131/2 335(EG)

2018

गणित

द्वितीय प्रश्नपत्र

(कलन, रैखिक प्रोग्रामन, सदिश तथा त्रिविमीय ज्यामिति)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 50

निर्देश : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Instruction : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

नोट :

i) इस प्रश्नपत्र में कुल **आठ** प्रश्न हैं ।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं ।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड करने हैं ।

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं ।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए ।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए ।

Note :

i) There are in all *eight* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted is clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start from the first question and proceed to the last.

vi) Do not waste time over a question you cannot solve.

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

1. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए :

क) फलन $3\sqrt{x}+5\log_e x-11\log_a x$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए । 1

ख) $\int \frac{dx}{1+\cos x}$ का मान ज्ञात कीजिए । 1

ग) अवकल समीकरण

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{3/2}=\left(x+\frac{dy}{dx}\right)^{1/2}$$ की कोटि तथा घात ज्ञात कीजिए । 1

घ) सदिशों $2\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}$ और $3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए । 1

ङ) $\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ की दिशा में एकांक सदिश ज्ञात कीजिए । 1

[Turn over

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

1. Attempt any *four* parts of the following :

a) Find the differential coefficient of the function $3\sqrt{x}+5\log_e x-11\log_a x$ with resect to x. 1

b) Evaluate : $\int \frac{dx}{1+\cos x}$. 1

c) Find the order and degree of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{3/2}=\left(x+\frac{dy}{dx}\right)^{1/2}$. 1

d) Find the angle between the vectors $2\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}$ and $3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$. 1

e) Find unit vector along $\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$. 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

2. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $y = \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x \ldots \infty}}}$ तो सिद्ध कीजिए $(2y-1)\frac{dy}{dx} = \cos x$. 2

ख) $\int \frac{\sec x}{\sec x + \tan x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

ग) उस परवलय परिवार का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए, जिनके अक्ष X-अक्ष के समान्तर तथा शीर्ष Y-अक्ष पर हों । 2

घ) यदि $\vec{a}$ एक इकाई सदिश है और $\left(\vec{x} - \vec{a}\right) \cdot \left(\vec{x} + \vec{a}\right) = 8$, तो $|\vec{x}|$ ज्ञात कीजिए। 2

ङ) $\int \frac{1}{x^{1/2} + x^{1/3}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

[Turn over

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

2. Attempt any *four* parts of the following :

a) If $y = \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x \ldots \infty}}}$ then prove that $(2y-1)\frac{dy}{dx} = \cos x$. 2

b) Find the value of $\int \frac{\sec x}{\sec x + \tan x} dx$. 2

c) Find the differential equation of that family of parabolas whose axes are parallel to X-axis and vertices are on Y-axis. 2

d) If $\vec{a}$ be an unit vector and $\left(\vec{x} - \vec{a}\right) \cdot \left(\vec{x} + \vec{a}\right) = 8$ then find $|\vec{x}|$. 2

e) Find the value of $\int \frac{1}{x^{1/2} + x^{1/3}} dx$. 2

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

3. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि वक्र $x^2 - y^2 = 16$ तथा $xy = 15$ एक दूसरे को समकोण पर काटते हैं । 2

ख) $\int x \tan^2 x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

ग) अवकल समीकरण

$$\left(y - x\frac{dy}{dx}\right) = a\left(y^2 + \frac{dy}{dx}\right)$$ को हल कीजिए । 2

घ) यदि $\vec{a}, \vec{b}$ तथा $\vec{c}$ को तीन सदिश हैं तो सिद्ध कीजिए कि $\left(\vec{b} \times \vec{c}\right) \times \left(\vec{c} \times \vec{a}\right) = \left[\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}\right]\vec{c}$. 2

ङ) यदि $\Delta\, ABC$ की भुजा AC का मध्य बिन्दु E है तो सिद्ध कीजिए कि

$$B\vec{E} = \frac{1}{2}\left(B\vec{A} + B\vec{C}\right).$$ 2

[Turn over

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

3. Attempt any *four* parts of the following :

a) Prove that curves $x^2 - y^2 = 16$ and $xy = 15$ cut one another at right angles. 2

b) Find the value of $\int x \tan^2 x \, dx$. 2

c) Solve the differential equation

$$\left(y - x\frac{dy}{dx}\right) = a\left(y^2 + \frac{dy}{dx}\right).$$ 2

d) For any three vectors $\vec{a}, \vec{b}$ and $\vec{c}$, prove $\left(\vec{b} \times \vec{c}\right) \times \left(\vec{c} \times \vec{a}\right) = \left[\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}\right]\vec{c}$. 2

e) If E be mid-point of side AC of triangle ABC, prove that

$$B\vec{E} = \frac{1}{2}\left(B\vec{A} + B\vec{C}\right).$$ 2

4. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $y = \tan^{-1}\left(\frac{ax-b}{bx+a}\right)$ तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$. 3

ख) $\int \frac{\cos x}{\sqrt{3+\cos^2 x}}\,dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 3

ग) सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि अर्द्धवृत्त के व्यास पर बना कोण समकोण होता है । 3

घ) अवकल समीकरण $\left(x^2-1\right).\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{2}{x^2-1}$ को हल कीजिए । 3

4. Attempt any *three* parts of the following :

a) If $y = \tan^{-1}\left(\frac{ax-b}{bx+a}\right)$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$. 3

| Turn over

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

b) Find the value of $\int \frac{\cos x}{\sqrt{3+\cos^2 x}}\,dx$. 3

c) By vector method prove that the angle formed on the diameter of a semi-circle is a right angle. 3

d) Solve the differential equation $\left(x^2-1\right)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{2}{x^2-1}$. 3

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि किसी वृत्त का क्षेत्रफल एक समान दर से बढ़ता है तो सिद्ध कीजिए कि उसके परिमाप की वृद्धि की दर त्रिज्या के व्युत्क्रमानुपाती होती है ।

http://www.upboardonline.com

3

ख) $\int \frac{1}{4\cos x - 1}\,dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 3

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ग) आलेखीय विधि से निम्न रैखिक समस्या

$$x + y \leq 12$$

$$2x + y \leq 20$$

$$x \geq 0,\ y \geq 0$$

से $Z = 10x + 6y$ का महत्तम मान ज्ञात कीजिए । 3

घ) दिखाइये कि रेखाएँ

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$ तथा

$\vec{r} = (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) + \mu(3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$

समतलीय हैं । इनका प्रतिच्छेद बिन्दु भी ज्ञात कीजिए । 3

. Attempt any *three* parts of the following :

a) If the area of a circle increases at constant rate, prove that the rate of increase in its perimeter is inversely proportional to radius. 3

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

b) Find the value of

$$\int \frac{1}{4\cos x - 1}\,dx.$$ 3

c) Solve the following linear programming problem :

$$x + y \leq 12$$

$$2x + y \leq 20$$

$$x \geq 0,\ y \geq 0$$

by graphical method and find the maximum value of $Z = 10x + 6y$. 3

d) Show that the lines

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$ and

$\vec{r} = (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) + \mu(3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$ are

coplanar. Find their point of intersection also. 3

http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com

6. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) दो संख्याओं का योग निश्चित है । सिद्ध कीजिए कि उनके गुणनफल का मान अधिकतम होगा, यदि प्रत्येक संख्या योग की आधी होगी । 4

ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cot x}}{1+\sqrt{\cot x}} = \frac{\pi}{4} .$$ 4

6. Attempt any *one* part of the following :

a) The sum of two numbers is fixed. Prove that their product will be maximum, if each number is half of the sum. 4

b) Prove that

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cot x}}{1+\sqrt{\cot x}} = \frac{\pi}{4} .$$ 4

[Turn over

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

7. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) फलन

$$f(x) = (x-2)(x-3)(x-4)$$

के लिए अन्तराल [2, 5] में लैगरेन्ज की प्रमेय का सत्यापन कीजिए । 4

ख) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ एवं कोटियों $x = 0$ और $x = ae$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 4

7. Attempt any *one* part of the following :

a) For the function

$$f(x) = (x-2)(x-3)(x-4),$$

verify Lagrange's theorem in the interval [2, 5]. 4

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

b) Find the area of region bounded by ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ and ordinates $x = 0,\ x = ae.$ 4

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) बिन्दु (3, − 1, 1) से गुज़रने वाले तथा समतलों

$\vec{r}\cdot(2\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k})=5$ एवं

$\vec{r}\cdot(\hat{i}+5\hat{j}-2\hat{k})=1$ की प्रतिच्छेदन रेखा से जानेवाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए । 4

ख) रेखाओं

$\frac{x+2}{8}=\frac{y-1}{-5}=\frac{z+1}{2}$ तथा

$\frac{x-3}{2}=\frac{y-5}{-3}=\frac{z+6}{2}$ के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । 4

[Turn over

078635

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

8. Attempt any *one* part of the following :

a) Find the equation of the plane passing through (3, − 1, 1) and line of intersection of planes

$\vec{r}\cdot(2\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k})=5$ and

$\vec{r}\cdot(\hat{i}+5\hat{j}-2\hat{k})=1.$ 4

b) Find the shortest distance between the lines

$\frac{x+2}{8}=\frac{y-1}{-5}=\frac{z+1}{2}$ and

$\frac{x-3}{2}=\frac{y-5}{-3}=\frac{z+6}{2}$. 4

335(EG) – 1,60,000

http://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

078635

http://www.upboardonline.com