

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

1. सभी खण्ड कीजिए : (प्रत्येक 1 अंक)

(i) If यदि $\cot^{-1} \alpha + \cot^{-1} \beta = \cot^{-1} x$ then $x =$

- (a) $\alpha + \beta$ (b) $\alpha - \beta$ (c) $\frac{1+\alpha\beta}{\alpha+\beta}$ (d) $\frac{\alpha\beta-1}{\beta+\alpha}$

(ii) If यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ BA का मान होगा :

- (a) $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$

(iii) यदि $y = \cos(\sin x^2)$ तो $\frac{dy}{dx}$, $x = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}$ पर होगा :

- (a) 2 (b) -2 (c) $-2\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ (d) 0

(iv) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x$ का मान :

- (a) 1 (b) 0 (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{1}{2}$

(v) $\int \tan^2 x dx$ का मान :

- (a) $\tan x - x + c$ (b) $\sec^2 x$ (c) $\tan x$ (d) 1

2. सभी खण्ड हल करो :: (प्रत्येक 1 अंक)

(i) सिद्ध करो : $\begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & z+x \\ 1 & z & x+y \end{vmatrix} = 0$

(2)

(ii) $\int \frac{x-1}{x^3} dx$ का मान ज्ञात करो ।

(iii) $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ का मान ज्ञात करो ।

(iv) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ तो सिद्ध करो कि $(A')' = A$

(v) यदि $f(x) = |x|$, $x = 0$ पर (continuity) सांत्य का परीक्षण करें।

3. सभी खण्ड हल करो : (प्रत्येक 2 अंक)

(i) यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{k}$ इकाई सदिश (एकांक) ज्ञात करो।

(ii) मान ज्ञात करो : $\int \sin 3x \cdot \sin x \, dx$

(iii) यदि $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ तो सिद्ध करो : $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$

(iv) सिद्ध करो : $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$

4. सभी खण्ड हल करो : (Each 2 marks)

(i) $\tan^{-1}1 + \tan^{-1}2 + \tan^{-1}3 = \pi$ सिद्ध करें।

(ii) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ सिद्ध करो : $(AB)' = B'A'$

(iii) यदि $\tan^{-1}(1+x) + \tan^{-1}(1-x) = \frac{\pi}{6}$ तो सिद्ध करो : $x^2 = 2\sqrt{3}$

(iv) मान ज्ञात करो : $\begin{vmatrix} 1 & w & w^2 \\ w & w^2 & 1 \\ w^2 & w & 1 \end{vmatrix}$ w इकाई का घनमूल है।

(3)

5. किन्हीं पाँच खण्डों को हल कीजिए : (प्रत्येक 5 अंक)

(a) क्या फलन : $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & , x \neq 0 \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$ सतत है।

(b) $y = \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x \dots \infty}}}$ तो

सिद्ध करो :: $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{2y-1}$

(c) यदि $y = \frac{\sin(ax+b)}{\cos(cx+d)}$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करो।

(d) $\sin^2 y + \cos(xy) = k$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करो।

(e) $\int \frac{1}{x+x \log x} dx$ ज्ञात करो।

(f) मान ज्ञात करो : $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

6. किन्हीं पाँच खण्डों को हल करो : (प्रत्येक 5 अंक)

(i) $\int \frac{x^2}{(x^2-1)(x^2+2)} dx$

(ii) $\int \frac{2 \cos x - 3 \sin x}{6 \cos x + 4 \sin x} dx$

(iii) सिद्ध करो कि $2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ और $-4\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k}$ संरेख है।

(iv) किसी त्रिभुज ABC के शीर्षों के सदिश (स्थिति) क्रमशः सिद्ध करो :
 $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{c} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ सिद्ध करो Δ समकोणीय होगा।

(v) λ और μ का मान ज्ञात करो : यदि

$$(2\hat{i} + 6\hat{j} + 27\hat{k}) \times (\hat{i} + \lambda\hat{j} + \mu\hat{k}) = \vec{0}$$

(vi) समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो यदि संलग्न भुजाएँ

$$\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k} \text{ और } \vec{b} = \hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}.$$

(4)

7. कोई एक खण्ड हल करो :: (प्रत्येक 8 अंक)

(i) $\int \frac{3x+1}{2x^2+x+1} dx$

(ii) min./max. $z = x + 2y$
 $x + 2y \geq 100, 2x - y \leq 0,$
 $2x + y \leq 200, x, y \geq 0.$

8. कोई एक खण्ड हल करो : (प्रत्येक 8 अंक)

(i) (a) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) = 0$

(b) यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 4\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j}$ सदिशों के बीच $\cos \theta$ ज्ञात करो।

4

(ii) सिद्ध करो: $\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(4-x)^2$

9. कोई एक खण्ड हल करो : (8 अंक)

(i) आव्यूह विधि से हल करो:

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$x - 2y + z = -4$$

$$3x - y - 2z = 3$$

(ii) (a) यदि \vec{a} एक एकल सदिश है और $(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} + \vec{a}) = 8$ तो $|\vec{x}|$ ज्ञात करो।

2

(b) यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ का $\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ पर प्रक्षेप्य ज्ञात करो।

(c) यदि $y = \log x^x$ तो dy/dx ज्ञात करो।

2

(d) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ तो A^{-1} ज्ञात करो।

2