

अनुक्रमांक !

.. मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 16

नाम .....

131/1

334 (DV)

2018

गणित

प्रथम प्रश्न-पत्र

(बीजगणित, प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन तथा निर्देशांक ज्यामिति)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट ]

[पूर्णांक : 50

नोट :

- (i) प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।
- (ii) इस प्रश्न-पत्र में कुल आठ प्रश्न हैं ।
- (iii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (iv) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड करने हैं ।
- (v) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं ।
- (vi) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते जाइए ।
- (vii) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए ।

334 (DV)

1

P.T.O.

L निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

(क) वृत्त  $3x^2 + 3y^2 + 14x + 10y + 8 = 0$  पर  $x$ -अक्ष से कटी जीवा की लम्बाई ज्ञात कीजिए ।

1

(ख) यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $(A')' = A$ .

1

(ग) असमिका  $8x + 4 < 7x + 8$  को हल कीजिए ।

1

(घ)  $x$  का मान ज्ञात कीजिए, यदि

$$\tan^{-1}(x^{-1}) = \cot^{-1}\left(\frac{4}{x}\right).$$

1

(ङ) यदि वृत्त  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + \lambda = 0$ ,  $x$ -अक्ष को स्पर्श करता है, तो  $\lambda$  का मान ज्ञात कीजिए ।

1

334 (DV)

2

2. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

(क) यदि  $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ ,

तो  $x, y, z$  का मान ज्ञात कीजिए । 2

(ख) यदि  $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

हो, तो दिखाइए कि  $|3A| = 27|A|$ . 2

(ग) यदि  $\sin^{-1} \frac{5}{x} + \sin^{-1} \frac{12}{x} = \frac{\pi}{2}$ , तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए । 2

(घ)  $xy$  तल में उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखाओं  $x = 0$ ,  $y = 0$  तथा  $x = c$  को स्पर्श करता है । 2

(ङ) असमिका  $\frac{x}{2} < \frac{5x-2}{3} - \frac{7x-3}{5}$  को हल कीजिए । 2

3. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & z+x \\ 1 & z & x+y \end{vmatrix} = 0.$$

(ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\tan^{-1} \frac{a}{b} - \tan^{-1} \frac{a-b}{a+b} = \frac{\pi}{4}.$$

(ग) दीर्घवृत्त  $12x^2 + 5y^2 = 60$  की उत्केन्द्रता तथा नाभियाँ ज्ञात कीजिए । 2

(घ) अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभियाँ  $(\pm 5, 0)$  तथा अनुप्रस्थ अक्ष 8 हैं । 2

(ङ) बिन्दुओं  $P(2, -4, 6)$  तथा  $Q(-5, 2, 7)$  के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए । 2

4. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए :

(क) असमिका  $4x + 3y > 12$  को आलेखीय विधि से हल कीजिए । 3

(ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\tan^{-1} a + \tan^{-1} b = \cos^{-1} \frac{1 - ab}{\sqrt{(1 + a^2)(1 + b^2)}} \quad 3$$

(ग) यदि तीन बिन्दुओं  $A, B$  और  $C$  के निर्देशांक क्रमशः  $(3, 0, 4), (-2, -2, 4)$  तथा  $(8, 2, 4)$  हैं, तो दिखाइए कि बिन्दु  $A, B$  और  $C$  सरेख हैं । 3

(घ) यदि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$  तथा

आव्यूह  $B = [-1 \ 2 \ 1]$  हैं, तो सिद्ध कीजिए कि  $(AB)' = B'A'$ . 3

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए :

(क) दर्शाइए कि वृत्त  $x^2 + y^2 - 14x - 10y + 58 = 0$  तथा  $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 26 = 0$  एक-दूसरे को बाह्यतः स्पर्श करते हैं । 3

(ख) यदि  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$  तो सिद्ध कीजिए कि  $x + y + z = xyz$ . 3

(ग) दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी एक नाभि  $(3, 4)$ , संगत नियता  $3x + 4y = 5$  तथा उत्केन्द्रता  $\frac{2}{3}$  हो । 3

(घ) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 - yz \\ 1 & y & y^2 - zx \\ 1 & z & z^2 - xy \end{vmatrix} = 0. \quad 3$$

6. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

(क) सारणियों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ba & -b^2 & bc \\ ca & cb & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2. \quad 4$$

(ख) यदि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  हो, तो

$A^{-1}$  ज्ञात कीजिए । 4

http://www.upboardonline.com

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

(क) परवलय  $4y^2 - 6x - 4y = 5$  की नाभि, अक्ष और नियता का समीकरण ज्ञात कीजिए । 4

(ख) बिन्दु  $A$  और  $B$  के निर्देशांक क्रमशः  $(-2, 2, 3)$  तथा  $(13, -3, 13)$  हैं । यदि कोई बिन्दु  $P$  इस प्रकार गमन करता है कि  $3PA = 2PB$ , तो सिद्ध कीजिए कि बिन्दु  $P$  का बिन्दुपथ  $x^2 + y^2 + z^2 + 28x - 12y + 10z - 247 = 0$  होगा । 4

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

(क) यदि अतिपरवलय

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ तथा}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

की उत्केन्द्रताएँ क्रमशः  $e_1$  तथा  $e_2$  हैं, तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} = 1$ . 4

(ख) निम्नलिखित समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए : 4

$$x + y + z = 3$$

$$x + 2y + 3z = 4$$

$$x + 4y + 9z = 6$$

**(English Version)**

**Note :**

- i) First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.
- (ii) There are in all **eight** questions in this question paper.
- (iii) **All** questions are compulsory.
- (iv) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.
- (v) Marks allotted to the questions are indicated against them.
- (vi) Start from the first question and proceed to the last.
- (vii) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. Attempt any **four** parts of the following :

- (a) Find the length of the chord intercepted by the  $x$ -axis and the circle  $3x^2 + 3y^2 + 14x + 10y + 8 = 0$ . 1
- (b) If  $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ , then prove that  $(A')' = A$ . 1
- (c) Solve the inequality  $8x + 4 < 7x + 8$ . 1
- (d) Determine the value of  $x$  when  $\tan^{-1}(x^{-1}) = \cot^{-1}\left(\frac{4}{x}\right)$ . 1
- (e) If the circle  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + \lambda = 0$  touches the  $x$ -axis, find the value of  $\lambda$ .

2. Attempt any **four** parts of the following :

(a) If  $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ ,

find the values of  $x, y, z$ .

2

(b) If  $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ ,

then show that  $|3A| = 27|A|$ .

2

(c) If  $\sin^{-1} \frac{5}{x} + \sin^{-1} \frac{12}{x} = \frac{\pi}{2}$ , find the value of  $x$ .

2

(d) Determine the equation of a circle in  $xy$  plane such that it touches the lines  $x = 0, y = 0$  and  $x = c$ .

2

(e) Solve the inequality

$$\frac{x}{2} < \frac{5x-2}{3} - \frac{7x-3}{5}$$

2

3. Attempt any **four** parts of the following :

(a) Prove that

$$\begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & z+x \\ 1 & z & x+y \end{vmatrix} = 0.$$

(b) Prove that

$$\tan^{-1} \frac{a}{b} - \tan^{-1} \frac{a-b}{a+b} = \frac{\pi}{4}.$$

2

(c) Find the eccentricity and foci of an ellipse given by  $12x^2 + 5y^2 = 60$ .

2

(d) Find the equation of a hyperbola whose foci are  $(\pm 5, 0)$  and transverse axis is 8.

2

(e) Find the distance between the points  $P(2, -4, 6)$  and  $Q(-5, 2, 7)$ .

2

4. Attempt any **three** parts of the following :

(a) Solve the inequality  $4x + 3y > 12$  graphically. 3

(b) Prove that  $\tan^{-1} a + \tan^{-1} b = \cos^{-1} \frac{1 - ab}{\sqrt{(1 + a^2)(1 + b^2)}}$ . 3

(c) If the coordinates of the three points A, B and C are (3, 0, 4), (-2, -2, 4) and (8, 2, 4) respectively, then show that the points A, B and C are collinear. 3

(d) If A and B are matrices given by  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$  and  $B = [-1 \ 2 \ 1]$ , prove that  $(AB)' = B'A'$ . 3

5. Attempt any **three** parts of the following :

(a) Show that the circles  $x^2 + y^2 - 14x - 10y + 58 = 0$  and  $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 26 = 0$  touch each other externally. 3

(b) If  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$ , prove that  $x + y + z = xyz$ . 3

(c) Find the equation of an ellipse whose one focal point is at (3, 4) and corresponding directrix is  $3x + 4y = 5$  with eccentricity  $\frac{2}{3}$ . 3

(d) Prove that  $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 - yz \\ 1 & y & y^2 - zx \\ 1 & z & z^2 - xy \end{vmatrix} = 0$ . 3

6. Attempt any **one** part of the following :

(a) Using the properties of determinants, prove that

$$\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ba & -b^2 & bc \\ ca & cb & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2. \quad 4$$

(b) If matrix

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ then find } A^{-1}. \quad 4$$

7. Attempt any **one** part of the following :

(a) Find the focal point, axis and the equation of directrix of the parabola  $4y^2 - 6x - 4y = 5$ . 4

(b) The coordinates of the points A and B are  $(-2, 2, 3)$  and  $(13, -3, 13)$  respectively. If any point P moves such that  $3PA = 2PB$ , then prove that the locus of the point P is

$$x^2 + y^2 + z^2 + 28x - 12y + 10z - 247 = 0. \quad 4$$

8. Attempt any **one** part of the following :

(a) If  $e_1$  and  $e_2$  are the eccentricities of the hyperbolas

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ and}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

respectively, prove that  $\frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} = 1$ . 4

(b) Solve the following equations by using matrix method : 4

$$x + y + z = 3$$

$$x + 2y + 3z = 4$$

$$x + 4y + 9z = 6$$

http://www.upboardonline.com

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से