

U.P. BOARD CLASS 12 MATHEMATICS PAPER 1-2018

उत्तर प्रदेश बोर्ड कक्षा 12 गणित प्रथम प्रश्न पत्र - 2018

334 (DX)

गणित

(बीजगणित, प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन तथा निर्देशांक ज्यामिति)

समय: तीन घण्टे 15 मिनट)

(पूर्णांक: 50)

निर्देश: प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित है।

Instruction : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश: (i) इस प्रश्न-पत्र में कुल आठ प्रश्न हैं।

(ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

(iv) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सम्मुख अंकित हैं।

(v) प्रथम प्रश्न से प्रारम्भ कीजिए और अंतिम प्रश्न तक करते जाइए।

(vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Note : (i) There are in all eight questions in this question paper.

(ii) All questions are compulsory.

(iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.

(iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

(v) Start from the first question and proceed to the last one.

(vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए:

(क) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूल बिन्दु से होकर जाता है तथा जिसका केन्द्र (a, b) हैं।

(1)

(ख) परवलय $y^2 = -12x$ की नाभि के निर्देशांक और नियता के समीकरण ज्ञात कीजिए। (1)

(ग) $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

(घ) यदि $x + y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $2x - y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ तो x का मान ज्ञात कीजिए। (1)

(ङ.) अतिपरवलय $x^2 - 9y^2 = 36$ के अनुप्रस्थ अक्ष, संयुग्मी अक्ष, उत्केन्द्रता, नाभिलम्ब और नाभियों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (1)

1. Attempt any four parts of the following :

(a) Find the equation of a circle passing through the origin and whose centre is (a, b). (1)

(b) Find the coordinates of focus and equation of directrix of the parabola $y^2 = -12x$. (1)

(c) Find the principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. (1)

(d) If $x + y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $2x - y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ then find the value of x. (1)

(e) Find the transverse axis, conjugate axis, eccentricity, latus rectum and coordinates of foci of the hyperbola $x^2 - 9y^2 = 36$. (1)

2. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए:

(क) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ तो सिद्ध कीजिए कि $(AB)' = B'A'$. (2)

(ख) असमिका $3(1-x) < 2(x+4)$ को हल कीजिए तथा इस हल को संख्या रेखा पर आलेखित कीजिए। (2)

(ग) यदि $\tan^{-1}(1+x) + \tan^{-1}(1-x) = \frac{\pi}{6}$, तो सिद्ध कीजिए कि $x^2 = 2\sqrt{3}$. (2)

(घ) दो बिन्दुओं A तथा B के निर्देशांक क्रमशः (1, -1, 3) तथा (3, 5, 2) हैं। यदि कोई बिन्दु इस प्रकार गतिमान है कि $PA^2 + PB^2 = 4K^2$ हो, तो बिन्दु P का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए। (2)

(ङ.) उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी उत्केन्द्रता $\frac{2}{3}$, नाभि (3, 4) तथा नियता $3x + 4y = 5$ है। (2)

2. Attempt any four parts of the following :

(a) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, then prove that $(AB)' = B'A'$. (2)

(b) Solve the inequality

$3(1-x) < 2(x+4)$ and draw this solution on the number line. (2)

(c) If $\tan^{-1}(1+x) + \tan^{-1}(1-x) = \frac{\pi}{6}$, then prove that $x^2 = 2\sqrt{3}$ (2)

(d) Coordinates of two points A and B are (1, -1, 3) and (3, 5, 2) respectively. If any point P is moving such that $PA^2 + PB^2 = 4K^2$, then find the locus of point P. (2)

(e) Find the equation of the ellipse whose eccentricity is $\frac{2}{3}$, focus (3, 4) and directrix is $3x + 4y = 5$. (2)

3. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए:

(क) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0$ जहाँ $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$ (2)

(ख) उस अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभियाँ $(\pm 5, 0)$ तथा अनुप्रस्थ अक्ष 8 हैं। (2)

(ग) यदि $y = 2x$, वृत्त $x^2 + y^2 = 10x$ की एक जीवा हो, तो उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका व्यास यह जीवा है। (2)

(घ) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ तो AB तथा BA ज्ञात कीजिए। (2)

(ङ.) सिद्ध कीजिए कि: (2)

$$\tan^{-1}\left(\frac{n}{n+1}\right) - \tan^{-1}(2n+1) = \frac{3\pi}{4}.$$

3. Attempt any four parts of the following :

(a) Prove that $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0$, where $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$. (2)

(b) Find the equation of the hyperbola, whose foci are $(\pm 5, 0)$ and transverse axis is 8. (2)

(c) If $y = 2x$ is a chord of circle $x^2 + y^2 = 10x$, then find the equation of that circle whose diameter is this chord. (2)

(d) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$, then find AB and BA. (2)

(e) Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{n}{n+1}\right) - \tan^{-1}(2n+1) = \frac{3\pi}{4}$. (2)

4. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन खण्डों को हल कीजिए:

(क) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 \\ -2 & 2 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ का सहखण्डज आव्यूह ज्ञात कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि (सहखण्डज

A) $A=A$ (सहखण्डज A)। (3)

(ख) असमिका $4x + 3y > 12$ को आलेखीय विधि से हल कीजिए। (3)

(ग) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(2, -1)$, $(1, 2)$ एवं $(8, 9)$ से होकर जाता है। (3)

(घ) यदि $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$. (3)

4. Attempt any three parts of the following :

(a) Find the adjoint matrix of the matrix $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 \\ -2 & 2 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ and prove that $(\text{Adj } A) A = A$

$(\text{Adj } A)$. (3)

(b) Solve the inequality $4x + 3y > 12$ by graphical method. (3)

(c) Find the equation of the circle which passes through the points $(2, -1)$, $(1, 2)$ and $(8, 9)$. (3)

(d) If $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$, then prove that $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$. (3)

5. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन खण्डों को हल कीजिए:

(क) विभाजन सूत्र का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि बिन्दु $(-4, 6, 10)$, $(2, 4, 6)$ और $(14, 0, -2)$ संरेख हैं। (3)

(ख) सिद्ध कीजिए कि: (3)

$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2a(a+b+c)^3.$$

(ग) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ तो दर्शाइये कि $(A.B)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ (3)

(घ) परवलय $y^2 = 16x$ की उस जीवा का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका मध्य बिन्दु $(4,0)$ है। (3)

5. Attempt any three parts of the following :

(a) Using division formula prove that points $(-4, 6, 10)$, $(2, 4, 6)$ and $(14, 0, -2)$ are collinear. (3)

(b) Prove that : (3)

$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2a(a+b+c)^3.$$

(c) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ then show that $(A.B)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. (3)

(d) Find the equation of that chord of parabola $y^2 = 16x$, whose middle point is $(4, 0)$. (3)

6. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए:

(क) निम्नलिखित समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए: (4)

$$x + y + z = 3$$

$$x + 2y + z = 4$$

$$x + y + 2z = 5$$

(ख) उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(-3, 1)$ तथा $(2, -2)$ से होकर जाता है। उसकी उत्केन्द्रता भी ज्ञात कीजिए। (4)

6. Attempt any one part of the following : (4)

(a) Solve the following equations by matrix method:

$$x + y + z = 3$$

$$x + 2y + z = 4$$

$$x + y + 2z = 5$$

(b) Find the equation of the ellipse, which passes through the points (-3, 1) and (2, -2), and also find its eccentricity. (4)

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए:

(क) बिन्दुओं (2, -4, 6) तथा (6, 8, -10) को मिलाने वाली रेखाखण्ड को 3: 4 के अनुपात में अन्ततः तथा बाह्यतः विभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (4)

(ख) निम्नलिखित रैखिक असमिका निकाय को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए: (4)

$$x + y \leq 4, \quad x - y \leq 2, \quad x \leq 2, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

7. Attempt any one part of the following :

(a) Find the coordinates of the points which divide the line segment joining the points (2, -4, 6) and (6, 8, -10) in the ratio 3:4 internally and externally. (4)

(b) Solve the following linear inequalities by graphical method $x + y \leq 4, \quad x - y \leq 2, \quad x \leq 2, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए:

(क) क्रेमर के नियम की सहायता से निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए: (4)

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

(ख) (1) निम्नलिखित समीकरण को हल कीजिए: (3)

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3}.$$

(2) यदि $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = \frac{\pi}{2}$. तो सिद्ध कीजिए कि $\cos^{-1} x = \sin^{-1} y$. (1)

8. Attempt any one part of the following :

(a) Solve the following system of equations by Cramer's rule : (4)

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

(b) (i) Solve the following equation :

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3} \quad (3)$$

(ii) If $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = \frac{\pi}{2}$. then prove that $\cos^{-1} x = \sin^{-1} y$. (1)
