

कक्षा - बारहवीं
समय - 3.00 घंटे

- निर्देश - सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य।
प्रश्न क्र. 1 में वस्तुनिष्ठ प्रश्न के तीन खण्ड हैं, प्रत्येक पर 1 अंक निर्धारित है।
प्रश्न क्र. 2 से 7 तक अतिलघुउत्तरीय प्रश्न हैं, प्रत्येक पर 2 अंक निर्धारित हैं।
प्रश्न क्र. 8 से 14 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं, प्रत्येक पर 3 अंक निर्धारित हैं।
प्रश्न क्र. 15 से 19 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं, प्रत्येक पर 4 अंक निर्धारित हैं।
प्रश्न क्र. 20 से 23 तक दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं, प्रत्येक पर 5 अंक निर्धारित हैं।
प्रश्न क्र. 24 एवं 25 दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं, प्रत्येक पर 6 अंक निर्धारित हैं।

प्रश्न 1. (अ) सही विकल्प चुनकर लिखिए।

(1) यदि $\frac{1}{x(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2}$ हो तो A का मान होगा।

- (अ) $-\frac{1}{2}$ (ब) 1 (स) $\frac{1}{2}$ (द) -1

(2) $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3}$ का मान होगा। CGboardonline.com

- (अ) $\frac{\pi}{3}$ (ब) $\frac{\pi}{4}$ (स) $\frac{\pi}{2}$ (द) इनमें से कोई नहीं

(3) यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ परस्पर लंबवत हों तो λ का मान होगा।

- (अ) 3 (ब) 4 (स) 5 (द) 2

(4) बिन्दु (1, 2, 3) से समतल $3x - 6y + 2z + 10 = 0$ पर डाले गए लंब की लंबाई होगी।

- (अ) 0 (ब) 1 (स) 2 (द) 3

(5) गोले $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$ को केन्द्र है।

- (अ) (-1, 2, 1) (ब) (1, -2, -1) (स) $(-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2})$ (द) $(+\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2})$

(ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

(1) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x$ का अवकल गुणांक $\frac{\pi}{2}$ है।

(2) $\int \frac{1}{1+x^2} dx$ का मान $\tan^{-1} x$ है। e^{ax} का अवकलन $a e^{ax}$ है।

(3) एक घनाकार पासे को उछालने पर सम संख्या आने की प्रायिकता होगी।

(4) $\begin{vmatrix} \sin 20^\circ & \cos 20^\circ \\ \sin 70^\circ & \cos 70^\circ \end{vmatrix}$ का मान $\sin 50^\circ$ है।

CGboardonline.com

(5) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ हो तो $A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ होगा।

(स) सही जोड़ी बनाइये।

(1) यदि $|\vec{a}|=10, |\vec{b}|=2$ तथा $\vec{a}\vec{b}=12$ है $|\vec{a}\times\vec{b}|$ - $a^{2x} \log a_2$

CGboardonline.com

(2) दो समांतर समतलों $2x-2y+z+3=0$ तथा

$4x-4y+2z+6=0$ के बीच की दूरी

(3) a^{2x} का अवकल गुणांक - 0.4

(4) ~~$\sqrt{x^2-a^2}$ के गुणक का अवकलन~~ - 16

(5) यदि समाश्रयण गुणांक 0.8 व 0.2 है तो सहसंबंध गुणांक का मान - 0

प्रश्न 2. $\frac{1}{x^2-1}$ को आंशिक भिन्नो में व्यक्त कीजिये।

प्रश्न 3. यदि $\vec{a}=2\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}$ तथा $\vec{b}=\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ है तो $\vec{a}-\vec{b}$ का मान ज्ञात करो।

प्रश्न 4. समतल $2x+4y+4z-9=0$ के अभिलम्ब की दिक् कोज्याएं ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 5. यदि $y=\sin x^2$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिये।

प्रश्न 6. यदि $\begin{vmatrix} -6 & 2 \\ 3 & m \end{vmatrix} = 12$ हो तो m का मान ज्ञात करो

CGboardonline.com

प्रश्न 7. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ हो तो A^2 का मान ज्ञात करो

प्रश्न 8. यदि $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{k}\right) = \frac{\pi}{4}$ हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 9. सिद्ध कीजिए कि $\cot^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}}\right) = \frac{x}{2}$

प्रश्न 10. फलन $\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

प्रश्न 11. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 3 & 7 & 2 \end{bmatrix}$ हो तो A^{-1} ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 12. सिद्ध कीजिए कि CGboardonline.com

गणित-12वीं $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)$

प्रश्न 13. यदि $y = a \sin mx + b \cos mx$ हो, तो $\frac{d^2 y}{dx^2} + m^2 y = 0$ सिद्ध कीजिए।

CGboardonline.com

प्रश्न 14. $y = -\cos^{-1} \sqrt{1+x^2} - 1$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

प्रश्न 15. सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ b+c & c+a & a+b \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$

अथवा

सिद्ध कीजिए $\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix} = 1+a^2+b^2+c^2$

प्रश्न 16. सिद्ध कीजिए कि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ घात 3 का एक शून्यशक्ति (Nilpotent) है।

CGboardonline.com

अथवा

निम्न समीकरण को क्रमर नियम से हल कीजिए।

$$2x + 3y = 10, \quad x + 6y = 4$$

प्रश्न 17. उस समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके विकर्ण $i + j - 2k$ और $i - 3j + 4k$ हैं।

अथवा

यदि $\vec{a} = 2i - 3j + k$, $\vec{b} = i - j + 2k$ और $\vec{c} = 2i + j - k$ हो तो $|\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})|$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 18. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो $3x - 4y + 9z - 10 = 0$ और $x + 3y + 4z - 5 = 0$ की प्रतिच्छेदी रेखा से होकर जाता है और समतल $x + 2y = 0$ पर लंब है।

अथवा

उन समतलों का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतल $2x - y + 2z - 5 = 0$ के समांतर हैं तथा जिनकी बिन्दु $(2, 3, 4)$ से लाम्बिक दूरी 3 इकाई है।

प्रश्न 19. यदि $y = (\sin x)^{(\sin x)^{\sin x}}$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

$x = a(t + \sin t)$ और $y = a(1 - \cos t)$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 20. उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(-1, 1, 1)$ से होकर जाता है तथा $(1, 1, 1)$ केन्द्र है।

CGboardonline.com

गणित-1: अध्याय 11

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$$

रेखाओं $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{3}$ और $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए

CGboardonline.com

प्रश्न 21 $\cos^{-1} \left(\frac{1-\cos x}{1+\cos x} \right)$ का अवकलन कीजिए।
 (अथवा) $\sin x$ का प्रथम अवकलन से अवकलन कीजिए।

प्रश्न 22. यदि समतल $x+y+z = \sqrt{3}\lambda$, गोला $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-6=0$ को स्पर्श करता है तो λ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा -

बिन्दु $(3, -1, 11)$ से रेखा $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ पर डाले गए लंब की लंबाई तथा लंबपाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 23. एक हवा के बुलबुले की त्रिज्या $\frac{1}{2}$ से मी. प्रति सेकंड की दर से बढ़ रही है। जब बुलबुले की त्रिज्या 1 से.मी. है तब

किस दर से बुलबुले का आयतन बढ़ रहा है।

अथवा

CGboardonline.com

वे अन्तराल ज्ञात कीजिये जिनमें फलन $f(x) = -3x^2 + 12x + 8$ वर्धमान या हास मान है।

प्रश्न 24. उन दो रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिये जिनके सदिश समीकरण निम्न है।

$$\vec{r} = (1+2\lambda)\hat{i} + (2+3\lambda)\hat{j} + (3+4\lambda)\hat{k}$$

$$\vec{r} = (2+3\mu)\hat{i} + (3+4\mu)\hat{j} + (4+5\mu)\hat{k}$$

अथवा

समतल $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) = 18$ के द्वारा गोला $|\vec{r}| = 10$ से काटे गए वृत्तीय खंड का व्यास ज्ञात कीजिए। (सदिश विधि से)

प्रश्न 25 $\sin^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$ के अंकगणितिक मान ज्ञात कीजिए।

(अथवा) यदि $y = \sqrt{1-\cos x} + \sqrt{1+\cos x} + \sqrt{-\cos x} + \dots$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

CGboardonline.com