

त्रैमासिक परीक्षा 2018

कक्षा - 12 वीं पूर्णांक 50
विषय - गणित

- निर्देश- ① सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
② प्रश्नों के अंक निर्धारित किये गये हैं।

प्रश्न 1) तुल्यता संबंध लिखे करते हैं। ①

माना $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ और $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ दो फलन ऐसे हैं
जैसे $(f \circ g)(x)$ तथा $(g \circ f)(x)$ प्राप्त कीजिए जबकि

$$f(x) = \sin x \quad \text{एवं} \quad g(x) = x^2 \quad \text{है।} \quad \text{①}$$

प्रश्न 2) सिद्ध कीजिए $\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{\pi}{2}$ ①

3) यदि $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$, तब x और y
जान लीजिए। ①

4) माना $A = \begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}$ ①

प्रश्न 5) यदि $y = x^{2x}$ हो तो सिद्ध कीजिए कि ②
$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x(1-y \log x)}$$

6) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = \log x$ अंतराल
 $(0, \infty)$ में निरंतर वर्धमान फलन है। ②

7) यदि $y = \sqrt{\tan x + \sqrt{\tan x + \sqrt{\tan x + \dots \infty}}}$ हो तो
सिद्ध कीजिए कि ②

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sec^2 x}{2y - 1}$$

8) यदि $\sin^{-1} \left(\frac{2a}{1+a^2} \right) + \cos^{-1} \left(\frac{1-b^2}{1+b^2} \right) = 2 \tan^{-1} x$ तब
सिद्ध कीजिए $x = \frac{a+b}{1-ab}$ ②

प्रश्न 10) सरलतम रूप में लिखिए
 $\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} \right) \quad x \neq 0$

(2)

प्रश्न 11) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में
 $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ द्वारा
 प्रदत्त संबंध स्वतंत्र है परंतु न तो
 सममित है और न संक्रामक है।

प्रश्न 12) सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त
 फलन $f: R \rightarrow R$ एकैकी है।

प्रश्न 13) सिद्ध कीजिए कि :

$$\tan^{-1} \left(\frac{a-b}{1+ab} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{b-c}{1+bc} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{c-a}{1+ca} \right) = 0$$

प्रश्न 14) यदि $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$A^2 - 3A - 7I = 0$$

प्रश्न 15) आठभूतों की सहायता से निम्न समीकरण
 को हल कीजिए

$$x + y = 5$$

$$2x + 3y = 7$$

प्रश्न 16) यदि $y = \frac{x}{x+5}$ हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$x \frac{dy}{dx} = y(1-y)$$

(4)

अथवा

x के सापेक्ष अवकलन कीजिए

$$\frac{\sqrt{\sin x}}{\sin x}$$

प्रश्न (17) यदि $y = x^2 \log x$ तो सिद्ध कीजिए कि

(i) $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2}{x}$ (ii) $\frac{d^4y}{dx^4} = -\frac{2}{x^2}$ (4)

अथवा

यदि $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$

प्रश्न (18) यदि एक घन की कोर 5 सेमी। सेकण्ड की दर से बढ़ रही है, तो घन का आयतन किस दर से बढ़ रहा है जब उसके कोर की लम्बाई 3 सेमी. है? (4)

अथवा सिद्ध कीजिए कि फलन $x^3 - 3x^2 + 3x + 7$ का मान बिन्दु $x=1$ पर न तो उच्चतम है और न ही निम्नतम है।

प्रश्न (19) x के सापेक्ष फलन $\tan^{-1} \left(\frac{1-\cos x}{\sin x} \right)$ का अवकलन कीजिए (4)

अथवा

$\sin x$ का प्रथम सिद्धांत से अवकलन कीजिए

प्रश्न (20) सारथिकों के गुणधर्म से सिद्ध कीजिए

$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & c & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3$$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि -

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ yz & zx & xy \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 \end{vmatrix}$$

(4)