https://www.upboardonline.com

की संख्या : 15

131/1 334(DW)

2018

गणित

प्रथम प्रश्नपत्र

(बीजगणित, प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन

तथा निर्देशांक ज्यामिति)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 50

निर्देश : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Instruction : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

नोट : i) इस प्रश्नपत्र में कुल **आठ** प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टत: लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Note : i) There are in all *eight* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start from the first question and proceed to the last one.

vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

1. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = A$, तो $\sin 2A$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

ख) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0$, जहाँ $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$. 1

ग) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूल बिन्दु से होकर जाता है और अक्षों से अन्तःखण्ड 3 तथा 4 काटता है। 1

घ) अतिपरवलय $2x^2 - 3y^2 = 15$ की उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए। 1

ङ) बिन्दुओं (2, 3, 4) और (3, 4, 5) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। 1

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

1. Attempt any *four* parts of the following :

a) If $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = A$, then find the value of $\sin 2A$. 1

b) Prove that $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0$, where $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$. 1

c) Find the equation of that circle which passes through origin and cuts off intercepts 3 and 4 from the axes. 1

d) Find the eccentricity of hyperbola $2x^2 - 3y^2 = 15$. 1

e) Find the distance between the points (2, 3, 4) and (3, 4, 5). 1

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

2. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $A=\begin{bmatrix}1 & -2 & 3\\ -4 & 2 & 5\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2 & 4 & 2\\ 3 & 5 & 1\end{bmatrix}'$, तो AB का मान ज्ञात कीजिए। 2

ख) सिद्ध कीजिए कि

$$2\tan^{-1}\sqrt{\frac{b}{a}}=\cos^{-1}\left(\frac{a-b}{a+b}\right).$$ 2

ग) असमिका $\frac{x}{2}<\frac{5x-2}{3}-\frac{7x-3}{5}$ को हल कीजिए। 2

घ) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र (1, –3) है और रेखा $2x-y-4=0$ को स्पर्श करता है। 2

ङ) एक परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष (0, 0) और नाभि (0, 2) हैं। 2

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

2. Attempt any *four* parts of the following :

a) If $A=\begin{bmatrix}1 & -2 & 3\\ -4 & 2 & 5\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2 & 4 & 2\\ 3 & 5 & 1\end{bmatrix}'$, then find the value of AB. 2

b) Prove that

$$2\tan^{-1}\sqrt{\frac{b}{a}}=\cos^{-1}\left(\frac{a-b}{a+b}\right).$$ 2

c) Solve the inequality

$$\frac{x}{2}<\frac{5x-2}{3}-\frac{7x-3}{5}.$$ 2

d) Find the equation of that circle whose centre is (1, –3) and touches the line $2x-y-4=0$. 2

e) Find the equation of the parabola whose vertex is (0, 0) and focus is (0, 2). 2

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

3. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित असमिका निकाय को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

$2x + y \geq 6,\ 3x + 4y \leq 12.$ 2

ख) सिद्ध कीजिए कि

$3\sin^{-1} x = \sin^{-1}(3x - 4x^3).$ 2

ग) यदि $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$, तो सिद्ध कीजिए कि

$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1.$ 2

घ) सिद्ध कीजिए कि सरल रेखा $y = mx + c$ परवलय $y^2 = 4a(x + a)$ को स्पर्श करेगी यदि $c = ma + \frac{a}{m}$. 2

ङ) यदि $P(3,2,-4)$, $Q(5,4,-6)$ और $R(9,8,-10)$ संरेख हैं, तो अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें Q रेखा PR को विभाजित करता है। 2

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

3. Attempt any *four* parts of the following :

a) Solve graphically the following system of inequalities :

$2x + y \geq 6,\ 3x + 4y \leq 12.$ 2

b) Prove that

$3\sin^{-1} x = \sin^{-1}(3x - 4x^3).$ 2

c) If $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$, then prove that

$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1.$ 2

d) Prove that straight line $y = mx + c$ will touch the parabola $y^2 = 4a(x + a)$ if $c = ma + \frac{a}{m}$. 2

e) If $P(3,2,-4)$, $Q(5,4,-6)$ and $R(9,8,-10)$ are collinear, then find the ratio in which Q divides the line PR. 2

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

4. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $[x \ -5 \ -1]\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\0 & 2 & 1\\2 & 0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\4\\1\end{bmatrix}=0$, तो x का मान ज्ञात कीजिए। 3

ख) सिद्ध कीजिए कि
$\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{5}+\tan^{-1}\frac{1}{8}=\frac{\pi}{4}$. 3

ग) सिद्ध कीजिए कि
$\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)=\tan^{-1}\left(\frac{27}{11}\right)$. 3

घ) उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि की संगत नियता से दूरी $\frac{16}{3}$ तथा उत्केन्द्रता $\frac{3}{5}$ है। 3

4. Attempt any *three* parts of the following :

a) If $[x \ -5 \ -1]\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\0 & 2 & 1\\2 & 0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\4\\1\end{bmatrix}=0$, then find the value of x. 3

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

b) Prove that
$\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{5}+\tan^{-1}\frac{1}{8}=\frac{\pi}{4}$. 3

c) Prove that
$\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)=\tan^{-1}\left(\frac{27}{11}\right)$. 3

d) Find the equation of that ellipse whose distance of focus from the corresponding diretrix is $\frac{16}{3}$ and eccentricity is $\frac{3}{5}$. 3

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित असमिका निकाय को आलेखीय विधि से हल कीजिए :
$3x+2y\le 12,\ x\ge 1,\ y\ge 2$. 3

ख) यदि $A=\begin{bmatrix}0 & -\tan\frac{\alpha}{2}\\ \tan\frac{\alpha}{2} & 0\end{bmatrix}$ और I, A जैसा समान कोटि का इकाई आव्यूह है, तो दिखाइए कि
$(I+A)=(I-A)\begin{bmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix}$. 3

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

ग) उस अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभियों के बीच की दूरी 16 तथा उत्केन्द्रता $\sqrt{2}$ है। 3

घ) सिद्ध कीजिए कि

$$\cos^{-1}\frac{3}{5}+\cos^{-1}\frac{12}{13}=\sin^{-1}\frac{63}{65}.$$ 3

5. Attempt any *three* parts of the following :

a) Solve by graphical method, the following inequality system :

$3x+2y\le 12,\ x\ge 1,\ y\ge 2.$ 3

b) If $A=\begin{bmatrix}0 & -\tan\frac{\alpha}{2}\\ \tan\frac{\alpha}{2} & 0\end{bmatrix}$ and I is the unit matrix of the same order as A, then show that

$$(I+A)=(I-A)\begin{bmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix}.$$ 3

c) Find the equation of that hyperbola whose distance between foci is 16 and eccentricity is $\sqrt{2}$. 3

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

d) Prove that

$$\cos^{-1}\frac{3}{5}+\cos^{-1}\frac{12}{13}=\sin^{-1}\frac{63}{65}.$$ 3

6. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित समीकरण निकाय को क्रमर के नियम से हल कीजिए :

$x+y+z=9$

$2x+5y+7z=52$

$2x+y-z=0.$ 4

ख) आव्यूह $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -2\\ -1 & 3 & 0\\ 0 & -2 & 1\end{bmatrix}$ का A^{-1} ज्ञात कीजिए। 4

6. Attempt any *one* part of the following :

a) Solve by Cramer's rule the following equation system :

$x+y+z=9$

$2x+5y+7z=52$

$2x+y-z=0.$ 4

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

b) Find A^{-1} of the matrix

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -2\\ -1 & 3 & 0\\ 0 & -2 & 1\end{bmatrix}.$$ 4

7. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) यदि l_1 तथा l_2 परवलय $y^2=4ax$ की किसी नाभीय जीवा के खण्डों की लम्बाइयाँ हों तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}=\frac{1}{a}$. 4

ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix}x & x^2 & 1+x^3\\ y & y^2 & 1+y^3\\ z & z^2 & 1+z^3\end{vmatrix}=$$

$$(1+xyz)(x-y)(y-z)(z-x).$$ 4

7. Attempt any *one* part of the following :

a) If l_1 and l_2 are the lengths of segment of focal chord of a parabola $y^2=4ax$, then prove that $\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}=\frac{1}{a}$. 4

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

b) Prove that

$$\begin{vmatrix}x & x^2 & 1+x^3\\ y & y^2 & 1+y^3\\ z & z^2 & 1+z^3\end{vmatrix}=$$

$$(1+xyz)(x-y)(y-z)(z-x).$$ 4

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$3x-2y+3z=8$

$2x+y-z=1$

$4x-3y+2z=4$. 4

ख) यदि एक त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं के निर्देशांक (1, 5, –1), (0, 4, –2) और (2, 3, 4) हैं, तो इसके शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 4

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

8. Attempt any *one* part of the following :

a) Solve by the matrix method the following system of equations :

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$. 4

b) If the coordinates of mid-points of a triangle are (1, 5, –1), (0, 4, –2) and (2, 3, 4), then find the coordinates of its vertices. 4

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

334(DW)-1,60,000

https://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.upboardonline.com