

कोड-03

अर्धवार्षिक परीक्षा 2018-19

कक्षा- बारहवीं  
समय - 3.00 घंटे

विषय - गणित  
पूर्णांक - 100

निर्देश :- सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है ।

प्रश्न क्र. 1 से 4 तक अतिलघुउत्तरीय प्रश्न है प्रत्येक पर 1 अंक निर्धारित है ।

प्रश्न क्र. 5 से 12 तक अतिलघुउत्तरीय प्रश्न है प्रत्येक पर 2 अंक निर्धारित है ।

प्रश्न क्र. 13 से 23 तक लघुउत्तरीय प्रश्न है प्रत्येक पर 4 अंक निर्धारित है

प्रश्न क्र. 24 से 29 तक दीर्घउत्तरीय प्रश्न है प्रत्येक में 6 अंक निर्धारित है ।

प्रश्न 1.  $\begin{vmatrix} -6 & 2 \\ 3 & y \end{vmatrix} = 24$  हो, तो का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 2. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = y \sin x$  को हल कीजिए ।

प्रश्न 3.  $\int \frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1+x^2} dx$  का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 4. सिद्ध कीजिए कि सदिश  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  और  $-\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$  परस्पर लम्बवत् है ।

प्रश्न 5. यदि  $\sin\left[\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right] = 1$  हो तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 6.  $x=0$  पर फलन  $f(x) = x^2$  के सातत्य की जांच कीजिए ।

प्रश्न 7. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = (1+x^2)(1+y^2)$  को हल कीजिए ।

प्रश्न 8. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = \sec x(\sec x + \tan x)$  को हल कीजिए ।

प्रश्न 9. यदि  $y = \sin(\log x)$  हो तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 10.  $\int \frac{1}{\sqrt{1+\cos x}} dx$  का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 11. सारणिक  $\begin{vmatrix} 1 & \log_a b \\ \log_b a & 1 \end{vmatrix}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 12. फलन  $f$  निम्न प्रकार से परिभाषित है ।

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-4|}{x-4} & \text{यदि } x \neq 4 \\ 0 & \text{यदि } x = 4 \end{cases}$$

दर्शाइये कि  $f$  बिन्दु  $x=4$  के अतिरिक्त प्रत्येक बिंदु पर संतत है ।

प्रश्न 13. एक आयत का परिमाण 100 से.मी. है । अधिकतम क्षेत्रफल के लिए आयत की भुजाएं ज्ञात कीजिए ।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि  $\sin x + \cos x$  का उच्चिष्ठ मान  $\sqrt{2}$  है ।

प्रश्न 14.  $\log\left[\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right]$  का  $x$  के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 15. अवकल समीकरण हल कीजिए ।

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$$

प्रश्न 16. समीकरण  $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$  हल कीजिए ।

अथवा

$$\tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} \text{ को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए ।}$$

प्रश्न 17. यदि  $y = (\sin x)^{\sin x^{\sin x \dots \infty}}$  हो तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 18.  $\int \sec^3 x dx$  का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 19. यदि  $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$ ,  $x \neq \frac{2}{3}$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि समीकरण  $x \neq \frac{2}{3}$  के लिए

$f \circ f(x) = x$  है।  $f$  का प्रतिलोम फलन क्या है ?

अथवा

यदि  $f: R \rightarrow R$  तथा  $g: R \rightarrow R$  फलन क्रमशः  $f(x) = \cos x$  तथा  $g(x) = 3x^2$  द्वारा परिभाषित है तो  $g \circ f$  और  $f \circ g$  ज्ञात कीजिए। सिद्ध कीजिए कि  $g \circ f \neq f \circ g$

प्रश्न 20. समीकरण हल कीजिए।

$$\sin^{-1} \frac{2a}{1+a^2} + \sin^{-1} \frac{2b}{1+b^2} = 2 \tan^{-1} x$$

प्रश्न 21. सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & b^2+bc & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

प्रश्न 22.  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए यदि  $x = a(t + \sin t)$ ,  $y = (a - a \cos t)$

प्रश्न 23. अवकल का प्रयोग करके  $\sqrt{49.5}$  का सन्निकट मान दशमलव के तीन स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 24. वक्रों  $y^2 = 4ax$  तथा  $x^2 = 4ay$  के मध्य का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (समाकलन विधि)

अथवा

समाकलन विधि परवलय  $y^2 = 4ax$  तथा इसकी नाभि लंब जीवा से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 25. सिद्ध कीजिए कि  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{1}{1+\sqrt{\tan x}} = \frac{\pi}{12}$

प्रश्न 26. यदि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$  हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$2A^{-1} = 9I - A$$

प्रश्न 27. यदि  $x^y = e^{x-y}$  हो तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$

प्रश्न 28. सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^{\pi/4} \log_e (1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log_e^2$$

प्रश्न 29. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 4x \operatorname{cosec} x$  का विशिष्ट ज्ञात कीजिए। दिया

गया है कि  $y = 0$  तथा  $x = \frac{\pi}{2}$

अथवा

अवकल समीकरण  $y \log y dx - x dy = 0$  को हल कीजिए।

---00---