

अर्धवार्षिक परीक्षा

V

कक्षा - बारहवीं

विषय- गणित

पूर्णांक - 50

समय- 3 घंटे

नोट- सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।

खण्ड अ (प्रत्येक प्रश्न में 1 अंक)

प्रश्न 1. x तथा y का मान ज्ञात करो $2 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{vmatrix}$

प्रश्न 2. $\int \sqrt{1 + \cos 2x} dx$ का मान ज्ञात करो

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिए $2 \tan^{-1} \frac{1}{2} = \tan^{-1} \frac{4}{3}$

प्रश्न 4. यदि $y = e^{\log \sin x}$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात करो।

प्रश्न 5. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ $B = [2 \ 3 \ 4]$ तो AB का मान ज्ञात करो

प्रश्न 6. समीकरण $\sin^{-1} \frac{2a}{1+a^2} + \sin^{-1} \frac{2b}{1+b^2} = 2 \tan^{-1} x$ को हल कीजिए

प्रश्न 7. $\int e^x [f(x) + f'(x)] dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 8. यदि $x = at^2$ $y = 2at$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान बताइए।

प्रश्न 9. $\tan^{-1} \left[\sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right]$ का मुख्य मान ज्ञात करो।

प्रश्न 10. $\int \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

खण्ड ब (प्रत्येक प्रश्न में 3 अंक)

प्रश्न 11. यदि $y = \sin^{-1} x$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$

प्रश्न 12. सिद्ध कीजिए $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$

प्रश्न 13. यदि $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ तो $x \cdot y \cdot z$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 14. यदि $y = \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \dots \infty}}}$ तो सिद्ध कीजिए $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{2y-1}$

प्रश्न 15. यदि $f(x) = x^2$ के लिए अंतराल $[(-1, 1)]$ में रोले के प्रमेय का सत्यापन कीजिए ।

प्रश्न 16. यदि वृत्त की त्रिज्या 3 से.मी./सेकण्ड की दर से बढ़ रही है । जब वृत्त की त्रिज्या 10 से.मी. है तब किस दर से वृत्त का क्षेत्रफल बढ़ रहा है ।

खण्ड स (प्रत्येक प्रश्न में 4 अंक)

प्रश्न 17. एक आयत का क्षेत्रफल 25 वर्ग से.मी. है इसकी लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए जबकि इसका परिमाप न्यूनतम हो ।

अथवा

दो धनात्मक संख्या इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि $x + y = 60$ तथा xy^3 उच्चिष्ठ हो ।

प्रश्न 18. मान ज्ञात कीजिए $\int \frac{1}{4 + 5 \sin x} dx$

अथवा

$\int \frac{dx}{3x^2 + 13x - 10}$ का मान ज्ञात कीजिए

प्रश्न 19. $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ मान ज्ञात कीजिए

अथवा

सिद्ध कीजिए $\int_0^{\pi/2} \log_e \sin x dx = -\frac{\pi}{2} \log_e 2$

खण्ड द (प्रत्येक प्रश्न में 5 अंक)

प्रश्न 20. प्रथम चतुर्थांश में $x^2 = 4y$, $y = 2$, $y = 4$ एवं y अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करो ।

अथवा

दो वक्र $x^2 = 8y$ तथा $y^2 = 8x$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल समाकल विधि से ज्ञात करो ।

प्रश्न 21. वक्र $16x^2 + 9y^2 = 145$ के बिंदु (x_1, y_1) पर स्पर्श रेखा तथा अभिलंब के समीकरण ज्ञात कीजिए जहाँ $x_1 = 2$ तथा $y_1 > 0$

अथवा

$(25)^{\frac{1}{3}}$ का सन्निकट करने के लिए अवकल का प्रयोग कीजिए ।