www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com
a2zsubjects.com

विषय : गणित — Set-C

सामान्य निर्देश : (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
(ii) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

निर्देश (अ) : प्रश्न क्रमांक 1 में 10 प्रश्न हैं तथा 10 अंक निर्धारित हैं। इस प्रश्न के दो उपखण्ड हैं। खण्ड-(अ) में 5 बहुविकल्पीय प्रश्न तथा खण्ड-(ब) में 5 रिक्त स्थानों की पूर्ति करना है। प्रत्येक प्रश्न के लिए 1 निर्धारित है।

1. खण्ड-(अ) सही उत्तर का चयन कर लिखिए :

(i) $\begin{vmatrix} \cot x & \operatorname{cosec} x \\ \operatorname{cosec} x & \cot x \end{vmatrix}$ का मान है :

(अ) -1 (ब) 1
(स) 0 (द) 2

(ii) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ हों, तो $A - B$ का मान है :

(अ) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ (ब) $\begin{bmatrix} 1 & -11 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$

(स) $\begin{bmatrix} 3 & -11 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ (द) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

(iii) बिन्दु (4, 2, 7) की xy-समतल से लम्बवत् दूरी है :

(अ) 4 (ब) 7
(स) 2 (द) 5

(iv) यदि $y = \log(\sec x + \tan x)$ हो, तो $\frac{dy}{dx} = ?$

(अ) $\sec x$ (ब) $\operatorname{cosec} x$
(स) $\sec x + \tan x$ (द) $-\sec x$

(v) $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 - a^2}} dx$ का मान है :

(अ) $\sec^{-1} \frac{x}{a}$ (ब) $\frac{1}{a}\sec^{-1}\frac{x}{a}$

(स) $\frac{1}{a}\sec^{-1} x$ (द) $\frac{1}{a}\operatorname{cosec}^{-1}\frac{x}{a}$

1. खण्ड-(ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) समाश्रयण गुणांकों का समान्तर माध्य सहसम्बन्ध गुणांकों से ...... होता है।

(ii) यदि $x = \sec^{-1} y$ हो, तो $\frac{dx}{dy} = ...$

(iii) दो बिन्दुओं $\vec{a}$ और $\vec{b}$ से होकर जाने वाली रेखा का सदिश समीकरण .... होगा।

(iv) $P(A) + P(A')$ का मान .... होगा।

(v) एक बिन्दु पर क्रियाशील दो बलों 15 N और 8 N का न्यूनतम परिणामी बल .... होगा।

निर्देश (ब) : प्रश्न क्रमांक 2 से 9 तक अतिलघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।

2. $\frac{2x+1}{(x-3)(x-4)}$ को आंशिक भिन्न में व्यक्त कीजिए।

3. सिद्ध कीजिए कि

$$2\sin^{-1}\frac{3}{5} = \sin^{-1}\frac{24}{25}$$

4. $\int \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

5. p का मान ज्ञात कीजिए जबकि सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}, \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ तथा $3\hat{i} - p\hat{j} - 3\hat{k}$ समतलीय हैं।

6. k का मान ज्ञात कीजिए यदि रेखाएँ $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2}$ तथा $\frac{x-1}{3k} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-6}{-5}$ परस्पर लम्बवत् हैं।

7. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2 y}{\sin^2 x}$ को हल कीजिए।

8. हार्डवेयर से आप क्या समझते हैं ?

9. बूलीय बीजगणित $[B, +, . , ']$ के किसी अवयव x के लिए सिद्ध कीजिए कि $x + 1 = 1$.

निर्देश (स) : प्रश्न क्रमांक 10 से 15 तक अतिलघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रतयेक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित हैं।

10. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1}{2}\cot^{-1} x = \cot^{-1}\left(\sqrt{1+x^2} + x\right)$$

a2zsubjects.com a2zsubjects.com
www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com
www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com

www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com
a2zsubjects.com

11. 6 इकाई का बल जो सदिश $2\hat{i}-2\hat{j}-\hat{k}$ के समान्तर कार्य करता है एवं एक कण को बिन्दु $\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ से $5\hat{i}+3\hat{j}+7\hat{k}$ तक विस्थापित कर देता है। बल के द्वारा किया ग।

हल कीजिए :

थन $[(p \wedge q) \Rightarrow p] \Rightarrow [q \wedge \sim q]$ 'व्याघात' है।

क समूह में 6 लड़के और 4 लड़कियाँ हैं। इस समूह से 3 बच्चे यदृच्छया चुने जाते हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुने हुए समूह में—

(i) कोई लड़की नहीं रहती है;

(ii) केवल एक विशेष लड़की रहती है।

पूटर विषाणु क्या है ? इसके प्रकारों के नाम लिखिए।

श्न क्रमांक 16 से 21 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प है। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं।

16. एक गुब्बारे की त्रिज्या 10 सेमी./सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। जब गुब्बारे की त्रिज्या 15 सेमी. है, तो किस दर से गुब्बारे का सतही क्षेत्रफल बढ़ रहा है ?

अथवा

वे अन्तराल ज्ञात कीजिए, जिनमें फलन $f(x)=2x^3-15x^2+36x+1$ वर्धमान या ह्रासमान है।

17. यदि $y=\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y}{x^2-1}$.

अथवा

यदि $y=e^{x+e^{x+e^{x+\dots\infty}}}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3$$

अथवा

निम्न समीकरणों को क्रेमर नियम से हल कीजिए :

$x+y=3$

$y+z=5$

$x+y+z=6$

19. एक व्यक्ति नदी को पार कर दूसरे किनारे पर ठीक सामने बिन्दु पर पहुँचाना चाहता है। यदि वह अपनी नौका को धारा के वेग के दुगुने वेग से ले जा सकें, तो ज्ञात कीजिए कि वह अपनी नौका को धारा से कितना कोण बनाते हुए रखे।

अथवा

दो बल 10 N और 15 N जो एक दूसरे से 60° पर झुके हैं। इन बलों का परिणामी और परिणामी की दिशा ज्ञात कीजिए।

20. यदि $A=\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $A.(\text{Adj } A)=|A|I$.

अथवा

यदि $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ तथा $B=\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$ हों, तो $(AB)^{-1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

21. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुएँ (1, 0, –1) और (3, 2, 2) से होकर जाता है तथा रेखा $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{3}$ के समान्तर हैं।

अथवा

उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो निर्देशांक समतलों को स्पर्श करता है तथा बिन्दु (1, 1, 2) से होकर जाता है।

निर्देश (इ) : प्रश्न क्रमांक 22 से 25 तक दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प है। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित हैं।

22. एक वक्र बिन्दुओं (0, 0), (1, 2), (2, 7), (3, 11), (4, 5), (5, 3), (6, 2) से गुजरता है। वक्र द्वारा x-अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल समलम्ब चतुर्भुज नियम से ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक नदी की चौड़ाई 80 मीटर है। नदी के एक किनारे से x दूरी पर गहराई d को निम्नलिखित सारणी में दर्शाया गया है :

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80
y	0	4	8	9	12	15	16	11	6

सिम्पसन नियम की सहायता से नदी के अनुप्रस्ट काट के क्षेत्रफल का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

23. मान ज्ञात कीजिए $\int \dfrac{e^x(1+\sin x)}{(1+\cos x)}dx$.

अथवा

मान ज्ञात कीजिए $\int \sin^{-1}\left(\dfrac{2x}{1+x^2}\right)dx$.

a2zsubjects.com a2zsubjects.com
www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com

www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com
a2zsubjects.com

24. माना t वह समय है जब एक प्रक्षेप्य अपने पथ के बिन्दु p पर पहुँचता है तथा t' वह समय है जब वह p से धरातल पर पहुँचता है। सिद्ध कीजिए कि p की धरातल से ऊँचाई $\frac{1}{2}gtt'$ है।

अथवा

दो बलों P और Q का परिणामी R है तथा उनके बीच का कोण α है। यदि P को दुगुना कर दिया जाए, तो परिणामी R दुगुना हो जाता है। सिद्ध कीजिए कि

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{16P^2 - 9Q^2}{16P^2}\right)^{1/2}$$

25. निम्न आँकड़ों से सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए :

x	2	4	6	8	10
y	6	5	4	3	2

अथवा

यदि दो समाश्रयण रेखाएँ $x + 2y - 5 = 0$ और $2x + 3y - 8 = 0$ हैं, तो ज्ञात कीजिए—

(i) x और y के माध्य;

(ii) समाश्रयण गुणांक b_{yx} और b_{xy};

(iii) $y = 4$ के संगत x का अनुमानित मान तथा $x = 2$ के संगत y का अनुमानित मान।

निर्देश (फ) : प्रश्न क्रमांक 26 एवं 27 दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं।

26. सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^{\pi/4} \log_e(1 + \tan x)dx = \frac{\pi}{8}\log_e 2$$

अथवा

वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ अक्षों से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल समाकलन विधि से ज्ञात कीजिए।

27. सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(3\hat{i} - \hat{j})$ तथा $\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} - 3\hat{k})$ प्रतिच्छेद करती हैं। प्रतिच्छेद बिन्दु के निर्देशांक भी कीजिए।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि बिन्दुएँ $(0, -1, -1)$, $(4, 5, 1)$, $(3, 9, 4)$ तथा $(-4, 4, 4)$ समतलीय हैं।

www.a2zsubjects.com
www.a2zsubjects.com
www.a2zsubjects.com
www.a2zsubjects.com
a2zsubjects.com a2zsubjects.com
www.a2zsubjects.com www.a2zsubjects.com