2017-18

jk"Vh; 'kSf{kd vuqla/kku vkSj izf k{k.k ifj"kn }kjk fodfl r
jkT; 'kSf{kd vuqla/kku vkSj izf k{k.k ifj"kn N kh lx< }kjk Lohd'r
STATE COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING CHHATTISGARH

e w Y ; 180.00

NÙkhlx<+ 'kklu] Ldwy f k

jk"Vªh; 'kSf{kd vuqla/kku vkSj izf k{k.k
lkStU; ls NÙkhlx<+ jkT; ds fufeÙk

€ jk"Vªh; 'kSf{kd vuqla/kku vkSj izf k{k

izFke laLdj.k & 2017

vkoj.k i`"B lTtk
js[kjkt pkSjkxM+s

izdk kd
jkT; 'kSf{kd vuqla/kku ifj"kn ~ NÙk

eqnzd
Nxkhlx<+ rdikfBr ei]qLk;iqj

eqnzy;
'kkjnk vkWQlsV fizaVlZ izk- fy-] jk

eqfnzr iqLrdksa dh la[;k & 25]000
¼vkoj.k i`"B 220 th-,l-,e- ,oa vkarfjd i`"B 80 th-

izkDdFku

jk"Vªh; f k{kk uhfr esa ;g Li"V :i ls mYysf[kr gS] djukA f k{kk dks jk"Vªh; vko ;drkvksa ds vuq:i cukuk csgmnji;ksx djukA f k{kk dk Lrj lq/kkjuk rFkk f k{kk esa nsukA bUgha vk/kkjHkwr rRoksa dks /;ku eas j[krs gq, gsrq ikB~;Øe rS;kj djus dh dksf k k dh gS ftls gj izka ns k esa viuh Hkkoh ih<+h ds fy, vkSj muds ykHk ds ldrs gSa vkSj mudks ,d gh izdkj dh f k{kk nsdj mudk vius ns k] vius jkT; ds izfr ,d ldkjkRed lksp mRiUu dj ldrs gSaA bUgha ckrksa dks /;ku esa j[krs gq, ,u-lh-b 'kklu] Ldwy f k{kk foHkkx ds fu.kZ;kuqlkj vizSy 2017 X;kjgoha gsrq ykxw fd;k x;k gSA

fofo/krk esa ,drk bl ns k dh ijEijk jgh gSA bl ijEijk ds Lrj dks mBkus ds fy, rFkk vU; ns kkas ds lkFk fodkl jkT; esa vè;;ujr mPprj ek/;fed f k{kk ds xq.koÙkkiw.k lk{kjrk foHkkx] ekuo lalk/ku fodkl ea=ky; rFkk Hkkjr lj dks ,d gh jk"Vªh; Lrj ij ikB~;Øe Lohd`r djus o ,u-lh-b esa ykxw djus ds fy, dgk tkrk jgk gSA mYys[kuh; gS f izos k ijh{kk dk gksuk blh ckr dk ifjpk;d gSA Hkkfo"; es lkspk tk ldrk gSA iqu p d{kk 12 oha ds ckn gksus oky vk;kstu lh-ch-,l-bZ- }kjk fd;k tkrk gS rFkk lh-ch-,l-bZ ,u-lh-bZ-vkj-Vh- dh fdrkcksa ls gh iz u iwNs tkrs gSa ijh{kkvksa ds fy, i<+kbZ gsrq Hkh ,d tSlh lkexzh dk g

bl u, ikB~;Øe ds vkyksd esa ,u-lh-bZ-vkj-Vh-] ub foKku ,oa okf.kT; fo"k;d ikB~;iqLrdsa] ftls NÙkhlx<+ vkoj.k i`"B dh fMtkbfuax dj eqfnzr fd;k x;k gS] dks NÙ

esa Lohdkj fd;k x;k gSA d{kk X;kjgoha esa v/;;ujr Nk=
dh ;s iqLrdsa Nxkhlx<+ jkT; dh orZeku ,oa Hkkoh ih
,u-lh-bZ-vkj-Vh- ds funs kd rFkk izdk ku foHkkx ds izf
ds fy, ,u-lh-bZ-vkj-Vh-] ubZ fnYyh }kjk l`ftr ikB~;iqLrc
ekxZ funsZ ku nsdj iqLrd dh xq.koÙkk fodkl o lq/kkj g
fd;k gSA

gesa vk kk gh ugha] iw.kZ fo okl gS fd ;g iqLrd] K
Lrj dh o`f) esa lgk;d fl) gksxh] ;|fi lao/kZu ,oa ifj"dj.
ds fy, lafpr jgrh gSa] fQj Hkh izdk ku ,oa eqnz.k esa
lei.kZ ds lkFk jkT; 'kSf{kd vuqla/kku vkSj izf k{k.k ifj
f k{kdksa ,oa f k{kkfonksa dh fVIif.k;ksa rFkk cs kdh
NÙkhlx<+ jkT; dks ns k ds f k{kk txr esa mPpre yC/k
lgk;d fl) gksxh ,oa Nk=&Nk=kvksa dh mTToy Hkfo"; dh 'k

Lkapkyd
jkT;€'kSf{kd vuqla/kku vkSj izf•k{k.k ifj"kn~
N,khlx<+] jk;iqj

पाठयपस्तक विकास समिति

अध्यक्ष. विज्ञान और गणित सलाहकार समिति

एस.वी. नारलीकर, *प्रो.*. .., इंटर यनिवर्सिटी सेंटर फॉर ॲसटॉनॉमि एंड ॲसटोफिजिक्स. (IUCCA), गणेशखिंड. पणे यनिवर्सिटी. पणे

मख्य सलाहकार

पी.के जैन. *प्रोफ़ेसर*. दिल्ली विश्वविद्यालय. दिल्ली

मख्य समन्वयक

प्रोफ़ेसर.

प्रो

ए.के.राजपत. *प्रोफ़ेसर*. क्षे.शि.स. एन.सी.ई.आर.टी.. भोपाल

उदय सिंह. *लेक्चरर*. डी.ई.एस.एम.. एन.सी.ई.आर.टी.. नई दिल्ली।

एस.के.एस. गौतम. *प्रोफ़ेसर*. डी.ई.एस.एम.. एन.सी.ई.आर.टी.. नई दिल्ली

एस.बी. त्रिपाठी. *लेक्चरर*. राजकीय प्रतिभा विकास विद्यालय. सरजमल विहार. दिल्ली

प्रदिप्तो होरे. *वरिष्ठ गणित अध्यापक*. सरला बिडला अकादमी बंगलौर. कर्नाटक

बी.एस.पी. राज. *प्रोफ़ेसर*. क्षे.शि.स. एन.सी.ई.आर.टी.. मैसर. कर्नाटक।

संजय कमार सिन्हा. *पी.जी.टी*. संस्कति स्कल. चाणक्यापरी. नई दिल्ली

संजय मदगल. *लेक्चरर*. सी.आई.ई.टी.. एन.सी.ई.आर.टी.. नई दिल्ली

सी.आर.प्रदीप. *सहायक प्रोफ़ेसर*. गणित विभाग. भारतीय विज्ञान संस्थान. बंगलौर. कर्नाटक

सजाथा वर्मा. *रीडर*. इ.गा.म.वि.वि.. नई दिल्ली

स्नेहा टाइटस. *गणित अध्यापक*. आदिति माल्या स्कल एलहारिका. बंगलौर. कर्नाटक

सदस्य-समन्वयक

वी.पी. सिंह. *प्रोफ़ेसर*. डी.ई.एस.एम.. एन.सी.ई.आर.टी.. नई दिल्ली

हिंदी रूपांतरणकर्ता

आर.पी. गिहारे. *विकास खंड स्रोत समन्वयक*. जनपद शिक्षा केंद्र चिचोली. जनपद-बेतल. मध्य प्रदेश

ए. के. राजपत. *प्रोफ़ेसर*. क्षे.शि.स. एन.सी.ई.आर.टी.. भोपाल. मध्य प्रदेश

एस.बी.त्रिपाठी. *लेक्चरर*. राजकीय प्रतिभा विकास विद्यालय. सरजमल विहार. दिल्ली

पी.एन.मल्होत्रा, *सह शिक्षा निदेशक* (विज्ञान केंद्र-3). शिक्षा निदेशालय. राष्टीय राजधानी क्षेत्र. दिल्ली सरकार. नई दिल्ली

पी.के. तिवारी. *सहायक आयक्त* (अ.प्रा.). केंद्रीय विद्यालय संगठन

समत कमार जैन. *लेक्चरर*. के.एल.जैन इंटर कालेज. सासनी जनपद-हाथरस. उ.प्र.

डी.ई.एस.एम.. एन.सी.ई.आर.टी.. नई दिल्ली

आभार

पुस्तक के अंतिम स्वरूप के लिए आयोजित कार्यशाला में भाग लेने वाले निम्नलिखित भागियों की बहुमूल्य टिप्पणियों के बारे में परिषद् आभार व्यक्त करती है। पी.भास्कर कुमार, पी.जी.टी., जवाहर नवोदय विद्यालय, अनंतपुर, आंध्र प्रदेश; विनायक बुजाडे, लेक्चरर, विदर्भ बुनयादी जूनियर कालेज, सक्करदारा चौक, नागपुर, महाराष्ट्र; वंदिता कालरा, लेक्चरर, सर्वोदय कन्या विद्यालय, विकासपुरी जनपद केंद्र, नई दिल्ली; पी.एल.सचदेवा, गणित विभाग, भारतीय विज्ञान संस्थान, बंगलौर, कर्नाटक; पी.के.तिवारी, *सहायक आयुक्त* (अ.प्रा.), केंद्रीय विद्यालय संगठन; जगदीश सरण, सांख्यिकी विभाग, दिल्ली विश्वविद्यालय; कुद्दूस खान, *लेक्चरर,* शिबली नेशनल पी.जी. कॉलेज आजमगढ, (उ.प्र.); सुमत कुमार जैन, *लेक्चरर* (गणित); के.एल. जैन इंटर कालेज, सासनी, जनपद-हाथरस (उ.प्र.); आर.पी. गिहारे लेक्चरर, (बी.आर.सी), जनपद शिक्षा केंद्र, चिचोली, जनपद-बैतूल (म.प्र.); संगीता अरोड़ा, पी.जी.टी., ए.पी.जे. स्कूल, साकेत, नई दिल्ली; पी.एन.मल्होत्रा, सह-शिक्षा निदेशक (विज्ञान केंद्र), शिक्षा निदेशालय राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार, दिल्ली; डी.आर.शर्मा, पी.जी.टी., जवाहर नवोदय विद्यालय मुंगेशपुर, दिल्ली; सरोज, पी.जी.टी. राजकीय कन्या माध्यमिक विद्यालय, रूप नगर, दिल्ली; मनोज कुमार ठाकुर, *पी.जी.टी.*, डी.ए.वी. पब्लिक स्कूल, राजेन्दर नगर. शाहिबाबाद. गाजियाबाद (उ.प्र.); आर.पी.मौर्य, *प्रोफ़ेसर*, एन.सी.ई.आर.टी., नई दिल्ली।

परिषद् एन.सी.ई.आर.टी, हिंदी रूपातंरण के पुनरावलोकन हेतु आयोजित कार्यशाला में निम्नलिखित भागियों की बहुमूल्य टिप्पणियों के लिए आभारी है: जी.डी. ढल, *रीडर* (अ.प्रा.) एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली। सुनील बजाज, *विभागाध्यक्ष,* गणित विभाग, एस.सी.ई.आर.टी., गुडगांव. हरियाणा। पी. के. जैन (सलाहकार), *प्रोफ़ेसर* (गणित विभाग), दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली।

शैक्षिक व प्रशासनिक सहयोग के लिए परिषद् प्रोफेसर एम.चन्द्रा, विभागाध्यक्षा डी.ई.एस.एम, एन.सी.ई.आर.टी. की आभारी है। इसके साथ ही परिषद् राकेश कुमार एवं सज्जाद हैदर अंसारी, *डी.टी.पी. ऑपरेटर*; श्री कुशल पाल सिंह यादव, *कॉपी एडिटर*; मुख्तार हुसैन, *प्रूफ़ रीडर*, एन.सी.ई.आर.टी., दीपक कपूर, *कंप्यूटर स्टेशन प्रभारी,* डी.ई.एस.एम., ए.पी.सी. ऑफिस, डी.ई.एस. एम.. एन.सी.ई.आर.टी. प्रशासन और प्रकाशन विभाग के सहयोग हेत हार्दिक आभार ज्ञापित करती है।

भारत का संविधान

उद्देशिका

हम, भारत के लोग, भारत को एक [1]**[संपूर्ण प्रभुत्व-संपन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य]** बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक **न्याय,**

विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म

और उपासना की **स्वतंत्रता,**

प्रतिष्ठा और अवसर की **समता**

प्राप्त कराने के लिए,

तथा उन **सब में**

व्यक्ति की गरिमा और [2]**[राष्ट्र की एकता और अखंडता]** सुनिश्चित करने वाली **बंधुता**

बढ़ाने के लिए

दृढ़संकल्प होकर **अपनी इस संविधान सभा में** आज तारीख 26 नवंबर, 1949 ई. को **एतद्द्वारा इस संविधान को अंगीकृत, अधिनियमित और आत्मार्पित करते हैं।**

---

1. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) ''प्रभुत्व-संपन्न लोकतंत्रात्मक गणराज्य'' के स्थान पर प्रतिस्थापित।
2. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) ''राष्ट्र की एकता'' के स्थान पर प्रतिस्थापित।

विषय-सची

	आमुख	v
1.	**समच्चय**	1
	1.1 भूमिका	1
	1.2 समुच्चय और उनका निरूपण	1
	1.3 रिक्त समुच्चय	6
	1.4 परिमित और अपरिमित समच्चय	7
	1.5 समान समुच्चय	8
	1.6 उपसमुच्चय	10
	1.7 घात समुच्चय	14
	1.8 सार्वत्रिक समच्चय	14
	1.9 वेन आरेख	16
	1.10 समुच्चयों पर संक्रियाएँ	16
	1.11 समुच्चय का पूरक	22
	1.12 दो समच्चयों के सम्मिलन और सर्वनिष्ठ पर आधारित व्यावहारिक प्रश्न	25
2.	**संबंध एवं फलन**	35
	2.1 भूमिका	35
	2.2 समुच्चयों का कार्तीय गणन	35
	2.3 संबंध	39
	2.4 फलन	42
3.	**त्रिकोणमितीय फलन**	56
	3.1 भूमिका	56
	3.2 कोण	56
	3.3 त्रिकोणमितीय फलन	63
	3.4 दो कोणों के योग और अंतर का त्रिकोणमितीय फलन	71
	3.5 त्रिकोणमितीय समीकरण	82

4. गणितं [illegible] 94

4.1 94

4.2 95

4.3 96

5. 105

5.1 105

5.2 105

5.3 106

5.4 110

5.5 112

5.6 116

6. 124

6.1 124

6.2 124

6.3 126

6.4 132

6.5 137

7. 146

7.1 146

7.2 146

7.3 150

7.4 161

8. 173

8.1 173

8.2 173

8.3 180

9. 190

9.1 190

9.2 190
9.3 192
9.4 194
9.5 199
9.6 205
9.7 n 208

10. 217
10.1 217
10.2 219
10.3 227
10.4 235
10.5 239

11. 251
11.1 251
11.2 251
11.3 255
11.4 257
11.5 262
11.6 271

12. 284
12.1 284
12.2 285
12.3 285
12.4 287
12.5 290

13. 298
13.1 298
13.2 298
13.3 301
13.4 315
13.5 321

14. 339
14.1 339
14.2 339
14.3 342
14.4 347
14.5 353
14.6 357
15. 367
15.1 367
15.2 369
15.3 369
15.4 369
15.5 382
15.6 393
16. 404
16.1 404
16.2 405
16.3 409
16.4 416
1: 435
A.1.1 435
A.1.2 435
A.1.3 437
A.1.4 439
A.1.5 442
2: 444
A.2.1 444
A.2.2 444
A.2.3 455
456
491

अध्याय 1

समच्चय (Sets)

❖*In these days of conflict between ancient and modern studies; there must purely be something to be said for a study which did not begin with Pythagoras and will not end with Einstein; but is the oldest and the youngest* — **G.H.HARDY** ❖

1.1 भूमिका (Introduction)

वर्तमान समय में गणित के अध्ययन में समुच्चय की परिकल्पना आधारभूत है। आजकल इस परिकल्पना का प्रयोग गणित की प्राय: सभी शाखाओं में होता है। समुच्चय का प्रयोग संबंध एवं फलन को परिभाषित करने के लिए किया जाता है। ज्यामितीय

Georg Cantor

Georg Cantor
(1845-1918 A.D.)

संक्रियाओं पर विचार करेंगे।

1.2 समच्चय और उनका निरूपण (Sets and their Representations)

दैनिक जीवन में हम बहुधा वस्तुओं के संग्रह की चर्चा करते हैं. जैसे ताश की गड्डी. व्यक्तियों की भीड़. क्रिकेट टीम आदि। गणित में भी हम विभिन्न संग्रहों. की चर्चा करते हैं. उदाहरणार्थ. प्राकृत संख्याओं का संग्रह बिंदुओं का संग्रह. अभाज्य संख्याओं का संग्रह आदि। विशेषत:. हम निम्नलिखित संग्रह पर विचार करेंगे:

(i) 10 से कम विषम प्राकत संख्याएँ. अर्थात 1. 3. 5. 7. 9

(ii) भारत की नदियाँ.

(iii) अंग्रेज़ी वर्णमाला के स्वर. यानी. *a, e, i, o, u,*

(iv) विभिन्न प्रकार के त्रिभज.