

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 16

अनुक्रमांक .....

नाम .....

131/1 334(VU)

2016

गणित

प्रथम प्रश्नपत्र

(समुच्चय तथा फलन, बीजगणित, गणितीय विवेचना,  
सांख्यिकी तथा प्रायिकता)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट [ पूर्णांक : 50

निर्देश : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को  
प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।*Instruction :* First 15 minutes are allotted for  
the candidates to read the  
question paper.

- नोट :
- इस प्रश्नपत्र में कुल आठ प्रश्न हैं।
  - सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
  - प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

642191

[ Turn over

334(VU)

2

- प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
- प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।
- जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

*Note :* i) There are in all *eight* questions in  
this question paper.

- All questions are compulsory.
- In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.
- Marks allotted to the questions are indicated against them.
- Start from the first question and proceed to the last one.
- Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि  $A = \{x : x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,

$B = \{x : x^3 - 3x^2 + 2x = 0\}$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $A \cup B = \{0, 1, 2\}$ . 1

ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ = \frac{3}{16}. \quad 1$$

ग) वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका एक मूल  $1 + \sqrt{5}$  है। 1

घ) यदि  ${}^n P_4 : {}^{n-1} P_3 = 9 : 1$ , तो  $n$  का मान ज्ञात कीजिए। 1

ङ) यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$  तथा

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}, \text{ तो सिद्ध कीजिए}$$

कि  $AB \neq BA$ . 1

1. Attempt any four parts of the following :

a) If  $A = \{x : x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,

$B = \{x : x^3 - 3x^2 + 2x = 0\}$ , then prove that  $A \cup B = \{0, 1, 2\}$ . 1

b) Prove that

$$\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ = \frac{3}{16}. \quad 1$$

c) Find that quadratic equation whose one root is  $1 + \sqrt{5}$ . 1

d) If  ${}^n P_4 : {}^{n-1} P_3 = 9 : 1$ , find the value of  $n$ . 1

e) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ ,

then prove that  $AB \neq BA$ . 1

2. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B). \quad 2$$

ख) सिद्ध कीजिए  $\begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & z+x \\ 1 & z & x+y \end{vmatrix} = 0.$  2

ग) आव्यूह  $A$  तथा आव्यूह  $B$  हों, तो सिद्ध कीजिए कि  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$  2

घ) यदि  $x = \cos \theta + i \sin \theta$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $x^n + x^{-n} = 2 \cos n\theta.$  2

ङ) यदि  $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = \frac{\pi}{2}$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $\cos^{-1} x = \sin^{-1} y.$  2

2. Attempt any four parts of the following :

a) Prove that

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B). \quad 2$$

b) Prove that  $\begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & z+x \\ 1 & z & x+y \end{vmatrix} = 0.$  2

c) For the matrix  $A$  and matrix  $B$ , show that  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$  2

d) If  $x = \cos \theta + i \sin \theta$  then prove that  $x^n + x^{-n} = 2 \cos n\theta.$  2

e) If  $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = \frac{\pi}{2}$ , prove that  $\cos^{-1} x = \sin^{-1} y.$  2

3. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि किसी समान्तर श्रेणी के  $p$  वें,  $q$  वें,  $r$  वें पद क्रमशः  $a, b, c$  हों, तो सिद्ध कीजिए कि  $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0.$  2

ख) सिद्ध कीजिए कि  $\begin{vmatrix} 13 & 16 & 19 \\ 14 & 17 & 20 \\ 15 & 18 & 21 \end{vmatrix} = 0$ . 2

ग) यदि  $\frac{Z_1}{Z_2}$  एक शुद्ध काल्पनिक संख्या है,

तो सिद्ध कीजिए कि

$$|Z_1 + Z_2|^2 = |Z_1|^2 + |Z_2|^2. \quad 2$$

घ) मान लीजिए प्रतिचित्रण  $f: R \rightarrow R$  इस प्रकार है कि  $f(x) = 2x + 1, \forall x \in R$ । दर्शाइए कि यह प्रतिचित्रण एकैकी प्रतिचित्रण है। 2

ड) यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 6 & 8 & 9 \end{bmatrix}$  तथा

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 5 \\ 5 & 7 & 0 \end{bmatrix} \text{ है, तो } 3A - 2B \text{ ज्ञात}$$

कीजिए। 2

3. Attempt any *four* parts of the following :

a) If  $p^{\text{th}}, q^{\text{th}}, r^{\text{th}}$  terms of an Arithmetic progression are  $a, b, c$  respectively then prove that

$$a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = 0. \quad 2$$

b) Prove that  $\begin{vmatrix} 13 & 16 & 19 \\ 14 & 17 & 20 \\ 15 & 18 & 21 \end{vmatrix} = 0$ . 2

c) If  $\frac{Z_1}{Z_2}$  is a pure imaginary number then prove that

$$|Z_1 + Z_2|^2 = |Z_1|^2 + |Z_2|^2. \quad 2$$

d) If the mapping  $f: R \rightarrow R$  is such that  $f(x) = 2x + 1, \forall x \in R$ , show that it is one-to-one mapping. 2

e) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 6 & 8 & 9 \end{bmatrix}$  and

$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 5 \\ 5 & 7 & 0 \end{bmatrix}$ , find the matrix

$3A - 2B$ . 2

4. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन खण्डों का हल कीजिए :

क) यदि  $\tan A + \sec A = x$ , तो सिद्ध कीजिए

कि  $\sin A = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ . 3

ख) किसी समतल में 10 बिन्दु दिए हुए हैं। इन 10 बिन्दुओं में से 4 बिन्दु एक सरल रेखा में हैं और इन चार बिन्दुओं के अतिरिक्त कोई दूसरे 3 बिन्दु एक सरल रेखा में नहीं है। ज्ञात कीजिए कि इन 10 बिन्दुओं की मदद से कितनी सरल रेखाएँ बनाई जा सकती हैं। 3

ग) किसी गुणोत्तर श्रेणी के अनन्त पदों का योग 15 है और उनके वर्गों का योग 45 है, तो श्रेणी ज्ञात कीजिए। 3

घ)  $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{11}$  के प्रसार में मध्य पद ज्ञात कीजिए। 3

4. Attempt any *three* parts of the following :

a) If  $\tan A + \sec A = x$ , prove that

$\sin A = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ . 3

b) There are 10 points given in a plane. Out of these ten points, 4 points lie on a straight line. Also there are no any three points lying on a straight line other than these four points. Determine that how many straight lines can be drawn with the help of these 10 points. 3

- c) The sum of infinite terms of a geometric series is 15 and that of the sum of their squares is 45.

Find this geometric series. 3

- d) Find the middle term in the expansion of  $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{11}$ . 3

5. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन खण्डों को हल कीजिए :

- क) यदि  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $x + y + z = xyz$ . 3

- ख) निम्नलिखित आँकड़ों के लिये माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए : 3

$x_i$	4	5	8	10	12	13	18	20
$f_i$	2	4	3	6	5	4	1	5

- ग) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a & c & a+c \\ a+b & b & a \\ b & b+c & c \end{vmatrix} = 4abc. \quad 3$$

- घ) गणितीय आगमन सिद्धान्त द्वारा सिद्ध कीजिए कि संख्या  $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ , 133 से विभाज्य है। 3

5. Attempt any *three* parts of the following :

- a) If  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$ , then prove that  $x + y + z = xyz$ . 3

- b) Find the mean deviation with respect to median for the following data : 3

$x_i$	4	5	8	10	12	13	18	20
$f_i$	2	4	3	6	5	4	1	5

c) Prove that

$$\begin{vmatrix} a & c & a+c \\ a+b & b & a \\ b & b+c & c \end{vmatrix} = 4abc. \quad 3$$

d) Prove by mathematical induction that the number  $11^{n+2} + 12^{2n+1}$  is divisible by 133. 3

6. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ , तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए। 4

ख)  $\sqrt{3}$  एक अपरिमेय संख्या है, को विरोधोक्ति द्वारा सत्यापित कीजिए। 4

6. Solve any one part of the following :

a) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ , find  $A^{-1}$ . 4

b) Establish by contradiction argument that  $\sqrt{3}$  is an irrational number. 4

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) 8 सिक्के उछाले जाते हैं, तो 3 सिक्कों पर शोष आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 4

ख) श्रेणी  $2 + \frac{3}{2} + 1 + \frac{5}{8} + \dots \infty$  का योगफल ज्ञात कीजिए। 4

7. Solve any one part of the following :

a) Eight coins are tossed. Find the probability of getting head on three coins. 4

b) Find the sum of the series :  
 $2 + \frac{3}{2} + 1 + \frac{5}{8} + \dots \infty$  4

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क)  $N$  धन पूर्ण संख्याओं का समुच्चय है और  $N$  में सम्बन्ध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है कि  $(x - y), 3$  से विभाज्य है।  $x, y \in N$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $R$  तुल्यता सम्बन्ध है। 4

ख) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए प्रसरण तथा मानक विचलन ज्ञात कीजिए : 2 + 2  
 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20.

8. Attempt any one part of the following :

a)  $N$  is a set of positive integers and the relation  $R$  in  $N$  is defined such that  $(x - y)$ , is divisible by 3. If  $x, y \in N$ , then prove that  $R$  is a equivalence relation. 4

b) Determine the variance and standard deviation of the following distribution : 2 + 2  
 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20.

334(VU)-1,50,000