 2$ तो PR और QR की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



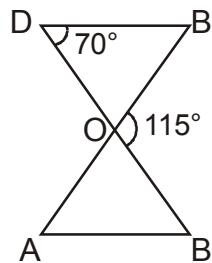
22. दिए गए चित्र में $AB \parallel DE$. CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



23. दिए गए चित्र में, ABCD एक समचतुर्भुज है। AE रेखाखण्ड BD को $1 : 2$ में विभाजित करता है। यदि $BE = 1.5\text{ cm}$ हो तो BC ज्ञात कीजिए।

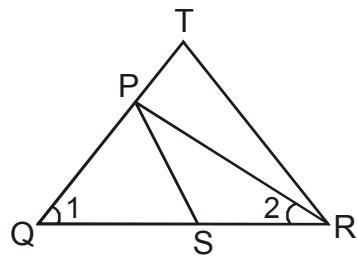


24. दिए गए चित्र में $\triangle ODC \sim \triangle OBA$, $\angle BOC = 115^\circ$ तथा $\angle CDO = 70^\circ$ हो तो ज्ञात कीजिए (i) $\angle DOC$, (ii) $\angle DCO$, (iii) $\angle OAB$ और (iv) $\angle OBA$.



25. यदि दो समबाहु त्रिभुजों $\triangle ABC$ तथा $\triangle PQR$ का परिमाप क्रमशः 144 m और 96 m हो तो $ar(\triangle ABC) : ar(\triangle PQR)$ ज्ञात कीजिए।

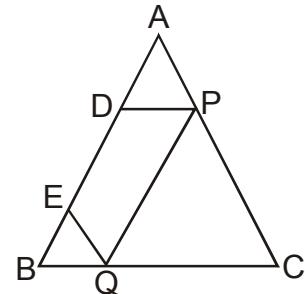
26. दिए गए चित्र में $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ तथा $\angle 1 = \angle 2$, हो तो सिद्ध कीजिए। $\triangle PQS \sim \triangle TQR$.



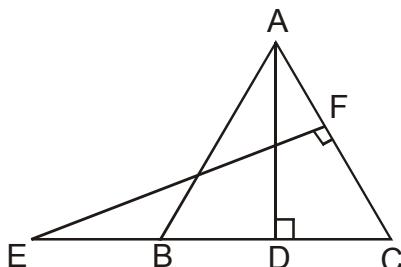
27. एक समबाहु $\triangle ABC$ में $AD \perp BC$ है। सिद्ध कीजिए $3BC^2 = 4AD^2$.

28. त्रिभुज ABC में $\angle ACB = 90^\circ$ तथा $CD \perp AB$ हो,
तो सिद्ध कीजिए $\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$.

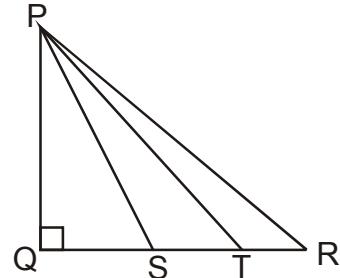
29. त्रिभुज ABC में, D तथा E , AB भुजा पर दो बिंदु इस प्रकार हैं कि $AD = BE$ हो तथा $DP \parallel BC$ और $EQ \parallel AC$ तो सिद्ध कीजिए $PQ \parallel AB$.



30. दिए गए चित्र में, एक समद्विबाहु $\triangle ABC$ इस प्रकार है कि $AB = AC$ तथा बढ़ी हुई भुजा CB पर एक बिंदु E इस प्रकार है कि $EF \perp AC$. यदि $AD \perp BC$ हो, तो सिद्ध करो कि $\triangle ABD \sim \triangle ECF$.

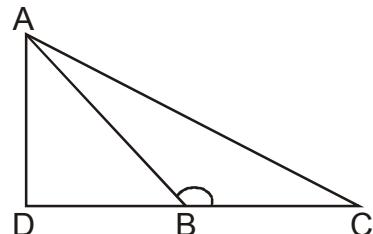


31. दिए गए चित्र में, S तथा T , भुजा QR जो कि एक समकोण त्रिभुज PQR की भुजा है, उसको त्रिभाजित करता है। सिद्ध कीजिए : $8PT^2 = 3PR^2 + 5PS^2$.



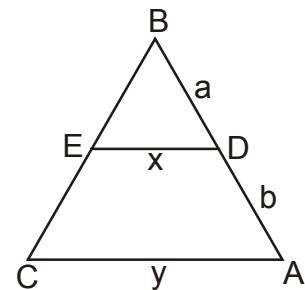
32. यदि AD और PS त्रिभुज ABC तथा त्रिभुज PQR की माध्यिकाएँ हैं जहाँ त्रिभुज $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ हो तो सिद्ध कीजिए $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PS}$.

33. दिए गए चित्र में एक अधिक कोण त्रिभुज ABC में कोण B अधिक कोण है तथा AD बढ़ी हुई भुजा CB पर लम्ब है तो सिद्ध कीजिए $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC \times BD$.



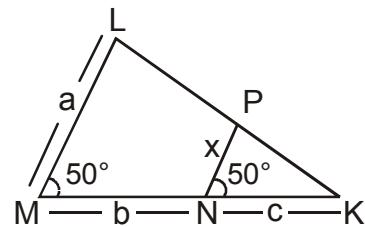
34. दिए गए चित्र में $DE \parallel AC$ है। निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

$$x = \frac{a+b}{ay} \quad \text{या} \quad x = \frac{ay}{a+b}$$

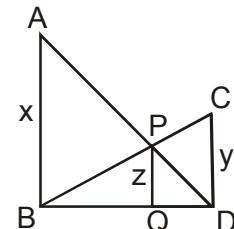


35. सिद्ध करो कि एक सम चतुर्भुज के विकर्णों के वर्गों का योग उसकी भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है।
36. एक बिजली के खम्बे की लम्बाई 6 मी है। अगर 15 मी. लम्बी महिला की परछाई 3 मी. हो तो खम्बे से महिला की दूरी ज्ञात कीजिए।
37. दो खम्बे जिसकी ऊँचाईयाँ क्रमशः a मी. तथा b मी. हैं, आपस में p मी. की दूरी पर स्थित हैं। सिद्ध करो कि इन खम्बों के शीर्षों को इनके समुख खम्बों के पादों को मिलाने वाली रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु की ऊँचाई $\frac{ab}{a+b}$ मीटर है।

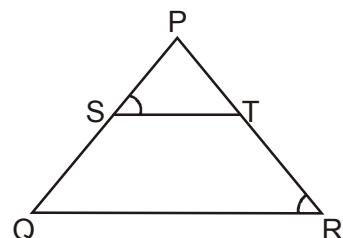
38. दिए गए चित्र में a, b, c के रूप में x का मान ज्ञात कीजिए।



39. दिए गए चित्र में $AB \parallel PQ \parallel CD$, $AB = x$, $CD = y$ तथा $PQ = z$ है तो सिद्ध कीजिए, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$.

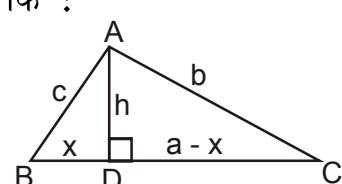


40. दिए गए चित्र में $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ तथा $\angle PST = \angle PRQ$. सिद्ध कीजिए त्रिभुज PQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



41. दिए गए चित्र में, $\angle B < 90^\circ$ तथा $AD \perp BC$ है, तो सिद्ध करो कि :

- (i) $b^2 = b^2 + a^2 + x^2 - 2ax$
- (ii) $b^2 = a^2 + c^2 - 2ax$

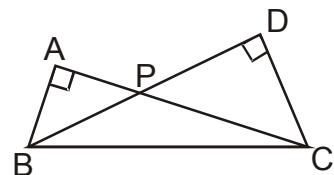


42. दिए गए चित्र में, PQR एक समकोण त्रिभुज है, जिसका कोण Q समकोण है तथा भुजाओं PQ तथा QR को क्रमशः बिन्दु X तथा Y, 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करते हैं, सिद्ध कीजिए कि $9(PY^2 + XR^2) = 13 PR^2$

43. यदि एक समबाहु त्रिभुज ABC की भुजा CA पर E एक बिन्दु इस प्रकार है कि $BE \perp CA$, तो सिद्ध कीजिए।

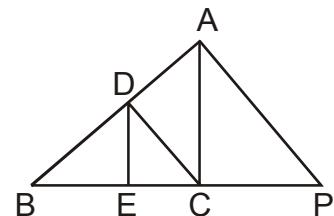
$$AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4BE^2.$$

44. समकोण त्रिभुज ABC और BDC क्रमशः A और D पर समकोण बनाती है तथा उभयनिष्ठ भुजा BC के एक ही ओर स्थित है। यदि भुजाएँ AC और BC एक दूसरे को P पर काटती हैं, तो सिद्ध करो कि $AP \times PC = DP \times PB$

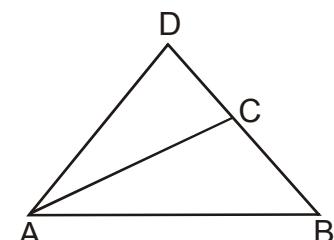


45. एक समकोण त्रिभुज में कर्ण की लम्बाई 25 सेमी है और बाकी दो भुजाओं में से एक भुजा दूसरी भुजा से 5 सेमी लम्बी है तो बाकी दोनों भुजाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

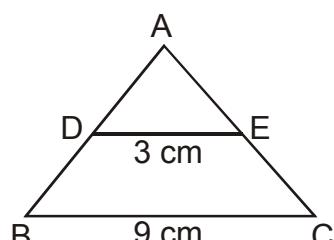
46. दिए गए चित्र में, $DE \parallel AC$ तथा $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ हो तो सिद्ध कीजिए $DC \parallel AP$.



47. चतुर्भुज ABCD में, $\angle B = 90^\circ$, $AD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2$. हो तो सिद्ध कीजिए $\angle ACD = 90^\circ$.



48. दिए गए चित्र में $DE \parallel BC$, $DE = 3$ सेमी., $BC = 9$ सेमी. तथा $\text{ar}(\triangle ADE) = 30 \text{ cm}^2$. $\text{ar}(\text{BCED})$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



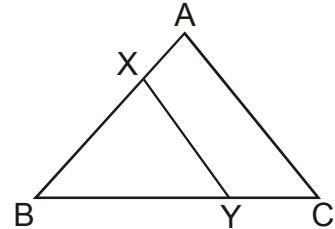
49. पाइथागोरस प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

50. यदि एक समबाहु $\triangle PQR$ में, S भुजा QR का समत्रिभाजन बिन्दु है, तो सिद्ध करो कि $9AS^2 = 7PQ^2$.

51. त्रिभुज $\triangle PQR$ में, $PD \perp QR$, D भुजा QR पर QR स्थित है। यदि $PQ = a$, $PR = b$, $QD = c$ तथा $DR = d$ और a, b, c, d धनात्मक इकाई हों तो सिद्ध कीजिए $(a + b)(a - b) = (c + d)(c - d)$.

52. एक समलंब ABCD में, $AB \parallel DC$ तथा $DC = 2AB$ है। यदि EF को AB के सामांतर खींचते हुए AD को F तथा BC में E इस प्रकार प्रतिच्छेद करता है कि $\frac{BE}{BC} = \frac{3}{4}$. विकर्ण DB, EF को G पर प्रतिच्छेद करता है। सिद्ध कीजिए। $7EF = 10AB$.
53. सिद्ध कीजिए की दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात इनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।
54. दिए गए चित्र में, $XY \parallel AC$ इस प्रकार है कि XY त्रिभुज ABC को दो बराबर क्षेत्रफलों में बाँटता है। तो सिद्ध कीजिए

$$\frac{AX}{AB} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$$
55. ABCD एक समांतर चतुर्भुज में शीर्ष D से एक रेखा इस प्रकार खींची गई है कि वह रेखा भुजा BA तथा BC को E तथा F पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए : $\frac{DA}{AE} = \frac{FB}{BE} = \frac{FC}{CD}$.
56. सिद्ध कीजिए कि किसी त्रिभुज की एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।



उत्तरमाला

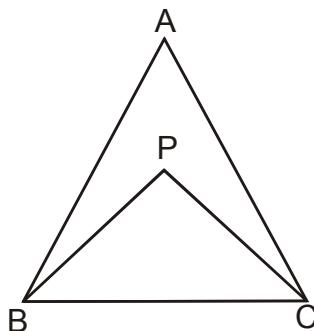
- | | | | |
|--|--------------------------|--|--------------------------|
| 1. नहीं | 2. 10 सेमी | 3. $x = \frac{ac}{b+c}$ | 4. 5 सेमी |
| 5. $\angle D = \angle R$ सत्य, $\angle F = \angle P$ असत्य | 6. 5 : 7 | 7. 24 सेमी | |
| 8. 2900 किमी. | 9. 18 सेमी. | 10. $x = 3$ | 11. 1 : 3 |
| 12. $x = 2$ | 13. 13 वर्ग सेमी. | 14. 56° | 15. 2 : 3 |
| 16. 90° | 20. $x = 2$ | 21. $PR = 12$ सेमी, $QR = 6\sqrt{3}$ सेमी. | |
| 22. 2.5 सेमी. | 23. 3 सेमी. | 24. $65^\circ, 45^\circ, 45^\circ, 70^\circ$ | |
| 25. 9 : 4 | 34. $x = \frac{ay}{a+b}$ | 36. 9 मी. | 38. $x = \frac{ac}{b+c}$ |
| 45. 15 सेमी., 20 सेमी. | 48. 240 वर्ग सेमी. | | |

अभ्यास प्रश्न पत्र

समय : 50 मिनट

अंक : 20

1. यदि एक समचतुर्भुज के विकर्णों की लम्बाई क्रमशः 16 सेमी तथा 12 सेमी. है। समचतुर्भुज के भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 1
2. एक समबाहु त्रिभुज ABC, $AD \perp BC$ तथा $\frac{AD^2}{BC^2} = x$, तो x का मान ज्ञात कीजिए। 1
3. त्रिभुज ABC में, यदि $DE \parallel BC$, $AD = x + 1$, $DB = x - 1$, $AE = x + 3$ तथा $EC = x$, तो x का मान ज्ञात कीजिए। 2
4. दिए गए चित्र में, क्या $\triangle ABC$, $\triangle PBC$ के समरूप हैं? यदि हाँ तो कारण बताइये। 2



5. PQR एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle Q = 90^\circ$ है। यदि $QS = SR$, तो सिद्ध कीजिए : $PR^2 = 4PS^2 - 3PQ^2$. 3
 6. दिए गए चित्र में, $DE \parallel BC$ तथा $AD : DB = 5 : 4$, तो $\frac{\text{ar}(\triangle DEF)}{\text{ar}(\triangle CFB)}$ बताइये। 3
-
7. पाइथागोरस प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए। 4
 8. $\triangle LMN$ एक समबाहु त्रिभुज है, O भुजा MN का समत्रिभाजन बिन्दु है, तो सिद्ध करो $\frac{LO^2}{LM^2} = \frac{7}{9}$. 4

अध्याय 5

त्रिकोणमिति

महत्वपूर्ण बिन्दु

- त्रिकोणमितिय अनुपात : $\triangle ABC$ में $\angle B = 90^\circ$, कोण A के लिए,

$$\sin A = \frac{\text{लंब}}{\text{कर्ण}} = \frac{\text{सम्मुख भुजा}}{\text{कर्ण}}$$

$$\cos A = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{\text{संलग्न भुजा}}{\text{कर्ण}}$$

$$\tan A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{\text{सम्मुख भुजा}}{\text{संलग्न भुजा}}$$

$$\cot A = \frac{\text{आधार}}{\text{लंब}} = \frac{\text{संलग्न भुजा}}{\text{सम्मुख भुजा}}$$

$$\sec A = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{\text{कर्ण}}{\text{संलग्न भुजा}}$$

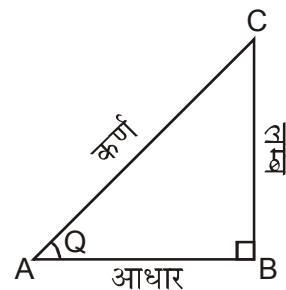
$$\cosec A = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}} = \frac{\text{कर्ण}}{\text{सम्मुख भुजा}}$$

- व्युत्क्रम

$$\sin \theta = \frac{1}{\cosec \theta}, \cosec \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}, \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}, \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$



- आनुपातिक संबंध

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

- सर्वसमिकाएँ

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \text{ and } \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \Rightarrow \tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1 \text{ and } \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta \Rightarrow \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta - 1 \text{ and } \operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

- कुछ विशिष्ट कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात

$\angle A$	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	अपरिभाषित
$\cot A$	अपरिभाषित	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec A$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	अपरिभाषित
$\operatorname{cosec} A$	अपरिभाषित	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

- पूरक कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात

$$\sin (90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\cos (90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\tan (90^\circ - \theta) = \cot \theta$$

$$\cot (90^\circ - \theta) = \tan \theta$$

$$\sec (90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} \theta$$

$$\operatorname{cosec} (90^\circ - \theta) = \sec \theta$$

अध्याय 5

त्रिकोणमिति

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि $\sin \theta = \cos \theta$, तो θ का मान ज्ञात कीजिए।
2. यदि $\tan \theta = \cot (30^\circ + \theta)$, तो θ का मान ज्ञात कीजिए।
3. यदि $\sin \theta = \cos (\theta - 6)$, तो θ का मान ज्ञात कीजिए।
4. यदि $\cos A = \frac{7}{25}$, तो $\tan A + \cot A$ का मान ज्ञात कीजिए।
5. यदि $\tan \theta = \frac{4}{3}$ तो $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$ का मान ज्ञात कीजिए।
6. यदि $3x = \operatorname{cosec} \theta$ और $\frac{3}{x} = \cot \theta$ तो $3\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$ का मान बताइए।
7. यदि $x = a \sin \theta$ तथा $y = a \cos \theta$ तो $x^2 + y^2$ का मान ज्ञात कीजिए।
8. $\operatorname{cosec} 70^\circ - \sec 20^\circ$ का मान बताइए।
9. यदि $5x = \sec \theta$ और $\frac{5}{x} = \tan \theta$ तो $5\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।
10. $9 \sec^2 A - 9 \tan^2 A$ का मान बताइए।
11. $\sec \theta$ को $\cot \theta$ में व्यक्त कीजिए।
12. $\cos \theta \cos (90^\circ - \theta) - \sin \theta \sin (90^\circ - \theta)$ का मान ज्ञात कीजिए।
13. यदि $\sin (20^\circ + \theta) = \cos 30^\circ$ तो θ का मान ज्ञात कीजिए।
14. $\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta}$ का मान बताइए।
15. $\frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न (I)

16. सिद्ध कीजिए।

$$\sec^4 \theta - \sec^2 \theta = \tan^4 \theta + \tan^2 \theta.$$

17. $\sqrt{\frac{1+\sin \theta}{1-\sin \theta}} = \tan \theta + \sec \theta$

18. यदि $x = p \sec \theta + q \tan \theta$ और $y = p \tan \theta + q \sec \theta$ तो सिद्ध कीजिए $x^2 - y^2 = p^2 - q^2$.

19. यदि $7 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta = 4$ तो दिखाइए $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

20. यदि $\sin(A - B) = \frac{1}{2}$, $\cos(A + B) = \frac{1}{2}$, तो A और B का मान ज्ञात कीजिए।

21. $\frac{\cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ}{\sin^2 59^\circ + \sin^2 31^\circ}$ का मान ज्ञात कीजिए।

22. सिद्ध कीजिये : $\tan 1^\circ \tan 11^\circ \tan 21^\circ \tan 69^\circ \tan 79^\circ \tan 89^\circ = 1$.

23. यदि $\sec 4A = \operatorname{cosec}(A - 20^\circ)$ तो A का मान ज्ञात कीजिए।

24. यदि $3 \cot A = 4$, $\frac{\operatorname{cosec}^2 A + 1}{\operatorname{cosec}^2 A - 1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

25. यदि $\tan(3x - 15) = 1$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न (II)

26. सिद्ध कीजिए।

$$\frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} = \frac{1 + \sin A}{\cos A}$$

27. $\frac{1}{\sec x - \tan x} - \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sec x + \tan x}$

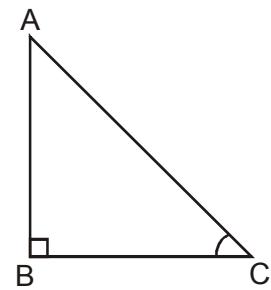
28. $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = 1 + \tan \theta + \cot \theta = \sec \theta \operatorname{cosec} \theta + 1$

29. $(\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 + (\cos \theta + \sec \theta)^2 = 7 + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$

30. $\sec A (1 - \sin A) (\sec A + \tan A) = 1$

31. यदि $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$ तो दिखाइए कि $\cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta$.
32. यदि $\tan \theta + \sin \theta = m$, $\tan \theta - \sin \theta = n$ तो दिखाइए कि $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$.
33. यदि $\sin \theta = x + \frac{1}{4x}$, तो सिद्ध कीजिए $\sec \theta + \tan \theta = 2x$ या $\frac{1}{2x}$
34. यदि $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$, तो सिद्ध कीजिए $\cos^2 \theta + \cos^4 \theta = 1$.
35. त्रिकोणमितिय सारणी को प्रयोग किए बिना
 $\cot \theta \tan (90 - \theta) - \sec (90 - \theta) \cosec \theta + \sin^2 65^\circ + \sin^2 25^\circ + \sqrt{3} \tan 5^\circ \tan 85^\circ$.
 का मान ज्ञात कीजिए।
36. सिद्ध कीजिए : $\frac{\cot(90 - \theta)}{\tan \theta} + \frac{\cosec(90 - \theta) \sin \theta}{\tan(90 - \theta)} = \sec^2 \theta$
37. $\frac{\cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ}{\sec^2 50^\circ - \cot^2 40^\circ} + 2 \cosec^2 58^\circ - 2 \cot 58^\circ \tan 32^\circ - 4 \tan 13^\circ \tan 37^\circ \tan 77^\circ \tan 45^\circ \tan 53^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।
38. यदि A, B, C त्रिभुज ABC के अंतःकोण हैं तो सिद्ध कीजिए $\cosec^2 \left(\frac{B+C}{2} \right) - \tan^2 \frac{A}{2} = 1$.
39. $\sec^2 10^\circ - \cot^2 80^\circ + \frac{\sin 15 \cos 75 + \cos 15 \sin 75}{\cos \theta \sin(90 - \theta) + \sin \theta \cos(90 - \theta)}$ का मान ज्ञात कीजिए।
40. सिद्ध कीजिए : $\frac{\tan \theta - \cot \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \tan^2 \theta - \cot^2 \theta$
41. सिद्ध कीजिए : $\frac{\sec \theta + \tan \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1} = \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$
42. $\left(1 + \frac{1}{\tan^2 \theta}\right) \left(1 + \frac{1}{\cot^2 \theta}\right) = \frac{1}{\sin^2 \theta - \sin^4 \theta}$
43. $2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) + 1 = 0$.
44. $(1 + \cot A + \tan A)(\sin A - \cos A) = \sin A \tan A - \cot A \cos A$.
45. यदि $\sin \theta + \cos \theta = m$ और $\sec q + \cosec q = n$ तो दिखाइए $n(m^2 - 1) = 2m$
46. $\frac{\cot(90 - \theta) \tan \theta - \cosec(90 - \theta) \sec \theta}{\sin 12^\circ \cos 15^\circ \sec 78^\circ \cosec 75^\circ} + \frac{\cos^2(50 + \theta) + \cos^2(40 - \theta)}{\tan 15^\circ \tan 37^\circ \tan 53^\circ \tan 75^\circ}$
 का मान ज्ञात कीजिए

47. दिये गये समकोण त्रिभुज में यदि आधार और लम्ब क्रमशः परिश्रम व सफलता को प्रदर्शित करते हैं और उनके बीच अनुपात $1 : 1$ हो तो ज्ञात कीजिए : $\angle ACB$ किस गणितीय पद्धति का प्रश्न में प्रयोग किया गया है? यहाँ किन मूल्यों को दर्शाया गया है?



48. यदि समयबद्धता और निरन्तरता दो मापन योग्य राशियाँ हैं और क्रमशः A तथा B के बराबर हैं। यदि $\sin(A + B) = \frac{1}{2}$, $\cos(A + B) = \frac{1}{2}$ जहाँ $0 < A + B \leq 90^\circ$. A तथा B के मान बताओ। इसमें किस एक और जीवन मूल्य को अपनाना चाहेंगे?
49. यदि $x = \sin^2 \theta$, $y = \cos^2 \theta$ जहाँ x और y ईमानदारी व परिश्रम को दर्शाते हैं
- ईमानदारी व परिश्रम को जोड़ने पर क्या प्राप्त होगा?
 - यहाँ किस गणितीय पद्धति का प्रयोग हुआ है?
 - किन मूल्यों को दर्शाता है।

उत्तरमाला

1. 45°

2. 30°

3. 24°

4. $\frac{625}{168}$

5. 7

6. $\frac{1}{3}$

7. a

8. 0

9. $\frac{1}{5}$

10. 9

11. $\frac{\sqrt{1 + \cot^2 \theta}}{\cot \theta}$

12. 0°

13. 50°

14. $\tan^2 \theta$

15. $\tan \theta$

20. $A = 45^\circ, B = 15^\circ$

21. 1

23. 22°

24. $\frac{17}{8}$

25. 20°

35. $\sqrt{3}$

37. -1

39. 2

46. 0

47. 45° त्रिकोणमिति, कठिन परिश्रम और सफलता

48. $A = 45^\circ, B = 15^\circ$ ईमानदारी, कठिन परिश्रम, उत्तर दायित्व, सहयोग

49. (a) 1; (b) त्रिकोणमिति; (c) ईमानदारी व कठिन परिश्रम

अभ्यास प्रश्न पत्र

समय : 50 मिनट

अंक : 20

1. यदि $\sin \theta = \frac{4}{5}$ तो $\cos \theta$ का मान ज्ञात कीजिए। 1
2. $\sin(45 + \theta) - \cos(45 - \theta)$ का मान बताइए। 1
3. यदि $5 \tan \theta = 4$ तो $\frac{5 \sin \theta - 3 \cos \theta}{5 \sin \theta + 2 \cos \theta}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2
4. $\tan 35^\circ \tan 40^\circ \tan 45^\circ \tan 50^\circ \tan 55^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए। 2
5. सिद्ध कीजिए : $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta$. 3
6. सिद्ध कीजिए : $\frac{\cos A}{1 - \tan A} - \frac{\sin^2 A}{\cos A - \sin A} = \sin A + \cos A$. 3
7. यदि $\tan(A + B) = \sqrt{3}$ तथा $\tan(A - B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ तो x तथा y का मान ज्ञात कीजिए। 4
8. सिद्ध कीजिए : $\frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1} = \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$. 4

अध्याय 6

सांख्यिकी

महत्वपूर्ण बिन्दु

- वर्गीकृत आंकड़ों का माध्य निम्नलिखित विधियों से ज्ञात किया जा सकता है।

$$(i) \text{ प्रत्यक्ष विधि } \bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$(ii) \text{ कल्पित माध्य विधि } \bar{X} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \text{ जहाँ } d_i = x_i - a.$$

$$(iii) \text{ पद विचलन विधि } \bar{X} = a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h \quad \text{जहाँ } u_i = \frac{x_i - a}{h}$$

- वर्गीकृत आंकड़ों का बहुलक निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

$$\text{बहुलक} = I + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times h$$

I = बहुलक वर्ग की निम्न सीमा

f_1 = बहुलक वर्ग की बारम्बारता

f_0 = बहुलक वर्ग से ठीक पहले वर्ग की बारम्बारता

f_2 = बहुलक वर्ग से ठीक बाद में आने वाले वर्ग की बारम्बारता

h = बहुलक वर्ग की माप

- वर्गीकृत आंकड़ों की माध्यिका निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

$$\text{माध्यिक} = I + \left(\frac{\frac{n}{2} - Cf}{f} \right) \times h$$

I = माध्यिक वर्ग की निम्न सीमा

n = प्रेषणों की संख्या

Cf = माध्यिक वर्ग से ठीक पहले वर्ग की संचयी बारंबारता

f = माध्यिक वर्ग की बारम्बारता

h = माध्यिक वर्ग का माप

- संचयी बारंबारता वक्र या तोरण संचयी बारंबारता का आलेख है।
 - (i) **कम प्रकार तोरण** : एक संचयी बारंबारता सारणी बनाएँ।
वर्ग अंतराल की ऊपरी सीमा x -अक्ष पर अंकित कीजिए।
 - (ii) **अधिक प्रकार तोरण** : अवरोही क्रम में संचयी बारंबारता सारणी बनाएँ।
वर्ग अन्तराल की निम्न सीमा x -अक्ष पर अंकित कीजिए।
 - (iii) **माध्यिका प्राप्त करने हेतु**
 - (a) कम प्रकार व अधिक प्रकार के तोरणों का प्रतिच्छेदी बिन्दु निर्धारित कीजिए।
 - (b) इस बिन्दु से x -अक्ष पर लम्ब खींचिए।
 - (c) यह लम्ब x -अक्ष को जिस बिन्दु पर प्रतिच्छेद करेगा, वही माध्यिका का मान होगा।
- बहुलक = 3 माध्यक – 2 माध्य

अध्याय 6

सांख्यिकी

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. पहली 12 अभाज्य संख्याओं का माध्य क्या होगा?
2. 20 संख्याओं का माध्य 18 है। यदि प्रत्येक संख्या में 2 जोड़ दिया जाए तो नया माध्य क्या होगा?
3. पाँच प्रेक्षणों 3, 5, 7, x और 11 का माध्य 7 हो तो x का मान बताइए।
4. पहली 5 प्राकृत संख्याओं का माध्यक क्या होगा?
5. यदि निम्न आंकड़ों का माध्यक 27.5 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।
24, 25, 26, $x + 2$, $x + 3$, 30, 33, 37.
6. निम्न आंकड़ों का बहुलक क्या है?
5, 7, 8, 5, 7, 6, 9, 5, 10, 6.
7. माध्य, माध्यक और बहुलक में संबंध लिखिए।
8. 'से कम प्रकार' तथा 'से अधिक प्रकार' के तोरण के प्रतिच्छेद बिन्दु का भुज केन्द्रीय प्रवृत्ति की कौन सी माप को दर्शाता है?
9. केन्द्रीय प्रवृत्ति की कौन सी माप के आलेख द्वारा प्राप्त नहीं किया जा सकता?
10. एक आंकड़े का समान्तर माध्य तथा बहुलक क्रमशः 24 और 12 है, इसका माध्यक निकालिए।
11. वर्ग 19.5 – 29.5 का वर्ग चिन्ह ज्ञात कीजिए।
12. 5 संख्याओं का माध्य 18 है। यदि एक संख्या हटा दी जाए तो उनका माध्य 16 है, हटाई गई संख्या ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न (॥)

13. 11 प्रेक्षणों का माध्य 50 है। यदि पहले 6 प्रेक्षणों का माध्य 49 तथा अंतिम 6 प्रेक्षणों का माध्य 52 हो तो छठा प्रेक्षण ज्ञात कीजिए।

14. निम्न बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए।

x	12	16	20	24	28	32
f	5	7	8	5	3	2

15. निम्न आंकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए।

x	10	12	14	16	18	20
f	3	5	6	4	4	3

16. निम्न बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए।

वर्ग	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
बारंबारता	2	7	18	10	8	5

17. निम्न आंकड़ों के लिए 'से कम प्रकार' का तोरण खींचिए।

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
20 से कम	0
30 से कम	4
40 से कम	16
50 से कम	30
60 से कम	46
70 से कम	66
80 से कम	82
90 से कम	92
100 से कम	100

18. निम्न आंकड़ों की 'से कम संचयी बारंबारता' तालिका बताइए।

अंक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
विद्यार्थियों की संख्या	7	9	6	8	10

लघु उत्तरीय प्रश्न (II)

19. निम्न आंकड़ों का माध्य ज्ञात कीजिए।

C.I.	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
f	8	12	10	11	9

20. यदि निम्न आंकड़ों का माध्य 54 हो तो P का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
बारम्बारता	7	P	10	9	13

21. निम्न बारम्बारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए।

C.I.	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
f	5	3	10	6	4	2

22. निम्न बारम्बारता बंटन का माध्यक 24 है। x का मान ज्ञात कीजिए।

आयु (वर्षों में)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
व्यक्तियों की संख्या	5	25	x	18	7

23. निम्न आंकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए।

अंक	10 से कम	20 से कम	30 से कम	40 से कम	50 से कम	60 से कम
विद्यार्थियों की संख्या	0	12	20	28	33	40

24. निम्न आंकड़ों का 'से अधिक प्रकार' का तोरण खींचिए।

वजन (किग्रा.)	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60
विद्यार्थियों की सं.	2	4	10	15	6	3

शारीरिक वजन सामान्य से अधिक होना किस प्रकार हानिकारक है?

25. निम्न आंकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

ऊँचाई (सेमी. में)	30 से अधिक 40 से अधिक 50 से अधिक 60 से अधिक 70 से अधिक 80 से अधिक
पेड़ों की संख्या	34 30 27 19 8 2

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

26. निम्न आंकड़ों का माध्य 53 है, तो f_1 और f_2 का मान ज्ञात कीजिए।

C.I.	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	योग
F	15	f_1	21	f_2	17	100

27. निम्न बारंबारता बंटन का माध्य 57.6 तथा बारंबारताओं का योग 50 है, तो f_1 तथा f_2 का मान ज्ञात कीजिए।

वर्गान्तराल	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120
बारंबारता	7	f_1	12	f_2	8	5

28. निम्न आंकड़ों का माध्यक 28.5 हो, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

वर्गान्तराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	योग
बारंबारता	5	8	x	15	y	5	60

29. निम्न बंटन का माध्यक 35 है। a तथा b का मान ज्ञात कीजिए।

वर्गान्तराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	योग
बारंबारता	10	20	a	40	b	25	15	170

30. निम्न बारंबारता बंटन का माध्य, माध्यक तथा बहुलक ज्ञात कीजिए।

वर्गान्तराल	45-55	55-65	65-75	75-85	85-95	95-105	105-115
बारंबारता	7	12	17	30	32	6	10

31. निम्न बारंबारता बंटन का माध्य, माध्यक तथा बहुलक ज्ञात कीजिए।

वर्गीकृतराल	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50
बारंबारता	2	3	6	7	14	12	4	2

32. एक शहर में 60 दिनों में दर्ज की गई वर्षा निम्न तालिका में दी गई है:

वर्षा (सेमी. में)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
दिनों की संख्या	16	10	8	15	5	6

से अधिक प्रकार के तोरण द्वारा माध्यक ज्ञात कीजिए। जल-संरक्षण क्यों आवश्यक है?

33. पद विचलन विधि द्वारा निम्न आंकड़ों का माध्य ज्ञात कीजिए।

दैनिक व्यय	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
घरों की संख्या	4	5	12	2	2

34. निम्न आंकड़े एक कक्षा के 100 विद्यार्थियों के प्राप्तांकों को दर्शाते हैं।

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0-5	4
5-10	6
10-15	10
15-20	10
20-25	25
25-30	22
30-35	18
35-40	5

इन आंकड़ों द्वारा ‘से कम प्रकार’ तथा ‘से अधिक प्रकार’ के तोरण खींचिए। इस आलेख की सहायता से इसका माध्यक ज्ञात कीजिए।

35. एक औद्योगिक क्षेत्र की 30 फैक्ट्रियों द्वारा अर्जित वार्षिक लाभ निम्न है। इन आंकड़ों के लिए दोनों प्रकार के तोरण खींचकर माध्यक ज्ञात कीजिए।

लाभ (लाख रु. में)	फैक्ट्रियों की संख्या
5 के बराबर या अधिक	30
10 के बराबर या अधिक	28
15 के बराबर या अधिक	16
20 के बराबर या अधिक	14
25 के बराबर या अधिक	10
30 के बराबर या अधिक	7
35 के बराबर या अधिक	3
40 के बराबर या अधिक	0

उत्तर माला

- | | | | |
|---|---------------------|-------------------------------|-------------------|
| 1. 16.4 | 2. 20 | 3. 9 | 4. 3 |
| 5. $x = 25$ | 6. 5 | 7. बहुलक = 3 माध्यक – 2 माध्य | |
| 8. माध्यक | 9. माध्य | 10. माध्यक = 20 | 11. 24.5 |
| 12. 26 | 13. 56 | 14. 20 | 15. 14 |
| 16. 12.89 | | | |
| 18. अंक | | विद्यार्थियों की संख्या | |
| | 10 से कम | 7 | |
| | 20 से कम | 16 | |
| | 30 से कम | 22 | |
| | 40 से कम | 30 | |
| | 50 से कम | 40 | |
| 19. 25.2 | 20. 11 | 21. 27 | 22. 25 |
| 23. 20 | 25. 63.75 | 26. $f_1 = 18, f_2 = 29$ | |
| 27. $f_1 = 8, f_2 = 10$ | 28. $x = 20, y = 7$ | 29. $a = 35, b = 25$ | |
| 30. माध्य = 81.05, माध्यक = 82, बहुलक = 85.71 | | | |
| 31. माध्य = 32, माध्यक = 33, बहुलक = 34.38 | | | |
| 32. माध्यक = 25 | 33. माध्य = 211 | 34. माध्यक = 24 | 35. माध्यक = 17.5 |
| 36. $x = 16$ | | | |

अभ्यास प्रश्न पत्र

समय : 50 मिनट

अंक : 20

1. $a - b$ का वर्ग चिन्ह ज्ञात कीजिए। 1
2. 11 से 21 के मध्य सभी सम संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए। 1
3. 50 प्रेक्षणों का माध्य 20 है। यदि प्रत्येक संख्या को 3 से गुणा किया जाए तो नया माध्य ज्ञात कीजिए। 2
4. 10 प्रेक्षणों का माध्य 15.3 है। यदि 6 और 9 के स्थान पर 8 और 14 रखा जाता है तो नया माध्य क्या होगा? 2
5. बहुलक ज्ञात कीजिए :

अंक	20 से कम	40 से कम	60 से कम	80 से कम	100 से कम
छात्रों की संख्या	4	10	28	36	50

आयु (वर्षों में)	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
रोगियों की संख्या	5	13	x	20	18	19

वर्गान्तराल	0-20	20-40	40-60	60-860	80-100	100-120
बारंबारता	7	f_1	12	f_2	8	5

आयु (वर्षों में)	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
रोगियों की सं.	2	8	15	12	10	5

‘कम प्रकार का’ तथा ‘अधिक प्रकार का’ तोरण खींचिए और माध्यिका भी ज्ञात कीजिए।

मूल्य आधारित प्रश्नों के लिए कुछ मूल्य

समय : 50 मिनट

अंक : 20

1. ईमानदारी
2. अनुशासन, समय का पाबंद
3. मानवता
4. लिंग समानता
5. पर्यारण प्रेमी
6. मेहनती
7. तार्किक सोच
8. ज्ञान
9. प्रेम और देखभाल
10. खेल भावना
11. स्वस्थ प्रतियोगिता / टीम भावना
12. महत्वाकांक्षा
13. साहस
14. समानता
15. आर्थिक मूल्य / बचत की आदत
16. सामाजिक मूल्य
17. धार्मिक मूल्य
18. सहयोग
19. एकता
20. स्वास्थ्य के प्रति सजगता

सैम्पल प्रश्न पत्र-।

कक्षा - दसवीं

(SA-I)

समय : 3 घण्टे

अंक : 90

सामान्य निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) इस प्रश्न-पत्र में 31 प्रश्न हैं, जिन्हें चार खण्डों अ, ब, स तथा द में बांटा गया है। खण्ड-अ में 4 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है। खण्ड-ब में 6 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं। खण्ड-स में 10 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं, तथा खण्ड-द में 11 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।
- (iii) इस प्रश्न पत्र में कोई विकल्प नहीं है।
- (iv) कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।

खण्ड-अ

प्रश्न 1 से 4 में प्रत्येक का 1 अंक है।

1. यदि $\triangle ABC \sim \triangle EDF$ तो उसकी भुजाओं में क्या संबंध होगा?
2. $\tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$ का मान बताइये।
3. यदि $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, α न्यूनकोण है तो $3 \cos \alpha - 4 \cos^2 \alpha$ लका मान ज्ञात कीजिए।
4. केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापों में क्या सम्बन्ध है।

खण्ड-ब

प्रश्न संख्या 5 से 10 प्रत्येक के 2 अंक हैं।

5. द्विघात बहुपद $x^2 - 6x + a$ के दो शून्यक α तथा β हैं। यदि $3\alpha + 2\beta = 20$ हो तो a का मान ज्ञात कीजिए।

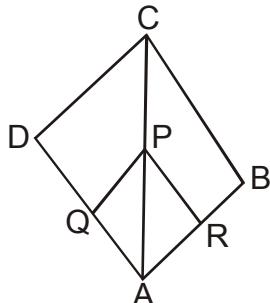
6. यदि 306 तथा 1314 का म.स. 18 है तो 306 तथा 1314 का ल.स. ज्ञात कीजिए।

7. x और y के लिए हल कीजिए।

$$47x + 31y = 63$$

$$31x + 47y = 15$$

8. दी गई आकृति में $PQ \parallel CD$ तथा $PR \parallel CB$ तो सिद्ध कीजिए $\frac{AQ}{QD} = \frac{AR}{RB}$.



9. निम्न बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए।

अंक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
विद्यार्थियों की संख्या	8	12	10	11	9

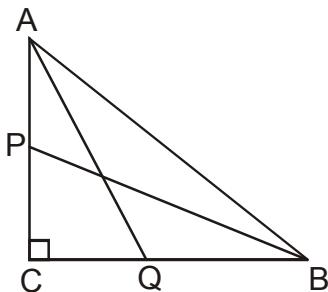
10. यदि $3 \cot A = 4$ तो $\frac{\operatorname{cosec}^2 A + 1}{\operatorname{cosec}^2 A - 1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

खण्ड-स

प्रश्न संख्या 11 से 20 में प्रत्येक के 3 अंक हैं।

11. यूक्लिड विभाजन एलगोरिथम का प्रयोग कर 10224 और 9648 का म.स. ज्ञात कीजिए।

12. दी गई आकृति में, P तथा Q, $\triangle ABC$ की भुजाओं CA तथा CB के मध्य बिन्दु हैं जो C पर समकोण हैं। सिद्ध कीजिए $4(AQ^2 + BP^2) = 5 AB^2$



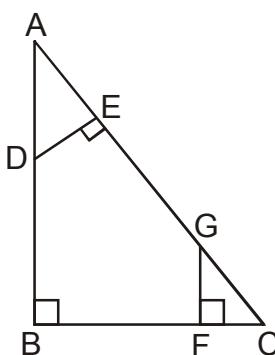
13. a तथा b के वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए समीकरण निकाय $(a + b)x - 2by = 5a + 2b + 1$, $3x - y = 14$ के अनन्त अनेक हल होंगे।
14. f_1 तथा f_2 के मान ज्ञात कीजिए जबकि दिये गये बंटन का माध्य 62.8 है।

वर्गान्तराल	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120	योग
बारंबारता	5	f_1	10	f_2	7	8	50

15. $\frac{2 \cos 58^\circ}{\sin 32^\circ} - \frac{\cos 38^\circ \operatorname{cosec} 52^\circ}{\tan 18^\circ \tan 35^\circ \tan^2 60^\circ \tan 72^\circ \tan 55^\circ}$ का मान ज्ञात कीजिए।
16. K का मान ज्ञात कीजिए यदि $x^2 + 2x + k$, $2x^4 + x^3 - 14x^2 + 5x + 6$ का एक गुणनखंड है।
17. निम्न आंकड़ों की माध्यिका ज्ञात कीजिए।

वर्गान्तराल	0-20	20-40	40-60	60-80
बारंबारता	15	6	18	10

18. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।
19. संलग्न आकृति में $AB \perp BC$, $DE \perp AC$ और $GF \perp BC$ तो सिद्ध कीजिए $\triangle ADE \sim \triangle GCF$.



20. दो अंकों वाली संख्या का 9 गुण अंकों के स्थान को परस्पर बदलने पर प्राप्त हुई संख्या के दुगने के बराबर है। यदि एक अंक दूसरे अंक से 7 अधिक है तो संख्या ज्ञात कीजिए।

खण्ड द

प्रश्न संख्या 21 से 31 में प्रत्येक 4 अंक का है।

21. $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$ के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए। यदि इसके दो शून्यक $\sqrt{\frac{5}{3}}$ तथा $-\sqrt{\frac{5}{3}}$ हैं।
22. निम्न समीकरणों के आलेख खींचिए $x - y + 1 = 0$, $3x + 2y - 12 = 0$ और दिखाइए कि इनका एक अद्वितीय हल है। इन रेखाओं तथा y -अक्ष से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

23. सिद्ध कीजिए : एक त्रिभुज की एक भुजा के समान्तर खींची गई रेखा अन्य दो भुजाओं को जिन दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है वे बिन्दु भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करते हैं।
24. यदि $x = \tan A + \sin A$, $y = \tan A - \sin A$ हो तो सिद्ध कीजिए :

$$\left(\frac{x+y}{x-y}\right)^2 - \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = 1$$

25. सिद्ध कीजिए

$$(\cot A + \sec B)^2 - (\tan B - \operatorname{cosec} A)^2 = 2(\cot A \sec B + \tan B \cdot \operatorname{cosec} A)$$

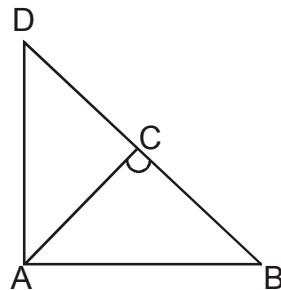
26. एक स्कूल के 80 विद्यार्थियों का दैनिक जेब खर्च निम्नलिखित है

जेब खर्च (रु. में)	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
विद्यार्थियों की सं	5	15	20	10	10	15	5

- (i) निम्न बंटन को 'अधिक प्रकार के' बंटन में बदलाए।
(ii) 'अधिक प्रकार' का तोरण भी बनाइए।
27. निम्न बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए।

वर्गान्तराल	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
बारंबारता	4	8	10	12	10	4	2

28. संलग्न आकृति में एक त्रिभुज ABD में $\angle DAB = 90^\circ$ तथा $AC \perp BD$ तो सिद्ध कीजिए : $AB^2 = BC \times BD$.



29. वह बड़े से बड़ा धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जो 122, 150 और 115 से विभाजित करने पर क्रमशः 5, 7, तथा 11 शेष बचता है।
30. एक नगर में स्कूटर भाड़े का कुछ भाग अचर है तथा शेष तय की गई दूरी पर निर्भर करता है। 10 किमी. की दूरी तय करने पर 65 रु. तथा 16 किमी. की दूरी तय करने पर 95 रु. लगते हैं। 20 किमी. की दूरी तय करने के लिए एक व्यक्ति को कितना भाड़ा देना पड़ेगा।

31. सिद्ध कीजिए : $\frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} = \frac{1 + \sin A}{\cos A}$

उत्तरमाला

1. $\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DF} = \frac{AC}{EF}$ 2. 1 3. $3\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right)$
4. बहुलक = 3 माध्यिका – 2 माध्य 5. $a = -16$ 6. 22338
7. $x = 2, y = -1$ 8. सिद्ध करें 9. 25.2 10. $\frac{17}{8}$
11. 144 12. सिद्ध करें 13. $a = -5, b = -1$ 14. $f_1 = 18, f_2 = 12$
15. $\frac{5}{3}$ 16. $k = -3.$ 17. 43.88 18. सिद्ध करें
19. सिद्ध करें 20. 18 21. $-1, -1$
22. अद्वितीय हल $x = 2, y = 3,$ क्षेत्रफल = 5 वर्ग इकाई
23. सिद्ध करें 24. सिद्ध करें 25. सिद्ध करें
26. (i) अधिक प्रकार

जेब खर्च (रु. में)	विद्यार्थियों की संख्या
0 से अधिक	80
5 से अधिक	75
10 से अधिक	60
15 से अधिक	40
20 से अधिक	30
25 से अधिक	20
30 से अधिक	5

(ii) अधिक प्रकार का तोरण

27. 45 28. सिद्ध करें
29. 13 30. रु. 115 31. सिद्ध करें।

सैम्पल प्रश्न पत्र-II

कक्षा - दसवीं

(SA-I)

समय : 3 घंटे

अंक : 90

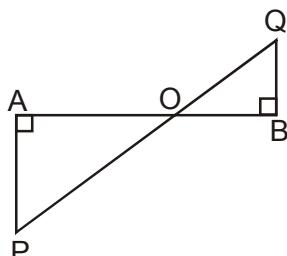
सामान्य निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) इस प्रश्न-पत्र में 31 प्रश्न हैं, जिन्हें चार खण्डों अ, ब, स तथा द में बांटा गया है। खण्ड-अ में 4 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है। खण्ड-ब में 6 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं। खण्ड-स में 10 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं, तथा खण्ड-द में 11 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।
- (iii) इस प्रश्न पत्र में कोई विकल्प नहीं है।
- (iv) कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।

खण्ड-अ

प्रश्न 1 से 4 में प्रत्येक का 1 अंक है।

1. दी गई आकृति में, यदि $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, $AO = 6$ सेमी, $OB = 4.5$ सेमी, तथा $AP = 4$ सेमी है, तो QB का मान ज्ञात कीजिए।



2. $\sin^2 41^\circ + \sin^2 49^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।
3. यदि A और B न्यूनकोण हैं तथा $\operatorname{cosec} A = \sec B$ हैं, तो A + B का मान ज्ञात कीजिए।
4. नीचे दिए बारंबारता बंटन में, माध्यक वर्ग ज्ञात कीजिए।

ऊँचाई (सेमी. में)	140-145	145-150	150-155	155-160	160-165	165-170
बारंबारता	5	15	25	30	15	10

खण्ड-ब

प्रश्न संख्या 5 से 10 में प्रत्येक के 2 अंक हैं।

5. स्पष्ट कीजिए कि $3 \times 12 \times 101 + 4$ एक अभाज्य संख्या है या भाज्य संख्या है।
6. संख्या 8.39 के तुल्य परिमेय संख्या के हर के अभाज्य गुणनखंड कीजिए।
7. बहुपद $p(x) = x^3 - 4x + 6$ को बहुपद $g(x) = 2 - x^2$ से भाग देकर भागफल तथा शेषफल ज्ञात कीजिए।
8. 24 सेमी भुजा वाले एक समबाहु त्रिभुज के शीर्षलंब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
9. Q का मान ज्ञात कीजिए, यदि

$$\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = 4; \quad \theta \leq 90^\circ.$$

10. निम्नलिखित बंटन के लिए माध्य ज्ञात कीजिए।

वर्ग अंतराल	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30
बारंबारता	5	4	1	6	4.

खण्ड-स

प्रश्न संख्या 11 से 20 में प्रत्येक के 3 अंक हैं।

11. दर्शाइए कि किसी प्राकृत संख्या n के लिए संख्या 8^n कभी भी अंक 0 पर समाप्त नहीं हो सकती है।
12. ग्राफ द्वारा ज्ञात कीजिए कि क्या निम्न रैखिक समीकरण युग्म $3x - y = 7$
 $2x + 5y + 1 = 0$ का
 - (i) एक और केवल एक हल है
 - (ii) अनेक हल हैं अथवा
 - (iii) कोई हल नहीं है।

13. द्विघाती बहुपद $2x^2 - 3x + 1$ के शून्यक यदि α तथा β हो, तो वह द्विघाती बहुपद बनाइए जिसके शून्यक 3α तथा 3β हैं।
14. यदि बहुपद $x^2 + 4x + 2a$ के शून्यक α तथा $\frac{2}{\alpha}$ हों, तो a का मान ज्ञात कीजिए।
15. एक हवाई अड्डे से, दो हवाई जहाज एक ही समय पर उड़ते हैं। पहला हवाई जहाज उत्तर दिशा में 500 किमी./घं की चाल से उड़ता है तथा दूसरा पूर्व की ओर से 650 किमी./घं. की चाल से जाता है। 2 घंटे पश्चात् दोनों हवाई जहाजों की बीच की दूरी ज्ञात कीजिये।
16. $\triangle ABC$, $DE \parallel BC$ है। यदि $AD = x + 2$, $DB = 3x + 16$, $AE = x$ तथा $EC = 3x + 5$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।
17. यदि $\cos(40^\circ + x) = \sin 30^\circ$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।
18. एक समीकरण को 'एक सर्वसमिका' कब कहा जाता है। त्रिकोणमिति सर्वसमिका $1 + \tan^2 A = \sec^2 A$ को सिद्ध कीजिए।
19. विद्यार्थियों के एक समूह ने पौधों की संख्या जानने के लिए अपने इलाके का सर्वे किया तथा आंकड़ों को निम्न सारणी में लिखिए-

पौधों की संख्या	0-3	3-6	6-9	9-12	12-15
घरों की संख्या	2	4	5	1	2

उपरोक्त आंकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

20. निम्न आंकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए।

ऊँचाई (सेमी. में)	120 से कम	140 से कम	160 से कम	180 से कम	200 से कम
विद्यार्थियों की संख्या	12	26	34	40	50

खण्ड-द

प्रश्न संख्या 21 से 31 में प्रत्येक के 4 अंक हैं।

21. यूक्लिड विभाजन एल्गोरिदम द्वारा 256 और 36 का HCF ज्ञात कीजिए। उनका LCM भी ज्ञात कीजिए और ज्ञात कीजिए कि $HCF \times LCM =$ दोनों संख्याओं का गुणनफल है।
22. राघव ने एक परीक्षा में 70 अंक अर्जित किए, जबकि उसे प्रत्येक सही उत्तर पर 4 अंक मिले तथा गलत उत्तर पर 2 अंक की कटौती की गई। यदि उसे सही उत्तर पर 5 अंक मिलते और गलत उत्तर पर 2 अंक कटते, तो राघव को 80 अंक प्राप्त होते। परीक्षा में कितने प्रश्न थे? यदि राघव को अनुचित तरीका अपनाया होता, तो उसने कौन से मूल्यों का उल्लंघन किया?

23. बहुपद $x^4 + 6x^3 + x^2 - 24x - 20$ के दो शून्यक 2 तथा -5 हैं। इसके अन्य सभी शून्यक ज्ञात कीजिए।
24. रेखिक समीकरण युग्म का ग्राफ द्वारा हल कीजिए-

$$3x - 4y + 3 = 0 \text{ तथा } 3x + 4y - 21 = 0$$

इन रेखाओं तथा x-अक्ष के बीच बने त्रिभुजाकार क्षेत्र के शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

25. $\triangle ABC$ में $AD \perp BC$ है और BC पर बिन्दु D इस प्रकार स्थित है कि $2DB = 3CD$ है। सिद्ध कीजिए कि $5AB^2 = 5AC^2 + BC^2$ है।
26. सिद्ध कीजिए कि एक समलंब चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को एक ही अनुपात में प्रतिच्छेद करते हैं।
27. सिद्ध कीजिए : $(\cot A + \sec B)^2 - (\tan B - \operatorname{cosec} A)^2 = 2(\cot A \sec B + \tan B \operatorname{cosec} A)$.
28. यदि $\cos(A + B) = 0$ और $\cot(A - B) = \sqrt{3}$, है तो मान ज्ञात कीजिए :
- (i) $\sec A \tan B - \cot A \sin B$
 - (ii) $\operatorname{cosec} A \cot B + \sin A \tan B$.
29. यदि $x = \tan A + \sin A$ और $y = \tan A - \sin A$ है तो सिद्ध कीजिए कि
- $$\left(\frac{x+y}{x-y}\right)^2 - \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = 1$$
30. किसी कम्पनी की वाशिंग मशीनों के जीवन-काल निम्न बंटन में दर्शाए गए हैं :

जीवन काल (घंटों में)	1000-1200	1200-1400	1400-1600	1600-1800	1800-2000	2000-2200	2200-2400
-------------------------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

मशीनों की संख्या	15	60	68	86	75	61	45
------------------	----	----	----	----	----	----	----

31. एक विद्यालय के खेल दिवस में 300 विद्यार्थियों ने भाग लिया। उनकी आयु निम्न बंटन में दर्शाइ गई है-

आयु (वर्षों में)	5-7	7-9	9-11	11-13	13-15	15-17	17-19
विद्यार्थियों की संख्या	67	33	41	95	36	13	15

उपर्युक्त आँकड़ों के माध्य और बहुलक ज्ञात कीजिए।

उत्तरमाला

1. $BQ = 3 \text{ cm}$
2. 1
3. $A + B = 90^\circ$
4. माध्यक वर्ग = 155–160
5. भाज्य संख्या
6. अभाज्य गुणनखंड
7. $Q = -x, R = -2x + 6$
8. $AD = 12\sqrt{3} \text{ cm}$
9. $Q = 60^\circ$
10. $\bar{x} = 15$
12. प्रतिच्छेदी बिन्दु $(2, -1)$, एक और केवल एक हल है।
13. $x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{9}{2}$
14. $a = 1,$
15. $100\sqrt{269} \text{ km}$
16. $x = 2$
17. $x = 20^\circ$
19. बहुलक = 6.6
20. माध्यक = 138.6 सेमी
21. म.स. = 4, ल.स. = 2304
22. कुल प्रश्नों की संख्या = 30, ईमानदारी, इत्यादि।
23. शून्यक – 2 और – 1 हैं।
24. शीर्ष $(-1, 0), (3, 3)$ और $(7, 0)$ त्रिभुज का क्षेत्रफल = 12 वर्ग इकाई
28. (i) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ii) $\frac{5}{2}$
31. माध्य = 10.66; बहुलक = 11.96