अनुक्रमांक

upboardonline.com

नाम .

131/1 334(VX)

2016

गणित

प्रथम प्रश्नपत्र

(समुच्चय तथा फलन, बीजगणित, गणितीय विवेचना, सांख्यिकी तथा प्रायिकता)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 50

निर्देश : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Instruction : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

upboardonline.com

नोट :
- i) इस प्रश्नपत्र में कुल **आठ** प्रश्न हैं।
- ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।
- iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

upboardonline.com

[Turn over

upboardonline.com

- iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
- v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।
- vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Note :
- i) There are in all *eight* questions in this question paper.
- ii) *All* questions are compulsory.
- iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.

upboardonline.com

- iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.
- v) Start from the first question and proceed to the last one.
- vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

upboardonline.com

1. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, $C = \{4, 5, 6, 7\}$, तो $A - (B - C)$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

ख) समीकरण $\tan^2\theta + \cot^2\theta = 2$ को हल कर θ का व्यापक मान ज्ञात कीजिए। 1

ग) $(1 + i\tan\alpha)$ का मापांक एवं कोणांक ज्ञात कीजिए। upboardonline.com 1

घ) गुणोत्तर श्रेणी 16, 8, 4, 2, ... $\frac{1}{16}$ का अन्त से पाँचवाँ पद ज्ञात कीजिए। 1

ङ) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ हो, तो दर्शाइए कि AB एक शून्य आव्यूह है। 1

1. Attempt any *four* parts of the following :

a) If set $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, $C = \{4, 5, 6, 7\}$ then find the value of $A - (B - C)$. 1

b) Find the general value of θ by solving the equation $\tan^2\theta + \cot^2\theta = 2$. 1

c) Find the magnitude and argument of $(1 + i\tan\alpha)$. 1

upboardonline.com

d) Find the fifth term from the end of geometrical progression 16, 8, 4, 2, ... $\frac{1}{16}$. 1

e) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ then show that AB is a null (zero) matrix. 1

2. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए :

क) सारणिक विधि से दिखाइए कि बिन्दु $A(a, b+c)$, $B(b, c+a)$, $C(c, a+b)$ संरेख हैं। 2

ख) निम्नलिखित के प्रसार में x से स्वतंत्र पद ज्ञात कीजिए :

$\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)^8$. upboardonline.com 2

ग) 'ARTICLE' शब्द के अक्षरों से कितने शब्द बनेंगे, यदि स्वर *A, I, E* केवल विषम स्थानों पर हों ? 2

घ) यदि a, b, c समान्तर श्रेणी में तथा x, y, z गुणोत्तर श्रेणी में हों, तो सिद्ध कीजिए कि $x^{b-c} . y^{c-a} . z^{a-b} = 1$. 2

ङ) यदि $2\tan A = 3\tan B$, तो सिद्ध कीजिए कि $\tan(A-B) = \frac{\sin 2B}{5 - \cos 2B}$. 2

upboardonline.com

2. Attempt any *four* parts of the following :

a) By determinant method show that the points $A(a, b+c)$, $B(b, c+a)$, $C(c, a+b)$ are collinear. 2

b) Find the term independent from x in the expansion of following :

$\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)^8$. 2

upboardonline.com

c) How many words can be formed of the letters of the word 'ARTICLE' if vowels *A, I, E* occupy odd places only ? 2

d) If a, b, c are in A.P. and x, y, z are in G.P. then prove that

$x^{b-c} . y^{c-a} . z^{a-b} = 1$. 2

e) If $2\tan A = 3\tan B$, then prove that

$\tan(A-B) = \frac{\sin 2B}{5 - \cos 2B}$. 2

upboardonline.com

3. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए :

$$\sec\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right).\sec\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)=2\sec 2\theta.$$ 2

ख) सिद्ध कीजिए कि $(A\cup B)'=A'\cap B'$. 2

ग) $\sin\left[\frac{\pi}{3}-\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$ का मान ज्ञात कीजिए। upboardonline.com 2

घ) $\left(1-\frac{1}{i}\right)$ को ध्रुवीय रूप में व्यक्त कीजिए। 2

ङ) $1+(1+2)+(1+2+3)+\ldots$. n पदों का योगफल ज्ञात कीजिए। 2

3. Attempt any *four* parts of the following :

a) Prove that

$$\sec\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right).\sec\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)=2\sec 2\theta.$$ 2

b) Prove that $(A\cup B)'=A'\cap B'$. 2

c) Find the value of $\sin\left[\frac{\pi}{3}-\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$. 2

upboardonline.com

d) Express the polar form of $\left(1-\frac{1}{i}\right)$. 2

e) Find the sum of n^{th} terms of $1+(1+2)+(1+2+3)+\ldots$. 2

4. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित असमिका निकाय को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

$x+2y\le 8$

$2x+y\le 8$ upboardonline.com

$x\ge 0, y\ge 0$. 3

ख) यदि $z=x+iy$ तथा $\frac{z-1}{z+1}$ का कोणांक $\frac{\pi}{4}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $x^2+y^2-2y=1$. 3

ग) गणितीय आगमन विधि से सिद्ध कीजिए कि $7^{2n}+2^{3n-3}.3^{n-1}$, $n\in N$ के सभी मानों के लिए 25 से विभाज्य है। 3

upboardonline.com

upboardonline.com

घ) प्रतिचित्रण $f : R \rightarrow R$ में फलन $f(x)$,

$f(x) = \sin x, \forall x \in R$ द्वारा परिभाषित है,

तो सिद्ध कीजिए की प्रतिचित्रण न तो एकैकी है

और न ही अच्छादक है। 3

4. Attempt any *three* parts of the following :

a) Solve the following system of inequalities graphically :

$x + 2y \leq 8$

$2x + y \leq 8$

upboardonline.com

$x \geq 0, y \geq 0$. 3

b) If $z = x + iy$ and argument of $\frac{z-1}{z+1}$ is $\frac{\pi}{4}$ then prove that $x^2 + y^2 - 2y = 1$. 3

c) Prove that by mathematical induction method for all values of $7^{2n} + 2^{3n-3} . 3^{n-1}$ is divisible by 25, $n \in N$. 3

 upboardonline.com [Turn over

upboardonline.com

d) In mapping $f : R \rightarrow R$, $f(x)$, is defined by $f(x) = \sin x, \forall x \in R$. Then prove that mapping is neither one-one nor onto. 3

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $\tan\theta + \sin\theta = m$ तथा

$\tan\theta - \sin\theta = n$, तो सिद्ध कीजिए

$m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. 3

ख) सिद्ध कीजिए कि ${}^nC_r = \frac{n-r+1}{r} . {}^nC_{r-1}$.

upboardonline.com

3

ग) $(1+x)^n$ के प्रसार में, सिद्ध कीजिए की

$$\frac{C_1}{C_0} + \frac{2C_2}{C_1} + \frac{3C_3}{C_2} + \ldots + \frac{n.C_n}{C_{n-1}} = \frac{n(n+1)}{2}.$$

3

 upboardonline.com

upboardonline.com

घ) नीचे दो कथन दिए गये हैं :

p : 80, 5 का गुणज है।

q : 80, 4 का गुणज है।

इन कथनों को 'और' से जोड़कर मिश्र कथन बनाइए तथा उसकी वैधता की जाँच कीजिए। 3

5. Attempt any *three* parts of the following : upboardonline.com

a) If $\tan\theta + \sin\theta = m$ and $\tan\theta - \sin\theta = n$, then prove that $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. 3

b) Prove that

$${}^nC_r = \frac{n-r+1}{r} \cdot {}^nC_{r-1}.$$ 3

c) In the expansion of $(1+x)^n$, prove that

$$\frac{C_1}{C_0} + \frac{2C_2}{C_1} + \frac{3C_3}{C_2} + \ldots + \frac{n.C_n}{C_{n-1}} = \frac{n(n+1)}{2}.$$

3

upboardonline.com

upboardonline.com

d) Two statements are given below :

p : 80, is a multiple of 5.

q : 80, is a multiple of 4.

Find the compound statement by connecting "and" in these statement and check the validity. 3

6. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए : upboardonline.com

क) एक स्कूटर बनाने वाली कम्पनी के पास दो प्लाण्ट हैं। प्लांट-I में 70% तथा प्लान्ट-II में 30% स्कूटर बनते हैं। प्लान्ट-I में 80% स्कूटर मानक गुणवत्ता वाले तथा प्लाण्ट-II में 90% मानक गुणवत्ता वाले बनते हैं। एक स्कूटर यादृच्छिक चुनाव किया जाता है और यह मानक गुणवत्ता वाला पाया जाता है। इसके प्लाण्ट-II से होने की क्या प्रायिकता है ? 4

upboardonline.com

upboardonline.com

ख) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए : 4

प्राप्तांक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
छात्रों की संख्या	3	4	7	6	15	5	2

upboardonline.com

6. Solve any *one* part of the following :

a) A scooter manufacturing company has two plants. Plant-I manufactures 70% of the scooters and Plant-II manufactures 30%. At Plant-I, 80% of the scooters are of standard quality and at the Plant-II, 90% of scooters are rated of standard quality. A scooter is chosen at random and is found to be standard quality. What is the probability that it has come from Plant-II ? 4

 upboardonline.com

upboardonline.com

b) Find the mean deviation from the mean for the following distribution : 4

Marks	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
No. of Students	3	4	7	6	15	5	2

7. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

upboardonline.com

क) निम्नलिखित समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$2x - y + 3z = 9$

$x + y + z = 6$

$x - y + z = 2$ 4

ख) यदि $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ हो, तो सिद्ध कीजिए $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$. 4

upboardonline.com

7. Solve any *one* part of the following :

a) Solve the following equations by matrix method :

$$2x - y + 3z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$ 4

b) If $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$

then prove that upboardonline.com

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1.$$ 4

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ bc & ca & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(ab+bc+ca)$$

4

ख) यदि किसी समुच्चय A पर दो सम्बन्ध R तथा S तुल्यता सम्बन्ध हों, तो सिद्ध कीजिए कि '$R \cap S$' एक तुल्यता सम्बन्ध है। 4

8. Attempt any *one* part of the following :

a) Prove that

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ bc & ca & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(ab+bc+ca)$$

upboardonline.com 4

b) In any set A, the two relations R and S are equivalences then prove that '$R \cap S$' is an equivalence relation. 4

334(VX)-1,50,000