

कुल प्रश्नों की संख्या : 29]
Total No. of Question : 29]

[कुल मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 15
[Total No. of Printed Pages : 15

C-232204/804-A

विषय : गणित
Subject : Mathematics

समय : 3 घंटे]
Time : 3 Hours]

[पूर्णांक : 100
[Maximum Marks : 100

सामान्य निर्देश :

- (1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (2) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

General Instructions :

- (i) All questions are compulsory.
- (ii) Use of Calculator is not permitted.

निर्देश : (अ) प्रश्न क्रमांक 1 से 4 तक अतिलघु उत्तरीय प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न पर 1 अंक निर्धारित है।

C-232204/804-A

P.T.O.

D:\Sanjay\Haghier Exam -2022-23

December 2022\22-12-2022

C-232204/804-A (1)

(2)

Instructions :

(a) Questions nos 1 to 4 are very short answer type questions. Each question carry

1 marks.

प्रश्न- 1. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ है तो $A + B$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ & $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ then find $A + B$.

प्रश्न- 2. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ परस्पर लम्ब हैं तो λ का मान ज्ञात कीजिए। 1

If $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ are mutually perpendicular then find the value

of λ .

प्रश्न- 3. अवकल समीकरण : 1

$$2x^2 \frac{dy^2}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + y = 0$$

की कोटि एवं घात ज्ञात कीजिए।

Find order and degree of differential equation :

$$2x^2 \frac{dy^2}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + y = 0$$

C-232204/804-A

D:\Sanjay\Haghier Exam -2022-23

December 2022\22-12-2022

C-232204/804-A (2)

(3)

प्रश्न- 4. मान ज्ञात कीजिए :

1

$$\int \frac{(\log x)^2}{x} dx$$

यदि
यदि

Evaluate :

$$\int \frac{(\log x)^2}{x} dx$$

निर्देश : (ब) प्रश्न क्रमांक 5 से 12 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।

Instructions :

(b) Questions Nos. 5 to 12 are short answer type questions. Each question carries

2 marks.

प्रश्न- 5. का मान ज्ञात कीजिए :

2

$$\begin{vmatrix} x^2 - x + 1 & x - 1 \\ x + 1 & x + 1 \end{vmatrix}$$

Find the value of :

$$\begin{vmatrix} x^2 - x + 1 & x - 1 \\ x + 1 & x + 1 \end{vmatrix}$$

(4)

प्रश्न- 6. $\cos(\sec^{-1} x + \operatorname{cosec}^{-1} x)$ का मान ज्ञात कीजिए : 2

Find the value of $\cos(\sec^{-1} x + \operatorname{cosec}^{-1} x)$.

प्रश्न- 7. दर्शाइए कि फलन $f(x) = \begin{cases} x^3 + 3 & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ $x = 0$ पर संतत नहीं है। 2

Show that the function :

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3 & \text{if } x \neq 0 \\ 1 & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

is not continuous at $x = 0$.

प्रश्न- 8. यदि $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ और A तथा B स्वतंत्र घटनाएं हैं तो $P(A \cap B)$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

If A and B are independent events and $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ then find $P(A \cap B)$.

प्रश्न- 9. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 2

Find general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$.

प्रश्न- 10. $f(x) = \cos(\sqrt{x})$ का अवकलन ज्ञात कीजिए। 2

Find the derivative of the function $f(x) = \cos(\sqrt{x})$.

C-232204/804-A

D:\Sanjay\Hagier Exam -2022-23

December 2022\22-12-2022

C-232204/804-A (4)

(5)

प्रश्न- 11. एक रेखा की दिक् को ज्या ज्ञात कीजिए जो निर्देशाओं के साथ समाना कोण बनाती है। 2

Find the direction cosine of a line which makes equal angles with the co-ordinate ains.

प्रश्न- 12. मान ज्ञात कीजिए :

2

$$\int \frac{dx}{1-\tan x}$$

Evaluate :

$$\int \frac{dx}{1-\tan x}$$

निर्देश : (स) प्रश्न क्रमांक 13 से 23 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न है। प्रश्न क्रमांक 14, 15 एवं 21 में आंतरिक विकल्प

है। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित है।

Instructions :

(c) Questions Nos. 13 to 23 are long answer type questions. Questions Nos. 14,

15 and 21 have internal choice. Each question carries 4 marks

C-232204/804-A

D:\Sanjay\Haghier Exam -2022-23

P.T.O.

December 2022\22-12-2022

C-232204/804-A (5)

(6)

प्रश्न- 13. यदि $y = e^m \cos^{-1} x$ तो सिद्ध कीजिये :

4

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - m^2y = 0$$

If $y = e^m \cos^{-1} x$ prove that :

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - m^2y = 0$$

प्रश्न- 14. वे अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ द्वारा प्रदत्त फलन f : 4

(अ) निरंतर वर्द्धमान

(ब) निरंतर हासमान है

Find the intervals in which the function of given by $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$

is :

(a) Strictly increasing

(b) Strictly decreasing

अथवा OR

एक घन का आयतन 9 सेमी³/सेकण्ड की दर से बढ़ रहा है। यदि इसके कोर की लंबाई 10 सेमी

है तो इसका पृष्ठ का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है ?

C-232204/804-A

D:\Sanjay\Haghier Exam -2022-23

December 2022\22-12-2022

C-232204/804-A (6)

(7)

The volume of a cube is increasing at the rate of 9 cm³/sec. If its core is 10 cm at what rate the surface area is increasing ?

प्रश्न- 15. यदि $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \frac{2}{3}$ तो सिद्ध कीजिये कि सभी $x \neq \frac{2}{3}$ के लिये $f \circ f(x) = x$ है। f का

प्रतिलोम फलन क्या है ?

4

If $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \frac{2}{3}$ prove that for every $x \neq \frac{2}{3}$ $f \circ f(x) = x$ find inverse function

of f.

अथवा OR

तीन फलन $f : N \rightarrow N$, $g : N \rightarrow N$ तथा $h : N \rightarrow R$ पर विचार कीजिए जहाँ :

$$f(x) = 2x$$

$$g(y) = 3y + 4$$

$$h(z) = \sin z, \forall x, y, z \in N$$

सिद्ध कीजिए कि

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$

(8)

Consider $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ and $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ defined as :

$$f(x) = 2x$$

$$g(y) = 3y + 4$$

$$h(z) = \sin z, \forall x, y, z \in \mathbb{N}$$

Show that

$$ho(gof) = (hog) \text{ of}$$

प्रश्न- 16. पासों के एक जोड़े को तीन बार उछालने पर द्विकों (doublets) की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिये। 4

A pair of dice is thrown three times. Find the probability distribution of getting doublets.

प्रश्न- 17. सिद्ध कीजिए कि : 4

$$\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ba & -b^2 & bc \\ ca & cb & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

(9)

Prove that :

$$\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ba & -b^2 & bc \\ ca & cb & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

प्रश्न- 18. अवकल समीकरण $(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{1+x^2}$ को हल कीजिये जहाँ $y = 0$ तब $x = 1$ 4

Solve the differential equation

$$(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{1+x^2}$$

where $y = 0$ and $x = 1$

प्रश्न- 19. एक व्यक्ति के बारे में ज्ञात हैं कि वह 4 में से 3 बार सत्य बोलता है। वह एक पासे को उछालता है और बताता है कि इस पर आने वाली संख्या 6 है। इस बात की प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि पासे पर आने वाली संख्या 6 ही है। 4

A man is known to speak truth 3 out of 4 times. He throws a die and reports that it is a six. Find the probability if is actually a six.

प्रश्न- 20. मान लीजिए \vec{a} , \vec{b} और \vec{c} तीन सदिश इस प्रकार हैं कि $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ और $|\vec{c}| = 5$ तथा इनमें से प्रत्येक अन्य दो सदिशों के योगफल पर लम्बवत हैं। तो $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ ज्ञात कीजिए। 4

(10)

Let \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} be three vectors such that $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$ and $|\vec{c}|=5$ each one of them being perpendicular to the sum of the other two find $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$.

प्रश्न- 21. सिद्ध कीजिये :

4

$$\tan\sqrt{x} = \frac{1}{2} \cos^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$

Prove that :

$$\tan\sqrt{x} = \frac{1}{2} \cos^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$

अथवा OR

सिद्ध कीजिये :

$$\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{2x+1}\right) = \frac{\pi}{4}$$

Prove that :

$$\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{2x+1}\right) = \frac{\pi}{4}$$

प्रश्न- 22. उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ और

$\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ द्वारा दी गयी है।

4

C-232204/804-A

D:\Sanjay\Hagher Exam -2022-23

December 2022\22-12-2022

C-232204/804-A (10)

(11)

Find the area of parallalagram which adjacent side are $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and

$$\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}.$$

प्रश्न- 23. $\int \frac{e^x (1 + \sin x)}{(1 + \cos x)} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।

4

Evaluate :

$$\int \frac{e^x (1 + \sin x)}{(1 + \cos x)} dx$$

निर्देश : (द) प्रश्न क्रमांक 24 से 29 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रश्न क्रमांक 26 एवं 27 में आंतरिक विकल्प

का प्रावधान है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं।

Instructions :

(d) Question Nos 24 to 29 are long answer type questions. Question Nos 26 and

27 have internal choice. Each question carries 6 marks.

प्रश्न- 24. यदि $x^y = e^{x-y}$ हो, तो सिद्ध कीजिये :

6

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + 10gx)^2}$$

C-232204/804-A

D:\Sanjay\Haghier Exam -2022-23

P.T.O.

December 2022\22-12-2022

C-232204/804-A (11)

(12)

if $x^y = e^{x-y}$ prove that :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1+10gx)^2}$$

प्रश्न- 25. $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिये। 4

Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$$

प्रश्न- 26. यदि वक्र $x = y^2$ एवं रेखा $x = 4$ से घिरा हुआ क्षेत्रफल $x = a$ द्वारा दो बराबर भागों में विभाजित

होता है, तो a का मान ज्ञात कीजिये। 6

If the area bounded by the curve $x = y^2$ and line $x = 4$ is equally divided into two

parts by $x = a$ find the value of a .

अथवा OR

x अक्ष के ऊपर तथा वृत्त $x^2 + y^2 = 8x$ एवं परवलय $y^2 = 4x$ में मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल

ज्ञात कीजिए।

Find the area lying above x axis and included between the circle $x^2 + y^2 = 8x$

and inside of the parabola $y^2 = 4x$.

C-232204/804-A

D:\Sanjay\Haghier Exam -2022-23

December 2022\22-12-2022

C-232204/804-A (12)

(13)

प्रश्न- 27. समतलों $\vec{r}(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ और $\vec{r}(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ के प्रतिच्छेदन तथा बिन्दु $(1, 1, 1)$ से

जाने वाले समतल की सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

6

Find the vector equation of the plane passing through the intersection of the

plane $\vec{r}(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ and $\vec{r}(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ and the point $(1, 1, 1)$.

अथवा OR

रेखाओं $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ और $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines.

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$$

and

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$$

प्रश्न- 28. आलेखीय विधि से फलन $z = 3x + 9y$ का न्यूनतम मान निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत

ज्ञात कीजिए :

6

(14)

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

Solve the following linear programming graphically :

Minimize

$$z = 3x + 9y$$

subject to the following constraints.

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

(15)

प्रश्न- 29. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ को सममित और विषम सममित आव्यूह के योग के रूप में प्रदर्शित

कीजिये।

6

Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ as the sum of symmetric and skew symmetric

matrices.

