

131/1

334(DZ)

2018

गणित

प्रथम प्रश्नपत्र

(बीजगणित, प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन  
तथा निर्देशांक ज्यामिति)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट ] [ पूर्णांक : 50

निर्देश : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को  
प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित है ।

*Instruction :* First 15 minutes are allotted for  
the candidates to read the  
question paper.

- नोट :
- i) इस प्रश्नपत्र में कुल आठ प्रश्न हैं।
  - ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
  - iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

078635

| Turn over

- iii) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं ।
- iv) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए ।
- v) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए ।

(e : i) There are in all *eight* questions in this question paper.

ii) All questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted is clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start from the first question and proceed to the last.

vi) Do not waste time over a question you cannot solve.

1. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि  $A = \begin{bmatrix} \cos^2 x & \sin^2 x \\ \sin^2 x & \cos^2 x \end{bmatrix}$ ,

$B = \begin{bmatrix} \sin^2 x & \cos^2 x \\ \cos^2 x & \sin^2 x \end{bmatrix}$ , तो  $A + B$  का

मान ज्ञात कीजिए।

1

ख) यदि  $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = x$  है, तो  $\cos 2x$  का

मान ज्ञात कीजिए।

1

ग) असमिका  $5x - 3 \geq 3x - 5$  को हल कीजिए, जहाँ  $x$  एक वास्तविक संख्या है।

1

घ) वृत्त  $2x^2 + 2y^2 + 10x - 6y - 1 = 0$  का केन्द्र और त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

1

ङ) परवलय  $x^2 = -8y$  की नाभि तथा नियता ज्ञात कीजिए।

1

1. Attempt any four parts of the following :

a) If  $A = \begin{bmatrix} \cos^2 x & \sin^2 x \\ \sin^2 x & \cos^2 x \end{bmatrix}$ ,

$B = \begin{bmatrix} \sin^2 x & \cos^2 x \\ \cos^2 x & \sin^2 x \end{bmatrix}$ , then find the

value of  $A + B$ . 1

b) If  $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = x$ , then find the

value of  $\cos 2x$ . 1

c) Solve the inequality

$5x - 3 \geq 3x - 5$ , where  $x$  is a real number. 1

d) Find the centre and radius of circle

$2x^2 + 2y^2 + 10x - 6y - 1 = 0$ . 1

e) Find the focus and directrix of the parabola  $x^2 = -8y$ . 1

2. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि  $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = \lambda\omega$ , तो  $\lambda$  का मान

ज्ञात कीजिए, जहाँ  $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$  है। 2

ख) यदि  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$ ,

तो सिद्ध कीजिए कि  $x + y + z = xyz$ . 2

ग) असमिका  $3x + 4y \leq 12$  को आलेखीय विधि

से हल कीजिए। 2

घ) यदि  $\begin{bmatrix} x+y+z \\ x+z \\ y+z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}$  है, तो  $x, y, z$  का

मान ज्ञात कीजिए। 2

ङ) बिन्दु  $(1, 2, 3)$  की दूरियों  $y$ -अक्ष तथा

$XOZ$ -समतल से ज्ञात कीजिए। 2

2. Attempt any four parts of the following :

a) If  $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = \lambda\omega$ , then find the

value of  $\lambda$ , where  $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$ . 2

- b) If  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$ , then prove that  $x + y + z = xyz$ . 2
- c) Solve inequality  $3x + 4y \leq 12$ , by graphical method. 2
- d) If  $\begin{bmatrix} x + y + z \\ x + z \\ y + z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}$ , then find the values of  $x, y, z$ . 2
- e) Find the distances of point  $(1, 2, 3)$  from  $y$ -axis and  $XOZ$ -plane. 2
3. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित असमिका निकाय का हल आलेखीय विधि से ज्ञात कीजिए :  
 $3x + 2y \leq 12, x \geq 1, y \geq 2$ . 2

ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3.$$

2

ग) समीकरण

$$\tan^{-1}(x+1) + \tan^{-1}(x-1) = \tan^{-1} \frac{8}{31}$$

को हल कीजिए। 2

घ) सिद्ध कीजिए कि सरल रेखा

$$lx + my + n = 0 \text{ परवलय } y^2 = 4ax \text{ को}$$

स्पर्श करेगी, यदि  $ln = am^2$ . 2

ड) तीन बिन्दुओं  $A, B$  तथा  $C$  के निर्देशांक

क्रमशः  $(4, 5, 2), (3, 5, 2)$  तथा

$(-1, -1, 2)$  हैं, तो दर्शाइए कि बिन्दु  $A, B, C$

समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं। 2

3. Attempt any four parts of the following :

a) Find the solution by graphical method of the following inequality system :

$$3x + 2y \leq 12, x \geq 1, y \geq 2. \quad 2$$

b) Prove that

$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c)^3.$$

- 1. - 127

2

c) Solve the equation

$$\tan^{-1}(x+1) + \tan^{-1}(x-1) = \tan^{-1} \frac{8}{31}$$

2

d) Prove that the straight line  $lx + my + n = 0$  will touch the parabola  $y^2 = 4ax$  if  $ln = am^2$ .

2

e) Coordinates of three points A, B and C are (4, 5, 2), (3, 5, 2) and (-1, -1, 2) respectively. Then show that points A, B, C are the vertices of a right angled triangle.

2

4. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ , तो  $A^{-1}$  ज्ञात

कीजिए।

3



ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a+b & b & c \\ b+c & c & a \\ c+a & a & b \end{vmatrix} = 3abc - a^3 - b^3 - c^3.$$

3

ग) यदि  $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y + \sin^{-1} z = \pi$ ,

तो सिद्ध कीजिए कि

$$x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2} + z\sqrt{1-z^2} = 2xyz.$$

3

घ) सिद्ध कीजिए कि वृत्त  $x^2 + y^2 + 2ax + c = 0$

और  $x^2 + y^2 + 2by + c = 0$  एक दूसरे को

स्पर्श करेंगे यदि  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{c}$ . 3

4. Attempt any three parts of the following :

a) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ , then find  $A^{-1}$ . 3

b) Prove that

$$\begin{vmatrix} a+b & b & c \\ b+c & c & a \\ c+a & a & b \end{vmatrix} = 3abc - a^3 - b^3 - c^3.$$

3

- c) If  $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y + \sin^{-1} z = \pi$ ,  
then prove that

$$x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2} - z\sqrt{1-z^2} = 2xyz.$$

3

- d) Prove that the circles

$$x^2 + y^2 + 2ax + c = 0 \text{ and}$$

$$x^2 + y^2 + 2by + c = 0 \text{ will touch}$$

each other if  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{c}$ . 3

5. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन खण्डों को हल  
कीजिए :

- क) निम्नलिखित असमिका निकाय को आलेखीय  
विधि से हल कीजिए :

$$2x + y \geq 8, \quad x + 2y \geq 10, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

3

- ख)  $\begin{vmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{vmatrix}$  का मान ज्ञात कीजिए,

$$\text{जहाँ } l_1^2 + m_1^2 + n_1^2 = 1 \text{ और}$$

$$l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0 \text{ आदि।}$$

3

ग) दी गई वक्र  $9x^2 + 4y^2 = 144$  के नाभिलम्ब, उत्केंद्रता तथा नाभियों के निर्देशांक ज्ञान कीजिए। 3

घ) समीकरण

$$\tan^{-1} \frac{2x}{x^2 - 1} + \cot^{-1} \frac{x^2 - 1}{2x} + \frac{4\pi}{3} = 0$$

को हल कीजिए। 3

5. Attempt any three parts of the following :

a) Solve by graphical method the following inequality system :

$$2x + y \geq 8, \quad x + 2y \geq 10, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

3

b) Find the value of  $\begin{vmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{vmatrix}$ ,

where  $l_1^2 + m_1^2 + n_1^2 = 1$  and

$$l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0 \text{ etc.}$$

3

TURN OVER

- c) Find the latus rectum, eccentricity and coordinates of foci of an ellipse

$$9x^2 + 4y^2 = 144.$$

3

- d) Solve the equation

$$\tan^{-1} \frac{2x}{x^2 - 1} + \cot^{-1} \frac{x^2 - 1}{2x} + \frac{4\pi}{3} = 0.$$

3

6. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) यदि  $A$  कोई वर्ग आव्यूह है, तो सिद्ध कीजिए कि  $A(\text{adj}A) = (\text{adj}A)A = |A|I$  जहाँ  $I$ ,  $A$  जैसा समान कोटि का इकाई आव्यूह है। 4

ख) यदि एक अतिपरवलय तथा उसकी संयुग्मी अतिपरवलय की उत्केन्द्रतायें क्रमशः  $e_1$  तथा  $e_2$  हों तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2} = 1$ .

6. Attempt any *one* part of the following :

a) If  $A$  is any square matrix, then prove that

$$A(\text{adj}A) = (\text{adj}A)A = |A|I, \text{ where}$$

$I$  is the unit matrix of the same order as  $A$ . 4

b) If eccentricities of a hyperbola and its conjugate hyperbola be  $e_1$  and  $e_2$  respectively, then prove that

$$\frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2} = 1. \quad 4$$

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+c & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+d \end{vmatrix}$$

$$= abcd \left( 1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right).$$

4

- ख) यदि बिन्दुओं  $A$  तथा  $B$  के निर्देशांक क्रमशः  $(-2, 2, 3)$  और  $(13, -3, 13)$  हैं, तो गतिशील बिन्दु  $P$  के रेखापथ का समीकरण ज्ञात कीजिए जबकि  $3PA = 2PB$ . 4

7. Attempt any one part of the following :

- a) Prove that

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+c & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+d \end{vmatrix}$$

$$= abcd \left( 1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right)$$

4

- b) If coordinates of  $A$  and  $B$  are  $(-2, 2, 3)$  and  $(13, -3, 13)$  respectively, then find the equation of locus of a moving point  $P$  when  $3PA = 2PB$ .

निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल

कीजिए :

क) यदि बिन्दु  $P(at_1^2, 2at_1)$  तथा

$Q(at_2^2, 2at_2)$  परवलय  $y^2 = 4ax$  के

नाभय जीवा के शिरो के निर्देशांक दिये हैं,

तो सिद्ध कीजिए कि  $t_1 t_2 = -1$ . 4

ख) निम्नलिखित समीकरणों को आव्यूह विधि से

हल कीजिए :

$$x + y + z = 3$$

$$x + 2y + 3z = 4$$

$$x + 4y + 9z = 6. \quad 4$$

8. Attempt any one part of the following :

a) If points  $P(at_1^2, 2at_1)$  and

$Q(at_2^2, 2at_2)$  are given coordinates

of the ends of focal chord of a

parabola  $y^2 = 4ax$ , then prove

that  $t_1 t_2 = -1$ . 4

16

b) Solve the following equations by matrix method :

$$x + y + z = 3$$

$$x + 2y + 3z = 4$$

$$x + 4y + 9z = 6.$$

4

---

**334(DZ)-1,60,000**