

अनुक्रमांक .....

upboardonline.com

नाम .....

131/2 335(GI)

2014

गणित

द्वितीय प्रश्नपत्र

(कलन, निर्देशांक ज्यामिति, रेखिक प्रोग्रामन, सदिश  
तथा त्रिविमीय ज्यामिति)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट ] [ पूर्णांक : 50

निर्देश : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को  
प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

*Instruction :* First 15 minutes are allotted for  
the candidates to read the  
question paper.

- नोट :
- इस प्रश्नपत्र में कुल आठ प्रश्न हैं।
  - सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। upboardonline.com
  - प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड करने हैं।

[ Turn over

335(GI)

2

upboardonline.com

- प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
- प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।
- जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

- Note :*
- There are in all *eight* questions in this question paper.
  - All questions are compulsory.
  - In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned. upboardonline.com
  - Marks allotted to the questions are indicated against them.
  - Start from the first question and proceed to the last one.
  - Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल

कीजिए : [upboardonline.com](http://upboardonline.com)

क)  $\log x^x$  का  $x$  के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात

कीजिए। 1

ख) रेखायुग्म  $x^2 + 2xy \cot \theta - y^2 = 0$  के बीच

का कोण ज्ञात कीजिए। 1

ग) यदि सदिश  $a_1 \hat{i} + a_2 \hat{j} + a_3 \hat{k}$  तथा

$b_1 \hat{i} + b_2 \hat{j} + b_3 \hat{k}$  के बीच का कोण

$\theta$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि

[upboardonline.com](http://upboardonline.com)

$$\cos \theta = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{(\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2})(\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2})}$$

है। 1

[ Turn over

घ)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8} \right)$  का मान ज्ञात

कीजिए। [upboardonline.com](http://upboardonline.com) 1

ड) वृत्त  $5x^2 + 5y^2 + 4x - 8y - 16 = 0$  के

केन्द्र के निर्देशांक तथा त्रिज्या ज्ञात कीजिए। 1

1. Attempt any four parts of the following :

a) Find the differential coefficient of

$\log x^x$  with respect to  $x$ . 1

[upboardonline.com](http://upboardonline.com)

b) Find the angle between the pair of

lines  $x^2 + 2xy \cot \theta - y^2 = 0$ . 1

- c) If the angle between vectors  $a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$  and  $b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$  be  $\theta$ , then prove that [upboardonline.com](http://upboardonline.com)

$$\cos \theta = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{(\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2})(\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2})}$$

1

- d) Find the value of

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8} \right)$$

1

[upboardonline.com](http://upboardonline.com)

- e) Find coordinates of centre and radius of the circle

$$5x^2 + 5y^2 + 4x - 8y - 16 = 0.$$

1

2. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल

कीजिए : [upboardonline.com](http://upboardonline.com)

- क) फलन

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|}{x-3}, & x \neq 3 \\ 0, & x = 3 \end{cases}$$

के  $x = 3$  पर सातत्य का परीक्षण कीजिए। 2

- ख) वक्र  $y^2 - 7x - 8y + 14 = 0$  के बिन्दु

(2, 0) पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात

कीजिए। [upboardonline.com](http://upboardonline.com) 2

- ग)  $\int [(1 - \sin 2x)^{1/2}] dx$  का मान ज्ञात

कीजिए। 2

- घ) सिद्ध कीजिए कि बिन्दुओं ( 2, -3 ) तथा ( -5, 1 ) को मिलाने वाली रेखा बिन्दुओं ( 4, 5 ) तथा ( 0, -2 ) को मिलाने वाली रेखा के लम्बवत् है। upboardonline.com 2
- ड) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष पर धन दिशा में क्रमशः 3 और 4 का अंतःखण्ड काटता है तथा मूल बिन्दु से गुजरता हो। 2

2. Attempt any *four* parts of the following :

a) Examine continuity of the function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|}{x-3}, & x \neq 3 \\ 0, & x = 3 \end{cases}$$

at point  $x = 3$ . 2

upboardonline.com

- b) Find the equation of tangent at point ( 2, 0 ) of curve  $y^2 - 7x - 8y + 14 = 0$ . 2
- c) Evaluate  $\int [(1 - \sin 2x)^{1/2}] dx$ . 2  
upboardonline.com
- d) Prove that the line joining points ( 2, -3 ) and ( -5, 1 ) is perpendicular to the line joining points ( 4, 5 ) and ( 0, -2 ). 2  
upboardonline.com
- e) Find the equation of the circle which makes intercepts of 3 and 4 on axes  $x$  and  $y$  respectively in positive directions and passes through origin. 2

3. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए : upboardonline.com

क) यदि  $y = \frac{1}{3x^3}$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $3y + x \frac{dy}{dx} = 0$ . 2

ख)  $\int \frac{x^2+1}{x^4+x^2+1} dx$  का मान ज्ञात कीजिए। 2

ग) दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। upboardonline.com 2

घ) रेखाओं

$$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) \quad \text{तथा}$$

$$\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{j}) + \mu(2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) \quad \text{के मध्य}$$

कोण ज्ञात कीजिए। 2

ड) अवकल समीकरण

$$x^2(1-y) \frac{dy}{dx} + y^2(1+x) = 0$$

upboardonline.com

को हल कीजिए। 2

3. Attempt any four parts of the following :

a) If  $y = \frac{1}{3x^3}$ , then prove that  $3y + x \frac{dy}{dx} = 0$ . upboardonline.com 2

b) Evaluate  $\int \frac{x^2+1}{x^4+x^2+1} dx$ . 2

c) Find the area of ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad 2$$

d) Find the angle between the straight lines represented by

$$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{j}) + \mu(2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}). \quad 2$$

upboardonline.com

e) Solve the differential equation

$$x^2(1-y)\frac{dy}{dx} + y^2(1+x) = 0. \quad 2$$

4. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन खण्डों को हल कीजिए : upboardonline.com

क)  $\int_0^1 \frac{x}{(1+x^2)^{1/2}} dx$  का मान ज्ञात कीजिए। 3

[ Turn over

ख) यदि  $y = x^2 + \frac{1}{x^2 + \frac{1}{x^2 + \dots}}$ , तो  
upboardonline.com

सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy^2}{1+y^2}$ . 3

ग) वह कोण ज्ञात कीजिए जिस पर वक्र  $y = 2x - x^2$  की स्पर्श रेखा  $x$ -अक्ष को काटती है। upboardonline.com 3

घ) उस अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसकी नियता  $x + 2y = 1$ , नाभि (2, 1)

और उत्केन्द्रता 2 हैं। 3

4. Attempt any *three* parts of the following : upboardonline.com

a) Evaluate :  $\int_0^1 \frac{x}{(1+x^2)^{1/2}} dx$ . 3

b) If  $y = x^2 + \frac{1}{x^2 + \frac{1}{x^2 + \dots}}$ , then

upboardonline.com

prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy^2}{1+y^2}$ . 3

- c) Find the angle on which the tangent of the curve  $y = 2x - x^2$  cuts the axis of  $x$ . 3

[ Turn over

- d) Find the equation of hyperbola whose directrix is  $x + 2y = 1$ , focus  $(2, 1)$  and eccentricity is 2. 3

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए : upboardonline.com

- क) परवलय  $y^2 = 4x$  तथा सरल रेखा  $x = 4$  के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3

- ख) आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत हल कीजिए : upboardonline.com

$$x + y \leq 40$$

$$2x + y \leq 70$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$$Z = 5x + 2y \text{ का अधिकतम मान ज्ञात}$$

कीजिए।

3

ग) दिखाइए कि  $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$  पर फलन  $x^2 \log \frac{1}{x}$

उच्चिष्ठ है। upboardonline.com 3

घ) यदि परवलय  $y^2 = 4ax$  की नाभीय जीवा के एक सिरे का निर्देशांक  $(at_1^2, 2at_1)$  हो, तो दूसरे सिरे का निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 3

5. Attempt any *three* parts of the following : upboardonline.com

a) Find the area included between parabola  $y^2 = 4x$  and straight line  $x = 4$ . 3

b) Solve the following linear programming problem by graphical method under the following constraints : upboardonline.com

$$x + y \leq 40$$

$$2x + y \leq 70$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

Find the maximum value of  $Z = 5x + 2y$ . 3

upboardonline.com

c) Show that the function  $x^2 \log \frac{1}{x}$  is maximum at  $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ . 3



- d) If the coordinates of one end of a focal chord of a parabola  $y^2 = 4ax$  is  $(at_1^2, 2at_1)$  then find the coordinates of the other end. 3

upboardonline.com

6. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

- क) यदि  $x(1+y)^{1/2} + y(1+x)^{1/2} = 0$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = -(1+x)^{-2}$ . 4

upboardonline.com

- ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \cos x} dx = \frac{\pi^2}{4}. \quad 4$$

[ Turn over

6. Attempt any *one* part of the following :

- a) If  $x(1+y)^{1/2} + y(1+x)^{1/2} = 0$ , then prove that  $\frac{dy}{dx} = -(1+x)^{-2}$ . 4

- b) Prove that upboardonline.com

$$\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \cos x} dx = \frac{\pi^2}{4}. \quad 4$$

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए : upboardonline.com

- क) वक्र  $4x^2 + 9y^2 = 144$  की उत्केन्द्रता तथा नाभियाँ ज्ञात कीजिए। 4

- ख) वक्र  $x^2 = 4y$  एवं सरल रेखा  $x = 4y - 2$  के अन्तर्गत क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4

7. Attempt any *one* part of the following :

a) Find eccentricity and foci of the curve  $4x^2 + 9y^2 = 144$ . 4

b) Find the area included between the curves  $x^2 = 4y$  and straight line  $x = 4y - 2$ . 4

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए : upboardonline.com

क) मूल बिन्दु और समतलों  $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}) = 0$

तथा  $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}) = 2$  की प्रतिच्छेद रेखा

से जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात

कीजिए। 4

ख) अवकल समीकरण upboardonline.com

$$(1 + x^2)dy + 2xy dx = \cot x dx$$

को हल कीजिए। 4

8. Attempt any *one* part of the following :

a) Find the equation of the plane passing through origin and line of intersection of

planes  $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}) = 0$  and

$$\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}) = 2. 4$$

b) Solve the differential equation

$$(1 + x^2)dy + 2xy dx = \cot x dx 4$$