

कुल प्रश्नों की संख्या : 25]
Total No. of Questions : 25]

[कुल मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 12
[Total No. of Printed Pages : 12

E-192150–A

विषय : गणित

Subject : Mathematics

समय : 3 घण्टे]
Time : 3 hours]

[पूर्णांक : 100
[Maximum Marks : 100

सामान्य निर्देश : (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
(ii) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

General Instruction :

- (i) All questions are compulsory.
(ii) Use of calculator is not permitted.

निर्देश : (अ) प्रश्न क्रमांक 1 में 15 प्रश्न हैं तथा 15 अंक निर्धारित हैं। इस प्रश्न के तीन उपखण्ड हैं। खण्ड-(अ) में 5 बहुविकल्पीय प्रश्न, खण्ड-(ब) में 5 रिक्त स्थानों की पूर्ति करना एवं खण्ड (स) में 5 उचित जोड़ी बनाने वाले प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए 1 अंक निर्धारित है।

Instruction : (A) Question No. 1 carries 15 marks for 15 questions. There are three sub-sections. In Section-(A), 5 Multiple choice questions and in Section-(B), 5 Fill in the blanks and in Section-(C), 5 Match the columns type question are given. Each question carries 1 mark.



प्रश्न-1 खण्ड-(अ) सही उत्तर का चयन कर लिखिए :

[1×5=5]

Section-(A) Choose and write the correct answer :

(i) यदि $\frac{1}{x(x-3)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(x-3)}$ हो, तो B का मान होगा :

(अ) $\frac{1}{2}$ (ब) $-\frac{1}{3}$

(स) $\frac{1}{3}$ (द) $-\frac{1}{2}$

If $\frac{1}{x(x-3)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(x-3)}$, then the value of B is :

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) $-\frac{1}{2}$

(ii) $\int \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2} dx$ का मान है :

(अ) $e^{\tan^{-1}x} + C$ (ब) $e^{\sec^{-1}x} + C$

(स) $e^{\cot^{-1}x} + C$ (द) $e^{\sec 2x} + C$

The value of $\int \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2} dx$ is :

(a) $e^{\tan^{-1}x} + C$ (b) $e^{\sec^{-1}x} + C$

(c) $e^{\cot^{-1}x} + C$ (d) $e^{\sec 2x} + C$

(iii) एक थैली में 5 सफेद व 10 काली गेंदे हैं। उससे यदृच्छया एक सफेद गेंद निकालने की प्रायिकता होगी :

(अ) $\frac{1}{2}$ (ब) $\frac{1}{3}$

(स) $\frac{1}{15}$ (द) $\frac{1}{5}$

[3]

In a bag there are 5 white and 10 black balls. A ball is drawn at random from it. What is the probability that it is white?

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{15}$

(d) $\frac{1}{5}$

(iv) बिन्दु (a, b, c) की y -अक्ष से न्यूनतम दूरी होगी :

(अ) $\sqrt{a^2 + b^2}$

(ब) $\sqrt{b^2 + c^2}$

(स) $\sqrt{c^2 + a^2}$

(द) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Shortest distance between Point (a, b, c) and y -axis is :

(a) $\sqrt{a^2 + b^2}$

(b) $\sqrt{b^2 + c^2}$

(c) $\sqrt{c^2 + a^2}$

(d) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

(v) $\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$ का मान होगा :

(अ) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C$

(ब) $\frac{1}{2a} \log \frac{(x-a)}{(x+a)} + C$

(स) $\sin^{-1} \frac{x}{a} + C$

(द) $\frac{1}{2a} \log \frac{(x+a)}{(x-a)} + C$

The value of $\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$:

(a) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C$

(b) $\frac{1}{2a} \log \frac{(x-a)}{(x+a)} + C$

(c) $\sin^{-1} \frac{x}{a} + C$

(d) $\frac{1}{2a} \log \frac{(x+a)}{(x-a)} + C$

प्रश्न-1 खण्ड-(ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

[1×5=5]

Section-(B) Fill in the blanks :

(i) यदि किसी सारणिक की एक पंक्ति या स्तंभ के सभी अवयव शून्य हैं, तो उसका मान _____ होगा।

If each constituent in any row or in any column of determinant is zero, then the value of the determinant is _____.

- (ii) दो समांतर रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी, रेखाओं के प्रत्येक बिन्दु पर _____ होती है।

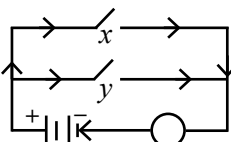
Shortest distance between two parallel lines is _____ on every point of the lines.

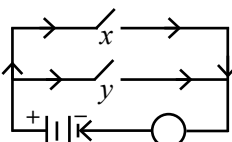
- (iii) सहसंबंध गुणांक समाश्रयण गुणकों का _____ माध्य होता है।

The coefficient of correlation is the _____ mean of regression coefficients.

- (iv) $\int \sec x dx$ का मान _____ होगा।

The value of $\int \sec x dx$ is _____.

- (v)  परिपथ में x और y _____ क्रम में हैं।

In circuit , x and y are in _____ combination.

प्रश्न-1 (खण्ड-स) उचित सम्बन्ध जोड़िए :

[1×5=5]

(Part-C) Match the following :

अ (A)

ब (B)

- (i) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3} = 0$ की घात होगी

2

The degree of differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3} = 0 \text{ will be}$$

- (ii) $y = x^2 + 2x - 5$ के लिए y'' का मान होगा

2

For $y = x^2 + 2x - 5$, the value of y'' will be

- (iii) रैखिक अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - 4y = e^x$ में P का मान होगा

-4

In linear differential equation $\frac{dy}{dx} - 4y = e^x$, the value of P is

(iv) यदि $f(x) = \frac{1}{x}$ तो $f'(2)$ का मान होगा 36

If $f(x) = \frac{1}{x}$ then the value of $f'(2)$ will be

(v) दो पासों को फेंकने पर प्रतिदर्श समष्टि का मान होगा $-\frac{1}{4}$
If two dices are thrown at random, the sample space is

निर्देश : (ब) प्रश्न क्रमांक 2 से 7 तक अतिलघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक आबंटित हैं।

Instruction : (B) Question Nos. 2 to 7 are very short answer type questions. Each question carries 2 marks.

प्रश्न-2 समीकरण को हल कीजिए :

$$\tan^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1}{2} \tan^{-1} x \quad (\text{जब } x > 0)$$

Solve the following equation :

$$\tan^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1}{2} \tan^{-1} x \quad (\text{when } x > 0)$$

प्रश्न-3 यदि $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 4$ और $\bar{a} \cdot \bar{b} = 9$ हो तो $|\bar{a} \times \bar{b}|$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 4$ and $\bar{a} \cdot \bar{b} = 9$ then find the value of $|\bar{a} \times \bar{b}|$.

प्रश्न-4 बूलीय बीजगणित [B, +, ., '] के लिए किसी अवयव x के लिए सिद्ध कीजिए कि
 $x \cdot x = x$

For any element x of Boolean algebra [B, +, ., '] prove that
 $x \cdot x = x$

प्रश्न-5 कम्प्यूटर तकनीक के अच्छे एवं बुरे प्रभाव के बारे में बताइए।

Write down the positive and negative impacts of Computer Technology.

प्रश्न-6 सत्यता सारणी से निम्नलिखित कथन की जाँच कीजिए :

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

Check the following pair of statements by truth table :

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

प्रश्न-7 सिद्ध कीजिए कि दो समतल, जिनके समीकरण $2x + y - z = 10$ और $x + 2z = 9$ हैं, परस्पर लंब हैं।

Prove that the planes $2x + y - z = 10$ and $x + 2z = 9$ are mutually perpendicular.

निर्देश : (स) प्रश्न क्रमांक 8 से 14 तक अतिलघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित हैं।

Instruction : (C) Question Nos. 8 to 14 are very short answer type questions. Each question carries 3 marks.

प्रश्न-8 भिन्न $\frac{(x+2)}{(x-2)(x-3)}$ को आंशिक भिन्नों में विभक्त कीजिए।

Resolve $\frac{(x+2)}{(x-2)(x-3)}$ into a partial fraction.

प्रश्न-9 यदि $\tan^{-1} \frac{4}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{K} = \frac{\pi}{4}$ हो, तो K का मान ज्ञात कीजिए।

If $\tan^{-1} \frac{4}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{K} = \frac{\pi}{4}$, then find the value of K .

प्रश्न-10 बल $\vec{p} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ बिन्दु A पर कार्य करता है, जिसका स्थिति सदिश $4\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$ है। बल \vec{p} का बिन्दु $(1, 0, 1)$ के सापेक्ष सदिश आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

A force $\vec{p} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ acts on a point A whose position vector is $4\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$. Find the moment about the point $(1, 0, 1)$.

प्रश्न-11 भाषा अनुवादक क्या है? ये कितने प्रकार के होते हैं? नाम बताइए।

What is Translator? How many types of translator are there? Name them.

प्रश्न-12 अवकल समीकरण $(1+x)y dx + (1-y)x dy = 0$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation $(1+x)y dx + (1-y)x dy = 0$.

प्रश्न-13 यदि $x \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + y \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 12 \end{bmatrix}$ हो तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

If $x \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + y \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 12 \end{bmatrix}$ then find the value of x and y .

प्रश्न-14 एक फैक्टरी द्वारा उत्पादित बल्बों में 8% बल्ब लाल रंग के हैं और 2% बल्ब लाल किन्तु खराब हैं। यदि एक बल्ब यदृच्छया चुना जाए तो उसके खराब होने की प्रायिकता बताइये, यदि वह लाल है।

The bulbs produced by a factory are 8% red bulbs and 2% are red but fused. If a bulb is chosen at random, find the probability that is a fused bulb, if it is red.

निर्देश : (द) प्रश्न क्रमांक 15 से 19 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प है। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं।

Instruction : (D) Question Nos. 15 to 19 are short answer type questions. Each question has an internal choice. Each question carries 4 marks.

प्रश्न-15 दो धनात्मक संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका गुणनफल 64 है तथा योग न्यूनतम है।

Find the two positive numbers whose product is 64 and sum is minimum.

अथवा/OR

एक गुब्बारे की परिवर्तनशील त्रिज्या $\frac{3}{4}(2x+3)$ है। x के सापेक्ष इसके आयतन में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

The variable radius of a balloon is $\frac{3}{4}(2x+3)$. Find the rate of change of its volume with respect to x .

प्रश्न-16 $y = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

Differentiate $y = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ with respect to x .

अथवा/OR

यदि $y = e^{x+e^{x+e^{x+\dots}}}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{1-y}$ ।

If $y = e^{x+e^{x+e^{x+\dots}}}$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{1-y}$.

प्रश्न-17 बिन्दु (1, 2, 3) से गुजरने वाली एवं समतलों $x - y + 2z = 5$ और $3x + y + z = 6$ के समांतर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of a line passing through the point (1, 2, 3) and which is parallel to the planes $x - y + 2z = 5$ and $3x + y + z = 6$.

अथवा/OR

सरल रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ और समतल $3x + 2y - z = 5$ के प्रतिच्छेद बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Find the point of intersection of the plane $3x + 2y - z = 5$ and the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$.

प्रश्न-18 दो बलों P और Q का परिणामी बल 'R' ऐसा है कि यदि Q को दुगुना कर दिया जाये, तो नया परिणामी बल P के साथ समकोण बनाता है। सिद्ध कीजिए कि $Q = R$ ।

Resultant force 'R' of two forces P and Q is such that when Q is doubled, then new resultant makes right angle with P . Prove that $Q = R$.

अथवा/OR

एक कण एक सरल रेखा में एक समान त्वरण से गति कर रहा है। 5वें सेकण्ड में कण द्वारा चली गयी दूरी 25 मीटर तथा 7वें सेकण्ड में चली गयी दूरी 33 मीटर है। कण का प्रारंभिक वेग तथा त्वरण ज्ञात कीजिए।

A particle moving in a straight line with uniform acceleration covers 25 metres in 5th second and 33 metres in 7th second. Find the initial velocity and the acceleration of the particle.

प्रश्न-19 निम्न समीकरण निकायों को क्रैमर के नियम से हल कीजिए :

$$x + y = 5$$

$$y + z = 3$$

$$x + z = 4$$

Solve the following system of simultaneous linear equations using Cramer's rule :

$$x + y = 5$$

$$y + z = 3$$

$$x + z = 4$$

[9]

अथवा/OR

निम्न समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$$\begin{aligned}x + y &= 5 \\2x + 3y &= 7\end{aligned}$$

Solve the following equations using Matrix method :

$$\begin{aligned}x + y &= 5 \\2x + 3y &= 7\end{aligned}$$

निर्देश : (इ) प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प है। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित हैं।

Instruction : (E) Question Nos. 20 to 23 are long answer type questions. Each question has an internal choice. Each question carries 5 marks.

प्रश्न-20 निम्न आँकड़ों के लिए सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए :

x	5	9	13	17	21
y	12	20	25	33	35

Find the coefficient of correlation from the following data :

x	5	9	13	17	21
y	12	20	25	33	35

अथवा/OR

दो समाश्रयण रेखाएँ $x + 2y = 5$ तथा $2x + 3y = 8$ हैं, तो

(i) \bar{x} और \bar{y} , (ii) b_{yx} और b_{xy} तथा (iii) r ज्ञात कीजिए।

Two lines of regression are $x + 2y = 5$ and $2x + 3y = 8$.

Find (i) \bar{x} and \bar{y} , (ii) b_{yx} and b_{xy} , and (iii) r .

प्रश्न-21 एक बिन्दु पर क्रिया कर रहे तीन बल P , Q , R संतुलन में हैं। P और Q के बीच का कोण P और R के बीच के कोण से दुगुना है। सिद्ध कीजिए कि $R^2 = Q(Q - P)$ ।

The three forces P , Q and R acting on a point are in equilibrium. The angle between P and Q is two times the angle between P and R . Prove that $R^2 = Q(Q - P)$.

[10]

अथवा/OR

सिद्ध कीजिए कि यदि क्षैतिज परास R पर एक गोली का उड़डयन काल T सेकण्ड हो, तो क्षैतिज से उसकी दिशा का झुकाव $\tan^{-1}\left(\frac{gT^2}{2R}\right)$ होगा।

Prove that if the time of flight of a bullet over a horizontal range R is T second, the inclination of direction to the horizontal is

$$\tan^{-1}\left(\frac{gT^2}{2R}\right)$$

प्रश्न-22 समाकलन $\int_1^4 y dx$ का निम्न आंकड़ों से समलंब चतुर्भुजीय नियम से, दशमलव के तीन स्थानों की शुद्धता तक मान ज्ञात कीजिए :

x	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y	2	2.4	2.7	2.8	3	2.6	2.1

Find the value of curve $\int_1^4 y dx$ by using Trapezoidal rule up to three decimal points :

x	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y	2	2.4	2.7	2.8	3	2.6	2.1

अथवा/OR

एक नदी 60 मीटर चौड़ी है। नदी के एक किनारे से x मीटर की दूरी पर गहराई मीटरों में निम्न सारणी में दी गयी है :

x	0	10	20	30	40	50	60
y	0	3	7	11	8	6	4

सिम्पसन नियम से नदी के अनुप्रस्थ क्षेत्रफल का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

A river is 60 metres wide. From one end of the river at a distance x metre, the depth of river in metre is given by the following table :

x	0	10	20	30	40	50	60
y	0	3	7	11	8	6	4

Using Simpson's rule, find the approximate value of the sectional area of the river.

प्रश्न-23 मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{2 + \sin 2x} dx$$

Find the value of :

$$\int \frac{1}{2 + \sin 2x} dx$$

अथवा/OR

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} dx$$

Find the value of :

$$\int \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} dx$$

निर्देश : (फ) प्रश्न क्रमांक 24 एवं 25 दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं।

Instruction : (F) Question Nos. 24 and 25 are long answer type questions. Each question has an internal choice. Each question carries 6 marks.

प्रश्न-24 उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ से गुजरता है तथा समतलों $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 1$ और $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}) = 2$ की प्रतिच्छेदी रेखा पर लंब है।

Find the equation of the plane which passes through a point $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ and is perpendicular to the line of intersection of the planes $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 1$ and $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}) = 2$.

[12]

अथवा/OR

सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \lambda(3\hat{i} - \hat{j})$ तथा $\vec{r} = 4\hat{i} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{k})$ प्रतिच्छेद करती हैं। प्रतिच्छेद बिन्दु भी ज्ञात कीजिए।

Prove that the lines $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \lambda(3\hat{i} - \hat{j})$ and $\vec{r} = 4\hat{i} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{k})$ intersect. Also find the point of intersection.

प्रश्न-25 वक्र $y^2 = 9x$ और $x^2 = 9y$ के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area bounded by the curves $y^2 = 9x$ and $x^2 = 9y$.

अथवा/OR

सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx = \frac{\pi}{4}$$

Prove that

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx = \frac{\pi}{4}$$

.....