

प्रादर्श प्रश्नपत्र – I  
विषय – गणित (204)  
Subject – Maths  
कक्षा – बारहवीं  
Class – 12<sup>th</sup>

समय – 3 घण्टे  
Time – 3 hours

पूर्णांक – 100  
M.M. - 100

कुल प्रश्नों की संख्या – 29

निर्देश : (1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Instructions : (1) All Questions are compulsory.

(2) कैलकुलेटर प्रयोग की अनुमति नहीं है।

(1) use of calculator is not permitted

(3) प्रश्न क्र. 1 से 4 तक अतिलघुत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक पर 1 अंक निर्धारित है।

(3) Question No. (1) to (4) are very short answer type questions. Each question carries 1 mark.

(4) प्रश्न क्र. 5 से 12 तक प्रत्येक पर 2 अंक निर्धारित हैं।

(4) Question No. (5) to (12) carry 2 marks each.

(5) प्रश्न क्र 13 से 23 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक आबंटित हैं।

(5) Question No. (13) to (23) carry 4 marks each.

(6) प्रश्न क्र 24 से 29 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। पर 6 अंक निर्धारित हैं।

(6) Question No. 24 to 29 carries 6 marks.

प्रश्न : (1) यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 - 2\lambda & \lambda + 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  एक अव्युत्क्रमणीय आव्यूह है तो  $\lambda$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न : (2)  $\int_0^{\pi/4} \tan x \, dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न : (3) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = (1 + x^2)(1 + y^2)$  को हल कीजिए –

प्रश्न : (4) यदि  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$  तथा  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$  हो तो  $\theta$  का मान ज्ञात कीजिए –

प्रश्न : (5) एक थैले में 6 काली और 4 हरी गेंदे हैं, 2 गेंदे निकाली जाती हैं, दोनों हरी गेंद होने की प्राथमिकता ज्ञात कीजिए।

प्रश्न : (6) अवकल समीकरण  $\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \tan x \, dy = 0$  को हल कीजिए।

प्रश्न : (7) यदि किसी सरल रेखा की दिक् कोज्याएँ  $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$  हैं। तो सिद्ध कीजिए कि  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$

प्रश्न : (8)  $\int \frac{\cot x}{\log(\sin x)} \, dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न : (9) यदि  $y = e^{x^3}$  हो तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए –

प्रश्न : (10) मान ज्ञात कीजिए –  $\Delta = \begin{vmatrix} a + b & b + c & c + a \\ c & a & b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

प्रश्न : (11) यदि  $y = \tan^{-1} \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$  हो तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न : (12) सिद्ध कीजिए कि  $-\cos^{-1}(4x^3-3x) = 3\cos^{-1}x$

प्रश्न : (13) सिद्ध कीजिए कि  $-2\tan^{-1}\sqrt{x} = \cos^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि  $-\tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}\right] = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\cos^{-1}x$

प्रश्न : (14) मान ज्ञात कीजिए  $-\Delta = \begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$

प्रश्न : (15) K के किस मान के लिए फलन  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x+3}{x+1} & \text{यदि } x \neq -1 \\ k & \text{यदि } x = 1 \end{cases}$   $n=1$  पर सतत है।

प्रश्न : (16)  $I = \int \frac{\sin x}{\sin(x-\alpha)} dx$  का मान ज्ञात कीजिए -

प्रश्न : (17)  $\sin x + \cos x$  का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए -

अथवा

$f(x) = x^2 - 1$  के लिए अंतराल  $[1,2]$  के लैग्रांज के माध्यमान प्रमेय को सत्यापित कीजिए

प्रश्न : (18) यदि  $f(x) = e^{2x}$  और  $g(x) = \log\sqrt{x}, x > 0$  तो  $(f \circ g)x$  तथा  $(g \circ f)x$  का मान ज्ञात कीजिए -

अथवा

माना कि  $N$  घनपूर्णांकों का समुच्चय है। यदि  $N \times N$  समुच्चय में परिभाषा एक संबंध  $R$  ऐसा हो कि  $(a,b) R (c,d) \Leftrightarrow a+b = b+c$  जहाँ  $a,b,c,d \in N$  तो सिद्ध कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है।

प्रश्न : (19) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + 3y = e^{-2x}$  को हल कीजिए

प्रश्न : (20) यदि सदिश  $\vec{A} = i - j + k, \vec{B} = 3i + j + 2k$  तथा  $\vec{C} = i + \lambda j - 3k$  समतलीय है तो  $\lambda$  का मान ज्ञात कीजिए -

प्रश्न : (21) यदि  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 7$  तथा  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  के बीच का कोण  $\pi/3$  है।

प्रश्न : (22) यदि  $P(A) = 1/2, P(B) = 1/3$  तथा  $P(A \cap B) = 1/4$  हो तो  $P(A/B)$  तथा  $P(A \cup B)$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न : (23) यदि यादृच्छिक चर  $x$  का प्रायिकता बंटन नीचे दिया गया है -

X	0	1	2	3	4	5	6	7
P(x)	O	K	2K	2K	3K	K <sup>2</sup>	2K <sup>2</sup>	7K <sup>2</sup> +K

ज्ञात कीजिए - (i) K

(ii)  $P(x < 3)$

(iii)  $P(x > 6)$

अथवा

एक रेखा एक घन के विकर्णों के साथ  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  कोण बनाती है। तो सिद्ध कीजिए –  
 $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = 4/3$

प्रश्न : (24) प्रारंभिक संक्रियाओं का प्रयोग करते हुए आव्यूह

$$A = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \text{का } A^{-1} \text{ ज्ञात कीजिए।}$$

प्रश्न : (25)  $\int_0^{\pi} \frac{ndx}{a^2 + \cos^2 n + b^2 \sin 2x}$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न : (26) दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9}$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

परवलय  $4y = 3x^2$  तथा रेखा  $2y = 3x + 12$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

प्रश्न : (27) आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए –

$$\text{न्यूनतम मान } z = 200x + 500y$$

$$\text{निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत } x + 2y \geq 10$$

$$3x + 4y \geq 24 \text{ और } x \geq 0, y \geq 0$$

प्रश्न : (28) दो सरल रेखाओं  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$  और  $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$  के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। (कार्तीय विधि द्वारा)

अथवा

एक रेखा एक घन के विकर्णों के साथ  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  कोण बनाती है। तो सिद्ध कीजिए –  
 $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = 4/3$

प्रश्न : (29) यदि  $y = Ae^{mx} + Be^{nx}$  है तो दर्शाइए कि  $\frac{d^2y}{dx^2} - (m+n)\frac{dy}{dx} + mny = 0$

प्रादर्श प्रश्नपत्र –II  
विषय – गणित (204)  
Subject – Maths  
कक्षा – बारहवीं  
Class – 12<sup>th</sup>

समय – 3 घण्टे

पूर्णांक – 100

Time – 3 hours

M.M. - 100

कुल प्रश्नों की संख्या – 29

निर्देश : (1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Instructions : (1) All Questions are compulsory.

(2) कैलकुलेटर प्रयोग की अनुमति नहीं है।

(2) use of calculator is not permitted

(3) प्रश्न क्र. 1 से 4 तक अतिलघुत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक पर 1 अंक निर्धारित है।

(3) Question No. (1) to (4) are very short answer type questions. Each question carries 1 mark.

(4) प्रश्न क्र. 5 से 12 तक प्रत्येक पर 2 अंक निर्धारित हैं।

(4) Question No. (5) to (12) carry 2 marks each.

(5) प्रश्न क्र 13 से 23 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक आबंटित हैं।

(5) Question No. (13) to (23) carry 4 marks each.

(6) प्रश्न क्र 24 से 29 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। पर 6 अंक निर्धारित हैं।

(6) Question No. 24 to 29 carries 6 marks.

प्रश्न : (1) यदि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  और  $A^2 = mA$  हो तो  $m$  का मान ज्ञात कीजिए –

if matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  and  $A^2 = mA$  then find the value of  $m$

प्रश्न : (2)  $\int \operatorname{cosec} x \, dx$  का मान लिखिए –

Write the value of  $\int \operatorname{cosec} x \, dx$

प्रश्न : (3) अवकल समीकरण  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \cos\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$  की कोटि व घात लिखिए –

Write the order and degree of differenttional equation

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \cos\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$$

प्रश्न : (4)  $x, y$  और  $z$  के मान ज्ञात कीजिए ताकि सदिश  $\vec{a} = x\hat{i} + 2\hat{j} + z\hat{k}$  और  $\vec{b} = 2\hat{i} + y\hat{j} + \hat{k}$  समान हैं।

Find the value of  $x, y,$  and  $z$  so that the vectors  $\vec{a} = x\hat{i} + 2\hat{j} + z\hat{k}$  and  $\vec{b} = 2\hat{i} + y\hat{j} + \hat{k}$  are equal.

प्रश्न : (5) यदि  $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ , है तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

If  $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$  then find the value of  $x$ .

प्रश्न : (6)  $x$  का मान ज्ञात कीजिए यदि  $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 6 & x \end{vmatrix}$

Find the value of  $x$  if  $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 6 & x \end{vmatrix}$

प्रश्न : (7)  $y = \cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$   $0 < x < 1$  का  $x$  का सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए।

Differentiation  $y = \cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$  with respect to  $x$  where  $0 < x < 1$

प्रश्न : (8) यदि  $f: [-5,5] \rightarrow R$  एक अवकलनीय फलन है और यदि  $f^1(x)$  किसी भी बिन्दु पर शून्य नहीं होता है, तो सिद्ध कीजिए कि  $f(-5) \neq f(5)$

If  $f: [-5,5] \rightarrow R$  is a differentiable function and  $f^1(x)$  does not vanish anywhere, then prove that  $f(-5) \neq f(5)$

प्रश्न : (9)  $\int e^x \left(\frac{1+\sin}{1+\cos x}\right) dx$  का मान ज्ञात कीजिए -

Find the value of  $\int e^x \left(\frac{1+\sin}{1+\cos}\right) dx$

प्रश्न : (10) वक्रों के कुल  $y = a \sin(x + b)$  जिसमें  $a, b$  स्वेच्छ अचर है, को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण को ज्ञात कीजिए।

From the differential equation representing the family of curves  $y = a \sin(x + b)$  where  $a$  and  $b$  are arbitrary constants.

प्रश्न : (11) दिखाइए कि रेखाएँ  $\frac{x-5}{7} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z}{1}$  और  $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$  परस्पर लम्ब है।

Show that the lines  $\frac{x-5}{7} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z}{1}$  and  $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$  are perpendicular to each - other

प्रश्न : (12) एक परिवारिक चित्र में माता, पिता व पुत्र यादृच्छया खड़े हैं।

E : पुत्र एक सिरे पर खड़ा है।

F : पिता मध्य में खड़े है, तो  $P\left(\frac{E}{F}\right)$  ज्ञात कीजिए।

Mother, father and son line up at random for a family picture.

E = son on one end

F = father in middle, then find  $P\left(\frac{E}{F}\right)$

प्रश्न : (13) दर्शाइए कि  $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc+bc+ca+ab$

Show that  $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc+bc+ca+ab$

प्रश्न : (14) **a** और **b** के मध्य संबंध ज्ञात कीजिए , जिनके लिये  $f(x) = \begin{cases} ax + 1, & x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{यदि } x > 3 \end{cases}$  द्वारा परिभाषित फलन  $x = 3$  पर संतत है।

Find the relationship between a and b so that the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & \text{if } x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{if } x > 3 \end{cases} \text{ is continuous at } x = 3$$

प्रश्न : (15) दर्शाइए कि  $\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$

$$\text{Show that } \sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$$

अथवा

$$\text{सिद्ध कीजिए } -\tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Prove that } \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$$

प्रश्न : (16)  $\int \frac{\cos 2x + 2\sin^2 x}{\cos^2 x} dx$  का मान ज्ञात कीजिए -

$$\text{Find the value of } \int \frac{\cos 2x + 2\sin^2 x}{\cos^2 x} dx$$

प्रश्न : (17) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x + x^2 \cot x (x \neq 0)$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए , दिया हुआ है कि  $y = 0$  यदि  $x = \frac{\pi}{2}$

Find the particular solution of the differential equation  $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x + x^2 \cot x (x \neq 0)$  given that  $y = 0$  when  $x = \frac{\pi}{2}$

प्रश्न : (18) एक व्यक्ति के बारे में ज्ञात है कि वह 4 में से 3 बार सत्य बोलता है। वह एक पासे को उछालता है और बतलाता है कि उस पर आने वाली संख्या 6 है। इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि पासे पर आने वाली संख्या वास्तव में 6 है। क्या आप इस बात से सहमत हैं कि सत्यता का मूल्य समाज में अधिक सम्मान देता है।

A man is known to speak truth 3 out of 4 Times. He throws a die and reports that it is a six. Find the probability that it is actually a six. Do you agree that the value of truthfulness leads to more respect in the society ?

प्रश्न : (19) यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  और  $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$  इस प्रकार है कि  $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  पर लम्ब है। तो  $\lambda$  का मान ज्ञात कीजिए।

If  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$  are such that  $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ , is perpendicular to  $\vec{c}$  then find the value of  $\lambda$

प्रश्न : (20) वे अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें  $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f(x)$  निरन्तर वर्धमान (b) निरन्तर हासमान है।

find the intervals in which the function f given by  $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$  is (a) strictly increasing (b) strictly decreasing

अथवा

सिद्ध कीजिए कि एक दिये वृत्त के अन्तर्गत सभी आयतों में वर्ग का क्षेत्रफल उच्चतम होता है।

Show that of all the rectangles inscribed in a given fixed circle, the square has the maximum area.

प्रश्न : (21) एक न्याय सिक्के की तीन उछालों पर प्राप्त चितों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए।  
find the mean number of heads in three tosses of a fair coin.

प्रश्न : (22) दर्शाइए कि स्थिति सदिशों  $4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$ ,  $-\hat{j} - \hat{k}$ ,  $3\hat{i} + 9\hat{j} + 4\hat{k}$  और  $-4\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k}$  वाले क्रमशः चारों बिन्दु A, B, C और D समतलीय हैं।

Show that the four point A, B, C and D with position vectors  $4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$ ,  $-\hat{j} - \hat{k}$ ,  $3\hat{i} + 9\hat{j} + 4\hat{k}$  and  $-4\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k}$  respectively are coplanar

प्रश्न : (23) सिद्ध कीजिए कि  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{यदि } x > 0 \\ 0 & \text{यदि } x = 0 \\ -1 & \text{यदि } x < 0 \end{cases}$$

द्वारा प्रदत्त फलन न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

Show that the  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  given by  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \\ -1 & \text{if } x < 0 \end{cases}$

Is neither one – one nor onto

अथवा

क्या समुच्चय  $\{1,2,3,4,5\}$  में  $a * b = a$  तथा  $b$  का LCM द्वारा परिभाषित  $*$  एक द्विआधारी संक्रिया है ? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

Is  $*$  defined on the set  $\{1,2,3,4,5\}$  by  $a * b = \text{LCM of } a \text{ and } b$  a binary operation ? justify your answer

प्रश्न : (24) एक आहार विद दो प्रकार के भोज्यों x और y को इस प्रकार मिलाना चाहता है कि मिश्रण में विटामिन A की कम से कम 10 मानक विटामिन B की कम से कम 12 मानक और विटामिन C की 8 मानक हो। 1 Kg भोज्यों में विटामिनों की मात्रा निम्नलिखित सारणी में दी गई है :-

भोज्य	विटामिन ए	विटामिन बी	विटामिन सी
$x$	1	2	3
$y$	2	2	1

भोज्य x के 1Kg का मूल्य Rs 16 और भोज्य y के 1Kg का मूल्य Rs 20 है। वांछित आहार के लिये मिश्रण का न्यूनतम मूल्य ज्ञात कीजिए। उपर्युक्त को एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या बना कर ग्राफ द्वारा हल करके प्रति किलो ग्राम मिश्रण का न्यूनतम मूल्य ज्ञात कीजिए। इस प्रश्न में किन मूल्यों का उल्लेख है।

A dietician wishes to mix together two kinds of food x and y in such a way that the mixture contains at least 10 units of vitamin A, 12 units of vitamin B and 8 units of vitamin C, The vitamin contents of one kg food is given below :-

food	Vitamin A	Vitamin B	Vitamin C
$x$	1	2	3
$y$	2	2	1